

Los sistemas complejos: una perspectiva contemporánea

J. Figueroa Nazuno
Centro de Investigaciones en Computación-IPN (México)
E-mail: jfn@cic.ipn.mx

[Recibido: Marzo 9, 2008. Aceptado: Marzo 16, 2008](#)

RESUMEN

Hasta antes de la década de los años 50, los problemas centrales en la investigación científica estaban orientados y limitados al problema dimensional; es decir, el estudio de lo más grande y lo muy pequeño. Desde un punto de vista conceptual, las tareas científicas estaban dirigidas al desarrollo de instrumentos físicos o conceptuales para el estudio de estos dos grandes horizontes del conocimiento.

En la actualidad, una serie de eventos —en cierta forma inconexos— han orientado la búsqueda de **nuevos esquemas interpretativos** en la ciencia. Algunos de estos eventos son el desarrollo de las computadoras, la gran cantidad de problemas sociales dados por el crecimiento de población, el explosivo desarrollo del comercio y, con esto, el surgimiento de serios problemas en teoría económica, el desarrollo de las teorías en física, en biología, en bioquímica y en genética molecular; fenómenos que —por sus características— no ha sido posible estudiar en la forma clásica.

Esto, aunado al creciente escepticismo en las concepciones atomistas y reduccionistas —en su sentido epistemológico— ha llevado en los últimos años a intentar estudiar, desde un punto de vista diferente del tradicional, toda una clase de fenómenos: los sistemas complejos. En el presente trabajo se muestra el desarrollo de este esquema interpretativo describiendo los diferentes tipos de sistemas complejos, así como una caracterización de los fenómenos y técnicas más utilizadas para su estudio.

Palabras Clave: sistemas complejos, esquemas interpretativos, no-linealidad, Cibernética, teoría general de sistemas, simulación computacional.

ABSTRACT

Up to the decade of 1950, the core issues in scientific research were targeted and limited to the dimensional problem: the study of the largest and of the very small. From a conceptual point of view, scientific tasks were aimed to developing physical and conceptual tools for the study of these two great horizons of knowledge.

At present, a series of events —unrelated in a way— have guided the search for new *interpretive schemes* in science. Some of these events are computer developing, the large number of social problems given by population growth, the trade explosive development and, next to this, the emerging of serious problems in economic theory, the development of new theories in physics, biology, biochemistry, and molecular genetics; phenomena that, given their characteristics, have not been possible to study under a classical way.

Over recent years, this issue (coupled with growing skepticism and reductionism & atomist conceptions—in their epistemological sense) has led to trying to study, from a different angle to the traditional, a whole class of phenomena: complex systems. This paper shows the development of this interpretive scheme by describing various types of complex systems, as well as the phenomena and techniques used for their study.

Keywords: complex systems, interpretive schemes, non-linearity, cybernetics, systems general theory, computer simulation.

INTRODUCCIÓN

En una forma sencilla, los sistemas complejos [1:89, 2:89] pueden describirse como una clase de problemas en donde: a) la cantidad de variables en interacción sea muy grande; b) la interacción de variables sea poca pero, desde el punto de vista matemático o físico, el tipo de interacciones sean no-lineales y, a pesar de su extremada sencillez, no los podamos resolver con nuestros actuales procedimientos matemáticos o teóricos y, c) el conocimiento de las partes de un fenómeno no sea suficiente para conocer y explicar su comportamiento al integrarse como un todo. Lo más importante es que esta clase de fenómenos se repiten en muy diferentes áreas y disciplinas que, al estar fuertemente influenciadas por el reduccionismo, el atomismo o la búsqueda de modelos matemáticos—muy difíciles de construir— se han convertido en un nuevo esquema interpretativo: el de los sistemas complejos.

La Mecánica Estadística y la Ecología son las dos áreas especiales más características (que ya tenían un desarrollo histórico) que se han dado a la tarea de buscar nuevas perspectivas, por la dificultad y cantidad de variables que se presentan en ellas.

Los sistemas complejos

Ejemplos generales de sistemas complejos, son:

- a. El funcionamiento global del cerebro,
- b. el problema de la contaminación en las ciudades,
- c. el problema de la predicción del clima a largo plazo,
- d. los ecosistemas en proceso de desequilibrio (como son zonas especiales en las selvas tropicales y/o en las islas, en donde se crean habitats especiales o diferentes, etc.),
- e. el problema de tres cuerpos en movimiento, que es un problema clásico de la Física, en donde se tiene que describir el comportamiento de estos cuerpos en interacción y para el cual, en la actualidad no se tiene solución analítica, [3, 4]
- f. el problema del “agente viajero” (*salesman problem*) en computación, en donde se tiene que encontrar cuál es la ruta óptima que tiene que recorrer un vendedor para visitar “n” ciudades, con la menor cantidad de kilómetros recorridos. Este problema, a pesar de lo simple que parece, es muy difícil de resolver.

Todos estos son problemas en donde una visión atomista (es decir, el tratar de encontrar los elementos o unidades últimas y conocerlas en detalle) no nos sirve para entender el conjunto total.

Mucho del desencanto con las visiones clásicas de la ciencia, se dio por una incapacidad de integración cuando se tiene un conocimiento detallado de los elementos del conjunto, buscándose, en un principio, formas de hacer la integración hacia arriba, y se pensó que en esencia era un problema teórico (de construcción). Asimismo, la dificultad para definir y aislar cuál es la unidad última de análisis, ha llevado a formas muy radicales de reduccionismo teórico o metodológico, las cuales no han tenido el efecto deseado.

Es interesante notar que este cambio conceptual en las formas de ver los problemas ha surgido, en su mayoría, de ciertas áreas de las ciencias sociales y de la biología y no —como se acostumbra tradicionalmente— de las ciencias naturales, que guiaban a los paradigmas de las disciplinas de investigación. Lo más interesante de esta situación es que posiblemente es en la Física en donde el impacto de la idea de sistemas complejos, se ha entendido más y, posiblemente, en donde esté más clara la necesidad de formas y aproximaciones diferentes de investigación y conceptualización.

No es la primera, ni la última vez, que surgen “disciplinas” o intentos de tipo integrativo en las ciencias. Todavía es reciente el caso del surgimiento de una perspectiva o punto de vista (es difícil de clasificar), que fue la *Cibernética*, a principios de los años 50, que generó una serie de herramientas para analizar cierto tipo de problemas existentes en máquinas, animales, humanos y sociedades. Este fue un intento por tratar de crear metodologías y teorías de la forma como estos sistemas procesan información; sin embargo, esta perspectiva se ha desarrollado y ha tenido mucho más impacto en los antes llamados “países socialistas”, no así en Estados Unidos y sus “satélites teóricos”.

Otro ejemplo de los intentos por explicar fenómenos en los que los sistemas clásicos no han podido avanzar, es lo que se conoce como *Teoría General de Sistemas* que, por un lado, describía la importancia de las relaciones entre diferentes componentes de un sistema más global —mediante el uso de modelos matemáticos de muchas variables en interacción, los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales¹—, en donde la idea era que si se podía construir el modelo matemático de éstas en interacción se podían mover algunas “perillas” del modelo y con esto lograr los efectos deseados, traduciéndose en la posibilidad del control de fenómenos de numerosas variables. Por el otro lado, la *Teoría General de Sistemas* hace un ataque muy fuerte a las visiones simplistas de causalidad, que están todavía muy enraizadas (aunque en algunos casos, no explícitamente) en la ciencia contemporánea.

Pudiera ser que a esta idea del estudio de **lo complejo** le suceda lo mismo que a otros intentos integrativos; sin embargo, algunos triunfos teóricos y sistemas explicativos particulares, desarrollados desde esta perspectiva, nos dan una clara indicación de su potencialidad. [5:73-79]

En la actualidad podemos distinguir algunas ideas y eventos precursores de esta perspectiva:

- a. Ya hemos mencionado cómo, dentro de las ciencias naturales, las limitaciones del atomismo son uno de los puntos importantes que inician la búsqueda de perspectivas diferentes.
- b. Un segundo momento muy especial —que tuvo mucho efecto y se discutió a nivel mundial— fue la aplicación de la computación moderna al estudio de los sistemas dinámicos; en particular con los trabajos de J. Forrester, a mediados de la década de los años 60, en donde demostró la posibilidad de estudiar y predecir fenómenos sociales de manera muy precisa. Parte de este esfuerzo, muy comentado, es lo que se conoce como “Club de Roma”, el cual apoyó el estudio de grandes sociedades y la predicción específica de lo que iba a suceder con la interacción de ciertas variables como: contaminación, crecimiento de población, cantidad de tierra cultivada, desechos industriales, agricultura, procesos de industrialización, etc.

¹ El problema central de la modelación matemática, es que es útil e importante cuando se analiza más de una variable; la herramienta más genérica para este tipo de modelos son los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales, que —desde el punto de vista matemático y conceptual— son extraordinariamente difíciles de construir y mucho más de resolver numéricamente. De hecho, algunas ecuaciones de este tipo, muy importantes, como la de Navier-Stoker, no tienen solución analítica. A esto debemos agregar que generalmente los problemas que se intenta simular tienen características estocásticas, lo cual los hace aún más difíciles de estudiar.

Estos trabajos tan importantes en las décadas de los años 60 y principios de los 70, de la creación de “modelos de mundo” (*world models*), si bien en principio se vieron sus limitaciones (por la dificultad para construir los modelos matemáticos y para resolverlos numéricamente), actualmente, después de 30 años que se desarrollaron y que tuvieron mucho impacto social, se puede mostrar que “tenían razón”, en especial en la predicción de los problemas de industrialización y, por ende, la producción de altos niveles de contaminación.

Si bien este tipo de trabajo dio inicio en las ciencias sociales, muy pronto se comenzó a aplicar a otro tipo de fenómenos (como los sistemas biológicos, entre otros) en donde se conocían los principios generales del sistema en estudio y se podía tener una cantidad sustancial de importantes mediciones, pero no se tenían las herramientas teóricas y metodológicas para intentar hacer predicciones específicas.

A esta época se le conoce como “los alegres 60 en las ciencias predictivas”, en la cual se pensaba que se estaba muy cerca de poder estudiar fenómenos con una gran cantidad de variables interactuando y lograr predicciones numéricas precisas (posteriormente comentaremos cuál fue la razón y por qué esta época tuvo muchas limitaciones).

- c. Una siguiente época —ya más reciente— se originó en una serie de estudios cuyo extraordinario efecto se ha visto en la actualidad. Estos eventos tienen que ver con los llamados “problemas de ecología ambiental”, especialmente de contaminación en sus diversas formas. Dos eventos aislados dieron origen a estos problemas: la contaminación del Mediterráneo y del río Rin (a fines de la década de los años 50), así como algunos casos viejos de desaparición de especies o de una sustancial reducción de las mismas. En estos problemas fue muy difícil entender y demostrar que las causas eran muchas y que las soluciones eran muy difíciles (y en algunos casos como en el ejemplo de la contaminación del río Rin y del Mediterráneo, parte de la solución sólo se podía lograr con el paro total de algunas industrias europeas muy importantes).

Si bien los casos con muchas variables en interacción se conocen en ciencia, estos problemas de contaminación fueron los primeros grandes ejemplos con un efecto social trascendente, en donde se vió que las soluciones no se conocían o, en algunos casos, tenían algún efecto posterior: económico, social o industrial, muy grande. Esto llevó a que se analizaran con más cuidado las paradojas de los sistemas complejos. A fines de la década de los años 60, [6] se escribió un pequeño artículo que ha tenido una extraordinaria trascendencia en la Ecología y en el estudio de los problemas de la teoría de la ciencia: la paradoja de los comunes (“*The Tragedy of the Commons*”, en donde se entiende por “comunes” a los bienes comunales). Este autor mostró, en forma muy clara y accesible, algo que se pensaba que sólo existía en las Matemáticas: **las demostraciones de imposibilidad**. Evidenció que hay una gran cantidad de problemas en donde participan humanos y bienes comunes, en donde fundamentalmente existe una gran cantidad de contradicciones en el uso de estos bienes, además de poco entendimiento de los efectos que tiene su uso indiscriminado y las posibles soluciones para evitar un desastre. El ejemplo mencionado de contaminación de los ríos es muy claro al respecto.

Algunos descubrimientos o redescubrimientos en teoría matemática, por un lado, y en la observación de ciertos fenómenos físicos muy específicos, por el otro, se conforma la base del estudio de los sistemas complejos en la actualidad. Posiblemente el fenómeno más importante y más conocido es el denominado “efecto mariposa”. Lorenz, a fines de la década de los años 70, ocupándose en modelos de simulación de clima, en el MIT, al trabajar un modelo en una computadora con miles de datos, accidentalmente hizo un pequeño cambio en una sola cifra, y observó cómo el comportamiento del modelo y la

predicción fueron totalmente diferentes. Después de estudiar repetidamente lo que había ocurrido, descubrió que pequeños cambios en las condiciones iniciales de un modelo matemático muy complejo —con muchos datos numéricos— pueden provocar cambios muy grandes.

En la actualidad se sabe que este efecto mariposa es la explicación del porqué los modelos de los alegres años 60, no funcionaron y, además, han abierto toda una nueva forma de explicación y de trabajo de los fenómenos complejos.

El trabajo de Lorenz, junto con otras observaciones astronómicas y una serie de observaciones físicas (algunas muy antiguas) en el problema de “n” cuerpos en interacción, abrieron una subdisciplina: el estudio del **caos**. Ésta consiste en una serie de técnicas para el estudio de fenómenos de los que tenemos un mejor entendimiento ya que, bajo una apariencia de comportamiento totalmente desordenado, es posible introducir una serie de herramientas matemáticas, en donde podemos encontrar formas especiales de orden. Con esto, nuestro entendimiento de fenómenos que parecían totalmente azarosos cambia, en tanto que puede encontrárseles formas muy interesantes de organización interna. [7]

El descubrimiento de los fenómenos caóticos, junto con herramientas matemáticas poderosas, ha creado subdisciplinas que nos ayudan a entender fenómenos totalmente separados y diferentes, pero que pueden analizarse e interpretarse con las mismas herramientas. Así por ejemplo, el caso de un pequeño cambio numérico nos explica, bajo ciertas condiciones, un cambio en el sistema total del clima, un pequeño cambio en la historia de un niño, nos da grandes cambios en su vida adulta. Este tipo de fenómenos de pequeños cambios en las condiciones iniciales, tiene una gran aplicación en muchas disciplinas.

Tipos de complejidad

A continuación se describen los tipos de complejidad, ya que son varias las formas en que se pueden caracterizar:

1. **Complejidad por cantidad de variables.** Ejemplo de esto son: el cerebro, la guerra, una galaxia, etc.
2. **Complejidad por riqueza de interacciones.** En este tipo, aparte de la cantidad de variables, las interacciones son muchas y muy diferentes. Son ejemplos: el cerebro humano, los problemas de las grandes ciudades, los problemas ambientales, etc.
3. **Complejidad por auto organización.** Existe una gran cantidad de fenómenos en donde la suma de las partes y los efectos a distancia entre las mismas, no se pueden explicar, a menos que se asuma que existen propiedades de los fenómenos que sólo aparecen bajo ciertas condiciones de interacción o fenómenos colectivos. Casos clásicos de auto organización son: el fenómeno de láser en Física, los fenómenos de procesamiento de información en el cerebro humano, los fenómenos de tipo colectivo en Ciencias Sociales o los fenómenos de manadas en Biología. Interacciones cercanas, como son la interacción entre partículas, células en el corazón; interacciones remotas como es en el cerebro. Interacciones o interacciones lejanas, como son los efectos climáticos que se dan como el fenómeno conocido como “el niño” (técnicamente conocidas como “teleconexiones”). Otro ejemplo de esta categoría son los fenómenos tan complicados como la gravedad.
4. **Complejidad algorítmica.** Desde un punto de vista matemático y computacional, existen fenómenos que a pesar de ser simples (con pocos elementos), su solución es sumamente difícil de lograr. A ella pertenecen cierta clase de problemas matemáticos, en donde se puede demostrar que no se tiene solución

analítica, o que su solución requiere de cantidades extraordinarias de recursos computacionales. [8]

5. **Complejidad por construcción matemática.** La complejidad algorítmica ha dado como consecuencia este tipo de complejidad, en donde las estructuras artificiales realizadas en matemáticas crean ciertos problemas de extraordinaria complejidad de análisis. Este tipo de problemas se aleja mucho de la matemática axiomática y sabemos que su solución no se puede dar ni por procedimientos analíticos ni por simulación en computadora, sino por la experimentación (en el sentido estricto de las ciencias naturales), como tiene que estudiarse el comportamiento de estos sistemas numéricos o matemáticos (matemática experimental). [9]

En suma, el estudio de los sistemas complejos es una aproximación o punto de vista que aún en la actualidad todavía tiene muchos aspectos arbitrarios, pero que pueden ser de gran utilidad para entender ciertos problemas. Muestra de este dinamismo puede observarse al revisar los artículos publicados en la revista *Science*, la cual dedica un número especial al estudio de los sistemas complejos (1999).

Características de los sistemas complejos

En una forma sintetizada este esquema interpretativo se caracteriza por:

- a. El estudio de una serie de fenómenos que pueden caracterizarse como complejos por sus propiedades y funcionamiento (la clasificación que se presentó en párrafos anteriores). [10]
- b. Una serie de herramientas metodológicas y conceptuales, que pueden aplicarse a una diversidad de fenómenos y condiciones de investigación. Algunas de esas herramientas son muy viejas, y es su unión con la computación la que nos permite que sean útiles en la actualidad. [11] Técnicas específicas como son:
 - i. el análisis fractal (para estudios de fenómenos “repetitivos”),
 - ii. técnicas de análisis del caos (atractores, exponentes de Lyapunov, etc., que permiten encontrar formas de orden en sistemas supuestamente desordenados o un desorden acotado),
 - iii. técnicas de simulación dinámica (DYNAMO),
 - iv. muchas técnicas de Mecánica Estadística,
 - v. técnicas de partículas en interacción, [12-18]
 - vi. estadística multivariada,
 - vii. algoritmos clasificadores (técnicas de anielinas, algoritmo genético, teoría de autómatas, entre otros).Estas técnicas enumeradas, en su mayoría tienen un fuerte énfasis en matemáticas discretas y son independientes de la computación.
- c. Una serie de fenómenos genéricos que ocurren a muy diferentes niveles y que caracterizan la posibilidad teórica de esta perspectiva. Algunos de estos fenómenos, son:
 - i. **transición de fase** (por ejemplo, la transformación de hielo, agua y vapor, que tiene puntos críticos en donde por temperatura cambia el estado del agua);
 - ii. el **desarrollo cognoscitivo** desde diferentes teorías psicológicas, en donde hay puntos de cambio sustanciales;
 - iii. el fenómeno de **masa crítica**, para describir a un grupo de científicos en realidad es un fenómeno de transición de fase, etc.; [19]
 - iv. las **teleconexiones**, es decir, interacciones remotas en tiempo y espacio.

- d. Fenómenos genéricos de interacción entre elementos, en forma colectiva y automática. En todas las áreas de la ciencia existen situaciones donde los elementos interactúan en forma colectiva, sin que en realidad exista un mediador físico que determine esa interacción, sino que son pequeñas oscilaciones aleatorias las que hacen cambiar la dirección del comportamiento colectivo. Un ejemplo de esto es el vuelo en grupo de ciertos pájaros, en donde no hay un líder y, sin embargo, manifiestan un comportamiento organizado. Otros ejemplos (más viejos y conocidos) son los de la mecánica estadística del comportamiento de los gases. Ejemplos en ciencias sociales son la aparición y desaparición de los aplausos en un concierto (en donde no se puede hablar de una toma de decisiones colectiva que determine el comportamiento del fenómeno). En estos fenómenos se generan patrones a diferentes escalas espaciales y/o temporales.
- e. Fenómenos genéricos de auto organización. Hay muchísimos ejemplos de fenómenos en donde el comportamiento individual de sus elementos y sus efectos directos no explican el comportamiento de todo el sistema. Por ejemplo, la emisión de los láseres, los fenómenos de organización supra macromolecular de ciertas reacciones químicas autocatalíticas (como es la de Zhabotinskii) y posiblemente el más típico de todos sea las neuronas en el cerebro. [20]
- f. Fenómenos genéricos de tipo cíclico o periódico. Es posiblemente uno de los tipos más viejos de fenómenos complejos, en donde su estructura está dada en un eje de tiempo y existe una serie de periodos cíclicos en tiempo y/o espacio, los cuales hay que analizar y describir. En muchos de estos casos existían herramientas muy utilizadas, como el análisis de Fourier (en una y dos dimensiones) y todos sus derivados, los cuales han ayudado en forma muy clara en el estudio del comportamiento de estos fenómenos; sin embargo, actualmente la utilización de técnicas como caos y fractales (en especial éste último) nos permiten estudiarlos en forma genérica. Ejemplos de estos fenómenos son: turbulencias en líquidos, ciclos económicos, fluctuaciones en la distribución de las estrellas y galaxias, etc.

En general, todos estos fenómenos pueden ser sistemas fuera de equilibrio, suelen ser sistemas abiertos, tener elementos heterogéneos (en donde cada elemento del sistema puede contener a otros con reglas de comportamiento propias), pueden presentar comportamiento local y global, los sistemas individuales y el sistema completo pueden tener memoria, pueden llegar a varios estados o meta estados diferentes (debido a que pueden poseer estados cambiantes), pueden estar afectados por interacciones síncronas/asíncronas y, por último, puede existir generación e intercambio de información entre los elementos del sistema.

CONCLUSIONES

Del análisis presentado es posible desprender las siguientes conclusiones:

1. El reconocimiento de la existencia de una clase especial de fenómenos en todas las ciencias.
2. El desarrollo de nuevos instrumentos metodológicos.
3. El reconocimiento y aceptación de las limitaciones de las clasificaciones y restricciones disciplinarias de las ciencias clásicas.
4. El reconocimiento de que no hay propiedad privada en las áreas de explicación disciplinarias, por lo tanto, la Física como cualquier otra disciplina o ciencia, no es propietaria de los fenómenos que explica.
5. El reconocimiento y demostración de que es posible explicar fenómenos sustancialmente diferentes, con las mismas herramientas y bajo la misma perspectiva de análisis.

6. El reconocimiento de que las formas en que construimos explicaciones de todo tipo de fenómenos, desde lo social hasta lo matemático —pasando por la física y la biología—, constituyen un proceso muy flexible, que necesita formas diferentes de aproximación.

Todo lo anterior nos da como consecuencia la necesidad de nuevas formas de investigación y comprensión del universo, y en una forma muy definida, nos abre la posibilidad del estudio y ciencia de los **fenómenos complejos**.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Loyd, S. (1989). Existence And Uniqueness of Physical Measures of Complexity, *DoE Research and Development Report*, Cal-68-1576, SLAC, CA, Stanford University: SPIRE.
- [2] Nicolis, G. y Prigogine, I. (1989). *Exploring Complexity*, San Francisco, W. H. Freeman & Co.
- [3] Escalona Buendía, A. y Figueroa Nazuno, J. (1987). Un algoritmo eficiente para la simulación de n-partículas interactuando, *XXX Congreso Nacional de Física*, Mérida, Yuc., México, 26-31 de octubre.
- [4] Escalona Buendía, A. y Figueroa Nazuno, J. (1988). Diferentes procedimientos rápidos para la evaluación de sistemas de partículas en interacción, *XXXI Congreso Nacional de Física*, Monterrey, N. L., México, 24-28 de octubre.
- [5] Figueroa Nazuno, J. y Vargas Medina, E. (1992). Los sistemas complejos: una nueva forma de análisis en las ciencias contemporáneas. En: Campos, Miguel Ángel, y Roberto Varela (eds.). *Prospectiva social y revolución científico-tecnológica*. México: UNAM-UAM, pp. 73-79.
- [6] Hardin, G. (1968). The Tragedy of the Commons. *Science*, Washington, D. C., USA, no. 163, pp. 1243-1248.
- [7] Davis, P. (1987). The creative cosmos, *New Scientist*, Reino Unido: Reed Business Information, no. 17, pp. 41-44, diciembre.
- [8] Packel, E. W. y Traub, J. F. (1987). Information-based Complexity, *Nature*, Reino Unido: Nature Publishing Group no. 328, julio.
- [9] Enríquez Hernández, A.; Vargas-Medina, E. y Figueroa-Nazuno, J. (1990). Problema de Tag de e. Post: implementación y análisis de sus implicaciones para los fundamentos de la computación clásica, *XXXIII Congreso Nacional de Física*, Ensenada, B. C., México, 22-26 de octubre.
- [10] Figueroa Nazuno, J.; Flores García, C. y Vargas-Medina, E. (1989a). Grupo T1 de investigación en física computacional, *Primer foro de avances de investigación*, UNAM, México, 24-28 de abril.
- [11] Figueroa Nazuno, J.; Vargas-Medina, E. y Romero Bastida, R. (1989b). Desarrollo de programas de investigación y enseñanza en física computacional, *Congreso MEXICON'89*, México, D. F., México, 18-22 de septiembre.
- [12] Liggett, T. M. (1985). *Interacting Particle Systems* (Springer, New York, Series of comprehensive studies in Mathematics, 276). Se reimprimió por Springer Berlin Heidelberg, 2005 (en su serie *Classics in Mathematics*)

[13] Liggett, T. M. (1997). Stochastic Models of Interacting Systems, *The Annals of Probability*, Institute of Mathematical Statistics, Ithaca, N. Y, USA, vol. 25, no. 1, pp. 1-29.

[14] Liggett, T. M. (2002). <[Interacting Particle Systems – An Introduction](#)> Cátedras impartidas en la escuela y en la conferencia sobre Teoría de la Probabilidad en el Centro Internacional de Física Teórica, Trieste, mayo 13-17. [En línea]. Disponible en: <http://users.ictp.it/~pub_off/lectures/Ins017/Liggett/Liggett.pdf>, consulta: febrero 20 de 2008.

[15] Durrett, R. (1988). Crabgrass, Measles and Gypsy Moths: An Introduction to Interacting Particle Systems, *The Mathematical Intelligencer*, New York: Springer, vol. 10, no. 2, pp. 37-47.

[16] Durrett, R. (1995). Ten Lectures on Particle Systems, *Lecture Notes in Mathematics* 1608, Heidelberg/Springer Berlin.

[17] Durrett, R. y Paul Jung (2007). Two Phase Transitions for the Contact Process on Small Worlds, *Stoch. Proc. Appl.* No. 117, pp. 1910-1927 [En línea]. Disponible en: <<http://www.math.cornell.edu/~durrett/smw/smallworld0308.pdf>> consulta: febrero 18 de 2008.

[18] De Alba González, M.; Vargas-Medina, E., Contreras Ibáñez, C. y Figueroa-Nazuno, J. (1989). Modelo de votación: un modelo para el estudio de partículas en interacción en 1, 2 y 3 dimensiones, *XXXII Congreso Nacional de Física*, León, Gto., México, 23-27 de octubre.

[19] Doms, C. y Green, M. S. (comps) (1972). *Phase Transitions and Critical Phenomena*, London: Academic Press, New York: American Physical Society.

[20] Back, P., Tang, C., y Wiesenfeld, K. (1987). Self-organized Criticality. *Physical Review Letters*, New York: American Physical Society, vol. 59, no. 4, p. 381.

REFERENCIAS

Pippenger, N. (1978). Teoría de complejidad, *Investigación y ciencia*, Barcelona: Prensa científica, agosto.