

Modelo estocástico del comportamiento productivo en la etapa crecimiento de búfalos de agua en Cuba

Verena Torres¹, I. Sampaio² y O. Fundora¹

¹Instituto de Ciencia Animal, Carretera Central km 47.5, San José de las Lajas, La Habana, Cuba
Correo electrónico: vtorres@ica.co.cu

²Departamento de Nutrición, Facultad de Veterinaria, Universidad Federal de Minas de Gerais, Belo Horizonte, Brasil

Para modelar el comportamiento del peso vivo de rebaños de búfalos de agua en pastoreo y durante la etapa de crecimiento, se usaron cuatro criterios estadísticos que permitieran identificar el modelo de mejor ajuste y verificar si la aproximación estocástica define con más eficiencia los valores observados en las condiciones de Cuba. Se ajustaron modelos lineales y no lineales mediante el comando Regression del SPSS para Windows. Para los ajustes lineales se usó el procedimiento Regression Linear, el cual realiza las estimaciones por los Mínimos Cuadrados mediante el método Backward. Para los ajustes no lineales se utilizó el procedimiento iterativo de estimación de los parámetros de Levenberg-Marquardt, prefijando la convergencia de la suma de cuadrados del error y de los parámetros como $1.0e^{-8}$. Con el modelo de mejor ajuste se realizó la aproximación estocástica, a partir de los criterios de Sampaio *et al.* (2005). El modelo logístico fue el de mejor ajuste, con coeficientes de determinación superiores a 0.91, ajuste significativo ($P < 0,001$) y menor varianza experimental en los tres casos estudiados (primero y segundo parto y con todos los datos). La variante estocástica desarrollada resultó más exacta y por lo tanto, más confiable que el modelo logístico.

Palabras clave: *modelación estocástica, crecimiento, búfalos, peso vivo*

El búfalo de agua es altamente cotizado en las regiones tropicales y subtropicales, debido a su capacidad de adaptación a condiciones diversas. Específicamente, el género *Bubalis* tiene habilidades para adaptarse al calor y a las áreas húmedas (Shafie *et al.* 1970).

En Cuba, esta especie se introdujo en 1983 y actualmente se reconocen sus buenos indicadores productivos y reproductivos, entre otras de sus bondades. Esto ha provocado especial interés por parte de los ganaderos y de los sectores de la ciencia vinculados a la ganadería.

El uso de modelos, llamado también «modelación», es un instrumento muy común en el estudio de sistemas de diversas características, lo que ha permitido la evaluación de conceptos, ecuaciones y parámetros para su incorporación a sistemas prácticos (Torres y Ortiz 2005). Machado *et al.* (2008) explican que los modelos matemáticos no lineales han sido desarrollados empíricamente para relacionar peso y edad, en la descripción de la curva de crecimiento en diferentes razas.

En Cuba, Fundora *et al.* (2006) caracterizan la curva de peso vivo de búfalos de río de la raza bufalipso mediante modelo simple lineal, para machos de 0 a 24 meses, y utilizan el modelo no lineal logístico para hembras de 0 a 43 meses.

El objetivo de este trabajo fue modelar el comportamiento del peso vivo de rebaños de búfalos de agua en condiciones de pastoreo durante la etapa de crecimiento, así como definir el modelo no lineal de mejor ajuste y verificar si la aproximación estocástica define con más eficiencia los valores observados.

Materiales y Métodos

Para modelar el comportamiento de las búfalas en el período crecimiento, se pesaron mensualmente 15 hembras desde el nacimiento hasta los 42 meses de edad. Estas se seleccionaron al azar del primero y segundo

parto del rebaño original, ubicado en áreas de pastoreo del Instituto de Ciencia Animal, en un sistema con amamantamiento libre hasta los 10 d de edad, y después en un sistema en amamantamiento restringido y pastoreo rotacional hasta el destete. Después del destete, los animales se separaron por sexo y se alojaron en un sistema de pastoreo rotacional con una mezcla de pastos naturales y pasto estrella, hasta que se incorporaron a la reproducción a los dos años de edad, cuando obtuvieron 370 kg de peso vivo.

Metodología estadística. Se confeccionaron bases de datos en Excel con toda la información de los pesos vivos mensuales. El comportamiento de los pesos vivos (W) se obtuvo gráficamente con independencia, según el parto.

Se ajustaron los modelos lineales y los no lineales (logístico, Gompertz y Von Bertalanfy) para explicar el comportamiento de las hembras a partir de los gráficos obtenidos.

Las expresiones de los modelos obtenidos son las siguientes:

Modelo de regresión lineal simple

$$W(t) = A + Bt$$

Modelo logístico

$$W(t) = \frac{A}{1 + \exp^{-Bt + C}}$$

Modelo de Gompertz

$$W(t) = A \exp \frac{B(1 - \exp(-Ct))}{C}$$

Modelo Von Bertalanfy

$$W(t) = (A - B \exp(-Ct))^3$$

Donde:

W: Variable que representa el crecimiento o desarrollo
t: tiempo (mes)

A, B, C y D: parámetros de los modelos

El modelo logístico se caracteriza usualmente por la forma sigmooidal. La ecuación de Gompertz es también sigmooidal, pero más flexible debido al punto de inflexión. La ecuación de Von Bertalanfy es muy utilizada para describir el comportamiento animal (Goodall y Sprevak 1984).

Para realizar el ajuste de los modelos, se utilizó el procedimiento iterativo de estimación de los parámetros de Levenberg-Marquardt, prefijando la convergencia de la suma de cuadrados del error y de los parámetros como $1e^{-8}$ mediante el comando Regression del SPSS para Windows (2002).

Se seleccionaron los modelos de mejor ajuste, a partir de los criterios estadísticos siguientes: gráficos de los valores de PV vs edad (meses), valor del coeficiente de determinación (R^2), cuadrado medio del error (CM_{error}) y nivel de significación del análisis de varianza de la regresión (Ortiz 2000).

Con el modelo de mejor ajuste, se realizó la aproximación estocástica, tomando en consideración los criterios de Sampaio *et al.* (2005):

$$W(t) = W^*(t) + \varepsilon(t)$$

Donde:

W(t): Peso vivo de cada animal en el tiempo t

$W^*(t)$: componente determinístico en el tiempo t

$\varepsilon(t)$: componente de error

Al aplicar la función logaritmo a este modelo, se obtiene:

$$\log W(t) = \log W^*(t) + \log \varepsilon(t)$$

Los valores del $\log \varepsilon(t)$ pueden modelarse incluyendo una autocorrelación, ya que el término $\log \varepsilon(t)$ es una función del tiempo y forma una serie de tiempo con alto grado de correlación (Goodall y Sprevak 1984).

El modelo de autoregresión será entonces:

$$\log \varepsilon(t) = \alpha \log \varepsilon(t-1) + \varepsilon(t)$$

donde:

$\varepsilon(t)$: término independiente, normalmente distribuido con media cero y $\alpha < 1$.

De aquí que:

$$\hat{W}(t) = W^*(t) [W(t-1)/W^*(t-1)]^\alpha$$

Estos criterios se aplicaron al modelo de mejor ajuste para obtener el modelo estocástico correspondiente. Los cálculos necesarios se desarrollaron en la base de datos Excel, confeccionada para el almacenamiento de los datos.

Resultados y Discusión

El comportamiento gráfico de los pesos vivos, en función de la edad en meses para las búfalas del primer y segundo parto (figura 1), fue muy similar. Crecieron de forma lineal hasta aproximadamente los 30 meses, estabilizando su crecimiento a partir de este momento y hasta los 42 meses.

En las tablas 1, 2 y 3 se presentan los modelos ajustados entre el peso vivo y la edad, con sus correspondientes parámetros y los criterios estadísticos usados para analizar la bondad de ajuste. Tanto para los animales del primer parto como para los del segundo y para el análisis con la información conjunta de ambos partos, el modelo logístico fue el de mejor ajuste por presentar altos coeficientes de determinación ($R^2 > 0.91$), los más bajos cuadrados medios del error, (CM_{error}) y alta significación estadística ($P < 0.001$).

En la figura 2 se muestran los valores de los pesos vivos reales y los valores estimados a través de modelo logístico. La interpretación de los parámetros de este modelo se corresponde con valores lógicos, por cuanto, el parámetro $A = 546.38$ kg es una estimación del valor asintótico del animal (o de la población analizada). Según Brown *et al.* (1976), no representa necesariamente el mayor peso que el animal consigue, sino el peso medio al que se tiende en la madurez, independientemente de las variaciones estacionales.

El valor de $B = 0.13$ es un parámetro importante que representa la tasa de madurez del animal en cada punto de la curva e indica la velocidad de crecimiento para alcanzar el peso asintótico. En muchas ocasiones, este valor se expresa en porcentaje y representa la velocidad de crecimiento. Por último, el parámetro $C = 2.27$ está relacionado con el comportamiento del modelo en los períodos iniciales. Es importante destacar que el punto de inflexión se encuentra ubicado aproximadamente en

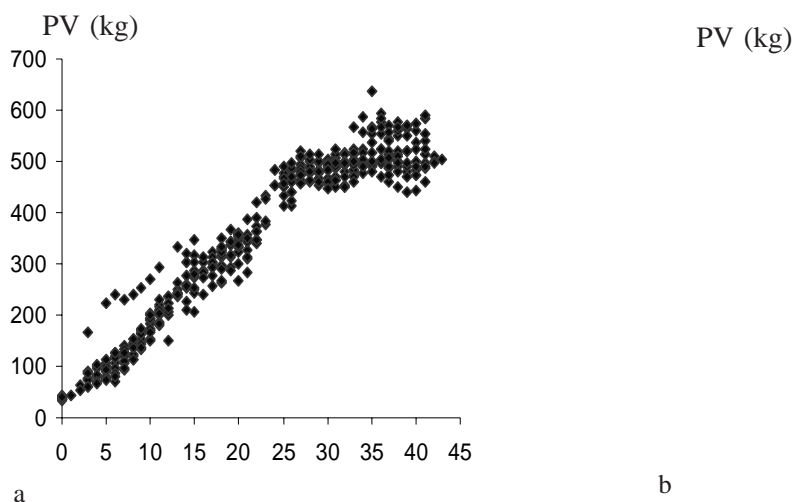


Figura 1. Comportamiento del peso vivo de búfalas desde el nacimiento hasta los 42 meses en condiciones de pastoreo: (a) primer parto, (b) segundo parto

Tabla 1.- Modelos ajustados peso vivo vs. edad (meses) para animales primer parto.

Modelos	R ²	A	B	C	CM error	Sign
Modelo lineal	0.92	66.61	12.87		2146.62	P<0.001
EE (±)			0.18			
Modelo logístico	0.92	541.54	0.14	2.14	1108.46	P<0.001
ES (±)			0.004	0.048		
Modelo Von Bertalanfy	0.96	8.45	5.53	0.07	1199.03	P<0.001
EE(±)			0.107	0.003		
Modelo Gompertz	0.96	35.62	0.258	0.09	1152.25	P<0.001
EE (±)			0.015	0.003		

A,B,C: Parámetros de los modelos

CM error: cuadrado medio del error del análisis de regresión

Sign: Significación del modelo completo ajustado

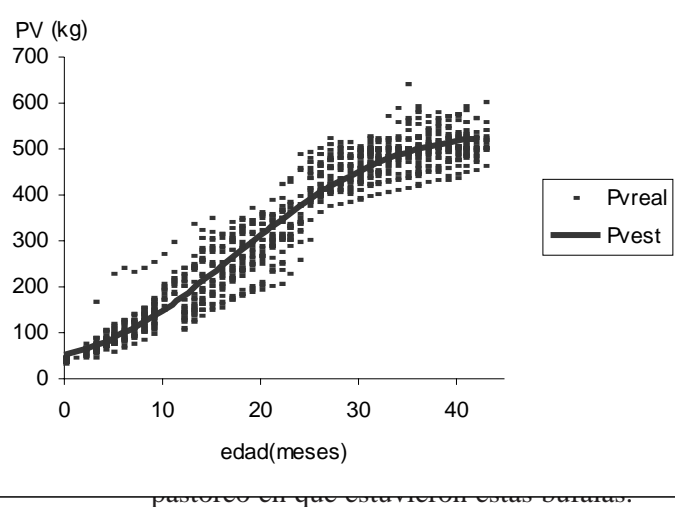
Tabla 2.- Modelos ajustados peso vivo vs. edad (meses) para animales segundo parto.

Modelos	R ²	A	B	C	CM error	Sign
Modelo lineal	0.94	23.36	12.70		1642.23	P<0.001
EE (±)			0.129			
Modelo logístico	0.96	546.38	0.13	2.49	1081.06	P<0.001
ES (±)			0.003	0.043		
Modelo Von Bertalanfy	0.95	8.90	6.09	0.05	1323.56	P<0.001
EE(±)			0.078	0.002		
Modelo Gompertz	0.95	28.47	0.21	0.07	1237.52	P<0.001
EE (±)			0.011	0.002		

A,B,C: Parámetros de los modelos

CM error: cuadrado medio del error del análisis de regresión

Sign: Significación del modelo completo ajustado



vivo vs. edad (meses) para animales primer y segundo parto.

	A	B	C	CM error	Sign
4	546.34	0.13	2.27	1748.87	P < 0.001
		0.00	0.04		
3	8.68	5.70	0.06	1911.86	P < 0.001
		0.07	0.00		

os
error del análisis de regresión
completo ajustado

ir de este
comienza
ciones de

Según Paz (2002), quien utilizó estos mismos modelos en bovinos, el modelo logístico fue el más adecuado. Freitas (2005) concluyó que el modelo logístico y de Von Bertalanffy fueron los más

PV real
PV est

Edad (meses)

Figura 2. Valores reales y del modelo logístico ajustado para las búfalas del primer y segundo parto

versátiles para ajustar datos de crecimiento de ocho especies distintas.

El análisis de residuos mostró un rango de variación entre ± 1.5 kg de diferencia, entre los valores observados y los estimados, con 95 % de confianza, y un comportamiento que puede clasificarse como normal, o sea, aleatorio. El comportamiento de los residuos y la variabilidad presente entre animales (figura 3) justifican la determinación de un modelo estocástico, pues existe una componente de error aleatoria asociada al desarrollo del animal, independientemente de sus características ecotípicas, sobre todo en estos animales que son hijos de diferentes madres.

Residuos

Edad (meses)

Figura 3. Valores residuales para el modelo logístico ajustado para las búfalas del primer y segundo parto

Al considerar el modelo logístico seleccionado y usar las expresiones presentadas en Materiales y Métodos, para la determinación del modelo estocástico se obtuvo una autocorrelación lineal por el método de los mínimos cuadrados, donde $\rho = 0.84 \pm 0.02$.

De aquí que el modelo estocástico correspondiente es:

$$\hat{W}(t) = W^*(t) [W(t-1) / W^*(t-1)]^{0.84}$$

PV (kg)

Edad (meses)

En la figura 4 se presentan gráficamente los datos observados, el modelo logístico ajustado y el modelo estocástico determinado. Se observó que mientras el modelo logístico sigue su trayectoria funcional, el estocástico cubre prácticamente todos y cada uno de los datos observados en el conjunto de los 15 animales incluidos en el estudio.

PV (kg)

Edad

Figura 4. Valores de PV, observados y estimados por los modelos logístico y estocástico.

Se muestran como ejemplos también en forma gráfica, el comportamiento de los valores observados, los estimados por el modelo logístico y el estocástico para dos animales específicos, donde se observa la coincidencia prácticamente perfecta entre el valor observado y el estimado por el modelo estocástico desarrollado (figura 5).

El modelo estocástico resultó más exacto y, por lo tanto, más confiable que el modelo logístico para búfalas en crecimiento alimentadas con pastos y con acceso solo al agua para beber. Se recomienda validar este modelo estocástico en otros estudios con esta categoría animal en las diferentes condiciones climáticas de Cuba, lo que permitirá profundizar en los estudios de esta categoría

PV (kg)

Edad (meses)

Figura 5. Valores de PV observados y estimados por los modelos logístico y estocástico para dos animales específicos

animal que ha mostrado tantas posibilidades en estas condiciones.

Referencias

- Brown, J. E., Fitzhugh, H. A. & Cartwright, T. C. 1976. A comparison of non linear models for describing weight-age relationship in cattle. *J. Anim. Sci.* 42: 810
- Freitas, A.R. 2005. Curvas de crescimento na produção animal. 2005. *Rev. Bras. Zootecn.* 34:786
- Fundora, O., Torres, V., Gonzalez, M.A. & Noda, A. 2006 Curva de crecimiento de búfalos del río. *Rev. Cubana Cienc. Agric.* 40: 419
- Goodall, E.A., & Sprevak, D. 1984 A note on a stochastic model to describe the milk yield of a dairy cow. *Animal Production* 38:133
- Malhado, C.H.M., Ramos, A.A., Carneiro, P.L.S., Souza, J.C., Wechsler, F.S., Eler, J.P., Azevêdo, D.M. & Sereno, J. R. B. 2008. Nonlinear models to describe the growth of the buffaloes of Murrah Breed. *Arch. Zootec.* 57: 497
- Ortiz, J. 2000 Modelación y simulación del reciclaje de nutrientes en sistemas de pastoreo vacuno. Tesis Doctorado. Instituto de Ciencia Animal.
- Paz, C.C.P. 2002. Associação entre polimorfismos genéticos e parâmetros da curva de crescimento em bovinos de corte. Tese (Doutorado em Agronomia). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz. Universidade de São Paulo. Piracicaba. 89 p.
- Sampaio, I. B.M., Ferreiar, W.M. & Bastos, F. 2005 Selecting high performance rabbits at early ages through and stochastic approach.
- Shafie, M., Amp, M., & Abou El-Khair, M. M. 1970. Activity of the sebaceous glands of bovines in hot climate (Egypt). *J. Anim. Prod. U.A.R.* 10: 81
- SPSS 2002. SPSS para Windows. Versión 11.5.1 Copyright SPSS
- Torres, V. & Ortiz, J. 2005 Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.* 39:397

Recibido: 10 de agosto de 2007