REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA **24**, 99–101, 2014
ISSN 1562–3823. INDEXADA EN: SCIELO, LATINDEX, PERIÓDICA

LA ÓRBITA DEL SATÉLITE TÚPAC KATARI

THE TÚPAC KATARI SATELLITE ORBIT

RUDY VILCA SALINAS
Carrera de Ciencias Físicas y Energías Alternativas
Universidad Pública de El Alto
Av. Sucre esq. Pascoe
El Alto, Bolivia

RESUMEN

Desde el 20 de diciembre de 2013, el satélite boliviano Túpac Katari se encuentra orbitando alrededor de la Tierra, y lo hace "según se difundió en su oportunidad por diversos medios" en una órbita geoestacionaria a una altura de 36000 km. Pero, ¿por qué se lo colocó a esa altura? ¿Podría haber sido puesto en otra? En este trabajo se deduce la altura a la que debe estar un satélite geoestacionario aplicando las leyes elementales de la mecánica.

Código(s) PACS: 01.40.Ha — 45.50.Pk

Descriptores: Enseñanza de la ciencia — Mecánica celeste

ABSTRACT

From December 20 (2013) on, the Bolivian satellite Túpac Katari is orbiting Earth in a geostationary orbit at a 36000 km height (as it was publicly informed by different media). Why is it orbiting at such a height? Could it be orbiting at a different height? In this work we deduce the specific height at which a geostationary satellite must be orbiting by applying elementary laws of mechanics.

Subject headings: Science teaching — Celestial mechanics

1. INTRODUCCIÓN

La historia de los satélites artificiales, comenzó en plena realización del "Año Geofísico Internacional"[1] cuando el 4 de octubre de 1957 fue puesto en órbita el Sputnik 1, satélite lanzado por la entonces Unión Soviética. Desde aquella fecha, los satélites de diversas clases y de diversas procedencias han proliferado y a la fecha, contando tan sólo los activos, su número supera el millar.

Una clase especial de los satélites artificiales, es la de los llamados "satélites geoestacionarios", cuya principal característica es mantenerse siempre, invariablemente, sobre un mismo punto del ecuador terrestre, lo cual se consigue haciendo que el satélite gire circularmente en el plano del ecuador (Figura 1), a la misma velocidad rotacional que la Tierra, es decir, la velocidad de giro del satélite es tal que, al igual que la Tierra, da una vuelta en un día (se dice entonces que el periodo de rotación del satélite coincide con el de la Tierra). A esta clase de satélites pertenece el Túpac Katari. Los satélites de este tipo son ideales para aplicaciones en comunicaciones y en meteorología; el hecho de que su órbita sea ecuatorial, los hace idóneos para aquellos países que, como Bolivia, se encuentran a baja latitudes, cerca de la línea del ecuador, mientras que para países de latitudes altas (y que por tanto están alejados del ecuador) -como es el caso de Rusia, por ejemplo-, estos satélites no son los más adecuados, en cuyo caso recurren a otros tipos de satélites.

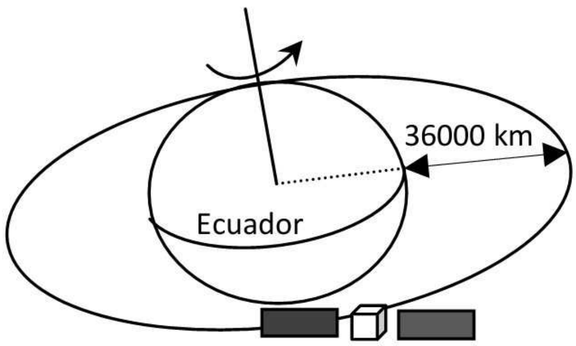

FIG. 1.— Esquema de una órbita geoestacionaria.

Cabe señalar que en el caso del satélite boliviano, éste no se halla directamente sobre Bolivia, sino un poco más al oeste, a una longitud de 87.2^o (Bolivia está entre las longitudes 57^o y 69^o oeste), sin embargo, esto no representa ningún inconveniente teniendo en cuenta la relativamente amplia cobertura del satélite.

[1] Periodo del 1 de julio de 1957 al 31 de diciembre de 1958, en el que se desplegó un colosal programa global de significativas investigaciones concernientes a la Tierra, al Sol y al espacio, con la participación de más de 5000 científicos y la colaboración mancomunada de 64 países.

2. MÁS SOBRE SATÉLITES GEOESTACIONARIOS

Ya señalamos que, para que un satélite sea geoestacionario, es decir, para que se mantenga siempre sobre la misma región ecuatorial (sobre Bolivia, en el caso optimista del Túpac), éste deberá dar una vuelta alrededor de la Tierra en un día. Para desarrollar esta velocidad orbital el satélite no puede estar en cualquier órbita, sino sólo en la órbita permitida para tal velocidad. Se puede decir que en el espacio existen ciertas "leyes de tránsito" que asignan para cada velocidad su correspondiente "carril" (órbita). A continuación determinaremos la altura de la órbita geoestacionaria desde dos enfoques equivalentes.

2.1. *Primer enfoque: la tercera ley de Kepler*

En este primer enfoque se obtiene un resultado aproximado para la altura de un satélite geoestacionario usando una ley empírica que era conocida antes de la síntesis newtoniana de las leyes de la dinámica, por lo que su aplicación al sistema Tierra-Luna-satélite resulta ser más sencilla y directa.

Estudiando datos de los movimientos de los planetas, Kepler (1571-1630) descubrió tres importantes leyes a las que se supeditan los planetas al girar en torno al Sol; nos interesa la tercera ley: *Los periodos de revolución (T) de los planetas elevados al cuadrado son proporcionales a los cubos de sus semiejes mayores (R)*, $T^2 \propto R^3$. Esta ley que rige en el sistema solar se puede aplicar al sistema de la Tierra, alrededor de la cual giran la Luna[2] y los satélites artificiales. Para el caso de la Luna (L) y el Túpac (t), la tercera ley de Kepler toma la forma $T_L^2/R_L^3 = T_T^2/R_T^3$, de donde se despeja:

$$R_T = R_L \sqrt[3]{\left(\frac{T_T}{T_L}\right)^2}. \tag{1}$$

Usaremos los siguientes datos: $T_L = (27.32 \pm 0.01)d$, $R_L = (60.0 \pm 0.2)rt$, $T_T = (1.000 \pm 0.003)d$, donde d es un día solar y $rt = 6380$ km (radio terrestre ecuatorial). El periodo del Túpac evidentemente es "un día", aclarando que se trata realmente de un "día sideral", que es igual a $23^h56'4''$, es decir, un poco menos que el día solar. Sustituyendo estos datos en (1), resulta un radio orbital $R_T = (6.62 \pm 0.05)rt$, de donde la altura del Túpac (distancia sobre la superficie terrestre y, digamos, sobre Bolivia) será $h = (R_T - 1)rt = (5.62 \pm 0.05)rt = (35800 \pm 300)km$.

[2] **Nota del editor:** si bien la Tierra se puede considerar (aproximadamente) un buen sistema de referencia inercial para el movimiento orbital de satélites artificiales, no es evidente, *a priori*, que deba ocurrir lo mismo para el caso del movimiento orbital de la Luna en torno a la Tierra, pues la fuerza que ejerce el Sol sobre la Luna es 2.12 veces mayor que la fuerza que ejerce la Tierra sobre la Luna. Sin embargo, es interesante comprobar analíticamente que la dinámica del sistema Tierra-Luna equivale, de manera aproximada, a suponer que sobre la Luna no actúa otra fuerza que la atracción de la Tierra en reposo, tal como lo supuso originalmente Newton al despreciar la interacción Sol-Luna (I. Newton, *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*, Libro III: fenómeno VI y proposición IV, teorema IV).

2.2. *Segundo enfoque: la ley de gravitación universal*

La ley de gravitación universal debida a Newton (1642-1727), nos dice que entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2, cuyos centros de masa están separados una distancia r, existe una fuerza de atracción igual a:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{2}$$

donde $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ es la constante de gravitación universal. Para el caso de la Tierra y el Túpac tendremos $m_1 = M$ y $m_2 = m$ respectivamente.

A continuación examinemos la cuestión del movimiento circular. Para que un cuerpo de masa m realice un movimiento circular, necesariamente debe existir una fuerza centrípeta F_c que, de acuerdo a la segunda ley de Newton, corresponderá a una aceleración centrípeta a_c, de acuerdo a la ecuación de movimiento (segunda ley de Newton)

$$F_c = m a_c \tag{3}$$

Sustituyendo $a_c = \omega^2 r$, donde $\omega = 2\pi/T$ es la velocidad angular correspondiente a una trayectoria orbital de radio r y periodo T, (3) queda como:

$$F_c = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}. \tag{4}$$

Para el caso del Túpac, que realiza un movimiento circular alrededor de la Tierra, (4) queda como $GMm/r^2 = 4\pi^2 mr/T^2$, de donde se despeja r:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}. \tag{5}$$

Sustituyendo los datos $T = T_T = (86164.0 \pm 0.1)s$, $M = (5.97 \pm 0.01) \times 10^{24} kg$ y el Parámetro Gravitacional[3] (cuyo uso es ventajoso desde el punto de vista de la precisión) $GM = (398600.4418 \pm 0.0009) kgm^3 s^{-2}$, se tiene de (5) que $r = (42164.14 \pm 0.03)km$. Ésta es la distancia del satélite al centro de la Tierra; dado que el radio terrestre en el ecuador es $R_T = (6378 \pm 1)km$, obtenemos finalmente la altura del satélite sobre la superficie de la Tierra, $h = (35786 \pm 1)km$.

3. CONCLUSIONES

Calculamos la altura del satélite Túpac Katari usando dos enfoques de las leyes elementales de la mecánica: el enfoque de la tercera ley de Kepler y el enfoque de la ley de gravitación universal (ciertamente las leyes de Kepler se *deducen* de la ley de gravitación universal, por lo que ambos enfoques son equivalentes). Los resultados numéricos que se obtienen son razonablemente buenos; el más preciso corresponde a una altura $h = (35786 \pm 1)km$. En los cálculos se consideró a la Tierra como una esfera perfecta. Si se toma en cuenta los efectos debido a las correcciones menores (aparentemente despreciables) en el movimiento del satélite, como ser: el achatamiento terrestre en los polos, la atracción de

[3] *Standard gravitational parameter* (wikipedia.org).

la Luna, del Sol y de otros cuerpos celestes, etc., seguramente dichos efectos en conjunto no tardarán alterar el movimiento del satélite. Es por ello que los satélites artificiales, en general, cuentan con mecanismos que constantemente controlan y corrigen la estabilidad de la trayectoria órbita para la que fueron específicamente diseñados.