

## Análise de Séries Temporais de Vazão Média Mensal do Rio Cuiabá Através do Método de Análise de Espectro Singular

Cesar Augusto Medeiros Destro, Gilson Alberto Rosa Lima

Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, UFMT

eng.destro@gmail.com; garlima@ufmt.br

Peter Zeilhofer

Departamento de Geografia, UFMT

zeilhoferpeter@gmail.com

Recebido: 20/07/10 - revisado: 22/06/11 - aceito: 19/01/12

---

### RESUMO

*Este estudo mostra como o método não paramétrico Análise de Espectro Singular (SSA – Singular Spectrum Analysis) pode ser utilizado para analisar a tendência e efeitos sazonais de séries temporais de vazão média mensal. O método foi aplicado para analisar o comportamento dos valores da vazão média mensal registrada nas estações fluviométricas Acorizal e Cuiabá, localizadas no Rio Cuiabá. Os resultados mostram que o método é capaz de extrair as componentes de tendência, harmônicos e ruídos das séries temporais. As séries reconstruídas (apenas com os componentes de tendência e harmônicos) reproduziram satisfatoriamente o comportamento não linear das séries originais, indicando que o método pode ser considerado como uma nova ferramenta de auxílio na gestão de recursos hídricos.*

**Palavras-chave:** Séries Temporais, Vazão Média Mensal, Análise de Espectro Singular, Rio Cuiabá

---

### INTRODUÇÃO

A análise de séries temporais de vazão é de fundamental importância no contexto da gestão de recursos hídricos. Permite identificar a capacidade de captação de água para abastecimento, dimensionamento de reservatórios, potencial para a construção de usinas hidrelétricas e previsão de ocorrência de eventos hidrológicos futuros. Uma série temporal é interpretada como um conjunto de observações dispostas em ordem cronológica e cuja característica mais importante é a auto-correlação provocada pela relação de dependência das medidas adjacentes (Box & Pierce, 1970; Box & Jenkins, 1976). Séries temporais contêm informação sobre a tendência e oscilações dos valores da variável em estudo (Ghil *et al.*, 2002) e, segundo Kirchgässner & Wolters (2007), geralmente as oscilações não são observáveis diretamente e nem visível em gráficos do valor medido em função do tempo. Como os métodos estatísticos clássicos assumem que as observações são independentes, a análise de séries temporais requer métodos específicos.

Existem duas abordagens para a análise de séries temporais. A abordagem no domínio do tem-

po tem sua origem na teoria clássica da correlação (Morettin & Tolo, 2006). A abordagem no domínio da frequência, ou de análise espectral, é uma extensão da análise de Fourier, a qual considera que em um intervalo de tempo finito, qualquer função analítica pode ser aproximada, em qualquer grau de precisão desejado, por funções seno e cosseno (Pollock, 1999). A análise espectral introduzida por Broomhead & King (1986a, 1986b) é uma alternativa para extrair informação, através da decomposição da série em uma soma de três componentes independentes, isto é, não-correlacionadas (Fan & Yao, 2003). A primeira componente, chamada de tendência, contém informação sobre mudanças de longo prazo no nível médio da série. A segunda, chamada de componente periódica (harmônicos), contém informação sobre eventos que se repetem regularmente em um intervalo de tempo. A terceira componente, chamada de ruído, representa todos os aspectos considerados irrelevantes para descrever o comportamento da série. O termo “Análise de Espectro Singular” do acrônimo em inglês *Singular Spectrum Analysis* (SSA) provém da decomposição espectral (que conserva os autovalores) de uma matriz em um conjunto (espectro) de autovalores (Elsner & Tsonis, 1996). O termo sinal é atribuído

às componentes de tendência e periódicas. A SSA incorpora elementos da análise clássica de séries temporais, estatísticas multivariadas, geometria multivariada, dinâmica de sistemas e processamento de sinal. Apesar de muitos elementos estatísticos e probabilísticos estarem presentes na fundamentação do método, não há suposições estatísticas e nenhum modelo paramétrico é utilizado para estimar as componentes de tendência, harmônicos e ruídos.

Vários artigos foram publicados sobre o método SSA. O formalismo matemático e o desenvolvimento do método é descrito em Elsner & Tsonis (1996), Danilov (1997), Golyandina *et al.* (2001) e Buchstaber (1994). Várias modificações, aplicáveis a diversas situações, foram propostas, como para a análise multivariada (Broomhead & King, 1986b), análise de séries contínuas e sequencial para detecção de mudança estrutural (Moskvina & Zhigljavsky, 2003) e preenchimento de falhas de dados (Schoellhamer, 2001; Kondrashov *et al.*, 2005; Golyandina & Osipov, 2007).

Bozzo *et al.*, (2010) ressaltam a aplicabilidade do método SSA na física, economia, ciências sociais e pesquisa de mercado. Há uma ampla literatura sobre a aplicação do método nas ciências ambientais. Prieto *et al.* (1999) analisaram uma série anual de chuva de granizo. Carniel & Di Cecca (1999) propuseram e aplicaram o método para análise de tremores vulcânicos. Schoellhamer (2002) empregou o método para preencher falhas de dados em séries temporais de sólidos suspensos e Baratta *et al.* (2003) para previsão de precipitação diária. Marques *et al.* (2006) aplicaram o método para previsão de eventos futuros em séries de precipitação anual, escoamento superficial mensal e temperatura horária da água. Kondrashov & Ghil (2006) aplicaram o método para preencher falhas de dados em séries temporais multivariadas da temperatura superficial oceânica e índice atmosférico SOI (*Southern Oscillation Index*).

Este estudo mostra como o método SSA pode ser aplicado para extrair informação sobre a tendência e efeitos sazonais de séries temporais de vazão média mensal. O estudo foi realizado com dados de vazão média mensal de duas estações fluviométricas localizadas no Rio Cuiabá no Estado de Mato Grosso.

## METODOLOGIA

Os dados utilizados neste estudo são provenientes do programa de monitoramento do Estado de Mato Grosso e estão disponíveis no Sistema de

Informações Hidrometeorológicas, *Hidroweb* (ANA, 2003).

## Obtenção e pré-processamento dos dados

Foram obtidos dados de vazão média mensal das estações fluviométricas Marzagão (66140000), Rosário Oeste (66250001), Acorizal (66255000), Cuiabá (66260001), Barão de Melgaço (66280000), Porto Cercado (66340000) e Fazenda Raizama (66231000). A Figura 1 mostra a localização das estações na Bacia do Rio Cuiabá.

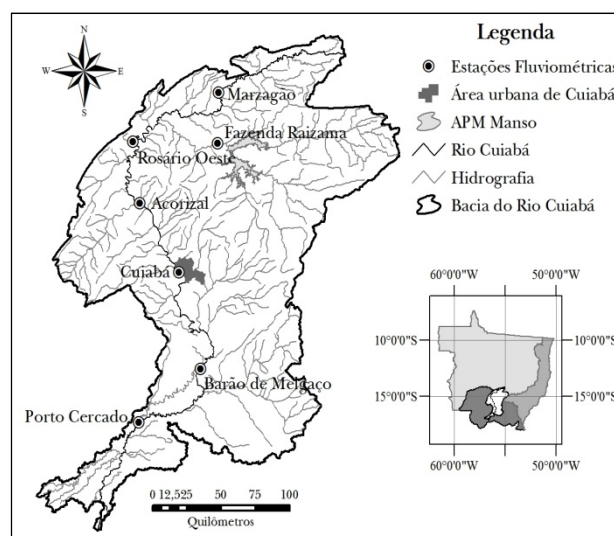


Figura 1 - Localização das Estações fluviométricas na bacia hidrográfica do Rio Cuiabá.

Entretanto, apenas as estações Acorizal (66255000) e Cuiabá (66260001) possuem séries completas de vazão. A estação Acorizal possui 504 observações, correspondentes ao período de janeiro de 1966 a dezembro de 2007, a estação Cuiabá possui 552 observações, correspondentes ao período de dezembro de 1962 a setembro de 2007.

## Método de Análise de Espectro Singular (SSA)

O método SSA consiste em dois estágios complementares. O primeiro estágio decompõe a série original, enquanto o segundo estágio reconstrói a série. Cada estágio, por sua vez, possui dois passos. O primeiro estágio inclui a inserção da série num espaço vetorial (*embedding*) e a decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition* -

SVD), enquanto o segundo estágio compreende o agrupamento dos autovetores e a diagonalização (Golyandina *et al.*, 2001; Hassani, 2007).

**Inserção da série no espaço vetorial**

Considerando uma série temporal  $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$  de tamanho  $N$ . Fixando o tamanho da janela,  $L$ , sendo  $1 < L < N$ , a etapa de inserção transforma a série original em uma sequência de vetores defasados no tempo de dimensão  $L \{X_i\}_{i=1}^K$  onde  $K = N - L + 1$ , ou seja:

$$X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T, \tag{1}$$

Sendo  $1 \leq i \leq K$ . A matriz trajetória da série  $F_N$  é formada pelos vetores defasados:

$$X = [X_1 : \dots : X_K] \tag{2}$$

A matriz trajetória pode ser escrita como:

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} \begin{bmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Obviamente,  $x_{ij} = f_{i+j-2}$  e a matriz  $\mathbf{X}$ , tem valores iguais nas diagonais,  $i + j$  é constante.

**Decomposição em Valores Singulares (SVD)**

O resultado desta etapa é a decomposição da matriz trajetória  $\mathbf{X}$ , em seus valores singulares. Considere a matriz  $\mathbf{S} = \mathbf{X} \mathbf{X}^T$  de dimensão  $L \times L$ . Denotando por  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  os autovalores de  $\mathbf{S}$ , em ordem decrescente de magnitude ( $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ ) e por  $U_1, \dots, U_L$  os autovetores correspondentes, o resultado da decomposição em valores singulares da matriz trajetória  $\mathbf{X}$  pode ser expressa matematicamente como:

$$X = [X_1 + \dots + X_d] \tag{4}$$

onde,  $d$  é a quantidade de autovalores diferentes de zero (da matriz  $\mathbf{S}$ ) e  $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ .

**Agrupamento**

O procedimento de agrupamento particiona o conjunto de índices  $\{1, \dots, d\}$  em  $m$  subconjuntos de  $I_1, \dots, I_m$ . Fazendo  $I = \{i_1, \dots, i_p\}$  então a matriz resultante  $\mathbf{X}_I$  correspondente ao grupo  $I$  é definida como  $X_i = X_{iL} + \dots + X_{ip}$ . Estas matrizes são calculadas para  $I = I_1 + \dots + I_m$  e a expansão leva a decomposição:

$$X = X_{I1} + \dots + X_{Im} \tag{5}$$

O procedimento de escolha do conjunto de  $I = I_1, \dots, I_m$  é chamado de agrupamento.

**Diagonalização**

O último passo da SSA transforma cada matriz resultante da decomposição, e que fora agrupada, em uma nova série de tamanho  $N$ . Chamando de  $\mathbf{Y}$  a matriz  $L \times K$  com elementos  $y_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq L$ ,  $1 \leq j \leq K$ . Definindo  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$  e  $N = L + K - 1$ . Fazendo  $y_{ij}^* = y_{ij}$  se  $L < K$  e  $y_{ij}^* = y_{ji}$  caso contrário. A matriz  $\mathbf{Y}$  é a matriz trajetória de uma série  $(h_0, \dots, h_{N-1})$ . Em outras palavras, se  $\mathbf{Y}$  é uma matriz de Hankel, então  $g_i = h_i$  para todo  $i$ . A diagonalização aplicada a matriz resultante  $\mathbf{X}_{Ik}$  produz a série  $\tilde{F}^{(K)} = \tilde{F}_0^{(K)}, \dots, \tilde{F}_{N-1}^{(K)}$  e, portanto, a série inicial  $f_0, \dots, f_{N-1}$  é decomposta em uma soma de  $m$  series:

$$f_n = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_n^{(k)} \tag{6}$$

Os resultados da análise da série temporal de vazão média mensal das estações Acorizal e Cuibá são discutidos, em detalhes, a seguir.

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

A Figura 2 mostra a série temporal de vazão média mensal da estação Acorizal no período de janeiro de 1966 a dezembro de 2007. É possível verificar na Figura 2, que a vazão média mensal possui um comportamento oscilatório (com período de 12 meses) em função dos ciclos hidrológicos.

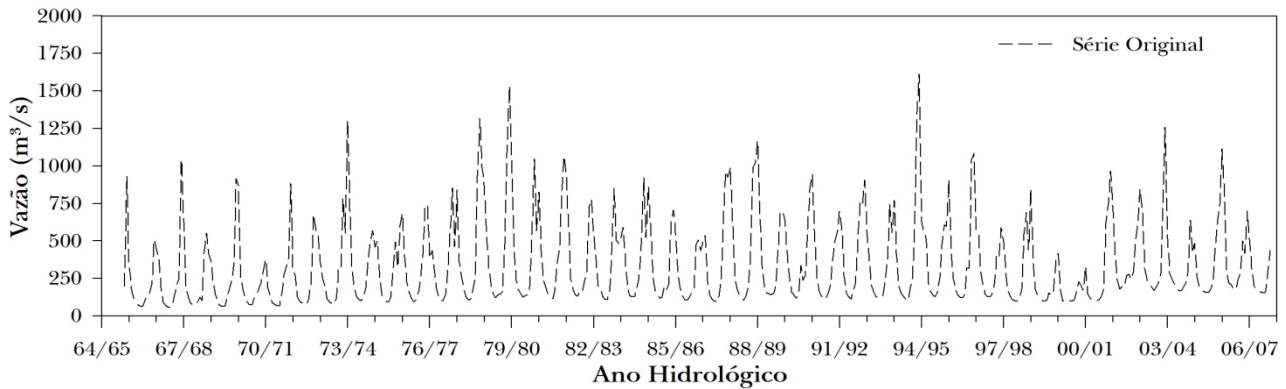


Figura 2 - Série temporal da vazão média mensal na estação de Acorizal.

As maiores vazões ocorrem preferencialmente nos meses de janeiro, fevereiro e março, e as menores vazões nos meses de julho, agosto e setembro. Em fevereiro de 1995 (ano hidrológico 94/95) foi registrada a maior vazão, 1.614,2 m<sup>3</sup>/s, e em setembro de 1967 (ano hidrológico 66/67) foi registrada a vazão mínima de 57,2 m<sup>3</sup>/s.

Entretanto, para extrair informações que não podem ser facilmente observadas no gráfico da Figura 2, a série de vazão foi decomposta através do método SSA conforme descrito a seguir.

**Decomposição da Série Original**

Levando em conta que a série possui periodicidade anual e conforme sugerido por Hassani (2007) e Golyandina & Osipov (2007),  $L$  deve ser um número divisível por 12 e próximo da metade do tamanho da série ( $N/2$ ). O tamanho da janela foi fixado em 252 ( $L = 252$ ).

Para  $L = 252$  a decomposição resultou em um conjunto de 253 vetores defasados ( $K = 253$ ). O próximo passo fazer a separação entre o sinal (componentes periódicas e de tendência) e os ruídos.

**Separação do Sinal e do Ruído**

Como destacado por Hassani (2007) e Golyandina *et al.* (2001), uma componente periódica é caracterizada por um par de autovetores de mesmo período e valores singulares próximos, enquanto uma componente de tendência é identificada por um autovetor isolado. A componente de ruído é identificada por uma sequência de autovetores com valores singulares próximos e decrescentes. A Figura 3 mostra o gráfico de valores singulares em função dos autovetores resultante da decomposição da série original.

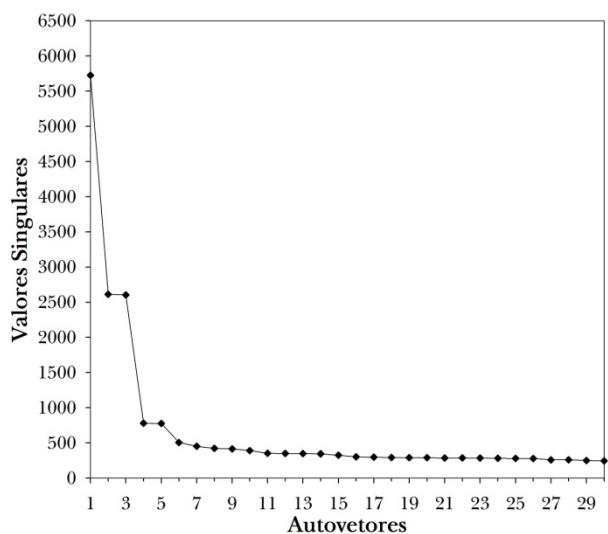


Figura 3 - Valores singulares resultantes da decomposição da série original ( $L=252$ ).

Hassani (2007) e Golyandina *et al.* (2001) ainda destacam que dois autovetores da mesma componente periódica estão fortemente correlacionados entre si, mas não estão correlacionados com os autovetores das outras componentes. Uma forma de medir o grau de dependência entre os autovetores é por meio da análise de correlação. Quanto maior for o módulo do coeficiente de correlação, maior é a relação e, consequentemente, a dependência entre os autovetores. A Figura 4 mostra os coeficientes de correlação entre os primeiros dezesseis autovetores defasados.

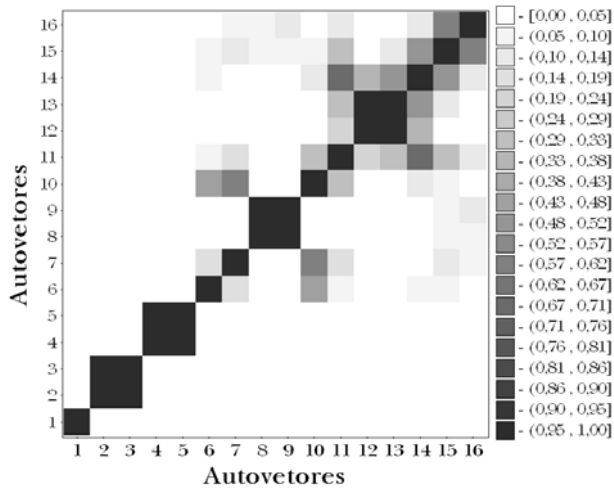


Figura 4 – Matriz de correlação entre os 16 primeiros autovetores.

A Figura 3 evidencia que o valor singular do autovetor |1> é consideravelmente maior que os valores singulares dos outros autovetores. A Figura 4 mostra que o autovetor |1> não está correlacionado com outros autovetores extraídos da série. Portanto, o autovetor |1> contém informação sobre a tendência da série conforme mostra a Figura 5.

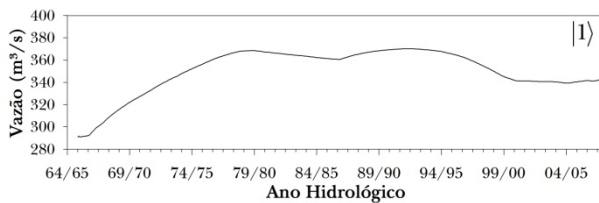


Figura 5 – Informação sobre a tendência da série.

A Figura 3 mostra que os pares de autovetores |2>|3> e |4>|5> possuem valores singulares bastante próximos, formando um platô no gráfico e, portanto, contém informação sobre o comportamento periódico da série. A Figura 4 evidencia que os autovetores |2> e |3> estão correlacionados entre si, mas não estão correlacionados com outros autovetores. Os autovetores |4> e |5> têm o mesmo comportamento dos autovetores |2> e |3>. O par de autovetores |2>|3> dá origem a uma componente periódica (período igual a 12 meses) conforme mostra a Figura 6. O par de autovetores |4>|5> também dá origem a uma componente periódica (período igual a 6 meses) conforme mostra a Figura 7.

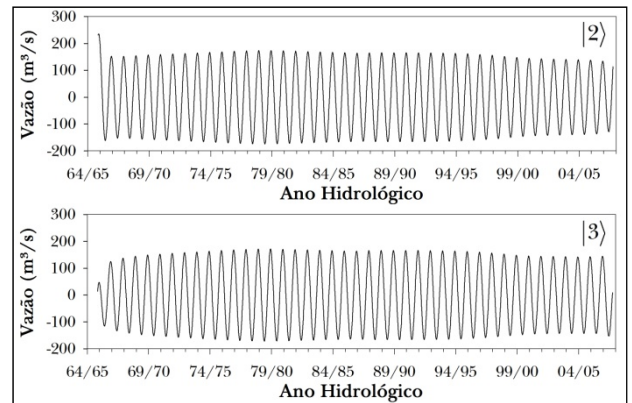


Figura 6 - Autovetores com período igual a 12 meses.

A Figura 3 também mostra que a partir do autovetor |6> há uma suave diminuição dos valores singulares dos autovetores. A Figura 4 mostra que os autovetores |6> e |7>, possuem correlação entre si e com os autovetores |10> e |11>

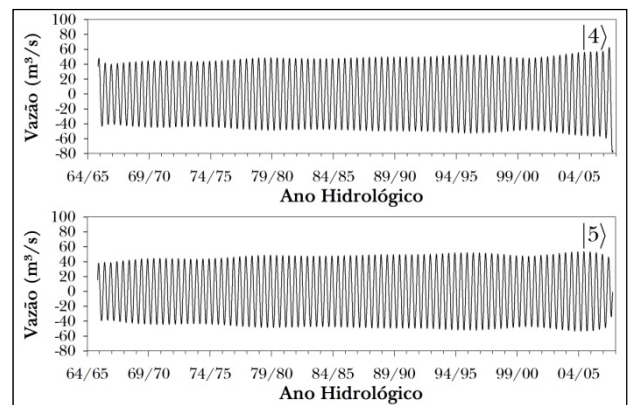


Figura 7 - Autovetores com período igual a 6 meses.

Assim como o autovetor |1>, os autovetores |6> e |7> dão origem a uma componente de tendência da série (ver Figura 8), embora essa componente seja formada pela sobreposição dos autovetores de tendência com os autovetores |10> e |11>.

A Figura 3 mostra outro platô formado pelo par de autovetores |8>|9>. A Figura 4 mostra que eles possuem correlação forte entre si e correlação desprezível com os autovetores |15> e |16>. Portanto, os autovetores |8> e |9> dão origem a uma componente periódica, (período igual a 14 meses) conforme mostra a Figura 9.

A periodicidade de 14 meses pode estar associada a algo que ocorre entre o final e início de

cada ano hidrológico devido a variações climáticas, porém uma explicação conclusiva desta hipótese está fora do escopo deste estudo.

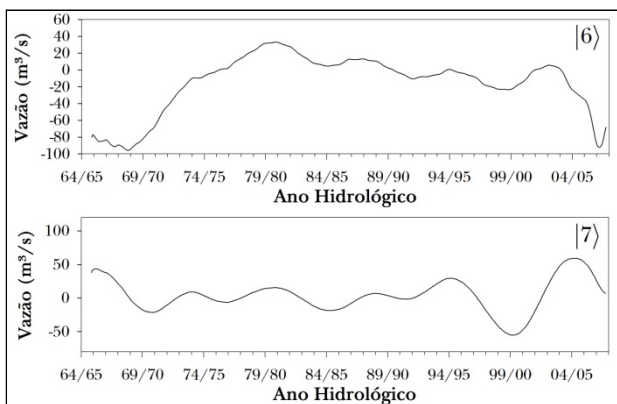


Figura 8 - Autovetores da tendência.

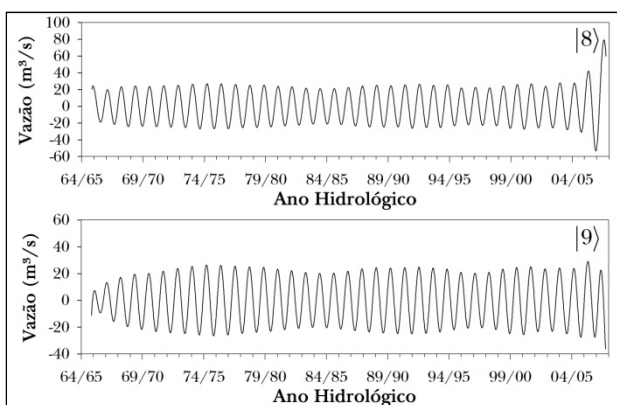


Figura 9 - Autovetores com período igual a 14 meses.

A partir do autovetor |10), todos os valores singulares diminuem de forma suave (ver Figura 3) e os correspondentes autovetores são correlacionados (ver Figura 4). Devido a existência da correlação entre eles, foram interpretados como ruídos.

O resultado da separação entre o sinal e os ruídos resultou em três grupos de autovetores ( $m = 3$ ). O primeiro grupo composto pelos autovetores |1)|6)|7) que dão origem a componente de tendência da série, o segundo grupo composto pelos autovetores |2)|3)|4)|5)|8)|9) que dão origem a componente periódica da série e o terceiro grupo composto por todos os outros autovetores, |10)|11)|...)|253), os quais foram considerados ruídos.

### Reconstrução da série

Primeiro a série foi reconstruída utilizando somente os autovetores que deram origem a tendência da série. A Figura 10(a) mostra a série original e a reconstrução da tendência utilizando apenas o autovetor |1). A Figura 10(b) mostra a série original e a reconstrução da tendência utilizando os autovetores |6) e |7). As duas séries resultantes confirmam que os autovetores |1)|6)|7) dão origem a componente de tendência da serie original.

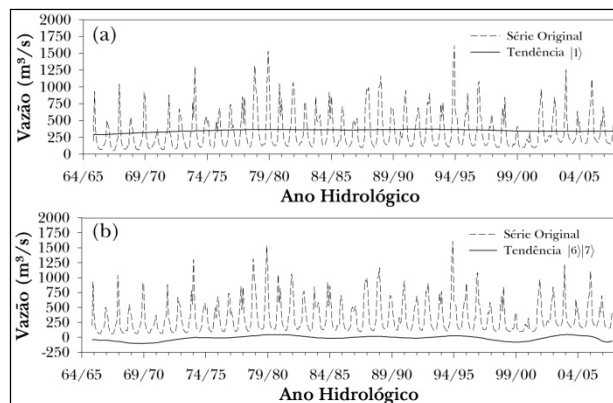


Figura 10 - Reconstrução da tendência da série: (a) utilizando o autovetor |1) e (b) utilizando os autovetores |6) e |7).

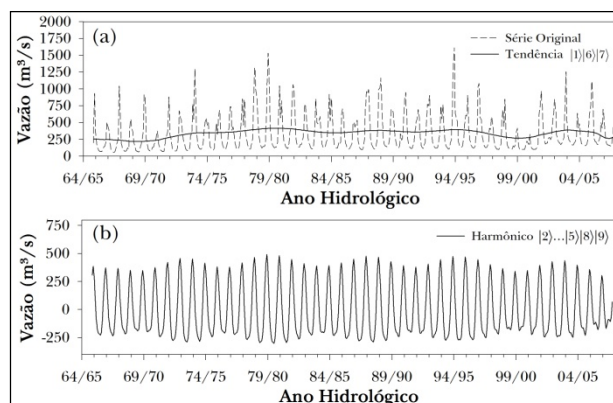


Figura 11 - Reconstrução da série: (a) componente da tendência, (b) componente periódica.

A Figura 11 (a) mostra a série original e a reconstrução da tendência utilizando os autovetores |1)|6)|7). A reconstrução da tendência utilizando simultaneamente os três autovetores, indica a existência de uma oscilação de longo alcance com período de aproximadamente 6 anos. Esta informação não é visível na Figura 2. Como o tamanho da série é

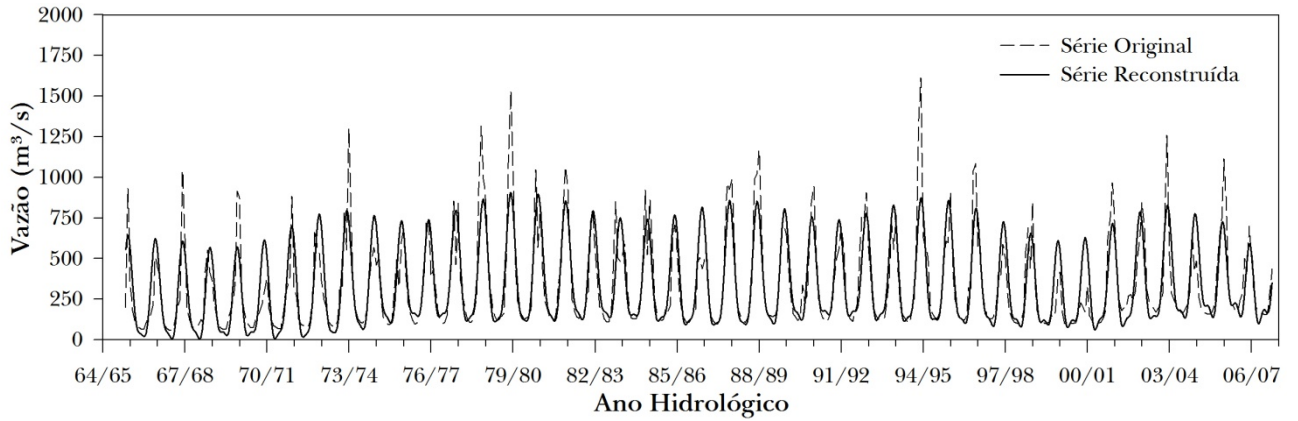


Figura 12 – Reconstrução da série de vazão média mensal da Estação Acorizal.

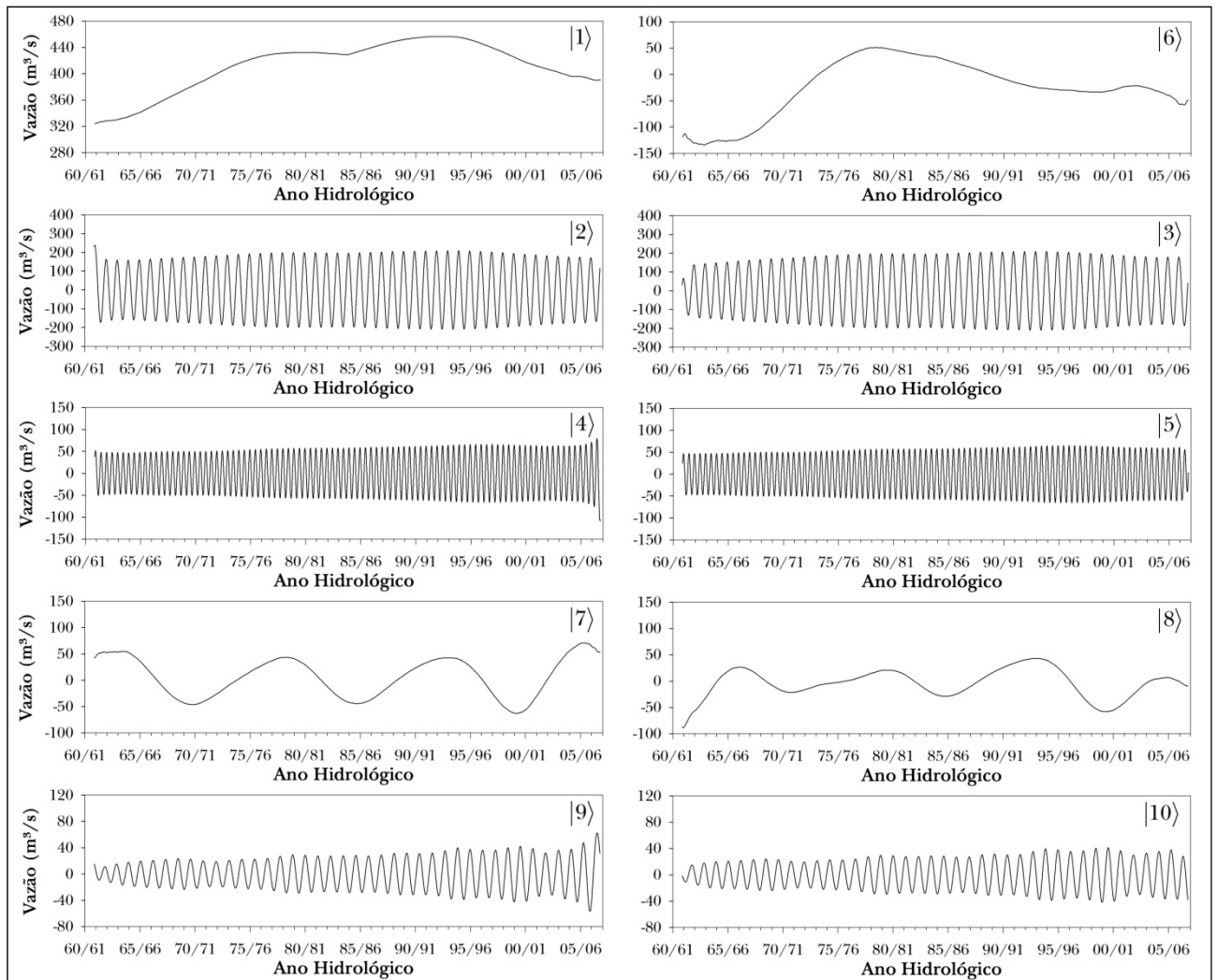


Figura 13 – Autovetores extraídos da série temporal de vazão da estação Cuiabá.

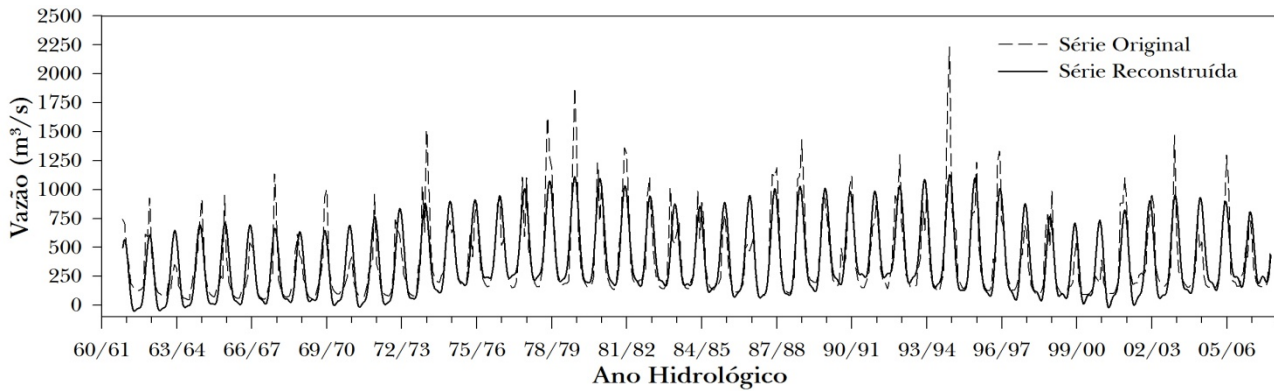


Figura 14 – Reconstrução da série temporal da Estação Cuiabá.

pequeno (42 anos), uma série maior é necessária para que se possa afirmar que esta oscilação seja característica da série. A Figura 11 (b) mostra a reconstrução da componente periódica utilizando simultaneamente os autovetores  $|2\rangle|3\rangle|4\rangle|5\rangle|8\rangle|9\rangle$ . A reconstrução reproduz de forma satisfatória o comportamento periódico de 6 e 12 meses. A Figura 12 mostra a reconstrução da série original utilizando a componente de tendência, formada pelos autovetores  $|1\rangle|6\rangle|7\rangle$  e a componente periódica, formada pelos autovetores  $|2\rangle|3\rangle|4\rangle|5\rangle|8\rangle|9\rangle$ . É possível observar que a reconstrução da série utilizando os autovetores extraídos na etapa de separação do sinal e do ruído, reproduz de forma satisfatória o comportamento periódico da série original.

O mesmo procedimento foi adotado para decompor a série da estação Cuiabá. O tamanho da janela escolhido foi 276 ( $L = 276$ ), o que resultou em um conjunto de 277 vetores defasados ( $K = 277$ ). A Figura 13 mostra os autovetores  $|1\rangle, \dots, |10\rangle$ , extraídos na etapa de decomposição da série. Os autovetores  $|1\rangle|6\rangle|7\rangle|8\rangle$  dão origem a componente de tendência e os autovetores  $|2\rangle|3\rangle|4\rangle|5\rangle|9\rangle|10\rangle$  dão origem a componente periódica da série. Os demais autovetores  $|11\rangle, \dots, |277\rangle$  foram interpretados como ruídos. O par de autovetores  $|2\rangle|3\rangle$  dá origem a componente periódica de 12 meses, o par de autovetores  $|4\rangle|5\rangle$  dá origem a componente periódica de 6 meses e o par de autovetores  $|9\rangle|10\rangle$  dá origem a componente periódica de 14 meses. O par de autovetores  $|7\rangle|8\rangle$  indica uma oscilação de longo alcance com período de aproximadamente 12 anos.

A Figura 14 mostra a reconstrução da série original após agrupar as componentes de tendência e as componentes periódicas. A Figura 14, também mostra que a reconstrução da série utilizando os

autovetores extraídos na etapa de separação do sinal e do ruído reproduz de forma satisfatória o comportamento periódico da série original.

Os maiores resíduos encontrados na etapa de reconstrução das séries foram  $741,61 \text{ m}^3/\text{s}$  (Estação Acorizal) e  $1.104,24 \text{ m}^3/\text{s}$  (Estação Cuiabá), correspondentes aos meses de março de 1995 e fevereiro de 1994, respectivamente. O coeficiente de correlação de *Pearson* foi calculado para medir grau de relação entre as séries original e reconstruída, conforme mostra a Tabela 1. A Tabela 1 também mostra o erro médio absoluto (EMA) e erro médio relativo (EMR) da etapa de reconstrução.

Tabela 1 – Coeficiente de correlação e erros médios.

Estação	$\rho$	$p$ -valor	EMA	EMR
Acorizal	0,8584	$< 2,2 \times 10^{-16}$	$145,6 \text{ m}^3/\text{s}$	0,5%
Cuiabá	0,8564	$< 2,2 \times 10^{-16}$	$121,1 \text{ m}^3/\text{s}$	0,4%

Levando em conta a magnitude dos erros e do coeficiente de correlação de *Pearson*, pode-se concluir que as séries reconstruídas representam o comportamento das séries originais de forma satisfatória e podem ser utilizadas para explicar o comportamento da série original. O erro na reconstrução é atribuído aos ruídos presentes na série original e eventos ambientais extremos não previsíveis facilmente. É importante observar que a reconstrução não previu os picos de vazão existentes nas séries originais. Visando melhorar a reconstrução e prever os picos de vazão, outros tamanhos de janela foram testados para decompor as séries, mas os resultados foram bastante similares aos obtidos inicialmente.



## CONCLUSÕES

Resumindo os resultados obtidos na análise de espectro singular dos valores de vazão média mensal, pode-se concluir que o método é capaz de extrair informação sobre a dinâmica da variável hidrológica vazão.

Os resultados mostram que o método SSA foi capaz de modelar a tendência não linear e o comportamento periódico da série. Foram encontradas duas oscilações dominantes, correspondendo a 6 e 12 meses, além de uma oscilação de 14 meses. As oscilações de 12 e 6 meses foram interpretadas como o período de início e fim de cada ano hidrológico e dos períodos estiagem-chuva, respectivamente. A oscilação de 6 meses confirma a sazonalidade em função do ciclo estiagem-cheia, característico da região (Zeilhofer *et al.*, 2006). Tanto na estação Acorizal quanto na estação Cuiabá se observou uma oscilação de longo alcance, compreendendo um período de aproximadamente 6 e 12 anos, respectivamente. A interpretação das oscilações de longo alcance estão fora do escopo deste estudo.

A vazão média mensal, calculada com os valores da série reconstruída quando comparados com a série original tiveram erro médio absoluto e relativo, considerados baixos. Uma vez que o método se mostrou eficiente na extração das componentes e na reconstrução da série temporal de vazão média mensal, pode ser utilizado como ferramenta de auxílio na gestão de recursos hídricos visando a tomada de decisão orientada a partir da análise da tendência e efeitos sazonais de séries temporais de vazão média mensal.

## REFERÊNCIAS

- ANA - AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (2003) *Hidroweb*. Disponível: [www.hidroweb.ana.gov.br](http://www.hidroweb.ana.gov.br). Acesso: Julho de 2009.
- BARATTA, D., CICONI, G., MASULLI, F. e STUDER, L. (2003) *Application of an ensemble technique based on singular spectrum analysis to daily rainfall forecasting*. Neural Networks, 16. p. 375-387.
- BOX, G. E. P. & PIERCE, D. A. (1970) *Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive Moving Average Time Series Models*. Journal of the American Statistical Association. 65, p. 1509-1526.
- BOX, G. E. P. & JENKINS, G. M. (1976) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco Holden-Day, 575p.
- BOZZO, E., CARNIEL, R. e FASINO, D. (2010) *Relationship between Singular Spectrum Analysis and Fourier analysis: Theory and application to the monitoring of volcanic activity*. Computers and Mathematics with Applications. 60, p. 812-820.
- BROOMHEAD, D. S. & KING, G. P. (1986a) *Extracting qualitative dynamics from experimental data*. Physica D. 20, p. 217-236.
- BROOMHEAD, D. S. & KING, G. P. (1986b) *On the qualitative analysis of experimental dynamical systems*. In: SARKAR, S. (Ed.) Nonlinear Phenomena and Chaos. Adam Hilger, Bristol. p. 113-144.
- BUCHSTABER, V. M. (1994) *Time series analysis and grassmannians*. In: GINDIKIN, S. (Ed.) Applied Problems of Random Transform. Volume 162 of AMS Transactions – series 2. AMS, Province. p. 1-17.
- CARNIEL, R. & DI CECCA, M. (1999) *Dynamical tools for the analysis of long term evolution of volcanic tremor at Stromboli*. Annals of Geophysics. 42 (3) p. 483-495.
- DANILOV, D. (1997) *Principal components in time series forecast*. Journal of Computational and Graphical Statistics, 6, p. 112-121.
- ELSNER, J. B. & TSONIS, A. A. (1996) *Singular Spectrum Analysis: A new tool in Time Series Analysis*. Plenum Press, New York and London. 164p.
- FAN, J. & YAO, Q. (2003) *Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods*. Springer, New York, INC. 551p.
- GHIL, M., ALLEN, M. R., DETTINGER, M. D., IDE, K., KONDRASHOV, D., MANN, M. E., ROBERTSON, A. W., SAUNDERS, A., TYAN Y., VARADI, F. e YIOU, P. (2002) *Advanced spectral methods for climatic time series*, Review of Geophysics, 40 (1), p. 1-41.
- GOLYANDINA, N., NEKRUTKIN, V. e ZHIGLJAVSKY, A. (2001) *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques*. Chapman & Hall/CRC, London. 305p.
- GOLYANDINA, N. & OSIPOV, E. (2007). *The "Caterpillar"-SSA method for analysis of time series with missing values*. Journal of Statistical Planning and Inference. 137, p. 2642-2653.
- HASSANI, H. (2007) *Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison*. Journal of Data Science. 5, p. 239-257.
- KIRCHGÄSSNER, G. & WOLTERS, J. (2007) *Introduction to Modern Time Series Analysis*. Springer. 274p.
- KONDRASHOV, D., FELIKS, Y. e GHIL, M. (2005) *Oscillatory modes of extended Nile River records (A.D. 622-1922)*. Geophysical Research Letters. 32 (10), L10702.

- KONDRASHOV, D. & GHIL, M. (2006) *Spatio-temporal filling of missing points in geophysical data sets*. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 13, p. 151-159.
- MARQUES, C. A. F., FERREIRA, J. A., ROCHA, A., CASTANHEIRA, J. M., MELO-GONÇALVES, P., VAZ, N. e DIAS, J. M. (2006) *Singular spectrum analysis and forecasting of hydrological time series*. *Physics and Chemistry of the Earth*. 31, p. 1172-1179.
- MORETTIN, P. A. & TOLOI, C. M. C. (2006) *Análise de Séries Temporais*. 2ª edição, rev. E ampl. - São Paulo: Edgard Blücher. 538p.
- MOSKVINA V. G. & ZHIGLJAVSKY A. A. (2003) *An algorithm based on singular spectrum analysis for change-point detection*. *Communication in Statistics: Simulation and Computation*. 32 (2), p. 319-352.
- POLLOCK, D. S. G. (1999) *A Handbook of Time-Series Analysis, Signal Processing and Dynamics*. Academic Press, 782p.
- PRIETO, R., GIMENO, L., GARCÍA, R., HERRERA, R., HERNÁNDEZ, E. e RIBERA, P. (1999) *Interannual variability of hail-days in the Andes region since 1885*. *Earth and Planetary Science Letters*, 171. p. 503-509.
- SCHOELLHAMER, D. H. (2001) *Singular Spectrum Analysis for time series with missing data*. *Geophysical Research Letters*. 28 (16), p. 3187-3190.
- SCHOELLHAMER, D. H. (2002) *Variability of suspended-sediment concentration at tidal to annual time scales in San Francisco Bay, USA*. *Continental Shelf Research*. 22, p. 1857-1866.
- ZEILHOFER, P., LIMA, E. B. N. R. e LIMA, G. A. R. (2006) *Spatial Patterns of Water Quality in the Cuiabá River Basin, Central Brazil*. *Environmental Monitoring and Assessment*. 123, p. 41-62.

*of the original time series indicating that the method can be considered as a new tool to water resources management.*

**Key-words:** *Time series, Mean monthly flow, Singular Spectrum Analysis (SSA), Cuiabá River.*

### ***Time Series Analysis of Mean Monthly Flows in Cuiabá River by Singular Spectrum Analysis (SSA) Method***

#### **ABSTRACT**

*This study examines the application of the Singular Spectrum Analysis (SSA) method to assess existing trends and oscillations in time series of mean monthly flow in non-parametric fashion. The method was applied to analyze the values of mean monthly flows recorded at the Acorizal and Cuiabá gauges located in the Cuiabá River. The results show that the SSA is able to extract the components of trend, harmonics and noise of the series. The reconstructed time series (with only the trend and harmonic components) satisfactorily reproduced the nonlinear trend*