

Procedimientos estadísticos más utilizados en el análisis de medidas repetidas en el tiempo en el sector agropecuario

Sarai Gómez¹, Verena Torres¹, Yoleisy García¹ y J.A. Navarro²

¹Instituto de Ciencia Animal, Apartado Postal 24, San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba

²Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia, Universidad Autónoma de Yucatán, km 15.5 Carretera Mérida-Xmatkuil, Apartado Postal 4-116 Itzimmá Mérida, Yucatán, México

Correo electrónico: sgomez@ica.co.cu

En la investigación agropecuaria se presentan situaciones donde es difícil utilizar los modelos lineales clásicos de análisis de varianza, ya que al realizar mediciones repetidas en el tiempo se incumplen los supuestos de independencia, igualdad de varianzas y linealidad. Este trabajo tiene como objetivo reseñar los procedimientos estadísticos utilizados para analizar los diseños de medidas repetidas en tiempo y determinar qué estrategia analítica resulta más apropiada para cada fin. En este trabajo se describen tres tipos de análisis que se han utilizado tradicionalmente: el de varianza univariado (ANOVA), el multivariado (MANOVA) y el más reciente, el enfoque de modelos mixtos. En la actualidad se ha acordado que este último es el más adecuado y versátil, ya que brinda la posibilidad de examinar datos con estructuras de dependencia, desbalance y falta de normalidad. Además, da solución a la limitación del análisis de varianza multivariado con respecto al número de individuos y variables. Se describe también el modelo de efectos aleatorios, otro integrante del amplio espectro de los modelos mixtos que se utiliza en numerosas investigaciones en la esfera agropecuaria. Este enfoque se fortalece por el uso de criterios de selección de modelos, gracias a que la estimación de parámetros se basa en métodos de máxima verosimilitud o de máxima verosimilitud restringida. Se describen los criterios de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC), que permiten la selección óptima de modelos mixtos competidores.

Palabras clave: *medidas repetidas, análisis univariado, análisis multivariado, modelos mixtos, criterios de información.*

INTRODUCCIÓN

Uno de los métodos de investigación más utilizados es medir las variables de respuesta de interés en las mismas unidades experimentales en diferentes puntos del tiempo. Este diseño de "medidas repetidas", con su análisis correspondiente, se encuentra entre los más utilizados actualmente en la investigación médica, social y psicológica. Si este tipo de análisis se aplica adecuadamente, acentúa la validez de las conclusiones estadísticas, ya que posee mayor precisión en la estimación de los parámetros del modelo de análisis, mejora la potencia de prueba y reduce el tamaño de la muestra (Fernández y Vallejo 1996).

Existen contextos donde no es posible utilizar modelos lineales clásicos para el análisis de varianza, ya que al realizar mediciones repetidas en el tiempo en las mismas unidades experimentales se incumplen los supuestos de independencia, normalidad, igualdad de

varianzas y linealidad requeridos para su utilización. Esta situación limita la aplicación de los modelos clásicos. Dadas las características específicas que presentan estos experimentos de medidas repetidas, se trata de determinar qué estrategia analítica resulta más apropiada. Tradicionalmente se aplica el análisis de varianza univariado (ANOVA), el multivariado (MANOVA) y el mixto. Este último presenta grandes ventajas, y es el que se ha aplicado en el programa SAS, con el nombre de PROC MIXED) (Balzarini *et al.* 2005).

El objetivo de este trabajo es reseñar los procedimientos estadísticos que se utilizan en el diseño y análisis de medidas repetidas en tiempo; además de señalar las estrategias analíticas más adecuadas para las investigaciones que se aplican en la esfera agropecuaria.

PARTICULARIDADES DE LOS DISEÑOS DE MEDIDAS REPETIDAS

Efectuar mediciones repetidas en la misma unidad experimental implica que no es posible aleatorizar el factor tiempo. Esto, unido a que las medidas realizadas en un mismo individuo se encuentran cercanas en el tiempo, pudiera originar que las medidas estén correlacionadas entre sí. Por tanto, el supuesto de independencia de errores de los modelos clásicos de análisis de varianza no se puede sustentar. Además, las varianzas de las medidas repetidas pudieran cambiar frecuentemente con el tiempo. Estos problemas conllevan a deficiencias en la precisión y capacidad

de predicción de los modelos ajustados a los supuestos clásicos (González y López 2002 y Carrero *et al.* 2008).

Existen varios métodos estadísticos para analizar datos de medidas repetidas, que van desde lo más básico hasta lo más complejo. Según Littell *et al.* (1998), estos métodos incluyen el análisis de varianza univariado, multivariado y el análisis mediante modelos mixtos.

ANÁLISIS DE VARIANZA UNIVARIADO (ANOVA)

Para las medidas repetidas en el tiempo en la misma unidad experimental, se incumple el supuesto de independencia de los errores. Esto se puede determinar mediante el análisis de la matriz de correlación de Pearson, que permite probar si una matriz es identidad o no, mediante la prueba de esfericidad de Bartlett (Balzarini *et al.* 2001).

Torres *et al.* (2003) plantean que se utiliza el análisis de varianza univariado, según modelo de parcelas divididas, cuando no existe correlación significativa entre las mediciones en tiempo. También se puede sostener el supuesto de igual correlación entre cualquier par de mediciones repetidas en un mismo individuo (modelo de simetría compuesta) para las matrices de varianza-covarianza de las observaciones en una misma unidad experimental. En este modelo, el factor

tratamiento se asocia a las unidades experimentales en las parcelas principales, y el tiempo a las subparcelas. Es necesario corregir los grados de libertad del numerador y el denominador en las pruebas que involucran el factor tiempo.

Estos procedimientos se han aplicado en el estudio del efecto de preparados biológicos con levaduras viables en la población microbiana ruminal e indicadores fermentativos en vacas que consumen dietas fibrosas. También se han empleado en un experimento con toros mestizos Holstein, canulados en rumen y estabulados en cubículos individuales para estudiar el efecto de la forma de ofertar el concentrado en la población microbiana ruminal y en indicadores fermentativos en dietas con forraje de caña de azúcar (*Saccharum officinarum*) (Marrero *et al.* 2006 y 2007)

ANÁLISIS DE VARIANZA MULTIVARIADO (MANOVA)

Las observaciones obtenidas en los diseños de medidas repetidas se correlacionan entre sí, y son esencialmente de naturaleza multivariada. Según Cole y Grizzle (1966), el procedimiento multivariado es el método adecuado para analizar estos diseños. Estos autores plantean también que el enfoque multivariado comparte con el univariado todas las suposiciones, excepto que permite que la matriz de varianza-covarianza tenga cualquier estructura. Las observaciones tomadas en un mismo sujeto, además de estar correlacionadas, presentan una matriz de varianzas-covarianzas entre las medidas repetidas que tiene una estructura Toeplitz. Es decir, las puntuaciones más próximas presentan una correlación más elevada.

En el modelo multivariado no se asume ningún modelo particular para la matriz, sino que se basa en la estimación de todas las covarianzas posibles entre las mediciones repetidas. Este modelo sin estructura debe utilizarse cuando se tienen suficientes observaciones para la estimación de sus parámetros. Para su aplicación, el número de observaciones repetidas debe ser menor o igual al número de repeticiones del experimento (Torres

et al. 2003).

Entre el análisis univariado y multivariado, solo el multivariado garantiza que el error de Tipo I no se encuentre por encima del nominal.

El análisis multivariado de medidas repetidas es una metodología que se ha utilizado tradicionalmente en el estudio de datos de medidas repetidas, provenientes de experimentos desarrollados en la esfera agropecuaria. Un ejemplo de su aplicación es la producción de metano en el rumen, a partir de la fermentación de los carbohidratos por una población microbiana mixta integrada por metanógenos, donde participan además otros grupos de bacterias y protozoos. También se ha usado en estudios con bucerros machos (*Bubalus bubalis*) de la raza Bufalipso, canulados en rumen, para evaluar el efecto de diferentes niveles de suplementación en el consumo y degradabilidad ruminal *in situ* de la MS del forraje de pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) (Galindo *et al.* 2009 y López *et al.* 2009)

La teoría estadística describe tres tipos de modelos matemáticos: el de efectos fijos, el aleatorio y el mixto.

MODELO DE EFECTOS FIJOS

El modelo de efectos fijos de análisis de la varianza se aplica a situaciones donde el experimentador somete el grupo o material analizado a uno o varios factores. Cada uno le afecta solo a la media, y permanece la "variable respuesta" (o equivalentemente el término de error) como la única variable aleatoria que tiene una distribución particular. Este modelo se usa cuando el investigador se interesa, únicamente, por los niveles del factor presentes en el experimento, por lo que cualquier variación en las puntuaciones se deberá al error experimental (Spiegel *et al.* 2007).

El modelo de efectos fijos más simple es el clásico modelo de análisis de varianza paramétrico con un solo factor (o de una vía). En este modelo particular, la "variable respuesta" (o equivalentemente, el término de error) se supone normal, con varianza constante. Aquí, los niveles del único factor se asumen fijos, pues son los de interés para analizar por el investigador, sin extender las inferencias a un conjunto mayor de tratamientos.

Sea y_{ij} la respuesta aleatoria observada en la unidad j del tratamiento i de una población de observaciones bajo el tratamiento i , con distribución normal con media

μ_i y varianza σ^2 , el modelo análisis de varianza de una vía de efectos fijos para y_{ij} es:

$$E(y_{ij}) = \mu_i \text{ donde:}$$

$E(\cdot)$ representa el operador esperanza

μ_i es la respuesta esperada para una observación bajo el tratamiento i .

En este modelo, llamado modelo de medias, cada μ_i se considera como una constante. Estas constantes (valores fijos) representan, en algún sentido, las magnitudes que se desean estimar. Puede ser de interés estimar μ_i y μ_j o $\mu_i - \mu_j$. Las constantes a estimar μ_i 's, con $i=1, \dots, a$ corresponden explícitamente a los a tratamientos probados en el experimento. Existen tratamientos que son de interés, y que por lo tanto son arbitrariamente seleccionados. El efecto del tratamiento i es definido como:

$$\tau_i = \mu_i - \mu \text{ donde:}$$

μ es la media general de la variable respuesta, por lo que el modelo puede ser escrito como sigue:

$$E(y_{ij}) = \mu + \tau_i,$$

Una justificación formal de por qué se denomina "de efectos fijos" está en los efectos de tratamiento τ_i , que en este modelo se suponen constantes. Si e_{ij} representa el valor de la desviación o diferencia entre y_{ij} y su valor esperado, término denominado error en y_{ij} , el modelo completo de efectos fijos se puede expresar como la suma de su valor esperado y un error (aleatorio) (Balzarini *et al.* 2005):

$$y_{ij} = \mu_i + e_{ij} \text{ o equivalentemente } y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}.$$

Esta última expresión (o "parametrización") del modelo de análisis de varianza de una vía se denomina modelo de efectos (Littell *et al.* 2006).

MODELO DE EFECTOS ALEATORIOS

Los modelos de efectos aleatorios se usan para describir situaciones donde ocurren diferencias incomparables en el material o grupo experimental. El ejemplo más simple es el de estimar la media desconocida de una población compuesta de individuos diferentes, donde esas diferencias se mezclan con los errores del instrumento de medición.

Este modelo se utiliza cuando el investigador está interesado en una población de niveles del factor de estudio, teóricamente infinitos, de los que únicamente está presente en el experimento una muestra al azar (t niveles) (Spiegel *et al.* 2007). En este caso, cada nivel del factor tratamiento es asignado aleatoriamente sobre n unidades experimentales. Existen n observaciones aleatorias para cada uno de los a niveles del factor de interés.

El modelo de efectos aleatorios más simple es el que contiene un solo factor aleatorio. Si y_{ij} representa la respuesta observada en la unidad j del tratamiento i , el modelo "de efectos" para los datos es:

$$E(y_{ij} | a_i) = \mu + a_i, \text{ donde:}$$

μ es la media general de la variable respuesta.

a_i es el efecto del nivel i del factor de interés.

$a_i = \mu_i - \mu$, $E(y_{ij} | a_i)$ representa el valor esperado condicional de y_{ij} , dada la cantidad aleatoria a_i (efecto aleatorio de tratamiento). A pesar de que la expresión anterior es muy similar a la correspondiente al modelo de efectos fijos, los supuestos subyacentes son diferentes. Esto se debe a que los niveles del factor tratamiento

representan una muestra aleatoria de la población. Debido a que las cantidades a_i son variables aleatorias, es necesario caracterizar su distribución de probabilidades. Comúnmente, las cantidades a_i son consideradas independientes e idénticamente distribuidas, con esperanza cero y varianza σ_a^2 para todo i (Balzarini *et al.* 2005).

El modelo con un solo factor aleatorio clásico (i.e. con error normal) se puede escribir a partir de la parametrización por "efectos":

$$y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij}, \text{ donde:}$$

- e_{ij} es un componente de error aleatorio que se asume normal con media 0 y varianza constante, asociado al nivel i del único factor (aleatorio)

- a_i es el efecto del nivel i del único factor, que se distribuye normal con media 0 y varianza constante.

A partir de esta parametrización, el modelo contiene dos "componentes de varianza" para la variable de respuesta y_{ij} :

- un componente debido a la parte de efectos aleatorios del modelo a_i .

- otro debido a la parte del error o residual e_{ij} .

Nótese que en el modelo recién descrito "participa" un efecto fijo (μ , la media global). Esto explica por qué los modelos de efectos fijos y aleatorios se pueden unificar mediante la teoría de modelos "mixtos" (Littell *et al.* 2006), donde participan efectos de los dos tipos (fijos y aleatorios).

MODELOS MIXTOS

Los modelos estadísticos mixtos se usan con mayor frecuencia en las ciencias médicas y con menor aplicación en investigaciones de la esfera agropecuaria, por lo que sería útil su aplicación por las ventajas que presentan. Estos modelos permiten modelar la respuesta de un

estudio experimental u observacional como función de factores o covariables, cuyos efectos se consideran como constantes fijas o variables aleatorias (Moliner 2003). En los modelos mixtos están presentes los efectos fijos como los aleatorios. Son una combinación de

ambos, y para decidir cuándo un conjunto de efectos se trata como fijo o aleatorio es importante analizar el contexto de los datos. Es decir, el ambiente desde el que ellos provienen, el modo en que se colectaron y, principalmente, el espacio de inferencia (Verde 2000 y Balzarini *et al.* 2005)

Distintos tipos de modelos se consideran en el marco general de los modelos mixtos. Es importante recordar que estos modelos se presentan como los que permiten modelar conjuntos de datos donde las observaciones no son independientes (Balzarini *et al.* 2005).

Si se tiene en cuenta que un modelo de efectos aleatorios también contiene un efecto fijo (la media global), entonces el tipo más simple de modelo mixto es el de efectos aleatorios. Otros modelos mixtos son

los de coeficientes aleatorios, que combinan efectos y coeficientes aleatorios, y los que incorporan patrones de covarianza "dentro" de individuos o sujetos (siendo estos últimos los que se relacionan con los diseños de medidas repetidas). La selección del modelo mixto depende de las características del experimento realizado y del objetivo del análisis.

Los modelos lineales y no lineales mixtos surgen de incorporar efectos aleatorios, diferentes de los asociados con el término de error. La mayor ventaja de estos radica en la generalidad en la inferencia y en la posibilidad que brindan de modelar la correlación entre observaciones. La estimación de parámetros en estos modelos se hace por métodos de verosimilitud (Carrero *et al.* 2008).

EL ANÁLISIS DE LOS DISEÑOS DE MEDIDAS REPETIDAS POR MEDIO DE LOS MODELOS MIXTOS

El análisis univariado de la varianza de las medidas repetidas se puede realizar mediante modelos mixtos (Arnau y Balluerka 2004). En el modelo de medidas repetidas, las unidades experimentales se consideran un factor aleatorio, y el tiempo como fijo. Según Carrero *et al.* (2008), la metodología de modelos mixtos permite analizar correcta y eficientemente los datos de experimentos con medidas repetidas mediante el modelaje de la estructura de covarianzas, que considera las correlaciones entre medidas repetidas y la presencia de varianzas heterogéneas. No considerar la correlación

entre sujetos con la utilización de modelos de efectos fijos (en SAS se ejecutan mediante procedimientos ANOVA o por modelo lineal general GLM) o modelos mixtos con estructuras de covarianzas muy simples, podría originar que aumente la tasa de error tipo I (rechazo de la hipótesis nula cuando debería ser aceptada) para la prueba de los efectos fijos del modelo. Sin embargo, un modelo muy complicado afectaría la potencia y eficiencia de la prueba para los efectos fijos (Pérez *et al.* 2005 y Vallejo *et al.* 2010)

MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS EN LOS MODELOS DE MEDIDAS REPETIDAS

Para estimar los parámetros de un modelo mixto se puede aplicar una amplia variedad de métodos: momentos, estimación insesgada cuadrática de varianza mínima, máxima verosimilitud, máxima verosimilitud restringida y pseudo-verosimilitud (Littell *et al.* 2006). Sin embargo, para el caso de los análisis de medidas repetidas, la eficiente estimación de los parámetros de covarianza se logra a través de la máxima verosimilitud restringida (REML = Restricted Maximum Likelihood). El antecedente básico para comprender intuitivamente la idea detrás de REML es el método de máxima verosimilitud.

El método de máxima verosimilitud (Maximum Likelihood, ML) es un método clásico de estimación de parámetros asociados a funciones de densidad o probabilidad de variables aleatorias. La verosimilitud asociada a una muestra de variables aleatorias es la función de densidad conjunta de estas variables para los valores observados, considerada como una función de los parámetros que la definen. Si se conoce la función de densidad de una variable aleatoria, como es el caso de los modelos mixtos clásicos que asumen una distribución normal de la variable de respuesta, es posible entonces encontrar los estimadores máximo verosímiles (EML)

de los parámetros del modelo mixto. Estos EML son los valores de los parámetros que hacen máxima la probabilidad (verosimilitud) de que ocurran los datos. Es decir, los que son más compatibles con los datos observados, donde se asume que es correcto el modelo matemático postulado (Molinero 2003).

Los procedimientos de estimación ML funcionan bien, aun en casos donde se tienen registros incompletos, a diferencia del método de mínimos cuadrados. Si se consideran las medidas repetidas como "anidadas" al factor sujeto, la estimación ML permite analizar un número desigual de observaciones por unidad experimental y distinto espaciamiento en el tiempo. También admite incorporar parámetros de variabilidad interindividual en crecimiento, cuya estimación tiene en cuenta las diferentes precisiones derivadas del distinto número de medidas en cada unidad experimental (Oliver *et al.* 2000 y Posada y Rosero 2007).

Generalmente, los estimadores ML se desempeñan muy bien para muestras grandes. Desde el punto de vista técnico, poseen propiedades asintóticas, que los hacen preferibles con respecto a los obtenidos con otros métodos. Además, no requieren conjuntos de datos balanceados para mantener estas propiedades (Galán *et*

al. 2003 y León 2004). Estos estimadores se caracterizan por ser:

- Consistentes
- Invariantes ante transformaciones biunívocas.

Es decir, si θ_{MV} es el estimador máximo verosímil de θ , y $g(\theta)$ es una función biunívoca de θ , $g(\theta_{MV})$ es el estimador máximo verosímil de $g(\theta)$.

- Si θ es un estimador suficiente de θ , su estimador máximo verosímil, θ_{MV} es función de la muestra a través de θ .

- Asintóticamente normales.
- Asintóticamente eficientes, es decir, entre todos

los estimadores consistentes de un parámetro θ , los de máxima verosimilitud son los de varianza mínima.

Para muestras de tamaño moderado o pequeño, ML suele producir estimaciones sesgadas de los parámetros. Es decir, el valor esperado del estimador del parámetro no es igual a este porque no tiene en cuenta los grados de

libertad que se pierden al estimar la media (León 2004). Para evitar este problema surgieron los estimadores de máxima verosimilitud restringida (REML, Restricted Maximum Likelihood). Estos consisten en factorizar la verosimilitud completa en dos partes independientes. Una de estas no contiene la media, asumiendo que por usar esta parte de la verosimilitud no se pierde información con respecto a la verosimilitud completa. La verosimilitud restringida se corresponde con la verosimilitud asociada a una combinación lineal de las observaciones, cuya media es nula y cumple las condiciones mencionadas (ser un factor independiente del otro con el que se reproduce la verosimilitud completa y no suponer pérdida de información con respecto al uso de los datos originales). El método REML produce estimaciones insesgadas de la varianza en modelos mixtos con error aleatorio o residual normal. De esta forma, supera al método clásico de ML.

CRITERIOS DE INFORMACIÓN PARA LA SELECCIÓN DE MODELOS EN MEDIDAS REPETIDAS

Existen diversos criterios para determinar la bondad de ajuste del modelo elegido durante el proceso de modelado en el análisis de medidas repetidas. Para comparar modelos, el criterio más usado es el de la desviación o devianza. La devianza se calcula a partir del logaritmo de la función de verosimilitud o verosimilitud restringida, según se trate de elegir entre modelo con idéntica estructura de covarianza o de medias. También se utilizan otros, como el Criterio de Información de Akaike (AIC), el AIC Corregido (AICC) y el Bayesiano

(BIC), así como diversas versiones que surgen a partir de estos criterios. Especialmente, AIC y BIC se hallan implementados en la mayor parte de los programas que ajustan modelos mixtos. En mayor o menor medida, todos penalizan el logaritmo de la función de verosimilitud por el número de parámetros. La mayor parte de las veces desde la formulación marginal del modelo, y eligen el modelo que minimiza el valor de los mismos (Vallejo *et al* 2010).

CRITERIO DE INFORMACIÓN DE AKAIKE (AIC)

Akaike desarrolló un método alternativo para la comparación de modelos, llamado criterio de información de Akaike (AIC). Este método permite determinar con qué eficiencia los modelos se ajustan a una base de datos (Posada y Rosero 2007 y Noguera *et al.* 2008). Este enfoque alternativo se puede aplicar a modelos anidados como no anidados, y no descansa en valores de P (probabilidad) o en el concepto de significación estadística:

$$AIC = -2(\ln \text{verosimilitud} - n^\circ \text{parámetros})$$

El criterio de selección es escoger modelos con valores más bajos de AIC. El modelo que mejor explica los datos con el mínimo número de parámetros es el que presenta más bajo valor de AIC (Molinero 2003 y Balzarini *et al.* 2005).

La lógica que sigue este método no es la de las pruebas de hipótesis. Por tanto, no se debe plantear una hipótesis nula o calcular un valor de P, y no es necesario decidir acerca de la tendencia del valor P para determinar su significación estadística. Además, el método permite determinar qué modelo es el más parecido al correcto y cuantificar su parecido.

El valor de AIC puede ser negativo o positivo, en dependencia de las unidades en que se expresen los datos, y no se puede interpretar como un valor individual. Este criterio tiene gran importancia cuando se comparan los modelos, para esto se trabaja con las diferencias entre los AIC (Schermelleh *et al.* 2003)

Definase A como el modelo más simple, y B como el más complejo (es decir con mayor número de parámetros). La diferencia de AIC entre A y B se define como:

$$\begin{aligned} \Delta AIC &= AIC_B - AIC_A \\ &= N \cdot \left[\ln\left(\frac{SC_B}{N}\right) - \ln\left(\frac{SC_A}{N}\right) \right] + 2(K_B - K_A) \\ &= N \cdot \ln\left(\frac{SC_B}{SC_A}\right) + 2(K_B - K_A) \end{aligned}$$

Al igual que en la prueba F, este análisis establece un compromiso entre la bondad de ajuste caracterizada por la suma de cuadrados con el cambio en el número de parámetros a ajustar (Posada y Rosero 2007). Debido a que el modelo A casi siempre tendrá el peor ajuste, la suma de cuadrados de A será mayor que la de B. Como el logaritmo de una fracción siempre es negativo, el primer

término de la ecuación será negativo. Como el modelo B tiene más parámetros, K_B será mayor que K_A , lo que hace que el último término sea positivo. Si el resultado final es negativo, significa que la diferencia en la suma de cuadrados es mayor de lo que se esperaba, a partir de la diferencia en el número de parámetros, por lo que el modelo B es el mejor. Si la diferencia en AIC es positiva, entonces el cambio en la suma de cuadrados no es tan grande como se espera con el cambio en el número de

Revista Cubana de Ciencia Agrícola, Tomo 46, Número 1, 2012.
parámetros, por lo que todo indica que los datos vienen del modelo A.

La ecuación anterior ayuda a comprender el funcionamiento del AIC, a partir del balance de los cambios en la bondad de ajuste contra la diferencia en el número de parámetros. En realidad, lo que se hace es calcular los dos AIC individuales y se escoge el modelo con menor AIC, que será el más correcto (Posada y Rosero 2007).

CRITERIO DE INFORMACIÓN BAYESIANO DE SCHWARZ

La estadística bayesiana surge precisamente del famoso teorema de Bayes, que en esencia permite, en caso de conocer la probabilidad de que ocurra un suceso, modificar su valor cuando se dispone de nueva información (Molinero 2002).

El criterio de información de Schwarz se denomina bayesiano por basarse en argumentos de la llamada estadística bayesiana. Los métodos bayesianos constituyen una alternativa a la estadística tradicional, que se basa en el contraste de hipótesis. Estos métodos se diferencian en que incorporan información externa al estudio. Con esta información y con los datos observados se estima

una distribución de probabilidad para la magnitud efecto que se está investigando (Díaz y Batanero 2008).

La fórmula para el criterio de información bayesiano (BIC) es similar al criterio de Akaike, así como su interpretación:

$BIC = G - gl \cdot \ln N$, donde:

G es el cociente de verosimilitud

gl son los grados de libertad

N es el tamaño de la muestra

El criterio para elegir el mejor modelo es el mismo que el de Akaike: el que tenga el menor valor de BIC (Calegario *et al.* 2005 y Carrero *et al.* 2008)

DISCUSIÓN

Las características particulares que presentan las investigaciones con medidas repetidas en el ámbito agropecuario hacen difícil la utilización de los modelos clásicos de análisis de varianza porque los datos no cumplen con los supuestos de base. En este trabajo se han descrito los métodos usados para efectuar adecuadamente los análisis de medidas repetidas. La enumeración de las propiedades de estos procedimientos ha sugerido el uso de los modelos mixtos para la modelación de datos experimentales. Las ventajas de los modelos mixtos son variadas: permiten analizar datos con estructuras de dependencia y desbalances en los datos. Además, es posible analizar datos no normales con medidas repetidas mediante los llamados modelos mixtos generalizados (Littell *et al.* 2006). Por tanto, la preocupación acerca del cumplimiento de los supuestos tradicionales de normalidad y varianzas iguales pasa a un segundo plano.

Las ventajas del uso de los modelos mixtos que se han descrito en esta reseña para aplicarlos en el análisis de medidas repetidas se pueden ver en la práctica en estudios experimentales en el ámbito agropecuario.

Por ejemplo, se desarrolló un experimento con cepas mutantes de hongos celulolíticos *Trichoderma viride* M5 y MCX1371 y se estudió también un rebaño de animales mestizos de las razas Holstein, Pardo Suizo y Brahman, pertenecientes a la finca comercial La Duquesa, ubicada en el sector "Río Grande", municipio Panamericano, estado Táchira, en Venezuela. Esta finca se dedica a la ganadería de doble propósito, aunque tiende a la producción de leche.

El análisis de los datos de esta última se realizó inicialmente por la metodología de Torres *et al.* (2003), aunque era necesario comprobar el cumplimiento de las hipótesis de base, específicamente que el número de observaciones repetidas fuera menor al número de repeticiones del experimento (Balzarini *et al.* 2005). En ocasiones esto dificultó el análisis, ya que fue necesario reducir el número de horarios y no resultó posible estudiar completamente la secuencia del experimento, lo que afectó los resultados. Por tanto, se usó la alternativa de análisis con modelos mixtos. Aun cuando se obtuvieron resultados similares al primer análisis, con el modelo mixto se obtuvo mayor flexibilidad en el procesamiento de los datos.

CONCLUSIÓN

Para el análisis de las medidas repetidas en la misma unidad experimental en diferentes puntos en el tiempo son necesarios procedimientos estadísticos adecuados, diferentes a los tradicionales, de manera que se acentúe la validez de la conclusión estadística. Por ello, se

analizaron los procedimientos que se utilizan en los diseños de medidas repetidas en la esfera agropecuaria: el análisis univariado (ANOVA), el de varianza multivariado (MANOVA) y los modelos mixtos.

Se concluye que estos últimos son los más recomendables

por sus ventajas: 1) solucionan los inconvenientes que se presentan ante el incumplimiento de las suposiciones de base de los métodos clásicos de análisis de varianzas; 2) solucionan las limitaciones del análisis de medidas repetidas univariado con respecto a las estructuras de covarianza

demasiado simples; 3) solucionan las limitaciones del análisis de medidas repetidas multivariado con respecto al requerimiento de tamaños de muestras grandes, y 4) ofrecen criterios de información necesarios para la selección del mejor modelo.

REFERENCIAS

- Arnau, J. & Balluerka, N. 2004. Análisis de datos longitudinales y de curvas de crecimiento. Enfoque clásico y propuestas actuales. *Psicothema*. 16:156
- Balzarini, M., Casanoves, F., Di Rienzo, J.A., González, L.A. & Robledo, C.W. 2001. *Infostat*. Versión 1. Córdoba. Argentina. Pp. 156-159
- Balzarini, M., Macchiavelli, R. & Casanoves, F. 2005. Aplicaciones de modelos mixtos en agricultura y forestería. Curso Internacional de Aplicaciones de Modelos Mixtos en Agricultura y Forestería. CATIE. Turrialba, Costa Rica. p.189
- Calegario, N., Maestri, R., Leal, C. & Daniels, R. 2005. Estimativa do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus baseada* na teoria dos modelos não lineares em multiníveis de efeito misto. *Ciência Florestal* 15:285
- Carrero, O., Jerez, M., Macchiavelli, R., Orlandoni, G. & Stock, J. 2008. Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia* 33:4
- Cole, V.W.L. & Grizzle, J.E. 1966. Applications of multivariate analysis of variance to repeated measures experiments. *Biometrics* 41:505
- Díaz, C. & Batanero, C. 2008. ¿Cómo puede el método bayesiano contribuir a la investigación en Psicología y Educación? Ed. Universidad de Granada. *Paradigma* 27:35
- Fernández, P. & Vallejo, G. 1996. Diseño de medidas repetidas con dependencia serial en el error bajo la violación de la asunción de homogeneidad. Universidad de Oviedo. *Anales de Psicología* 12:87
- Galán, J., Jiménez, E. & Cervantes, C. 2003. Estimación por máxima verosimilitud restringida de componentes de varianza y covarianza de múltiples características bajo los diseños I y II de Carolina del Norte. *Rev. Fitotecnia Mexicana* 26:53
- Galindo, J., González, N., Delgado, D., Sosa, A., González, R., Torres, V., Aldana, A.I., Moreira, O., Sarduy, L., Noda, A.C. & Cairo, J. 2009. Efecto del aceite de coco en la población de bacterias metanogénicas y su relación con otros grupos microbianos del rumen en condiciones in vitro. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.* 43:135
- González, L.M. & López, L.A. 2002. Medidas repetidas con datos faltantes: estimación de parámetros vía análisis de covarianza. *Rev. Colombiana de Estadística* 25:127
- León, E. 2004. Métodos de estimación de componentes de varianza en poblaciones. Una reseña histórica. Instituto de Investigaciones Porcinas. *Rev. Computarizada de Producción Porcina* 11:1
- Littell, R.C., Henry, P.R. & Ammerman, C.B. 1998. *Statistical Analysis of Repeated Measures Data Using SAS Procedures*. Dep. Statistics Animal Sci. University of Florida, Gainesville. p. 42-46
- Littell, R.C., Milliken, G.A., Stroup, W.W., Wolfinger, R.D., & Schabenberger, O. 2006. *SAS for Mixed Models*. Second Edition. Institute Inc., Cary, EE.UU. p. 814
- López, J.R., Elías, A., Delgado, D., González, R., & Sarduy, L. 2009. Efecto de la suplementación con concentrado en la degradabilidad ruminal *in situ* de forraje de pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) en bucerros (*Bubalus bubalis*). *Rev. Cubana Cienc. Agríc.* 43:157
- Marrero, Y., Galindo, J., Elías, A., Moreira, O. & Cueto, M. 2006. Efecto de preparados biológicos con levaduras viables en la población microbiana ruminal e indicadores fermentativos en vacas que consumen dietas fibrosas. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.* 40: 339
- Marrero, Y., Rodríguez, D., Galindo, J., Aldama, A.I., Moreira, O. & Noda, A. 2007. Población microbiana ruminal e indicadores fermentativos en bovinos que consumen caña de azúcar (*Saccharum officinarum* L.) y concentrado. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.* 41:149
- Molinero, L. 2002. El método bayesiano en la investigación médica. Liga española para la lucha contra la hipertensión arterial. p. 3-10
- Molinero, L.M. 2003. ¿Qué es el método de estimación de máxima verosimilitud y cómo se interpreta? Liga Española para la lucha contra la Hipertensión Arterial. p. 1. Disponible: <www.seh_jelha.org/stat1.htm> [Consultado: Enero 2011]
- Noguera, R.R., Pereira L.R. & Solarte, C.E. 2008. Comparación de modelos no lineales para describir curvas de crecimiento en cuyes (*Cavia porcellus*) desde el nacimiento hasta la edad de sacrificio. Universidad de Antioquia-Universidad de Nariño. *Liv. Res. Rural Dev.* 20:3
- Oliver, J.C., Rosel, J. & Murray, L. 2000. Análisis de medidas repetidas mediante métodos de máxima verosimilitud. Universidad Jaume I – Universidad del Estado de Nuevo México. *Psicothema* 12:403
- Pérez, E.R., Gutiérrez, E., Herrera-Camacho, J. & Segura, J.C. 2005. Elección del mejor modelo para el análisis de experimentos con medidas repetidas en tiempo. Hormonas en cerdas durante la lactancia. Instituto de Investigaciones Agropecuarias y Forestales. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo - Universidad Autónoma de Yucatán. p. 3
- Posada, S.L. & Rosero, R. 2007. Comparación de modelos matemáticos: una aplicación en la evaluación de alimentos para animales. *Rev. Col. Cienc. Pec.* 20:141
- Schermelleh, K., Moosbrugger, H. & Müller, H. 2003. Evaluating the Fit of Structural Equation Models: Tests of Significance and Descriptive Goodness-of-Fit Measures. *Methods of Psychological Res* 8:23
- Spiegel, M.R., Schiller, J. & Srinivasan, R.A. 2007. Análisis de la varianza. Probabilidad y estadística. Ed. McGraw-Hill. Segunda Edición. México, D.F. p. 335-371
- Torres, V., Navarro, J.R. & Pérez, T. 2003. Modelos estadísticos para el procesamiento de experimentos con mediciones repetidas en la misma unidad experimental. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.* 37:227
- Vallejo, G., Arnau, J., Bono, R., Fernández, P. & Tuero, E. 2010. Selección de modelos anidados para datos longitudinales usando criterios de información y la estrategia de ajuste condicional. *Psicothema* 22:323.
- Verde, O. 2000. Modelos mixtos, máxima verosimilitud y modelo animal. *Rev. Zootec. Trop.* 18:3

Recibido: 10 de diciembre de 2011