Rev. Cub. Física vol .25 No .2B (2008) p.111-116
ISSN: 0253-9268. Original paper

Revista Cubana de Física
Calle I No. 302 e/ 15 y 17
Vedado, La Habana. CP 10400
www.fisica.uh.cu/biblioteca/revcubfi/index.htm

Teoría cuántica de campos escalares masivos en el espacio-tiempo de una cuerda negra

Owen Pavel Fernández Piedra

Departamento de Física y Química, Universidad de Cienfuegos, Cuba; opavel@ucf.edu.cu.

Recibido el 15/01/08. Aprobado en versión final el 15/03/2008.

Sumario. Se ofrece una formulación para la teoría cuántica de campos en un espacio-tiempo curvado correspondiente a una cuerda cósmica negra, especificándose los resultados para campos escalares masivos. Se presentan y discuten las expresiones obtenidas para el valor esperado de vacío renormalizado del tensor de energía-momentum del campo escalar, y se demuestra que la condición débil de energía de la Relatividad General se viola en el horizonte de la cuerda.

Abstract. Quantum field theory in curved black string space-time is constructed considering the specific case of massive scalar field. The renormalized vacuum expectation value of the stress tensor of the scalar field is presented and discussed. It is shown that a violation of the weak energy condition of General Relativity occurs at the horizon of the black string.

Palabras clave. Gravedad semiclásica 04.62.+v, Agujeros negros, 04.70.Dy.

1 Introducción

En ausencia de una adecuada Teoría Cuántica de la Gravedad, es necesario disponer de enfoques teóricos alternativos para la discusión de fenómenos astrofísicos de interés. En este contexto, la Teoría Cuántica de Campos en espacio-tiempos curvados, conocida también como Teoría Semiclásica de la Gravedad, resulta adecuada al menos para ayudarnos a establecer las regularidades que aparecen en el comportamiento de campos gravitacionales bajo la influencia de su interacción con otros campos de materia que obedecen a leyes cuánticas[1]. En este sentido, estudiar cómo se comporta un campo cuántico en presencia de un fondo gravitatorio clásico, y a la vez, qué cambios ocurren en el campo de fondo como resultado de la cuantización de otros campos no gravitacionales constituye una primera aproximación para la comprensión de muchos fenómenos en los cuales presumiblemente se está muy cerca del régimen en que la gravedad debe considerarse en el esquema de gravitones. De hecho, la investigación acerca de este tema recibió un considerable impulso luego del trabajo pionero de Hawking en el que descubrió la radiación de los agujeros negros[2].

Una de las magnitudes físicas más importantes que deben determinarse a partir de la Teoría Cuántica de Campos en fondos curvados (TCCFC), es el valor esperado de vacío (vev) del tensor de energía-momentum (TEM) del campo cuántico, $\left\langle T_\mu{}^\nu \right\rangle$. Esta magnitud es siempre infinita, por lo que debe regularizarse y luego renormalizarse. En lo adelante nos referiremos a esta magnitud entendiendo que la renormalización se ha llevado a cabo. La importancia del vev del TEM es que en la teoría semiclásica de la gravedad esta magnitud constituye la fuente de las ecuaciones semiclásicas de Einstein. En lo que sigue, adoptaremos para los tensores de de curvatura, de Ricci y sus derivadas covariantes el convenio empleado en el libro de Misner, Thorne y Wheeler[3]. Además, trabajaremos con unidades en las que la constantes de Dirac $\hbar$, la de Cavendish G y la velocidad de la luz en el vacío c son iguales a la unidad. Si denotamos por $G_\mu{}^\nu$ al tensor mixto de Einstein, las ecuaciones semiclásicas pueden escribirse como

$$G_\mu{}^\nu = 8\pi\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle \quad . \tag{1}$$

Hasta la fecha, existen varios trabajos relacionados con el cálculo de las componentes de $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ mediante enfoques diferentes. La principal dificultad en el problema de la determinación de $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ es su dependencia con el tensor métrico del campo gravitacional de fondo. Por esa razón parece prácticamente improbable contar con una expresión analítica para este objeto geométrico. Exceptuando algunas expresiones exactas obtenidas en ciertos tipos de espacio-tiempos muy especiales[4,5,6,7,8], o bien en el caso de condiciones de contorno con un alto grado de simetría, la mayoría de las técnicas desarrolladas para calcular $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ descansan sobre métodos aproximados o cálculos numéricos[9,10,11,12].

Uno de los enfoques existentes para el cálculo de $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ usa el conocido formalismo del tiempo propio de Schwinger-DeWitt[13] , que puede ser usado para investigar fenómenos como la polarización del vacío de campos masivos en un campo gravitatorio. La aproximación de Schwinger-DeWitt se basa en un desarrollo en términos del inverso del cuadrado de la masa del campo cuántico, y es válido siempre que la longitud de onda de Compton del campo sea menor que el radio de curvatura característico del sistema[14,15].

Por otro lado, en la Teoría general de la Relatividad (TGR) , la formulación dada por Thorne de la conjetura del aro (hoop conjecture) trae como consecuencia el hecho de que el colapso gravitatorio de distribuciones cilíndricas de materia no puede tener como resultado final la formación de un agujero negro. Si embargo, la conjetura del aro está fundamentada para espacio-tiempos con constante cosmológica nula. Lemos y Zanchin[16] demostraron que las ecuaciones de Einstein con constante cosmológica negativa poseen soluciones de tipo agujero negro con simetría cilíndrica, a las cuales se le dio el nombre de cuerdas negras. Las soluciones de las ecuaciones del campo gravitatorio correspondientes a cuerdas negras cargadas en rotación poseen muchas similaridades con la familia de soluciones de agujeros negros de Kerr-Newmann, a excepción de que el espacio-tiempo en la dirección radial es asintóticamente anti De Sitter (y no asintóticamente plano). La existencia de cuerdas negras sugiere que éstas pueden ser el resultado final del colapso de distribuciones de materia con simetría cilíndrica.

En un trabajo previo[17], hemos desarrollado la aproximación de Schwinger-DeWitt para al cálculo del $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ en el límite de masa grande de un campo escalar masivo en un espacio-tiempo general , y aplicado los resultados al caso de espacio-tiempos cilíndricamente simétricos[18]. En este trabajo consideramos el problema de evaluar $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ en el caso del espacio-tiempo particular de una cuerda negra. En la Sección 2 realizamos una revisión breve de nuestro formalismo para una teoría de campos en espacio-tiempos curvos en la aproximación de masa grande del campo cuántico. La Sección 3 se dedica a la revisión de los aspectos principales relacionados con el espacio-tiempo asociado a una cuerda negra estática sin carga eléctrica, presentándose en la Sección 4 los resultados particulares para $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ en este espacio-tiempo. La última sección contiene algunos elementos conclusivos y se mencionan las posibles extensiones futuras de este trabajo.

2 Acción efectiva renormalizada y $\left\langle T_\mu{}^\nu\right\rangle$ para un campo escalar masivo en un campo gravitatorio de fondo arbitrario

Considérese un campo escalar $\phi(x)$ con masa m en interacción con un campo gravitacional clásico en cuatro dimensiones caracterizado por el tensor métrico $g_{\mu\nu}$. Denotemos por ξ la constante de acoplamiento entre los campos. En el caso $\xi = 0$ se dice que estamos en presencia de un acoplamiento mínimo entre al campo escalar y el fondo gravitatorio, y cuando $\xi = 1/6$ estamos en presencia de un acoplamiento conforme. La acción para todo el sistema se puede escribir como

$$S = S_g + S_m \tag{2}$$

donde S_g se refiere a la acción clásica de Einstein-Hilbert para el campo gravitatorio

$$S_g = \frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}\left(R - 2\Lambda\right) \tag{3}$$

y S_m es la acción clásica correspondiente al campo escalar

$$S_m = -\frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\nabla^\mu\phi\nabla_\nu\phi + \left(m^2 + \xi R\right)\phi^2\right] \tag{4}$$

En las ecuaciones anteriores, g es el determinante del tensor métrico del espacio-tiempo, ∇_α es el símbolo de derivación covariante respecto a cierta conexión afín definida en la variedad y Λ denota la constante cosmológica.

La acción (2) da lugar a un sistema de ecuaciones de Einstein-Klein-Gordon para los campos escalar y gravitacional. Concentrémonos por el momento en el campo escalar. La ecuación de Klein-Gordon que se deriva de (4) es

$$\left(\Delta - \xi R - m^2\right)\phi = 0 \tag{5}$$

donde $\Delta = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu$ es el operador covariante de D´Alembert. Nuestra tarea es llevar a cabo la cuantización del campo escalar ϕ que satisface (5). Para ello lo más conveniente es usar el formalismo de cuantización por medio de integrales continuales de Feynmann, y obtener la acción efectiva en forma de un desarrollo perturbativo en serie de potencias de la constante de Dirac análogo al desarrollo en lazos usual de la teoría cuántica de campos. En este trabajo no daremos los detalles relacionados con todo este procedimiento, sino que solo mencionaremos brevemente sus resultados. El lector interesado puede consultar nuestros trabajos anteriores[17,18].

El formalismo usual de la teoría cuántica de Campos nos permite obtener una expresión para la acción efectiva de un campo cuántico Φ como desarrollo perturbativo en el números de lazos (recordar que $\hbar = 1$)

$$\Gamma(\Phi) = S(\Phi) + \sum_{k\geq 1} \Gamma_{(k)}(\Phi) \qquad (6)$$

donde $S(\Phi)$ es la acción clásica del campo libre. En nuestro caso particular la contribución de un lazo del campo escalar ϕ a la acción efectiva puede expresarse en términos del operador diferencial $\hat{D} = \Delta - \xi R - m^2$ que actúa sobre el campo en (5) según

$$\Gamma_{(1)} = -\frac{i}{2} \ln\left(sdet\hat{D}\right) \qquad (7)$$

donde $s\det \hat{F} = \exp\left(str\hat{F}\right)$ es el superdeterminante funcional de Berezin[15] del operador $\hat{F}$, y

$$str\hat{F} = (-1)^i F_i^{\ i} = \int d^4x (-1)^A F_A^{\ A}(x) \qquad (8)$$

es la super-traza funcional[15].

Usando la representación de Schwinger-DeWitt para el propagador del campo escalar ϕ, podemos obtener para la acción efectiva renormalizada en la aproximación de un lazo la expresión general:

$$\Gamma_{(1)} = \int d^4x \sqrt{-g}\, L_{ren} \qquad (9)$$

donde la densidad lagrangiana renormalizada viene dada por

$$L_{ren} = \frac{1}{2(4\pi)^2} \sum_{k=3}^{\infty} \frac{strC_k(x,x)}{k(k-1)(k-2)m^{2(k-2)}} \qquad (10)$$

Los coeficientes biescalares $[C_k] = C_k(x,x')$, cuyos límites de coincidencia aparecen bajo la operación de super-traza en (10) son conocidos como coeficientes de Hadamard-Minakshisundaram-DeWitt-Seeley (HMDS), y su complejidad crece rápidamente al crecer k. Los primeros tres coeficientes del desarrollo de Schwinger-DeWitt, C_0, C_1, y C_2, dan contribuciones a la parte divergente de la acción efectiva, y pueden ser absorbidos en la acción gravitacional clásica de Einstein-Hilbert (3) mediante la renormalización de las constantes gravitacional y cosmológica desnudas. Hay autores que han calculado algunos de los coeficientes HMDS por distintos métodos[14,15], relacionados o no con al problema de la cuantización de campos, y se cuenta hoy con expresiones exactas de estos términos para $k \leq 4$.

Limitándonos a los términos proporcionales a m^{-2}, usando la integración por partes y las propiedades elementales del tensor de Riemann, obtenemos para la lagrangiana efectiva renormalizada la expresión[17]

$$L_{ren} = L^C{}_{ren} + \tilde{L}_{ren} \qquad (11)$$

donde la parte conforme de la densidad lagrangiana efectiva es

$$\begin{aligned} L^C{}_{ren} = \frac{1}{192\pi^2 m^2} \Big[& \Theta R \Delta R + \frac{1}{140} R_{\mu\nu} \Delta R^{\mu\nu} \\ & - \frac{8}{945} R_\nu{}^\mu R_\gamma{}^\nu R_\mu{}^\gamma + \frac{2}{315} R^{\mu\nu} R_{\gamma\rho} R^\gamma{}_\mu{}^\rho{}_\nu \\ & + \frac{1}{1260} R_{\mu\nu} R^\mu{}_{\sigma\gamma\rho} R^{\nu\sigma\gamma\rho} + \frac{17}{7560} R_{\gamma\rho}{}^{\mu\nu} R_{\mu\nu}{}^{\sigma\tau} R_{\sigma\tau}{}^{\gamma\rho} \\ & - \frac{1}{270} R^\gamma{}_\mu{}^\rho{}_\nu R^\mu{}_\sigma{}^\nu{}_\tau R^\sigma{}_\gamma{}^\tau{}_\rho \Big] \end{aligned} \qquad (12)$$

y la parte restante de la densidad lagrangiana se escribe

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{ren} = \frac{1}{192\pi^2 m^2} \Big[& \frac{1}{30} \eta \left(R R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} - R R_{\mu\nu\gamma\rho} R^{\mu\nu\gamma\rho} \right) \\ & + \frac{1}{2} \eta^2 R \Delta R - \eta^3 R^3 \Big] \end{aligned} \qquad (13)$$

donde hemos usado $\Theta = \frac{1}{252} - \frac{1}{30}\xi$ y $\eta = \xi - \frac{1}{6}$.

El vev del tensor de energía-impulso renormalizado del campo escalar masivo cuántico ϕ puede finalmente ser obtenido por medio de la derivación funcional de la expresión (9) con respecto al tensor métrico $g_{\mu\nu}$

$$\left\langle T_{\mu\nu} \right\rangle_{ren} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \Gamma_{(1)}}{\delta g^{\mu\nu}} \qquad (14)$$

En general $\left\langle T_\mu{}^\nu \right\rangle$ puede escribirse como suma de dos tensores, uno asociado al segundo término en la densidad lagrangiana (11), que denotaremos por $D_\mu{}^\nu$ y otro , correspondiente al primer término en (11), que denotaremos por $C_\mu{}^\nu$, que es distinto de cero para cualquier valor de la constante de acoplamiento .

El término $D_\mu{}^\nu$ desaparece cuando el acople entre el campo gravitatorio y el escalar es conforme. Este caso particular de acoplamiento, si bien es de gran importancia en la teoría cuántica de campos escalares en fondos curvos en general, en nuestro caso particular su importancia se ve disminuida debido a que el término de masa en el operador de Klein-Gordon rompe la invariancia de la acción efectiva respecto a transformaciones conformes del espacio-tiempo .

La expresión final que se obtiene para $\left\langle T_\mu{}^\nu \right\rangle$ es extremadamente grande como para ser presentada en este trabajo, por lo que solo mostraremos los resultados que se obtienen para el término $D_\mu{}^\nu$. Sin embargo, como una simplificación adicional a la expresión que escribimos a continuación, cabe mencionar que ésta solo es válida en al caso en que el fondo gravitatorio es solución de las ecuaciones clásicas de Einstein en el vacío. Espacio tiempos de este tipo abundan en la literatura, y el ejemplo más conocido es el correspondiente a la solución de Schwarzshild. Remitimos al lector interesado a encontrar las expresiones completas válidas para espacio-tiempos de fondo arbitrarios en nuestros trabajos previos[17,18].

Dados los elementos anteriores, la expresión obtenida para $D_\mu{}^\nu$ es

$$D_\mu{}^\nu = \frac{\eta}{2880\pi^2 m^2}\Big(2g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\nabla_\beta R_{\gamma\lambda\sigma\rho}R^{\gamma\lambda\sigma\rho}\delta_\mu{}^\nu + 2\nabla_\tau R_{\gamma\lambda\rho\sigma}R^{\gamma\lambda\rho\sigma} - 2\nabla^\nu R_{\gamma\lambda\rho\sigma}\nabla_\mu R^{\gamma\lambda\rho\sigma} - \nabla^\nu\nabla_\mu R_{\alpha\beta\chi\delta}R^{\alpha\beta\chi\delta} - \nabla_\mu\nabla^\nu R_{\alpha\beta\chi\delta}R^{\alpha\beta\chi\delta}\Big) \quad (15)$$

3 La métrica de una cuerda negra

Revisaremos en esta sección la métrica particular asociada a las soluciones de tipo cuerda negra en la Teoría general de la Relatividad. El espacio-tiempo de una cuerda negra cargada y en rotación, también conocida como agujero negro cilíndrico , es una solución estacionaria con simetría cilíndrica de las ecuaciones de Einstein-Maxwell, derivadas a partir de la acción clásica dada por

$$S_{CN} = S_g + S_{EM} \quad (16)$$

donde el primer término es el usual de Einstein-Hilbert dado por (3), y

$$S_{EM} = -\frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (17)$$

corresponde a la presencia de un campo electromagnético descrito por el tensor de Maxwell:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

siendo A_α el potencial vectorial del campo electromagnético. En un sistema de coordenadas cilíndricas $(x^1, x^2, x^3, x^4) = (t, \rho, \varphi, z)$ se obtiene, en particular, para el elemento métrico de la solución de tipo cuerda negra estática sin carga eléctrica la expresión[16]

$$ds^2 = -\left(\alpha^2\rho^2 - \frac{4M}{\alpha\rho}\right)dt^2 + \frac{1}{\left(\alpha^2\rho^2 - \frac{4M}{\alpha\rho}\right)}d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + \alpha^2\rho^2 dz^2 \quad (18)$$

donde M es la masa por unidad de longitud de la cuerda, y la constante α se define por

$$\alpha^2 = -\frac{1}{3}\Lambda \quad (19)$$

donde Λ es una constante cosmológica negativa.

Como puede verse inmediatamente de (18) , la métrica considerada se comporta como una correspondiente al espacio-tiempo anti- De Sitter en el límite $\rho \to \infty$, y por tanto no es globalmente hiperbólica.

La cuerda negra posee un horizonte de sucesos localizado a la distancia

$$\rho_H = \frac{\sqrt[3]{4M}}{\alpha},$$

y el comportamiento aparentemente singular en dicho horizonte es solo consecuencia de la deficiencia del sistema de coordenadas cilíndricas empleado, y no es una singularidad real. La única singularidad real ocurre en el origen de coordenadas, y es una singularidad polinómica, lo cual puede observarse si calculamos el escalar de Kreschtmann correspondiente, para el cual se obtiene

$$K = R_{\alpha\varepsilon\eta\mu}R^{\alpha\varepsilon\eta\mu} = 24\alpha^4\left(1 + \frac{M^2}{\alpha^6\rho^6}\right) .$$

4 Tensor de energía-momentum renormalizado para un campo escalar masivo en el espacio-tiempo de una cuerda negra estática

En el espacio-tiempo de una cuerda negra estática dado por (18), los resultados obtenidos para las componentes renormalizadas del valor esperado de vacío del tensor de energía-impulso correspondiente a un campo escalar masivo son muy simples. Para la parte conforme de dicho tensor obtenemos

$$C_t{}^t = \frac{11\alpha^9\rho^9 - 201\alpha^3M^2\rho^3 + 1252M^3}{2520m^2\pi^2\alpha^3\rho^9} \quad (20)$$

$$C_z{}^z = \frac{11\alpha^9\rho^9 - 183\alpha^3M^2\rho^3 + 1468M^3}{2520m^2\pi^2\alpha^3\rho^9} \quad (21)$$

$$C_\rho{}^\rho = \frac{11\alpha^9\rho^9 + 189\alpha^3M^2\rho^3 - 308M^3}{2520m^2\pi^2\alpha^3\rho^9} \quad (22)$$

donde se cumple la relación de simetría $C_z{}^z = C_\varphi{}^\varphi$.

Las componentes anteriores del tensor de energía-impulso no dependen de la constante de acoplamiento debido a que en el espacio-tiempo de una cuerda negra el escalar de Ricci es constante, solo depende de la constante cosmológica. El parámetro de acoplamiento solamente aparece en los términos que son proporcionales al D´Alembertiano del escalar de curvatura, por lo que en nuestro caso particular es idénticamente nulo. Los resultados obtenidos para las componentes de la parte restante del tensor de energía-momentum son:

$$D_t{}^t = \frac{\alpha^9\rho^9 + 112\alpha^3M^2\rho^3 - 704M^3}{80m^2\pi^2\alpha^3\rho^9\eta^{-1}} + \Pi \quad (23)$$

$$D_z{}^z = \frac{\alpha^9\rho^9 + 112\alpha^3M^2\rho^3 - 896M^3}{80m^2\pi^2\alpha^3\rho^9\eta^{-1}} + \Pi \quad (24)$$

$$D_\rho{}^\rho = \frac{\alpha^9\rho^9 - 112\alpha^3M^2\rho^3 + 192M^3}{80m^2\pi^2\alpha^3\rho^9\eta^{-1}} + \Pi \quad (25)$$

donde $\Pi = -\dfrac{9\eta^3\alpha^6}{2\pi^2m^2}$ y además $D_z{}^z = D_\varphi{}^\varphi$.

Si evaluamos las componentes anteriores en el horizonte de la cuerda negra, los resultados se simplifican aun más, obteniéndose para el tensor de energía-momentum renormalizado

$$T_t^{\ t}\Big|_H = -\frac{3}{2}\frac{\alpha^6\eta}{\pi^2 m^2}\left(\frac{1}{40}+3\eta^2\right)+\frac{\alpha^6}{140\pi^2 m^2} \qquad (26)$$

$$T_z^{\ z}\Big|_H = -\frac{3}{2}\frac{\alpha^6\eta}{\pi^2 m^2}\left(\frac{1}{20}+3\eta^2\right)+\frac{\alpha^6}{112\pi^2 m^2} \qquad (27)$$

cumpliéndose además las relaciones $T_t^{\ t}\Big|_H = T_\rho^{\ \rho}\Big|_H$ y $T_z^{\ z}\Big|_H = T_\varphi^{\ \varphi}\Big|_H$.

En este punto conviene hacer un análisis del cumplimiento o no, por parte del campo escalar cuantizado, de las condiciones de energía que debe cumplir toda forma razonable de materia según la Teoría General de la Relatividad. La importancia de las condiciones de energía es clara, estas son parte indisoluble de la demostración de un conjunto de teoremas muy importantes de la TGR acerca de la formación de singularidades, la positividad de la masa y las leyes de la termodinámica de los agujeros negros[19,20]. Por la importancia que reviste para los resultados que se presentan a continuación, nos referiremos con cierto detalle al enunciado de una de las condiciones de energía existentes, a saber:

Condición débil de energía. La condición débil de energía plantea que la densidad de energía de cualquier distribución de materia, medida por un observador en el espacio-tiempo, debe ser no negativa. Debido a que un observador con tetravelocidad V^α mide una densidad de energía igual a $T_{\alpha\beta}V^\alpha V^\beta$, debemos tener entonces que $T_{\alpha\beta}V^\alpha V^\beta \geq 0$ para cualquier vector temporal V^α orientado hacia el futuro. Esta condición implica , en términos de la densidad de energía ε y las presiones principales p_i que: $\varepsilon \geq 0$ y además, para todo i , debe ser $\varepsilon + p_i \geq 0$.

Un análisis de la expresiones (26) y (27) nos lleva a la conclusión de que, en general, todas las componentes del tensor de energía-momentum renormalizado del campo escalar masivo serán positivas en el horizonte de la cuerda negra para aquellos valores de la constante de acoplamiento $\xi \leq 0.26$. Si definimos como es usual la densidad de energía según $\varepsilon = -T_t^{\ t}$, entonces vemos que

en dicha hipersuperficie la condición de energía débil se viola para esos valores de la constante de acoplamiento. Los casos más interesantes desde el punto de vista físico, a saber, los casos de acoplamiento mínimo y conforme satisfacen la condición mencionada. Por otro lado, un campo escalar sin masa viola en dicha hipersuperficie no solo la condición débil, sino también la nula y la fuerte, según los resultados reportados por DeBenedictis [21]. Es interesante hacer notar que recientemente hemos encontrado que en el caso de un campo espinorial masivo también se viola la condición débil de energía en el horizonte de una cuerda negra estática[22].

Las violaciones de las condiciones de energía de un campo material, como resultado de la cuantización del mismo en un fondo gravitacional, resultan en extremo muy pequeñas. De hecho, los valores obtenidos para el vev del TEM del campo son solo de primer orden en $\hbar$ (aproximación de un lazo). En realidad aun no queda muy claro si es posible o no obtener violaciones de las condiciones de energía clásicas capaces de cambiar sustancialmente las propiedades globales del espacio-tiempo de fondo, y permitir, por ejemplo, la existencia en nuestro universo de objetos tan interesantes y controvertidos como los agujeros de gusano macroscópicos.

5 Conclusiones

Se consideró la cuantización de un campo escalar masivo en un espacio-tiempo de fondo arbitrario, usando la aproximación de Schwinger-DeWitt válida en el límite de masas del campo grandes. Se presentaron expresiones para la densidad lagrangiana efectiva renormalizada y el valor esperado de vacío del tensor de energía-momentum del campo escalar hasta términos lineales en el inverso del cuadrado de la masa del campo. Se discutieron los resultados en el caso particular de un espacio-tiempo correspondiente a una cuerda negra estática y sin carga eléctrica, encontrándose que para determinados valores de la constante de acoplamiento entre el campo escalar y el gravitatorio, la condición débil de energía se viola en el horizonte de sucesos.

La polarización del vacío como resultado de la presencia de un campo gravitacional de fondo, trae como consecuencia la posibilidad de existencia de correcciones cuánticas a dicho campo gravitacional. Estas correcciones pueden determinarse en principio si se resuelven las ecuaciones semiclásicas de Einstein, en las que los resultado obtenidos para $\left\langle T_\mu^{\ \nu}\right\rangle$ pueden utilizarse como fuentes en dichas ecuaciones. La solución de este problema será el objeto de un próximo reporte.

Agradecimientos

Deseo agradecer al Dr. Alejandro Cabo del ICIMAF, por la colaboración en la resolución de los problemas presentados en este trabajo, y a Madeyvys Chacón Toledo, por las opiniones interesantes planteadas durante la realización del mismo. También fueron muy fructíferas las discusiones con el Dr. Eugenio Bezerra de Mello, de la Universidad Federal de Paraíba, en Joao Pessoa, Brasil, y el Dr. Antoine Folacci, de la Universidad de Corsica, en Francia. Gracias al Centro Internacional de Física Teórica Abdus Salam, en Trieste, Italia, por el apoyo económico.

Referencias

1. N. D. Birrel y P. C. Davies, Quantum Fields in Curved Space (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).
2. S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. 43, 199 (1975).

3. C. W. Misner, K. S. Thorne y J. A. Wheeler, Gravitation (Freeman, san Francisco, 1973).
4. P. R. Anderson, W. Hiscock y D. Samuel, Phys. Rev. D 51, 4337 (1995).
5. V. P. Frolov y A. I. Zenikov, Phys. Lett. 115B, 372 (1982); V. P. Frolov y A. I. Zelnikov, Phys. Lett 123B, 197 (1983); V. P. Frolov y A. I. Zelnikov, Phys. Rev D29, 1057 (1984).
6. J. S. Dowker y R. Critchley, Phys. Rev D 13, 3224 (1976); L. S. Brown y J. P. Cassidy, Phys. Rev D 15, 2810 (1977).
7. B. Allen y A. Folacci, Phys. Rev.D 35, 3771 (1987); A. Folacci, J. Math. Phys 32, 2813 (1991).
8. K. Kirsten y J. Garriga, Phys. Rev D 48, 567 (1993).
9. K. H. Howard y P. Candelas, Phys. Rev. Lett 53, 403 (1984); P. Candelas, Phys. Rev. D 21, 2185 (1980).
10. M. S. Fawcet, Commun. Math. Phys 89, 103 (1983).
11. B. P. Jensen y A. C. Ottewill, Phys. Rev D39, 1130 (1989); B. P. Jensen, J. G. McLaughlin y A. C. Ottewill, Phys. Rev D 45, 3002 (1982).
12. E. R. Bezerra de Mello, V. B. Bezerra y N. R. Khusnutdinov, Phys. Rev D 60, 063506 (1999); J. Matyjasek, Phys. Rev. D 61, 124019 (2000).
13. B. S. DeWitt, Phys. Rept 53, 1615 (1975).
14. A. O. Barvisnky y G. a. Vilkovivsky, Phys. Rept 119, 1 (1985).
15. I. G. Avramidi, Nucl. Phys. B 355, 712 (1991); I. G. Avramidi, PhD thesis, hep-th/9510140.
16. J. P. S. Lemos y V. T. Zanchin, Phys. Rev. D 54, 3840 (1996).
17. Owen Pavel Fernández Piedra y Alejandro Cabo montes de Oca, Phys. Rev. D 75, e107501 (2007).
18. Owen Pavel Fernández Piedra y Alejandro Cabo montes de Oca, gr-qc/0701135, enviado a Int. J. Mod. Phys. A.
19. S. W. Hawking y G. F. R. Ellis, The Large Scale Structure of Space-Time (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
20. R. M. Wald, General Relativity (Chicago, 1984).
21. A. De Benedictis, Gen. Rel. Grav 31, 1549 (1999); A. De Benedictis, Class. Quant. Grav. 16, 1965 (1999).
22. Owen Fernández Piedra and Alejandro Cabo, en vias de publicación, Phys. Rev. D (2007).