

## Generación y aplicación de haces Bessel en trabajos de alineación

D. M. Gale

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Calle Luis Enrique Erro No.1, Tonantzintla, Cholula, Puebla CP72840 México; dgale@inaoep.mx

Recibido el 15/04/09. Aprobado en versión final el 19/03/2010.

**Sumario.** La divergencia de un haz láser Gausiano es un factor limitante para trabajos de alineación óptica a distancias largas. Los haces Bessel demuestran casi nula divergencia pero no son muy conocidos todavía. Discutimos la construcción de un telescopio de alineación basado en la generación de un haz Bessel usando un modulo láser diodo comercial como fuente. Utilizamos lentes cónicas y plano-convexas para generar el haz, y luego proyectamos la zona Bessel con una lente de camera CCD para aumentar su distancia útil de trabajo. Nuestros haces Bessel tienen diámetros del orden de 0.5 – 1mm a lo largo de 15 metros de distancia, un factor de 6 menos que un haz Gausiano, y adicionalmente su estructura transversal de anillos concéntricos (el patrón Bessel) nos proporciona una referencia muy fina contra la cual podemos alinear blancos con una gran precisión. Otra ventaja de los haces Bessel es la propiedad de auto regeneración del haz, que permite colocar múltiples blancos sin que se deteriore el proceso de alineación. Estamos empleando nuestros telescopios de alineación en combinación con blancos de cruz para alinear componentes ópticos de un telescopio astronómico, logrando una precisión de décimas de micras en distancias de 20 metros y utilizando solo el ojo y una lupa como herramienta adicional.

**Abstract.** The divergence of a Gaussian laser beam is a limiting factor for optical alignment tasks at large distances. Bessel beams have almost zero divergence but are still not widely used. We discuss the construction of an alignment telescope based on Bessel beam generation using a commercial laser diode module. The Bessel beam is generated with conical or plano-convex lenses, and projected using a commercial CCD camera lens to extend the useful range of the beam. Our Bessel beams have diameters of between 0.5 – 1mm over beam lengths of 15m, representing a six-fold improvement compared to Gaussian beams, while the transverse beam structure (Bessel pattern) provides an excellent alignment aid for use with beam target. Another advantage of Bessel beams is their self-regeneration property, which allows the use of multiple beam targets with minimum beam degradation. We are using our alignment telescopes with crosshair targets to align optical components in a large astronomical telescope, and can achieve precisions of tens of microns over distances of 20m using purely visual methods.

**Palabras clave.** Metrología láser, 42.62.Eh, Funciones Bessel, 02.30.Gp. Telescopios ópticos, 95.55.-n

### 1 Introducción

Un procedimiento requerido con frecuencia en la construcción de los telescopios astronómicos es la alineación de los ejes de rotación (centros de flechas, baleros etc) de diversos componentes ópticos y mecánicos, a los ejes principales del telescopio (eje de elevación, eje óptico

del primario). Típicamente los múltiples componentes por alinear no están en contacto físico, y pueden tener separaciones de hasta decenas de metros en los telescopios más grandes. En estos casos es preferible alinear los componentes de rotación, equipados con blancos para definir su eje o centro, a un eje de referencia definida por un alambre tensado o un haz óptico. La construcción del

Gran Telescopio Milimétrico en la Sierra Negra de México requiere la alineación del espejo terciario y su montura con una precisión de 100 micras respecto a los ejes de referencia cuyos puntos de definición tienen una separación de 15 metros. Para este trabajo se decidió utilizar haces láser para definir los ejes de referencia. Consideraciones importantes para la generación y empleo de los haces incluyen simplicidad de diseño y un costo relativamente económico, uso intuitivo en el campo (a una elevación de 4600m), y un sistema compacto y robusto que puede asegurar su confiabilidad en un sitio de construcción.

Los trabajos de alineación con haz láser dependen de la habilidad de alinear el haz con precisión a los blancos, entonces es fundamental considerar la estructura y comportamiento de ambos. En la sección 2 consideramos las limitaciones de un haz láser convencional tipo Gaussiano emitido por un láser diodo comercial. En la sección 3 se presenta los haces Bessel y se discute su generación con componentes sencillos. La sección 4 discute algunos resultados y observaciones de la generación de haces de ambos tipos en el laboratorio. Detalles de la construcción de un telescopio de alineación y de los blancos están presentados en la sección 5. Finalmente en la sección 6 se presenta algunas conclusiones.

## 2 El láser diodo y los haces gaussianos

Los módulos diodo láser (LDM por sus cifras en Inglés) son convenientes para tareas de alineación en el ambiente industrial debido a su bajo costo, portabilidad, y construcción sólida. Los LDM comerciales para trabajos de alineación y sistemas de puntería producen un haz cuasicolimado de luz visible, con un perfil que se aproxima a circular, de diámetro entre 1-5mm. Muchos módulos incorporan una lente ajustable que permite enfocar el haz. La mayoría de los LDM funcionan con voltajes bajos, lo cual facilita los trabajos de campo.

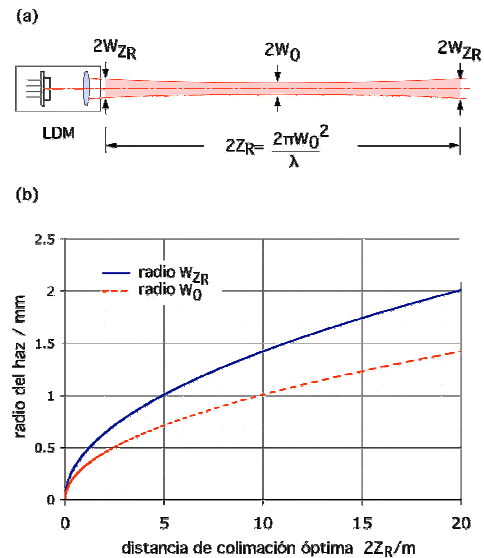
El perfil transversal de amplitud del haz de un LDM es esencialmente de forma Gaussiana, entonces el grado de colimación que se puede lograr está limitado por el efecto de difracción de los haces Gaussianos. La óptima colimación de un haz Gaussiano<sup>1</sup> se logra cuando el haz inicia con un diámetro  $2W(Z_R)$  y es enfocado alcanzando un diámetro  $W_o = W(Z_R)/\sqrt{2}$  a una distancia  $Z_R$ . La cantidad  $Z_R$  se llama la distancia de Rayleigh,

$$Z_R = \frac{\pi W_o^2}{\lambda} \quad (1)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda del láser. En términos prácticos  $Z_R$  corresponde a la distancia a la cual el área de un haz Gaussiano aumenta por un factor de 2. La figura 1(a) muestra el estado de colimación óptima para un haz Gaussiano. Se puede apreciar que el diámetro del haz a la salida del LDM disminuye hasta el punto de enfoque llamado *cintura*, luego abriéndose de nuevo para alcanzar su valor inicial a una distancia total de  $2Z_R$ . A distancias mayores el haz sigue divergiendo.

El concepto de la distancia de Rayleigh nos permite

encontrar el diámetro óptimo del haz Gaussiano una vez determinada la distancia sobre la cual necesitamos proyectar el haz. Este parámetro nos puede ayudar en la selección del LDM comercial que mejor se ajusta a nuestra tarea de alineación.



**Figura 1.** (a) Colimación óptima de un haz Gaussiano generado usando un módulo diodo láser; (b) radio inicial del haz  $W(z_R)$  y radio de la cintura  $W_0$  para lograr colimación óptima con una longitud de onda en el rojo visible,  $\lambda = 632.8\text{nm}$ .

La figura 1(b) muestra la relación entre el radio del haz y la distancia de colimación óptima basado en la ecuación (1). Dado que nuestra aplicación requiere un haz de referencia de 15 metros de largo, vemos que el diámetro del haz en la salida del LDM debe ser de 3.5mm, enfocándose a una cintura de 2.5mm a una distancia de 8.5m. Será dudable lograr una precisión de alineación mayor que unos centésimos de milímetro con un haz Gaussiano de este diámetro sin el uso de detectores electrónicos.

## 3 Los haces Bessel

Los haces adifraccionales o invariantes aparecieron en la literatura en los años '80, y fueron demostrados experimentalmente por Durnin *et al*<sup>2</sup> en 1987. Sobre el rango de propagación libre de difracción, estos haces tienen una distribución de amplitud transversal de la forma  $J_0(\alpha\rho)$  donde  $J_0$  es la función Bessel de orden cero,  $\alpha$  está dado por

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \text{sen}(\theta) \quad (2)$$

donde  $\theta$  es el ángulo del frente de onda cónico con respecto al eje de propagación, y  $\rho$  es la distancia radial desde el eje de propagación. Por la forma matemática de la distribución transversal del haz, se conocen entonces como haces Bessel.

La distribución de intensidad transversal de haz Bes-

sel consiste en un máximo central rodeado por anillos concéntricos. En contraste con un haz Gaussiano, donde el máximo central contiene 86% de la energía disponible, la mancha central del haz Bessel contiene un porcentaje relativamente bajo de la energía total, con el restante distribuido entre los anillos. En un haz adifraccional ideal el número de anillos es infinito, y el haz se propaga indefinidamente sin difractarse porque hay una transferencia continua de energía desde los anillos hacia el centro a lo largo del eje de propagación. En la práctica no es posible crear un haz con una extensión transversal infinita, y en consecuencia hay una reducción en el rango adifraccional del haz, típicamente a decenas de centímetros en el caso de haces visibles con abertura moderada.

Una característica interesante de los haces Bessel es la autoregeneración del máximo central después de su obstrucción, debido al efecto mencionado de transferencia de energía desde los anillos. Esto puede ser de utilidad en la alineación de múltiples blancos si los blancos obstruyen solamente la mancha central, como se discutirá en la sección 5.

**Generación de los haces Bessel.** Los métodos principales para generar un haz Bessel son la iluminación de un diafragma anular circular, una lente cónica, o una lente esférica (con aberración esférica), con un frente de onda plano Gaussiano proveniente de un láser. Para fines prácticos descartaremos la primera opción debido a su gran ineficiencia, ya que el diafragma anular bloquea la mayoría de la energía de iluminación.

La figura 2(a) muestra la iluminación de una lente cónica, mejor conocida como *axicón*, con una onda plana proveniente de un LDM. El rango del haz adifraccional  $Z_{max}$  está dado por

$$Z_{max} = \frac{R}{\tan(\theta)} \quad (3)$$

donde  $R$  es el radio del haz incidente sobre el axicón. Para ángulos pequeños

$$\theta = \phi(n-1) \quad (4)$$

donde  $\phi$  es el ángulo del cono y  $n$  el índice de refracción del axicón.

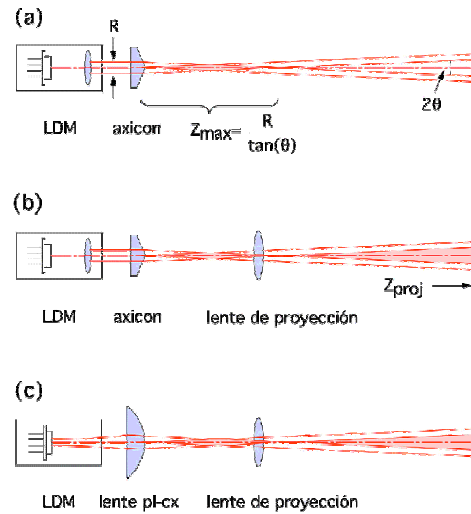
Dentro del rango adifraccional el radio del máximo central  $R_{dfr}$  corresponde al primer mínimo de la función Bessel,  $J_0(2.405) = 0$ , entonces

$$R_{dfr} = \frac{2.405}{\alpha} \quad (5)$$

De las ecuaciones (3) y (4) vemos que el rango del haz Bessel se maximiza cuando el axicón tiene un ángulo pequeño y cuando esto se ilumina con un haz de mayor diámetro. También notamos de la ecuación (5) que el diámetro del haz Bessel depende solamente del ángulo del axicón para una longitud de onda fija.

Si consideramos el uso de un axicón comercial con  $\phi = 0.5^\circ$  y  $n = 1.5$  – iluminado por un haz visible de diámetro de 5mm producido por un LDM, el rango del haz Bessel es de solo 556mm. Aumentar el rango implica utilizar un axicón no-estándar ( $\phi < 0.5^\circ$ ) y aumentar el diámetro del haz incidente con un expansor de haz, lo cual

aumentará los costos de manera significativa, pero sin llegar a las distancias de propagación deseadas.



**Figura 2.** Producción de un haz Bessel con un módulo diodo láser. (a) Una lente cónica (axicón) produce un haz Bessel en una zona muy limitada; (b) proyección del haz Bessel formado por un axicón; (c) proyección del haz Bessel formado por una lente plano-convexa.

La tercera manera de producir un haz Bessel con facilidad es enviando un haz Gaussiano a través de una lente que tiene aberración esférica<sup>3</sup>. Un haz adifraccional producido de esta manera muestra una variación en el tamaño de los anillos centrales a lo largo de la propagación del haz, sin embargo, se mantiene la propiedad de adifraccionalidad localmente (en este caso se puede referir a haces cuasi-Bessel, o *Bessel-like* en inglés). Una ventaja de usar una lente con aberración esférica es la facilidad de conseguirla; casi cualquier lente esférica simple nos puede generar un haz Bessel. Sin embargo el patrón de anillos concéntricos resulta ser más confuso, debido principalmente a los rayos que pasan por el centro de la lente dando lugar a interferencia espuria con el patrón Bessel. Este problema, ausente para el caso del axicón, puede ser disminuido con el uso de un diafragma que bloquea la región central de la lente<sup>3</sup>, si aceptamos una disminución en la energía disponible.

Como en el caso del axicón, el haz Bessel generado por aberración esférica tiene un rango de propagación muy reducido, lo cual anula la posibilidad de su uso en trabajos de alineación a largas distancias. Sin embargo, el rango de estos sistemas puede ser extendido si utilizamos una lente fotográfica para proyectar el haz Bessel previamente generado con el axicón, figura 2(b), o con la lente de aberración esférica, figura 2(c).

**Proyección de los haces Bessel.** La posibilidad de utilizar una lente de proyección para extender el rango útil de un haz Bessel fue propuesta por Herman y Wiggins en 1991<sup>3</sup>. En este caso no es necesario usar componentes generadores del haz Bessel que maximizan el rango del haz adifraccional, ya que un haz de algunos milímetros o centímetros de propagación puede ser pro-

yectado para extender su rango hasta decenas de metros con facilidad. La selección de una lente adecuada depende de las características del arreglo de proyección y del haz producido; si la distancia focal  $f$  de la lente de proyección es muy grande, la lente aumenta en tamaño, peso y costo; si  $f$  es pequeña la magnificación aumenta y el haz proyectado tendrá un diámetro mayor. En la selección de los componentes ópticos debemos considerar no solo el rango, sino también la distancia máxima permisible entre la lente de proyección y el inicio del haz adifraccional proyectado. Cuando este parámetro está definido podemos usar la ley de Snell para buscar combinaciones de lente de proyección y generador de haz Bessel que se acoplen bien. En la sección 5 consideramos los parámetros para nuestra aplicación en más detalle.

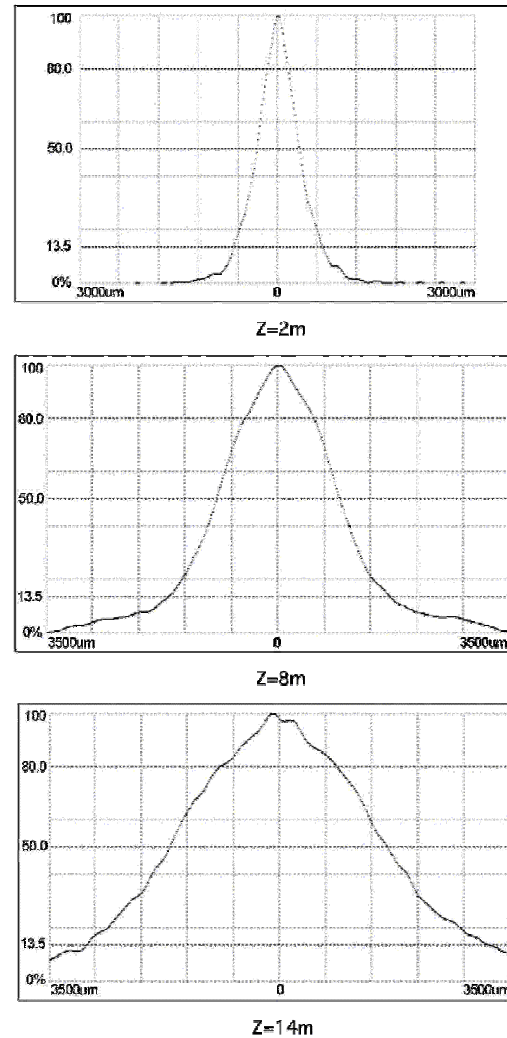
#### 4 Generación de haces en el laboratorio

Iniciamos pruebas en el laboratorio con tres LDM comerciales de diferentes fabricantes, cada uno diseñado específicamente para tareas de alineación y incorporando una lente enfocable. La longitud de onda para los tres modelos fue entre 633 y 635nm, con una potencia óptica entre 3.75 y 10.2mW. Utilizamos un perfilómetro de haces láser para verificar la forma transversal del haz y tomar mediciones del perfil a distintas distancias. El diámetro del haz a la salida de los módulos fue medido entre 2.9 y 4.9mm, y en los tres modelos el haz mostraba una elipticidad de entre 15-20%. Dos de los módulos se conformaban bien a una aproximación Gausiana en ambos ejes de la elipse, sin embargo el tercer modelo mostraba una desviación severa del perfil Gausiano en un eje para el rango de 0-3m del módulo, con un doble pico central. La figura 3 muestra perfiles tipo Gausiano tomados para uno de los módulos con el enfoque del haz ajustado al infinito.

Para convertir el haz producido por el LDM en un haz Bessel se colocó un axicón comercial con ángulo de  $10^\circ$  después del módulo, obteniendo haces Bessel con rangos entre 13mm y 22mm, dependiendo del diámetro del haz incidente sobre el axicón. No fue posible medir el diámetro del máximo central de estos haces, sin embargo la ecuación (5) nos indica que un axicón de  $10^\circ$  proporcionará haces Bessel con diámetros de  $5.4\mu\text{m}$ .

Para extender el rango del haz Bessel empleamos dos lentes compactas diseñadas para cámara CCD, con distancia focal fija  $f=50\text{mm}$  y  $f=75\text{mm}$ , y  $\#f$  de F2.8 y F3.9 respectivamente. La magnificación de estas lentes está dada por  $m \approx v/f$ , donde  $v$  es la distancia de la imagen, entonces el diámetro del haz adifraccional proyectado aumenta con la distancia de proyección. La figura 4 muestra perfiles del haz Bessel generado con el axicón de  $10^\circ$  y proyectado con la lente  $f=75\text{mm}$ . El axicón fue iluminado con el mismo LDM utilizado en la figura 3, y los perfiles del haz se tomaron a las mismas distancias. A una distancia de 2m la estructura Bessel es demasiado fina para ser registrada por el perfilómetro, pero la estructura se ve claramente a distancias mayores. La tabla I

compara valores del diámetro del haz Gausiano y Bessel generados por el mismo LDM, donde se puede apreciar una reducción considerable del diámetro del haz Bessel proyectado, en comparación con el haz Gausiano.



**Figura 3.** Perfiles de un haz producido por un LDM comercial<sup>4</sup> con  $\lambda=635\text{nm}$  enfocado al infinito, mostrando su aproximación a la forma Gausiana. Mediciones tomadas a tres distancias  $z$  del módulo.

En nuestras pruebas la alineación del sistema óptico fue crítica para lograr haces Bessel de calidad, es decir, con un patrón de anillos concéntricos circulares y con simetría entre perfiles transversales perpendiculares. El axicón debe ser bien alineado al LDM, lo cual se logra observando el patrón en el campo lejano sin la lente de proyección. Desalineación en esta etapa resultó en la generación de anillos no circulares después de proyección. En adición al axicón, utilizamos dos lentes planoconvexas de distancia focal  $f=10\text{mm}$  y  $f=25\text{mm}$  para generar haces Bessel. En este caso encontramos haces de mejor calidad después de remover la lente de enfocamiento del LDM, es decir iluminando las lentes con un haz divergente elíptico proveniente del diodo láser. A pesar de la asimetría del haz incidente sobre las lentes, los

haces Bessel demostraron perfiles con un error de simetría menos al 10%, lo cual fue mejor que en el caso de los haces Bessel producidos con el axicón. Además la tolerancia de alineación entre LDM y lente pareció no tan crítica comparado con el axicón.

Con las lentes de aberración esférica el rango del haz Bessel fue del orden de unos pocos milímetros, lo cual necesitaba un posicionamiento de la lente de proyección mas cuidadoso. En el laboratorio producimos haces proyectados con diámetros de  $400\mu\text{m}$  y  $500\mu\text{m}$  con las lentes de  $f=10\text{mm}$  y  $f=25\text{mm}$  respectivamente, a una distancia de  $16\text{m}$  del LDM y con la lente de proyección de  $f=75\text{mm}$ .

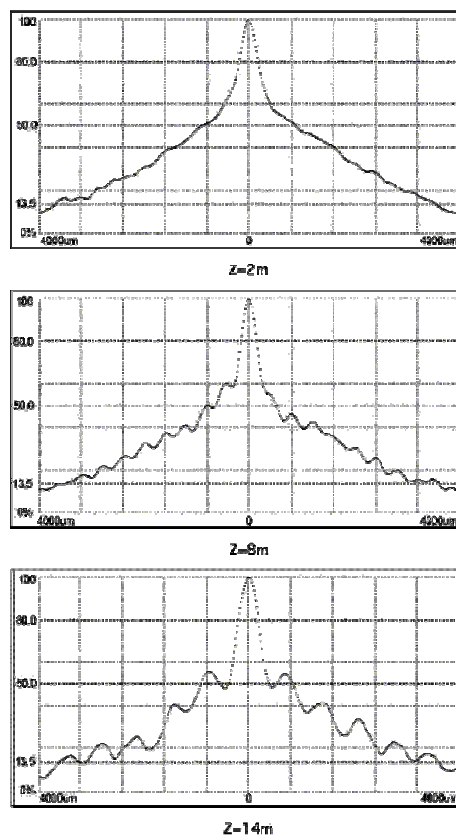
## 5 Sistemas prácticos para alineación

En nuestro trabajo de alineación deseamos construir un haz Bessel con un rango de  $15\text{m}$  y donde el primer blanco se ubicara  $2.5\text{m}$  después de la lente de proyección. Con una lente de proyección de  $f=75\text{mm}$ , la ley de Snell nos da una distancia del objeto de  $75.3$  hasta  $77.3\text{mm}$ , entonces debemos generar un haz Bessel con un rango mínimo de  $2\text{mm}$ , lo cual debe ser ubicado para que el punto cercano del haz Bessel esté a  $0.3\text{mm}$  antes del punto focal de la lente de proyección. En realidad es mejor aumentar el rango del haz Bessel ligeramente para facilitar la ubicación de los componentes ópticos.

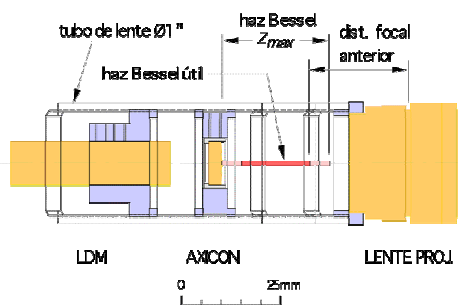
**Sistema de proyección.** Las pruebas de laboratorio mostraron que tanto el axicón y las lentes esféricas servirán para generar el haz Bessel deseado. Para el sistema final acoplamos la lente esférica de  $f=25\text{mm}$  con la lente de proyección  $f=75\text{mm}$ , logrando así el diámetro más pequeño para el haz Bessel proyectado. Las lentes y el LDM fueron montados en un sistema comercial con tubos para lentes de una pulgada de diámetro, lo cual nos dio flexibilidad con la ubicación de los componentes gracias a su sistema de adaptadores internos con rosca. La figura 5 muestra el diseño de un “proyector de haz Bessel” armado de esta forma para un axicón.

**Blancos de alineación.** Descartamos el uso de aberturas circulares como blancos por la dificultad en lograr su alineación con haces Gaussianos de diámetro variable, y por el bloqueo de los anillos de los haces Bessel. En su lugar construimos blancos de dos alambres cruzados de níquel, en una abertura de diámetro grande comparado con el del haz. La alineación se realizo visualmente, colocando papel semi-transparente (albanene) en el haz unos milímetros después del blanco para observar la sombra de la cruz. Esto es más fácil mirando el papel en la dirección del láser con el apoyo de una lupa de calidad, tomando precaución para no ver el haz directo o una reflexión especular del mismo. La figura 6 muestra la imagen de la sombra sobre el papel albanene, tomado con una camera CCD.

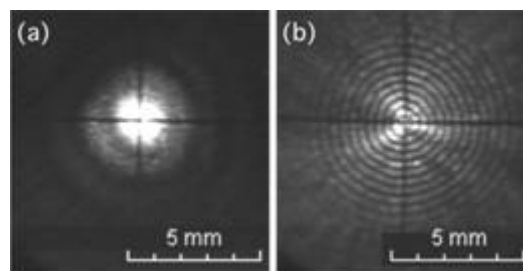
Pruebas de la precisión de alineación fueron realizadas centrando el blanco en XY con micrómetros digitales, y repitiendo el proceso 10 veces para sacar la r.m.s.



**Figura 4.** Perfiles de un haz Bessel generado con un axicón de  $10^\circ$  y proyectado con una lente de  $f=75\text{mm}$ . El axicón fue iluminado con el LDM comercial<sup>4</sup> utilizado en la figura 3. Mediciones tomadas a tres distancias  $z$  del LDM. Figuras 3 y 4 están impresas a la misma escala horizontal para facilitar comparación de los perfiles.



**Figura 5.** Un “proyector de haz Bessel” utilizando un axicón, armado con 3 tubos de lente.



**Figura 6.** La sombra de una cruz de alambre proyectado sobre papel albanene, (a) haz Gaussiano, (b), haz Bessel.

La mayor precisión, de  $\pm 10\mu\text{m}$ , fue lograda cuando el diámetro del alambre se acerca al del máximo central, con ambos alrededor de los  $100\mu\text{m}$ . Cuando estos diámetros se aumentan al orden de cientos de micras la precisión baja alrededor de  $\pm 30\mu\text{m}$ .

Una ventaja de utilizar blancos de cruz en donde el diámetro del alambre se acerca al diámetro del máximo central es la posibilidad de ubicar múltiples blancos en el mismo haz sin perder la calidad del mismo. Esto es debido a la característica de autoregeneración discutida en la sección 3. Hemos comprobado con nuestros haces que la sombra del blanco desaparece en una distancia de 1 ó 2 metros, y el patrón Bessel retoma su forma simétrica.

## 6 Conclusiones

Hemos construido haces Bessel con facilidad para realizar trabajos de alineación con una precisión de  $\pm 30\mu\text{m}$  típico, con  $\pm 10\mu\text{m}$  como el mejor caso, y sobre distancias de hasta 20 metros. El haz Bessel fue generado iluminando un axicón o una lente plano-convexa con el haz de un módulo diodo láser comercial. El rango del haz Bessel fue extendido con una lente estándar de proyección CCD. El diámetro final del haz (máximo central) es de  $0.9\text{mm}$  en el caso de un axicón de  $10^\circ$ , y de  $0.5\text{mm}$  para una lente plano-convexa de  $f=25\text{mm}$ , para una distancia promedio de  $15\text{m}$  desde la fuente. El diámetro equivalente para un haz Gaussiano a esta distancia es del orden de  $6.2\text{mm}$ . La alineación de blancos de alambre de níquel en forma de cruz se realiza visualmente sin necesidad de usar un equipo costoso. Logramos de una manera relativamente sencilla extender el rango del haz Bessel

sin una reducción en la precisión del proceso de alineación.

**Tabla I**

Diámetro de los haces Gaussiano y Bessel generados por un LDM comercial con diámetro inicial de  $2.7\text{mm}$ , axicón de  $10^\circ$  y lente de proyección  $f=75\text{mm}$ .

Distancia z del LDM	haz Gaussiano: diámetro $1/e^2$	Haz Bessel proj.: diámetro de la máxima central	
		Experimental	Teórico
2m	$1432\mu\text{m}$	— <sup>a</sup>	$140\mu\text{m}$
8m	$3372\mu\text{m}$	$595\mu\text{m}$	$570\mu\text{m}$
14m	$6240\mu\text{m}$	$914\mu\text{m}$	$1000\mu\text{m}$

<sup>a</sup>) estructura del haz abajo de la resolución del perfilómetro

## Agradecimientos

El autor agradece al Sr. Xavier Hugel del Institut d'Optique en Francia por su participación en este proyecto durante de verano del 2008.

## Referencias

1. A.E. Siegman, "An introduction to lasers and masers", Mc-Graw-Hill, New York, 308-314 (1971).
2. J. Durnin, J. J. Miceli, Jr., and J. H. Eberly, "Diffraction-free beams", Phys. Rev. Lett. 58(15), 1499-1501 (1987).
3. R. M. Herman and T. A. Wiggins, " Production and uses of diffractionless beams," J. Opt. Soc. Am. A 8(6), 932-942 (1991).
4. Modelo MLG-635-20 del Frankfurt Laser Company, Friedrichsdorf, Alemania.