

Desarrollo de un modelo teórico para superconductores policristalinos anisótropos utilizando la aproximación del medio efectivo

A. Cruz-García, P. Muné y E. Govea-Alcaide

Dpto. de Física, Facultad de Ciencias Naturales, Universidad de Oriente, Patricio Lumumba s/n, Santiago de Cuba, CP 90500.acruz@cnt.uo.edu.cu†, mune@cnt.uo.edu.cu, egovea@cnt.uo.edu.cu

Recibido el 15/07/2008. Aprobado en versión final el 03/04/2009.

Sumario. Se realiza un estudio de las propiedades de transporte en superconductores policristalinos anisótropos sólo para la conducción eléctrica en el estado normal. La presencia de cierto orden de orientación de los granos en superconductores policristalinos de $(\text{Bi,Pb})_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$, se modela introduciendo un factor de probabilidad de orientación γ . Además, se incluye en el modelo la concentración p , la cual caracteriza la contribución de la porosidad a la disminución de la conductividad del policristal. Se asume que los poros y los granos son elipsoides achatados con dimensiones similares y se tiene en cuenta los valores de la conductividad de los granos en cada dirección. El cálculo se basa en la aplicación de una generalización de la aproximación del medio efectivo al estudio de medios heterogéneos, la cual se denomina Aproximación del Potencial Coherente (APC). Los resultados se comparan con un modelo empírico desarrollado recientemente para muestras de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO) con baja orientación de sus cristales, lo cual enriquece su empleo y se aplica a cerámicas superconductoras en general.

Abstract. A study of the transport properties in the normal-state of the anisotropic polycrystalline superconductors have been developed. The presence of certain orientation order of the grains in polycrystalline $(\text{Bi,Pb})_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ superconductors is modeled taking to account a probability factor of the grain's orientation γ . In addition, the concentration of the pores p , which characterizes the contribution of the porosity to the conductivity's decrease in the polycrystalline superconductor have been introduced. The pores and grains are assumed as oblate ellipsoids with similar dimensions, regarding the value of conductivity in each direction in the case of the grains. The calculation is based on the application of a generalization of the effective-medium theory to the heterogeneous mediums which is denominated Coherent-Potential Approximation (CPA). The results are compared with a current empiric model to low oriented $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO) samples, this enriches their employment and is applied to superconductor ceramics in general.

Palabras clave. Compuestos superconductores de Bi, 74.72.H, textura, 74.80.B, conductividad eléctrica, 74.25.F

1 Introducción

Las propiedades de transporte en materiales heterogéneos, siempre han sido de gran interés para los investigadores, incluso desde los tiempos de Maxwell. La razón del mismo se debe a la enorme variedad de sistemas físicos en los cuales se presentan heterogeneidades. Los compuestos policristalinos son sistemas heterogéneos, ya

que los cristales pueden presentar diferencias en su forma, tamaño u orientación, además de poseer impurezas, porosidad y otros defectos; estos sistemas son descritos por modelos que contemplan una variación espacial en el tensor de conductividad eléctrica $\hat{\sigma}(\vec{x})$. Uno de los métodos de cálculo basados en la Teoría del Medio Efectivo (TME) es la Aproximación del Medio Efectivo (AME), la cual intenta obtener la conductividad efectiva del me-

dio como un todo, conociendo el tensor conductividad eléctrica de cada constituyente del medio heterogéneo, y también la ley estadística presente en la variación espacial de la conductividad. Este método fue introducido originalmente por Bruggeman¹ y estudiado cuantitativamente por Landauer². La AME logra asociar las propiedades de transporte de dicho material con parámetros microestructurales³, y la generalización de ella para el estudio de medios heterogéneos con cristales que se diferencian en su tamaño, forma, orientación y además el tensor de conductividad eléctrica de simetría arbitraria; permite definir la Aproximación Potencial-Coherente (APC)⁴. La APC tiene gran aplicación para el tratamiento de las propiedades de transporte en Superconductores de Alta Temperatura Crítica (SAT)^{5, 6}. La misma ofrece la posibilidad de caracterizar dichas propiedades eléctricas para el estado normal de estos compuestos. Además se conoce que la existencia de las fronteras en los contornos de los granos, controlan las propiedades macroscópicas de los SAT policristalinos y diferencian su comportamiento al de los monocristales⁷. Es importante el estudio y la caracterización de los SAT policristalinos en el estado normal, ya que un mejoramiento de sus propiedades eléctricas en este estado, produce mejoras en las propiedades superconductoras para realizar la transición⁵⁻⁷. Es por eso que estos materiales SAT se someten a una deformación mecánica para mejorar sus propiedades de transporte⁶⁻⁸, esta técnica ha probado ser muy efectiva en lograr el incremento de la densidad de corriente crítica superconductor \bar{J}_c ⁸⁻¹¹ debido a un marcado incremento de la textura del material¹². Algunos autores han descrito como influye la presión de compactación uniaxial en las propiedades superconductoras generales de muestras policristalinas de $\text{Bi}_{1.65}\text{Pb}_{0.35}\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$ (Bi-2223)^{6, 13, 14}.

Según un modelo de percolación desarrollado recientemente para muestras de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO)⁵, se plantea que durante la conducción eléctrica en el estado normal de muestras granulares, la frustración del camino de la corriente puede ocurrir por dos mecanismos diferentes, uno esta asociado con el desorden en la orientación de los granos anisótropos caracterizados por cierto factor f ($0 < f \leq 1$) y el otro se debe a la influencia de los defectos estructurales en el intergrano como lo es la porosidad o la separación de los granos, microgrietas o impurezas; estos efectos se caracterizan por cierto factor α_{str} ($0 < \alpha_{str} \leq 1$)^{5,8}. Luego ambas propiedades se ven caracterizadas por un factor descrito como $\alpha_n = f\alpha_{str}$ ⁵. Los factores α_n , f y α_{str} de dicho modelo fueron introducidos de manera empírica, del mismo modo que no han sido suficientemente discutidos desde el punto de vista teórico. Estas ideas aunque validas en casos particulares, carece de generalidad, ya que las mediciones realizadas en muestras cerámicas de Bi-2223, revela la existencia de un grado de textura diferente de cero, o sea, que los granos presentan cierto grado de orientación⁶.

El objetivo de este trabajo consiste en presentar un es-

tudio teórico para el caso general de que exista cierto orden en la orientación de los granos y otro para la influencia de la porosidad en estos tipos de materiales SAT sólo cuando ellos se encuentran en el estado normal. Para lograrlo se debe partir de la APC en la cual se incluya el factor de probabilidad de orientación γ y la contribución de la influencia de poros de concentración p , asumiendo que sus dimensiones son similares a las de los granos. Para esto, primero se debe obtener una expresión analítica para la conductividad efectiva de los materiales SAT policristalinos anisótropos, en la cual estén presentes los efectos de la presencia de cierto orden de orientación de los granos, luego se debe obtener otra donde intervenga la influencia de los defectos estructurales como la porosidad; y después se realizará una comparación de estas dos expresiones con las del modelo de percolación que fue desarrollado por A. Díaz y colaboradores⁵; por último se establecerán las discusiones de los resultados.

2 Planteamiento general de la APC según las propiedades de los SAT

La TME es una aplicación del estudio de los medios heterogéneos, la cual intenta encontrar un medio homogéneo que tenga las mismas propiedades que el medio compuesto original. Existe la formulación general de la TME para medios anisótropos, por lo que la aplicación de esta puede ser la manera de encontrar la solución para el problema del cálculo de la conductividad efectiva del compuesto cuando se encuentra en el estado normal.

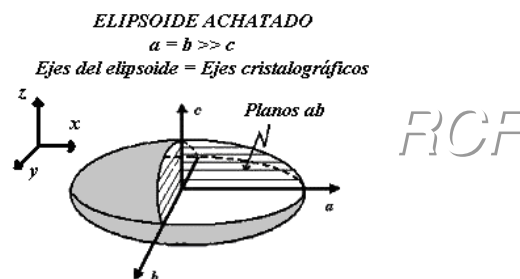


Figura 1. Esquema de la forma elipsoidal a la cual se aproximan los granos, así como los sistemas de ejes coordenados utilizados en los cálculos.

Observando la forma que presentan los granos de estas muestras cerámicas, se pueden modelar en primera aproximación como elipsoides achatados (ver Figura 1), donde sirve de soporte a esta elección, el hecho de que el crecimiento de los granos es mucho mayor en el plano ab que en la dirección c , esto se observa en monocristales de SAT, y en fotografías de microscopía electrónica de barrido (MEB) de muestras policristalinas⁶.

Se considera un grano elipsoidal, inmerso en un medio SAT heterogéneo sólo en el estado normal, rodeado por los demás granos con propiedades equivalentes a él; cuya conductividad efectiva desconocida viene dada por el tensor de segundo orden $\hat{\sigma}_e$. Se representa un sistema de referencia externo para el medio, conjuntamente con

el sistema de referencia del grano (ver Figura 1). Luego la dirección en la cual esta aplicada la presión de compactación uniaxial se esta considerando dirigida a lo largo de la dirección de z .

El modelo a desarrollar, parte de los resultados planteados en la APC⁴, la cual se define a través de la ecuación promedio siguiente:

$$\left\langle \frac{(\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_e)}{[1 - \hat{\Gamma}(\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_e)]} \right\rangle = 0 \quad (1)$$

donde $\hat{\sigma}$ y $\hat{\sigma}_e$ son los tensores de conductividad eléctrica del grano y del material respectivamente, $\hat{\Gamma}$ es un tensor que se define en una matriz diagonal cuyos elementos son

$$\Gamma_{xx} = \Gamma_{yy} = -\frac{n_x}{\sigma_e^{xx}} = -\frac{n_y}{\sigma_e^{yy}}; \Gamma_{zz} = -\frac{n_z}{\sigma_e^{zz}} \quad (2)$$

siendo $n_x = n_y$ y n_z los llamados coeficientes de despolarización eléctrica¹⁵. Es válido destacar que debido a las características anisotrópicas del sistema que se estudia, existe una relación de dependencia de estos coeficientes con la anisotropía del compuesto, por eso el sistema trae aparejado consigo no sólo una simetría elipsoidal en las coordenadas espaciales, sino que también posee esta misma simetría en las magnitudes que caracterizan sus propiedades eléctricas, lo cual se debe en gran medida al carácter tensorial de la conductividad efectiva del compuesto^{3,4,16}, naturalmente que cuando el material es anisótropo las propiedades geométricas están estrechamente relacionadas con las propiedades eléctricas del medio^{3,16}, por eso se hace necesario introducir un cambio de variables por las razones de la anisotropía, este cambio de variables es

$$x' = \frac{x}{\sqrt{\sigma_e^{xx}}}; y' = \frac{y}{\sqrt{\sigma_e^{yy}}}; z = \frac{z}{\sqrt{\sigma_e^{zz}}} \quad (3)$$

Que al utilizar estas expresiones entonces los coeficientes de despolarización toman la forma

$$n_x = n_y = \frac{1}{2}(1 - n_z); n_z = \frac{e^2 + 1}{e^3}(e - \arctan e) \quad (4)$$

siendo e la excentricidad del elipsoide que para el caso de un sistema compuesto por cristales tomados en forma esférica esta excentricidad se expresa como $e = \sqrt{\mu - 1}$ ^{3, 4, 16}, donde μ es el coeficiente de anisotropía externa del material que se define como $\mu = \sigma_e^{xx} / \sigma_e^{zz}$.

Para este trabajo se utiliza la ecuación (1), en la cual se introducen parámetros que describen la probabilidad de orientación de los cristales, así como la influencia de la porosidad; además se introduce la existencia de anisotropía externa en el material, la cual está reflejada en el carácter tensorial de la conductividad efectiva. El fenómeno del estado de orientación de los granos se puede cuantificar bajo cierta probabilidad de orientación de los granos γ_j . Esto se debe a que los granos presentan mucho menos resistividad en las direcciones de los planos ab ,

por lo tanto, la corriente siempre fluirá a través de ellos al atravesar el material, de aquí que el estado de orientación de ellos tenga una vital importancia. El factor γ_j^i , donde $j=(a, b, c)$ e $i=(x, y, z)$; expresa la probabilidad de encontrar los granos orientados con cualquiera de sus tres coordenadas a, b ó c en las direcciones x, y ó z respectivamente. Las direcciones x e y son equiprobables por razones de la simetría del tensor $\hat{\sigma}_e$. Para los cálculos de la promediación se tendrá en cuenta un caso límite en el que se considera que dicho material no presenta porosidad, o sea, que todo el incremento o disminución de la conductividad del material se debe sólo al efecto de la manera en que estén orientados los cristales, siendo así entonces si se utiliza la ecuación (1) y se introducen esta definición descrita para la solución más general de este problema de los SAT quedaría

$$\left\langle \frac{\gamma_j^i(\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_e)}{[1 - \hat{\Gamma}(\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_e)]} \right\rangle = 0 \quad (5)$$

donde $\hat{\sigma}$ y $\hat{\sigma}_e$ son los tensores de conductividad eléctrica del grano y del material respectivamente, los cuales para los SAT policristalinos anisótropos estos tensores se pueden representar a través de matrices diagonales, cuyos elementos son $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$ que representan las conductividades del grano en las direcciones cristalográficas a, b, c y se cumple que $\sigma_a = \sigma_b \gg \sigma_c$ ⁵, y para el caso de la conductibilidad efectiva del material se definen sus elementos como $\sigma_e^{xx}, \sigma_e^{yy}, \sigma_e^{zz}$ cumpliéndose que $\sigma_e^{xx} = \sigma_e^{yy} > \sigma_e^{zz}$ ⁶; $\hat{\Gamma}$ se representa en la ecuación (2) donde se utiliza también la ecuación (3) relacionándose con n_x, n_y y n_z que se calculan a través de la ecuación (4) salvo que para este caso de granos tomados con simetría esferoidal (elipsoide achatado) la excentricidad relacionada se expresa como $e = \sqrt{\mu(a/c)^2 - 1}$ siendo $\mu = \sigma_e^{xx} / \sigma_e^{zz}$. Para los granos que son altamente anisótropos, también se define un factor de anisotropía que se expresa como $\tau = \sigma_c / \sigma_{ab}$, donde en experimentos con monocristales de SAT se obtuvo su valor de $\tau \approx 10^{-4}$.

3 Desarrollo y obtención de los parámetros de incremento de la conductividad efectiva

En el desarrollo de las expresiones, se parte de las definiciones antes descritas pero teniendo en cuenta que para cada dirección de incidencia de la corriente, ya sea x, y ó z ; existirán las tres orientaciones posibles de los semi-ejes de los granos a, b y c ; por lo tanto se tendrán nueve factores de probabilidad γ_j^i donde $i=(x,y,z)$; $j=(a,b,c)$; estos nueve factores bien podrían estar o no relacionados entre si. Por eso van a existir tres promedios iguales al

definido en la ecuación (1) por cada una de las direcciones x , y ó z . Debido a la igualdad $\sigma_e^{xx} = \sigma_e^{yy}$, las promediaciones en las direcciones x e y son iguales, por lo tanto sólo será necesario realizar dos, una para estas direcciones y otra para la dirección z . También se conoce que $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_{ab}$ por lo que entonces se puede designar a $\gamma_a^x = \gamma_a^y = \gamma_b^x = \gamma_b^y$ como γ_{ab}^{xy} y $\gamma_c^x = \gamma_c^y$ como γ_c^{xy} . Aplicando estas definiciones en la ecuación (5) entonces se obtiene

$$\frac{2\gamma_{ab}^{xy}(\sigma_{ab} - \sigma_e^{xx})}{\left[1 + \frac{n_x}{\sigma_e^{xx}}(\sigma_{ab} - \sigma_e^{xx})\right]} + \frac{\gamma_c^{xy}(\sigma_c - \sigma_e^{xx})}{\left[1 + \frac{n_z}{\sigma_e^{xx}}(\sigma_c - \sigma_e^{xx})\right]} = 0 \quad (6)$$

que considerando a $\sigma_c \approx 0$ y utilizando la condición de normalización de las probabilidades $2\gamma_{ab}^{xy} + \gamma_c^{xy} = 1$, entonces se obtiene para las direcciones x e y la ecuación

$$\sigma_e^{xx} = \frac{(6\gamma_{ab}^{xy} - 1)(n_z - 1)}{(6\gamma_{ab}^{xy} - 1)n_z - (2\gamma_{ab}^{xy} + 1)} \sigma_{ab} \quad (7)$$

que haciendo

$$f_{xy} = \frac{(6\gamma_{ab}^{xy} - 1)(n_z - 1)}{(6\gamma_{ab}^{xy} - 1)n_z - (2\gamma_{ab}^{xy} + 1)} \quad (8)$$

Entonces la ecuación (6) se transforma en

$$\sigma_e^{xx} = f_{xy} \sigma_{ab} \quad (9)$$

donde el factor f_{xy} puede llamarse factor de incremento de la conductividad debido a la orientación de los cristales, o simplemente factor de orientación de las direcciones x e y . A medida que la presión de compactación uniaxial se aumenta¹³, se puede pensar que en las direcciones x e y los granos tienden a orientarse con una mayor cantidad de sus planos ab paralelos a estas direcciones, de manera que en la dirección z disminuirá la probabilidad de encontrar a los granos orientados de esta manera.

Para realizar la promediación en la dirección z se puede partir de la misma manera como en lo anterior, pero teniendo en cuenta que ahora los factores de probabilidad de orientación son los γ_j^z donde $j = a, b, c$; entonces para la dirección z se obtiene

$$f_z = \frac{(2 - 3\gamma_c^z)(n_z - 1)}{(2 - 3\gamma_c^z)n_z - (2 - \gamma_c^z)} \quad (10)$$

que si se analiza de que encontrar un cristal orientado con su plano ab de mayor conductividad paralelo al plano xy del compuesto, es igualmente probable que encontrar ese mismo cristal orientado con su plano ab perpendicular a la dirección de z , entonces se puede asumir que $\gamma_{ab}^{xy} = \gamma_c^z$ y $\gamma_c^{xy} = \gamma_{ab}^z$; esto al sustituirlo en la ecuación (10) el factor f_z se transforma en

$$f_z = \frac{(2 - 3\gamma_{ab}^{xy})(n_z - 1)}{(2 - 3\gamma_{ab}^{xy})n_z - (2 - \gamma_{ab}^{xy})} \quad (11)$$

que finalmente se obtiene

$$\sigma_e^{zz} = f_z \sigma_{ab} \quad (12)$$

donde f_z es el factor de orientación en la dirección z .

Para estudiar la influencia de los defectos en la conducción eléctrica, se considerará sólo la existencia de porosidad en estos materiales. Para realizar esto, primeramente se asumirá el caso límite de que dicho material posee un total ordenamiento en la orientación de sus cristales, entonces sólo los efectos de la porosidad tendrán influencia sobre las fluctuaciones de la corriente eléctrica al recorrer el material; donde así ya no existen influencias por la manera que estén orientados los mismos. Por tanto bajo estas condiciones el material verá afectada su conductividad sólo por los efectos de la porosidad. En el cálculo, los poros se consideran como elipsoides achatados con iguales dimensiones a la de los granos en primera aproximación, los mismos tienen una conductividad nula, ya que son cavidades donde sólo existe aire o vacío. Su influencia en las propiedades eléctricas del material estará caracterizada por su concentración p^3 . Además se asumirá que existe una alta densidad de ellos por lo que los elementos del tensor $\hat{\Gamma}$ tendrán la forma³

$$\Gamma_{xx}^p = \Gamma_{yy}^p = -\frac{n_{xx}^p}{\sigma_a} = -\frac{n_{yy}^p}{\sigma_b}; \Gamma_{zz}^p = -\frac{n_{zz}^p}{\sigma_c} \quad (13)$$

aquí $n_{xx}^p = n_{yy}^p$ y n_{zz}^p son los coeficientes de des-polarización de los poros¹⁵ con la excentricidad $e = \sqrt{1/\tau(a/c)^2 - 1}$. Visto así entonces la ecuación general de la APC para este caso tendrá la forma

$$\frac{(1-p)(\sigma_{ii} - \sigma_{ii}^e)}{\sigma_{ii} + \frac{n_{ii}^p}{\sigma_{ii}}(\sigma_{ii} - \sigma_{ii}^e)} + \frac{p(\sigma_{ii}^p - \sigma_{ii}^e)}{1 + \frac{n_{ii}^p}{\sigma_{ii}}(\sigma_{ii} - \sigma_{ii}^e)} = 0 \quad (14)$$

donde σ_{ii}^p son los elementos del tensor conductividad del poro, σ_{ii} los del tensor conductividad de los cristales y σ_{ii}^e los del tensor conductividad efectiva donde $i=(x, y, z)$. Desarrollando la ecuación matricial (14) y teniendo en cuenta que $\sigma_{ii}^p = 0$ entonces se obtiene una ecuación de segundo grado en σ_{ii}^e que resolviéndola se logra finalmente la única solución válida físicamente que es

$$\sigma_{ii}^e = \frac{n_{ii}^p + 1 - \sqrt{(1 - n_{ii}^p)^2 + 4n_{ii}^p p}}{2n_{ii}^p} \sigma_{ii} \quad (15)$$

que haciendo

$$(\alpha_{str})_{ii} = \frac{n_{ii}^p + 1 - \sqrt{(1 - n_{ii}^p)^2 + 4n_{ii}^p p}}{2n_{ii}^p} \quad (16)$$

entonces la ecuación (15) queda de la forma

$$\sigma_{ii}^e = (\alpha_{str})_{ii} \sigma_{ii} \quad (17)$$

donde $(\alpha_{str})_{ii}$ es el factor de incremento de la con-

ductividad por efecto de la porosidad del material.

Luego, es posible construir una teoría completa y general para los SAT de óxido de cobre granulares, utilizándose el modelo fenomenológico que aparece en la ref. [5]. Comparando todo lo antes expuesto con dicho modelo, se puede asumir que el parámetro de incremento de la conductividad para el estado normal α_n de estos SAT⁵, puede expresarse según la combinación de las ecuaciones (8), (11) y (16), teniendo en cuenta la dirección de aplicación de cada una de ellas y a la vez de la incidencia de la corriente eléctrica, se obtiene para las direcciones x y y

$$\alpha_n^{xx} = \alpha_n^{yy} = f_{xy}(\alpha_{str})_{xx} = f_{xy}(\alpha_{str})_{yy} \quad (18)$$

y análogamente para la dirección z

$$\alpha_n^{zz} = f_z(\alpha_{str})_{zz} \quad (19)$$

Después de esta comparación, se puede decir que las ecuaciones (18) y (19), representan las expresiones teóricas que caracterizan a los efectos combinados de la orientación de los granos y la existencia de porosidad en los SAT cerámicos. Ampliando ideas se puede decir que en general el factor f no sólo depende de las dimensiones del grano, sino que también depende de la probabilidad de orientación γ_j^i .

4 Cálculos y discusiones

Ahora se analizan las expresiones obtenidas según el comportamiento de los parámetros definidos; primero se estudia el caso en el cual los granos están totalmente desalineados en su orientación respecto a las direcciones de incidencia de la corriente eléctrica, esto se manifiesta para materiales isotrópicos. En esta situación el factor de anisotropía μ será igual a la unidad y todas las orientaciones posibles serán equiprobables ($\gamma_{ab}^{xy} = \gamma_c^z = \frac{1}{3}$). Si se supone que no existe porosidad en el material ($p \cong 0$) entonces el valor del coeficiente $(\alpha_{str})_{ii}$ será igual a la unidad para cualquier dirección; dicho así el incremento de la conductividad efectiva del material sólo dependerá de las expresiones (9) y (12) que serán iguales

$$f_{xy} = f_z = \frac{3n_z - 3}{3n_z - 5} \quad (20)$$

La ecuación (20) es idéntica a la que se publicó en el trabajo que aparece en la ref. [5], lo cual da evidencias de la generalidad de las expresiones desarrolladas.

Para un análisis más detallado en el estudio del comportamiento de cada uno de los parámetros definidos en este trabajo, y a su vez, para un conocimiento de cómo influyen estos en la anisotropía del material, se requiere de una expresión que relacione al coeficiente de anisotropía externa μ con todos estos parámetros; lo que para lograrlo se utiliza la definición $\mu = \sigma_e^{xx} / \sigma_e^{zz}$ la cual se combina con las ecuaciones (9), (12), (15), (18) y (19) obteniéndose que

$$\mu = \frac{\alpha_{str}^{xx}(p)f_{xy}(\mu)}{\alpha_{str}^{zz}(p)f_z(\mu)} \quad (21)$$

siendo esta expresión una ecuación trascendente de cuyas soluciones se conocerá el comportamiento de las propiedades de transporte de estos materiales. Esta ecuación trascendente indica que se debe utilizar el método numérico correspondiente al cálculo de los ceros de esta función, por eso se tomó el método de iteraciones sucesivas el cual se puede implementar muy fácilmente en cualquier ordenador a través de cualquier programa de cálculo computacional. Aquí se usó el programa MATLAB versión R-2006^a, lográndose obtener los distintos valores de μ con respecto a variaciones de los parámetros γ_{ab}^{xy} , p , y la razón a/c de los semiejes del elipsoide al que se aproximan los granos y poros. Es válido recordar que el factor de probabilidad γ_{ab}^{xy} sólo tomará valores entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{3} \leq \gamma_{ab}^{xy} \leq \frac{1}{2}$) ya que son los que toma este factor en los dos casos extremos por los que transitan estos sistemas y que ya se analizó uno, el otro se hará a continuación.

Tabla I

Valores escogidos de los parámetros γ_{ab}^{xy} ; y a/c para el cálculo de la ecuación (22)

$\gamma_{ab}^{xy} = 1/2$					
Indicador	V1	V2	V3	V4	V5
a/c	20	25	30	35	40

Tabla II

Valores escogidos de los parámetros p y a/c para el cálculo de la ecuación (21) con γ_{ab}^{xy} como argumento.

$a/c = 40$						
Indicador	R1	R2	R3	R4	R5	R6
p	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	5×10^{-1}

El otro caso extremo a analizar se tiene cuando todos los cristales estén totalmente orientados, que siendo así se considerará que los granos tienen sus planos ab de mayor conductividad, orientados a lo largo de las direcciones x e y del material (caso de total orientación), en esta situación el factor $\gamma_{ab}^{xy} = \frac{1}{2}$ y por ende $\gamma_c^z = 0$, que al sustituirlo en la ecuación (8) el factor f_{xy} se iguala a la unidad. Y si también se sustituye esta condición en la ecuación (21) se obtiene

$$\mu = \frac{[n_z(\mu) - 3] \alpha_{str}^{xx}(p)}{[n_z(\mu) - 1] \alpha_{str}^{zz}(p)} \quad (22)$$

En la expresión anterior se observa que para materiales que cumplan con la condición de total orientación, la anisotropía de ellos va a depender sólo de la porosidad y del tamaño de los cristales. Esto se encuentra en total acuerdo con la situación física en cuestión.

Si se calcula la ecuación (22) con respecto a la concentración de poros p tomados como argumentos, y esta dependencia se grafica para cinco valores de a/c distin-

tos, entonces se obtienen los gráficos representados en la Figura 2, cuyos valores escogidos se exponen a continuación en la Tabla I

En el gráfico de la Figura 2 se observa como el material se vuelve mucho más anisótropo a medida que sea más poroso, ya que se muestra el gran aumento del coeficiente de anisotropía μ cuando aumenta la concentración de poros p , sin embargo matemáticamente cuando p alcanza el valor de la unidad, se obtiene en la ecuación una indeterminación del tipo $0/0$ la cual no tiene sentido físico. De igual manera obsérvese el amplio desplazamiento de las curvas de este gráfico hacia un aumento del coeficiente μ a medida que la razón del tamaño de los granos a/c aumenta, de aquí se interpreta que para la condición de total orientación la anisotropía del compuesto esta estrechamente ligada al tamaño que presentan los cristales, y de ahí que esta aumente considerablemente a medida de que los granos sean mayores en proporción.

Ahora, si se considera que el compuesto en estudio prácticamente no presenta porosidad, o sea que $p \approx 0$, los factores α_{str}^{xx} y α_{str}^{zz} serán iguales a la unidad, por lo cual la ecuación (22) tomará la forma

$$\mu = \frac{[n_z(\mu) - 3]}{[n_z(\mu) - 1]} \quad (23)$$

Expresión de la cual se interpreta que para materiales que cumplan con la condición de total orientación y que a su vez no tengan defectos, entonces la anisotropía de ellos va a depender única y exclusivamente del tamaño de los cristales.

Se analizaron los dos casos extremos posibles, uno es el estado de total desalineación de los cristales o total desorden de orientación, donde el parámetro $\gamma_{ab}^{xy} = 1/3$, y el otro estado es el de total orientación con $\gamma_{ab}^{xy} = 1/2$. Si la muestra está en estados intermedios, o sea que γ_{ab}^{xy} se encuentra en un intervalo limitado por estos valores, entonces se hace necesario estudiar el comportamiento de la anisotropía del material con el cambio de los parámetros γ_{ab}^{xy} , p y la razón de a/c . Para realizar esto se utiliza la expresión (21) la cual es lo suficientemente general como para realizar estos análisis.

Primeramente se procede al cálculo de la ecuación (21) tomando al factor γ_{ab}^{xy} como argumento de esta función, y se repite el cálculo para seis valores de p distintos manteniéndose a a/c constante, estos valores aparecen en la Tabla II. En la Figura 3 se presenta el gráfico correspondiente, en el cual se muestra el aumento de la anisotropía del material a medida de que el factor de probabilidad γ_{ab}^{xy} se acerca al valor que condiciona el total ordenamiento de orientación de los cristales, por lo que se interpreta de que el compuesto se vuelve más anisótropo a medida que los granos mejoran su alineación, esto es lógico de pensar, ya que una total orientación de los granos dispone que las propiedades eléctricas de la muestra tienden a ser semejantes o iguales a las del monocristal.

En la Figura 4 se observa también que la influencia de la porosidad se hace casi imperceptible mientras la concentración p se encuentra entre los valores menores

del orden de 10^{-2} , pues se ve que el coeficiente μ varía muy poco para el intervalo $10^{-5} \leq p \leq 10^{-2}$.

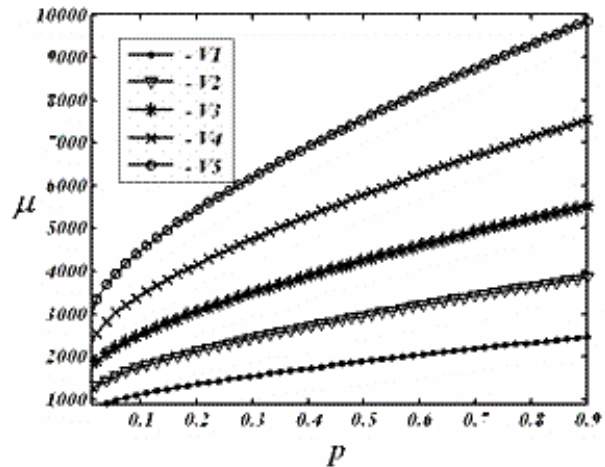


Figura 2. Gráfico correspondiente a la variación de la ecuación (29) en función de la concentración de poros para cinco valores distintos de a/c , y $\gamma_{ab}^{xy} = 1/2$.

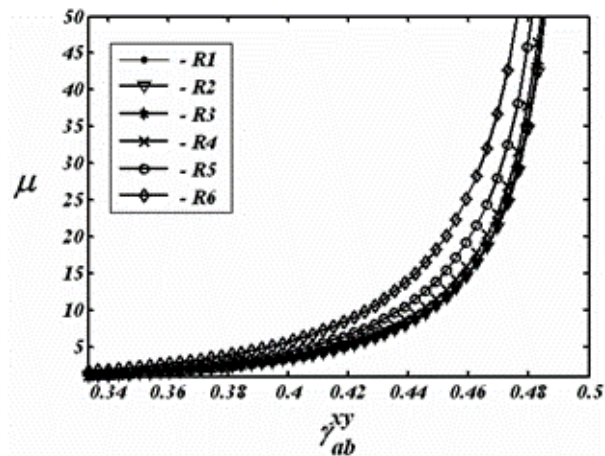


Figura 3. Gráfico correspondiente al cálculo de la ecuación (21) tomando a γ_{ab}^{xy} como argumento, variando a p seis veces y manteniendo constante a $a/c=40$.

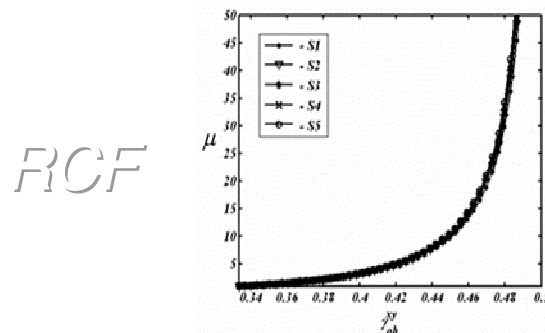


Figura 4. Gráfico correspondiente al cálculo de la ecuación (21) tomando a γ_{ab}^{xy} como argumento, variando a a/c cinco veces y manteniendo constante a $p=0$.

Esto quiere decir que la anisotropía del material para valores de concentración de poros en este orden es ma-

yormente debida a la manera en que estén orientados los cristales que debido a la existencia de poros, sin embargo ya para valores mayores que 10^{-1} , se observa como la porosidad comienza a cobrar influencia sobre la anisotropía del material, pues para $p = 10^{-1}$ y $p = 5 \times 10^{-1}$ el valor de μ comienza a aumentar, esto es lo que sucede en el gráfico de la Figura 3 cuando las curvas R5 y R6 se separan del resto, por lo que para estos valores de concentración de poros es que la anisotropía del material depende de la existencia de ellos y además de la manera en que estén orientados los granos.

Otro análisis se realiza al calcular nuevamente la expresión (21) en función de γ_{ab}^{xy} , pero ahora se considera que el material no tiene poros, o sea que $p=0$, pero con el interés de saber como varían estas curvas con un aumento de la razón a/c . En la Tabla III se exponen los valores escogidos para el cálculo y en la Figura 4 el resultado de los cálculos.

En los gráficos de la Figura 4 se puede ver nuevamente el aumento de la anisotropía del material con el aumento de la probabilidad γ_{ab}^{xy} , sin embargo a pesar de no poseer porosidad, se observa muy poca variación de la anisotropía con relación al aumento del tamaño de los cristales.

Comparando estos resultados con los resultados obtenidos en el análisis de la dependencia de la anisotropía del material con respecto al tamaño de los granos pero en el estado de total orientación, se puede decir que sólo en este estado es que las dimensiones de los cristales ejerce gran influencia sobre el aumento de la anisotropía del compuesto, no así para el estado donde existe cierto orden de orientación de los granos distinto al ordenamiento completo.

5 Conclusiones

Se realizó el estudio teórico correspondiente al caso general del comportamiento de la conductividad efectiva de los materiales SAT policristalinos anisótropos, donde se obtuvo una expresión analítica en la cual están presentes los efectos de la presencia de cierto orden de orientación de los granos caracterizados por el factor γ ; y se desarrolló otra donde interviene la influencia de la porosidad del material. Luego ambas expresiones se relacionaron utilizando el modelo empírico de percolación publicado en la literatura, del cual se logró combinar ambos efectos y quedó establecida una deducción teórica de los parámetros empíricos definidos en él, cosa que no existía hasta el momento. Esta expresión analítica donde aparecen reflejados ambos efectos combinados, contiene como caso particular la descripción de los materiales con isotropía ante la presencia de la incidencia de la corriente eléctrica. Finalmente se tiene un modelo más completo del cual se pueden estimar parámetros de la microestructura a través de mediciones de transporte en estos compuestos.

Tabla III

Valores escogidos de los parámetros a/c para el cálculo de la ecuación (21) con γ_{ab}^{xy} como argumento

$p=0$					
Indicador	S1	S2	S3	S4	S5
a/c	20	25	30	35	40

Referencias

1. D. A. G. Bruggeman, "Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen", Ann. Phys. (Leipzig.) 24. 636 (1935).
2. R. Landauer, "The Electrical Resistance of Binary Metallic Mixtures", J. Appl. Phys. 23, 779 (1952).
3. J. Garner and D. Stroud, "Influence of macroscopic defects on transport in anisotropic conductors", Phys. Rev. B 25. 3199 (1982).
4. D. Stroud, "Generalized effective-medium approach to the conductivity of an inhomogeneous material", Phys. Rev. B 12. 3368 (1975).
5. A. Díaz, J. Maza, Félix Vidal, "Anisotropy and structural-defect contributions to percolative conduction in granular copper oxide superconductors", Phys. Rev. B 55. 1209 (1997).
6. E. Govea-Alcaide, P. Muné, R. F. Jardim, "Normal-State Properties of Uniaxially Pressed $\text{Bi}_{1.65}\text{Pb}_{0.35}\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\Delta}$ Ceramics". Brazilian Journal of Physics, 35. 680 (2005).
7. H. Hilgenkamp and J. Mannhart, "Grain boundaries in high- T_c superconductors", Rev. Mod. Phys. 74. 485 (2002).
8. J. W. Ekin, A. I. Braginski, A. J. Panson, M. A. Janocko, D. W. Capone, N. J. Zaluzec, B. Flandermeyer, O. F. de Lima, M. Hong, J. Kwo, and S. H. Liou, "Evidence for weak link and anisotropy limitations on the transport critical current in bulk polycrystalline $\text{Y}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ ", J. Appl. Phys. 62. 4821 (1987).
9. H. K. Liu, Y. C. Guo, and S. X. Dou, "Effect of uniaxial pressing on J_c in Ag-sheathed Bi-Pb-Sr-Ca-Cu-O tapes", Physica B 194. 1931 (1994).
10. H. K. Liu, W. M. Chen, A. Poluianski, Y. C. Guo, G. MacCaughy, S. X. Dou, D. Larbalestier and M. Apperley, "The effect of intermediate deformation processing on J_c of Ag/Bi-2223 tapes", Physica C 341. 2547 (2000).
11. W. M. Chen, Y. C. Guo, G. MacCaughy, M. Apperley, H. K. Liu, and S. X. Dou, "Effect of various mechanical deformation techniques on critical current densities of Ag/Bi-2223 tapes", Physica C 354. 349 (2001).
12. T. T. Tan, S. Li, H. Cooper, W. Gao, H. K. Liu and S. X. Dou, "Characteristics of micro-texture and meso-texture in $(\text{Bi}, \text{Pb})_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ superconducting tapes", Supercond. Sci. Technol. 14. 471 (2001).
13. P. Mune, E. Govea-Alcaide, and R. F. Jardim, "Influence of the compacting pressure on the dependence of the critical current with magnetic field in polycrystalline $(\text{Bi}-\text{Pb})_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ superconductors", Physica C 384. 491 (2003).
14. M. Gurvitch and A. T. Fiory, "Resistivity of $\text{La}_{1.825}\text{Sr}_{0.175}\text{CuO}_4$ and $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ to 1100 K: Absence of saturation and its implications", Phys. Rev. Lett. 59. 1337 (1987).
15. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics* (Pergamon, Oxford, 1963), Vol. 8 Chap. 1, Sec.4. pp. 25-33.
16. David J. Bergman and David G. Stroud, "High-field magnetotransport in composite conductors: Effective-medium approximation", Phys. Rev. B 62. 6603 (2000).