

# ESTIMACIÓN DE MODOS TEM<sub>mn</sub> LAGUERRO-GAUSSIANOS

Omel Mendoza Yero, Laboratorio de Tecnología Láser-ICTM, Universidad de La Habana,  
Ciudad de La Habana, Cuba

## RESUMEN

Mediante la modelación de la potencia/energía transmitida a través de una abertura circular de radio variable por haces láser laguerro-gaussianos, se propone un método para la estimación de sus modos transversales. El método es válido para haces láser compuestos por un único modo de oscilación transversal laguerro-gaussiano. Se muestra que las posiciones de los ceros radiales en la función de irradiancia de cada haz láser coinciden con puntos de pendiente nula en la curva teórica correspondiente a la potencia de la radiación transmitida en función del radio de la abertura circular. Los resultados son mostrados en forma de gráficos ilustrativos, con ayuda de herramientas de cálculo proporcionadas por el programa "MAPLE". Este trabajo encuentra aplicación en el campo de la caracterización de haces láser, particularmente útil para la obtención de información sobre haces láser con simetría cilíndrica y anchos de emisión fuera del espectro visible.

## ABSTRACT

By mapping the power/energy of Laguerre-Gaussian beams transmitted through a circular aperture of variable radius, a method to estimate their transversal electromagnetic modes is introduced. This method holds for laser beams made up by a unique transversal Laguerre-Gaussian mode. It is shown that positions of radial zeros in the irradiance function of each laser beam coincide with points of zero slopes in the theoretical curve corresponding to power transmitted vs. radius of the circular aperture. With the help of tools given by "Maple" software, results are showed by using several graphics. This work finds application in the field of laser beam characterization, particularly useful to collect information concerning laser beams with cylindrical symmetry and emission bandwidths out of the visible spectrum.

## 1. INTRODUCCIÓN

La distribución espacial de energía de un haz láser en un plano perpendicular a su dirección de propagación puede describirse a través de su composición de modos transversales TEM<sub>mn</sub>. Los subíndices m y n indican el número de ceros de la función de irradiancia en direcciones bien definidas.

La determinación de la estructura de modos de los haces láser influye en la selección de los mismos para una función específica. Esta tarea puede ser muy compleja, y en ocasiones, de difícil solución si se tiene en cuenta que los generadores láser pueden emitir haces láser complejos, compuestos por varios modos transversales TEM<sub>mn</sub> al mismo tiempo [1].

Usualmente, se emplean métodos para la determinación de modos transversales basados en: a) impresiones sobre un papel fotosensible del perfil de irradiancia de haces láser de bajas potencias (decenas de W) o bajas energías de pulsos (decenas de mJ) [2], b) la observación de distribuciones espaciales de energía debidas a interacciones de haces láser con materiales apropiados [3], etc. En estos casos, la clasificación de los modos TEM<sub>mn</sub> presentes en el haz láser depende de criterios

subjetivos y/o de las propiedades del material que se emplea en la visualización del modo transversal presente en el mismo.

En este trabajo se introduce un método sencillo para la estimación de modos transversales TEM<sub>mn</sub> laguerro-gaussianos (LGs) a partir de mediciones de potencia transmitida a través de un orificio circular de radio variable. El método es aplicable a haces láser que posean un único modo de oscilación transversal laguerro-gaussiano (LG). En el epígrafe 3 se discuten las condiciones de validez del método propuesto.

## 2. ESTIMACIÓN DE MODOS TEM<sub>mn</sub> LAGUERRO-GAUSSIANOS

Se considera un sistema de coordenadas cilíndricas  $r, \varphi, z$  cuyo eje  $z$  coincide con la dirección de propagación de cierta perturbación electromagnética generada por un láser. En general, soluciones de la ecuación de onda paraxial [2] en la forma  $u_{mn} = (r, \varphi, z)$  nos permiten modelar el campo eléctrico de dicha perturbación, representando al mismo tiempo, el modo de oscilación transversal TEM<sub>mn</sub> del haz láser correspondiente. Si se coloca una abertura circular de radio  $a$  en un plano perpendicular a la dirección de propagación de un haz láser, centrada respecto al eje  $z$  del sistema de

coordenadas, la potencia normalizada  $P_{mn} = (z, a)$  transmitida a través de la misma viene dada por la siguiente expresión

$$P_{mn}(z, a) = \int_0^{2\pi a} \int_0^a |u_{mn}(r, \varphi, z)|^2 r dr d\varphi \quad (1)$$

De acuerdo con la expresión (1), la fracción de potencia transmitida  $P_m(z, a)$ , depende del radio  $a$  del orificio circular y de los subíndices  $m$  y  $n$  correspondientes al modo  $TEM_{mn}$  del haz láser. Además, de las bases teóricas que describen la propagación de los haces láser [2] - [4], se conoce que si un haz láser posee un único modo  $TEM_{mn}$ , éste se mantiene invariante de forma durante su propagación por el espacio libre. Por tanto, las funciones  $P_m(z, a)$  son características de cada modo  $TEM_{mn}$  puro y, en principio, deben proporcionar información que permita determinar el modo  $TEM_{mn}$  presente en un haz láser.

En la Figura 1 se muestran distribuciones espaciales de energía de modos  $TEM_{mn}$  LGs sobre planos perpendiculares a sus direcciones de propagación. Note que el subíndice  $m$  indica el número de ceros radiales presentes en el perfil de irradiancia, mientras que el subíndice  $n$  cuantifica los ceros angulares.

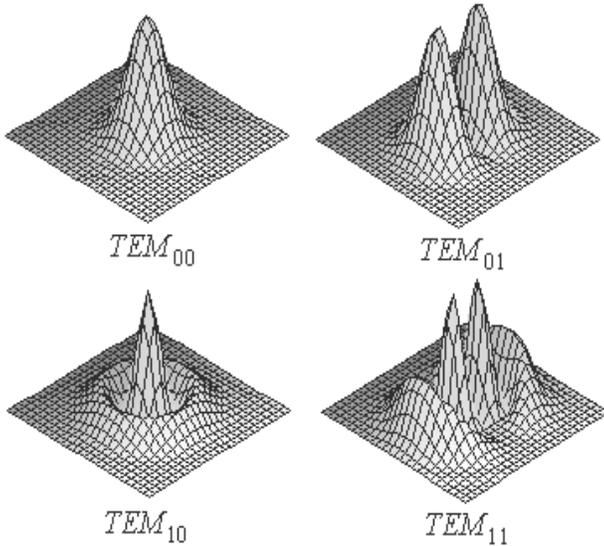


Figura 1. Perfiles de irradiancia LGs.

Las funciones  $u_{mn}(r, \varphi, z)$  (soluciones de la ecuación de onda paraxial) que representan el campo electromagnético de los modos  $TEM_{mn}$  LGs vienen expresadas a través de la multiplicación de funciones exponenciales (curvas gaussianas) por polinomios de laguerre generalizados  $L_n^m(\dots)$  [2], [3]. En particular, la irradiancia  $|u_{mn}(r, \varphi, z)|^2$  de un haz láser con modo  $TEM_{mn}$  LG, en un plano  $z$  perpendicular a su dirección de propagación, puede escribirse en la forma

$$|u_{mn}(r, \varphi, z)|^2 = \frac{m!}{\pi(1+\delta)(m+n)!} \left(\frac{2w_0}{w(z)}\right)^2 \left(\frac{2r^2}{w(z)^2}\right)^n \left(L_n^m\left(\frac{2r^2}{w(z)^2}\right)\right)^2 \exp\left(-2\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \cos(n\varphi)^2 \quad (2)$$

En la expresión (2)  $w(z)$  y  $w_0$  representan los radios del haz láser según el criterio  $1/e^2$  [3], en un plano  $z = \text{constante}$  y en su parte más estrecha, respectivamente. A su vez,  $\delta$  toma valor uno si se trata del modo  $TEM_{00}$  y cero para cualquier otro modo.

Resulta difícil encontrar una solución analítica general para  $P_{mn}(z, a)$ . Sin embargo, con ayuda de un programa de cálculo adecuado es posible, asignando valores numéricos al radio del haz  $w(z)$ , simular el comportamiento de cada modo  $TEM_{mn}$  por separado. En particular, para el modo  $TEM_{20}$  LG y  $w(z) = 1$ , con el programa denominado "MAPLE", se puede obtener una curva como la mostrada en la Figura 2.

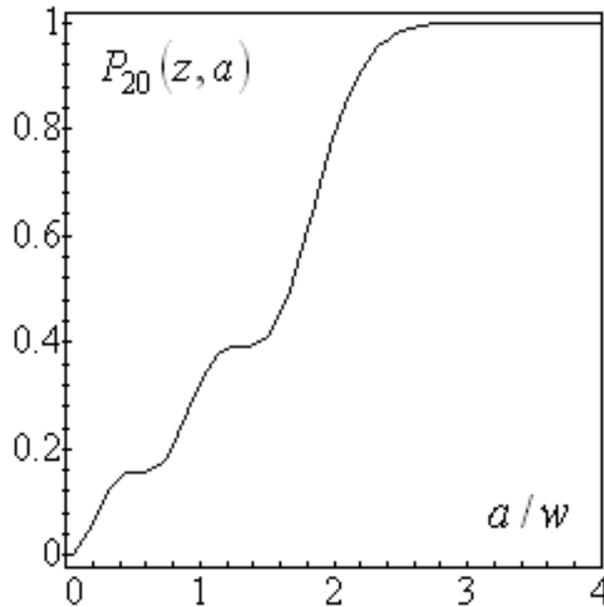


Figura 2. Potencia transmitida. Modo  $TEM_{20}$  LG.

Después de una simple inspección de la Figura 2, parece claro que el número de ceros radiales del perfil de irradiancia es igual al número de "pasos" (cambios bruscos de inflexión) presentes en esta curva. Puede comprobarse que, en general, este comportamiento se cumple para todos los modos  $TEM_{mn}$  LGs, permitiendo así la asignación a cada modo del subíndice  $m$  a partir de las curvas de  $P_{mn}(z, a)$  v.s  $a/w$ . Además, las posiciones  $r = \eta w$  ( $\eta$  denota un número positivo) de los ceros radiales de las funciones  $|u_{mn}(r, \varphi, z)|^2$  coinciden con las posiciones  $a = \eta w$  en las curvas de potencia transmitida donde  $dP_{mn}(z, a)/da = 0$ .

Con el objetivo de identificar un modo TEM<sub>mn</sub> LG se necesita además del conocimiento del número de ceros angulares (subíndice n) presentes en su perfil de irradiancia. Esta información puede obtenerse también de las curvas de potencia transmitida, ya que las mismas poseen características únicas de cada modo TEM<sub>mn</sub> LG. Con este fin, se utilizan los valores de la fracción de potencia P<sub>mn</sub>(z,a) para los radios de la abertura circular a = w y a = 2w, respectivamente. Dichas fracciones de potencia pueden localizarse fácilmente en las curvas de P<sub>mn</sub>(z,a) v.s a/w. Concretamente, el método para estimar el valor del subíndice n consiste en determinar, a partir de dichas curvas, los pares de valores P<sub>mn</sub>(z,a = w), P<sub>mn</sub>(z,a = 2w) (típicos de cada modo TEM<sub>mn</sub> LG) correspondientes a las razones a/w = 1 y a/w = 2, respectivamente.

En la Figura 3 se representan, con líneas discontinuas, las fracciones de potencias [P<sub>11</sub>(z,w), P<sub>11</sub>(z, 2w)] y [P<sub>12</sub>(z, w), P<sub>12</sub>(z, 2w)] en el caso de los modos TEM<sub>11</sub> y TEM<sub>12</sub> LGs y w = 1. Note que para cada modo TEM<sub>mn</sub> LG, existe un par diferente de fracciones de potencia transmitida, aún cuando el número de ceros radiales pueda ser el mismo.

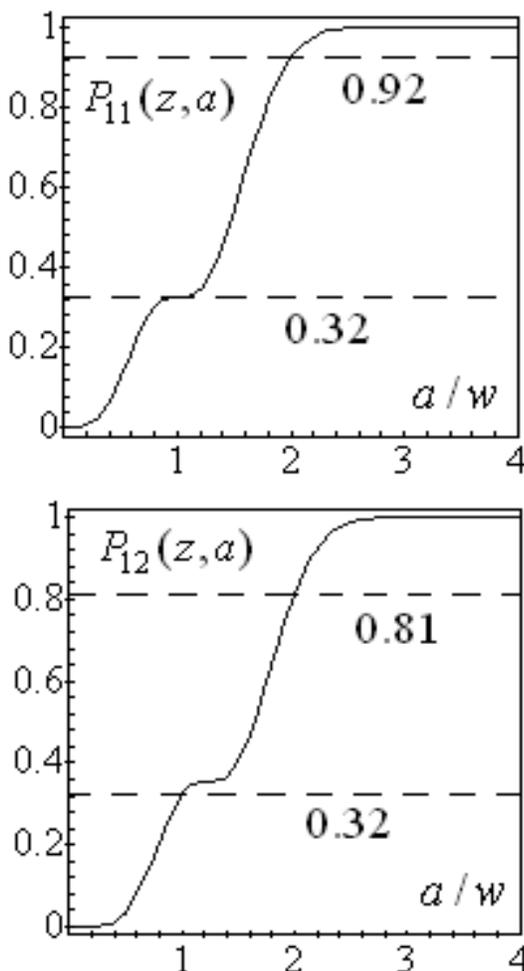


Figura 3. Fracciones de potencia transmitida. Modos TEM<sub>11</sub> y TEM<sub>12</sub> y LGs.

Cuando una de estas fracciones de potencia coincida para diferentes modos TEM<sub>mn</sub> LGs (por ejemplo: P<sub>11</sub>(z, w) = P<sub>12</sub>(z, w) ≅ 0.32 en la Figura 3), la otra permite discernir de qué subíndice n se trata (note en este caso que, P<sub>11</sub>(z, 2w) ≠ P<sub>12</sub>(z, 2w)). Además, siempre existe la posibilidad de tomar un tercer valor de potencia transmitida (por ejemplo: P<sub>mn</sub>(z,a = 1/2w), P<sub>mn</sub>(z,a = 3/2 w), etc.) en caso necesario.

### 3. CONDICIONES DE VALIDEZ DEL MÉTODO PROPUESTO

El método presentado para la estimación de modos TEM<sub>mn</sub> LGs se basa en un procedimiento similar al utilizado en el método de apertura variable, descrito por la norma ISO/TR 11146 [5], para medir el radio de haces láser. En correspondencia con lo anterior, el detector empleado debe satisfacer los requerimientos expuestos en la sección 4.2.2 de dicha norma. En particular, su área sensible tiene que escogerse de forma tal que más del 99 % de la potencia transmitida sea capturada por el detector. Por esta razón, los efectos de difracción debidos al truncado del haz por la abertura circular, si bien originan ondulaciones en los perfiles de irradiancia en campo cercano [3] no influyen en las mediciones de potencia transmitida, sí la selección del área sensible del detector es adecuada.

Adicionalmente, es recomendable que, al igual que en muchos de los sistemas comerciales analizadores de haces láser [6], se coloque el detector en la zona de campo cercano (z < π a<sup>2</sup>/λ) donde λ es la longitud de onda media en el vacío de la radiación láser [3]. Esto se debe a que los patrones de difracción de Fresnel para aberturas circulares se encuentran espacialmente más localizados que sus correspondientes patrones entendidos de Fraunhofer [3], [4], [7]-[9].

De esta forma, en la zona de campo cercano, el área sensible del detector podría estimarse a partir del área limitada por la sombra geométrica de la abertura circular sobre la superficie sensible del detector. Teniendo en cuenta la extensión de dicha sombra geométrica debida al radio de curvatura del frente de onda [2]-[4] de los modos TEM<sub>mn</sub> LGs, el área del detector A<sub>D</sub>, puede calcularse aproximadamente de la siguiente expresión [6]:

$$A_D \cong \pi a^2 \left( 1 + \frac{d}{z_0 + \frac{z_R^2}{z_0}} \right)^2 \quad (3)$$

En la expresión (3) z<sub>R</sub> = π w<sub>0</sub><sup>2</sup>/λ, es la distancia de Rayleigh del haz láser, d es la distancia entre el

plano de la abertura circular y el plano que localiza la superficie del detector y  $z_0$  es la distancia entre el plano donde se localiza el mínimo radio  $w_0$  del haz láser y el plano de la abertura circular.

#### 4. CONCLUSIONES

Se introdujo un método sencillo para estimar el valor de los subíndices  $m$ ,  $n$  correspondientes a los modos  $TEM_{mn}$  laguerro-gaussianos presentes en haces láser. La información necesaria para la determinación de un modo  $TEM_{mn}$  laguerro-gaussiano se obtuvo de las curvas de potencia de la radiación láser transmitida a través de un orificio circular de radio variable. De esta forma, se evitan errores de apreciación visual que suelen aparecer como conse-

cuencia del uso de otros procedimientos (por ejemplo: mediante la comparación de marcas dejadas por un haz láser sobre papel fotosensible con perfiles teóricos de irradiancia conocidos).

Las condiciones de validez del método propuesto son similares a las establecidas en la norma ISO/TR 11146 [5] para el método de abertura variable (ver epígrafe 4.2 de esta norma). Además, como la potencia total transmitida a través de una abertura circular de radio  $a$  depende de la distribución de energía del haz en el plano de la abertura, no es posible discernir de las curvas de  $P_{mn}(z, a)$  v.s  $a/w$  si se trata de un modo puro  $TEM_{mn}$  laguerro-gaussiano o de una combinación de modos que den lugar a la misma distribución espacial de energía.

#### REFERENCIAS

1. DISO, D.; M.R. PERRONE and M. L. PROTOPAPA (1999): **Opt. & Laser Technol.** 31, 411.
2. KOGELNIK, H. y T. LI (1966): **Appl. Opt.** 5, 1550.
3. SIEGMAN, A.E. (1986): **Lasers**, University Science Book, Mill Valley, California.
4. SVELTO, O. (1998): **Principles of Lasers**, London: Plenum Press, New York.
5. International Standard ISO/TR 11146-3 (2004): **Technical Report**, Switzerland, First edition, ISO.
6. JOHNSTON, T.F. and J.M. FLEISCHER (1996): **Appl. Opt.** 35, 1719.
7. GOODMAN, J. W. (1996): **Introduction to Fourier Optics**, The McGraw-Hill Companies, New York.
8. HECHT, E. (1987): **Optics**, Addison-Wesley, Menlo Park, California.
9. BORN, M. and E. WOLF (1980): **Principles of Optics**, Pergamon Press, Great Britain.