

ESTRUCTURA DEL ESPACIO DE PARÁMETROS PARA LAS ECUACIONES DEL CIRCUITO DE CHUA

G. M. Ramírez Ávila¹, J. A. C. Gallas²

¹Instituto de Investigaciones Físicas
Universidad Mayor de San Andrés
Casilla 8635 La Paz, Bolivia

²Instituto de Física,
Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
91501-970 Porto Alegre, Brasil

RESUMEN

Se estudia en forma detallada el espacio de parámetros para las ecuaciones correspondientes al circuito de Chua con dos y tres parámetros que en primera instancia confirman los resultados obtenidos en [1] y además muestra la existencia de estructuras denominadas “camarones” que denotan periodicidades y un *hub* organizador de estas estructuras que dan lugar a “espirales”.

Descriptores: caos — circuito de Chua — periodicidades — sistemas dinámicos — dinámica no lineal.

ABSTRACT

We study in detail the parameter space for nonlinear differential equations corresponding to the Chua’s circuit. Our analysis of two and three parameters confirms preliminary results obtained in [1]. In addition, it shows the existence of structures denoting periodicities called “shrimps” and a *hub* which organizes these structures into “spirals”.

Key words: chaos — Chua’s circuit — periodicities — dynamical systems — nonlinear dynamics.

1. INTRODUCCIÓN

Si bien el estudio del caos experimenta una reconfiguración local [2] uno de cuyos principales exponentes fue E. N. Lorenz³ con su modelo que trataba de explicar la dinámica atmosférica del planeta [3] y que dio lugar al primer atractor caótico observado en un sistema autónomo de tercer orden [4]. Con el transcurso de los años, fueron descritos muchos sistemas de diferentes tipos que exhibían caos, pudiéndose encontrar una descripción de muchos de ellos en [5]. Uno de los tipos de sistemas más atractivos son los circuitos eléctricos, los cuales no sólo permitieron su utilización como artefactos de demostración del caos sino también como ver-

daderos objetos de estudio científico [6]. Entre estos circuitos eléctricos que pueden presentar comportamiento caótico, se pueden citar los propuestos por Testa *et. al.* [7], Sprott [8] y el paradigmático circuito de Chua [9] que será el objeto de estudio del presente trabajo. El artículo está organizado de la siguiente manera: En la Sección 2 se presenta sucintamente el circuito de Chua y las ecuaciones que lo modelan. En la Sección 3 se muestran los resultados del análisis del espacio de parámetros para las ecuaciones del circuito de Chua con dos y tres parámetros. Finalmente, en la Sección 4 se dan las conclusiones y perspectivas de la investigación realizada.

2. CIRCUITO DE CHUA

El circuito de Chua es uno de los modelos más populares que exhiben caos puesto que es el circuito autónomo más simple capaz de mostrar este

¹Email: mravila@fiumsa.edu.bo

Website: <http://www.fiumsa.edu.bo/docentes/mramirez/>

²Email: jgallas@if.ufrgs.br

Website: <http://www.if.ufrgs.br/~jgallas/>

³Fallecido recientemente el 16 de abril de 2008.

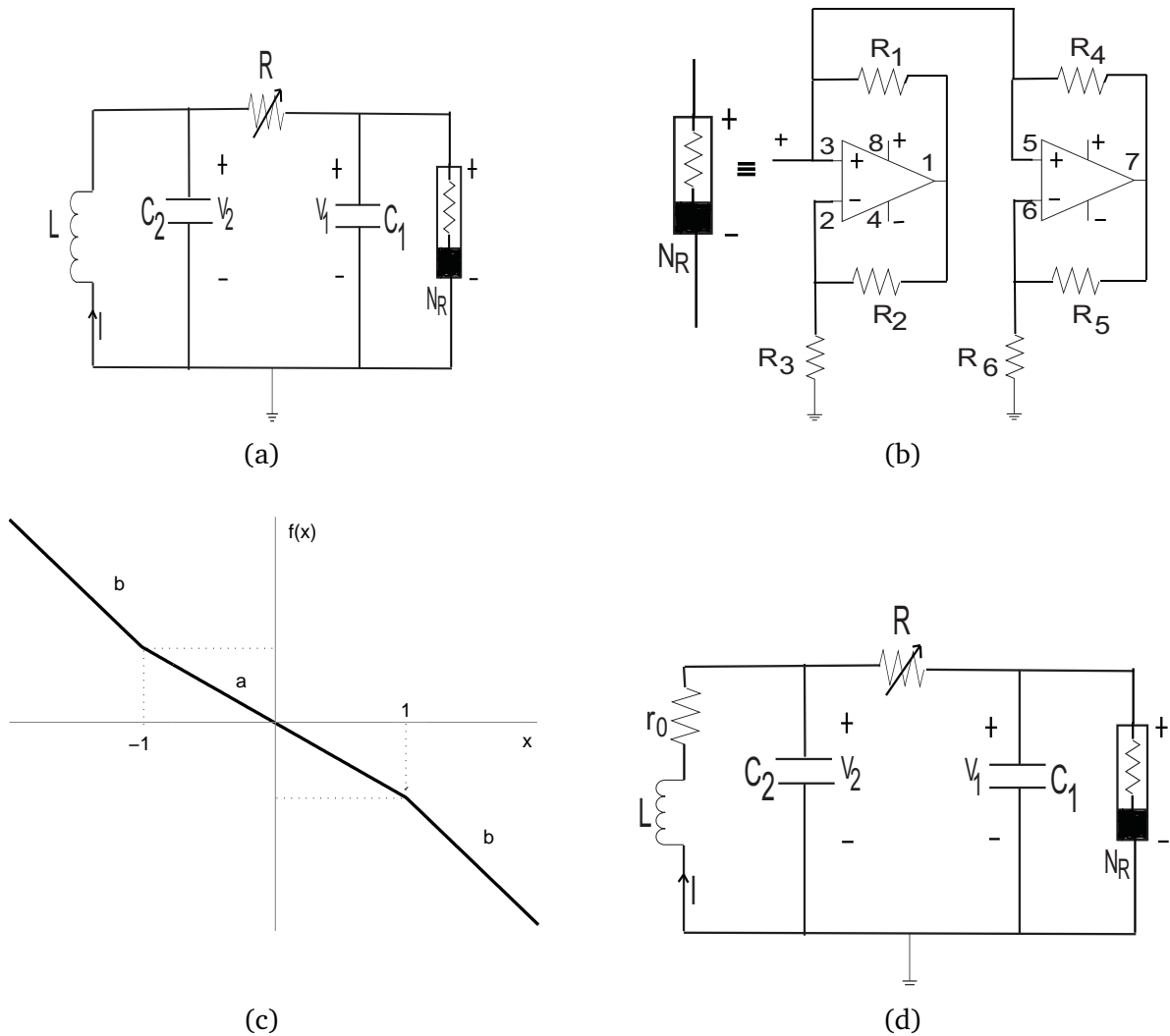


Figura 1. (a) El circuito de Chua con sus 4 elementos no lineales (los condensadores C_1 y C_2 , la bobina L , la resistencia R y el diodo Chua N_R que representa una resistencia no lineal). (b) Explicación del montaje del diodo de Chua, en el que se destacan los dos amplificadores operacionales y las 6 resistencias. (c) Curva característica no lineal (lineal segmentada en tres partes) para el diodo de Chua, con pendientes negativas a y b . (d) El circuito de Chua con tres parámetros debido a la conexión en serie de la resistencia lineal r_0 con la bobina L .

comportamiento puesto que tiene orden 3 debido a que contiene 4 elementos no lineales: el diodo de Chua que básicamente es una resistencia no lineal y dos condensadores, una bobina y una resistencia. Se lo introdujo a partir del análisis de un sistema electrónico ampliamente tratado por varios autores [9-11] y que fue descrito con cierto detalle en [1] (ver Figura 1, la cual fue tomada de [1]).

Por la riqueza⁴ en cuanto a su comportamiento, el circuito Chua ha sido y es objeto de mucha investigación científica, convirtiéndose en un paradigma universal para el caos cuyas ecuaciones se pueden

escribir:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha(y - x - f(x)),$$

$$\frac{dy}{dt} = x - y + z, \quad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = -\beta y - \gamma z,$$

siendo $f(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)(|x + 1| - |x - 1|)$ que se puede expresar como:

$$f(x) = \begin{cases} bx - a + b & \text{si } x \leq -1 \\ ax & \text{si } |x| \leq 1 \\ bx + a - b & \text{si } x \geq 1. \end{cases} \quad (2)$$

⁴Una galería de atractores obtenidos con un osciloscopio puede encontrarse en [1] G. Conde Saavedra & G. M. Ramirez Avila, "Estudio de dos circuitos caóticos", *Revista Boliviana de Física*, vol. 13, pp. 58-74, 2007.

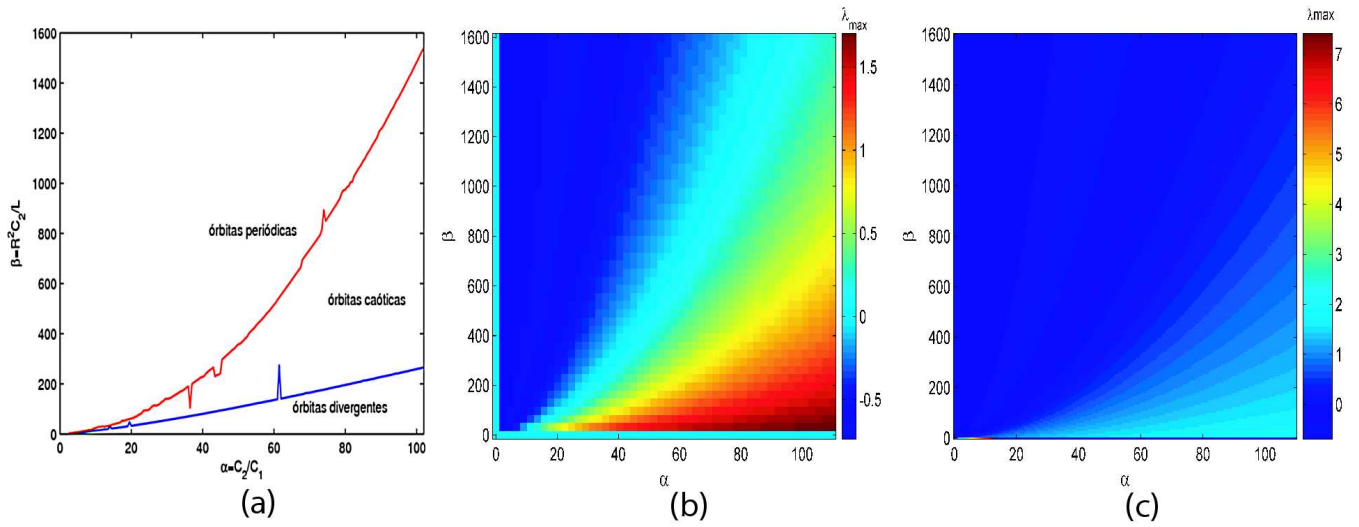


Figura 2. (Color online) Espacio de parámetros para el modelo de Chua con dos parámetros. (a) Definición gruesa de diversas regiones en base al cálculo del máximo exponente de Lyapunov [1]. Paneles representando el máximo exponente de Lyapunov, cuyo valor se da por medio del código de colores lo que permite apreciar la estructura del diagrama de fases para los parámetros α , β con una resolución de (b) 50×50 pixeles y (c) 200×200 pixeles.

Los parámetros de control α , β , γ , están relacionados con los componentes del circuito mostrado en la Figura 1(d) en la forma:

$$\alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad \beta = \frac{R^2 C_2}{L}, \quad \gamma = \frac{r_0 R C_2}{L}. \quad (3)$$

En tanto que a y b representan las pendientes negativas de la curva característica de la Figura 1(c). Se debe hacer notar que en el caso en el que no se considera la resistencia r_0 , el parámetro γ es nulo y el sistema puede describirse en términos de sólo dos parámetros. Para el estudio que realizamos, se consideraron para el modelo con dos parámetros los valores $a = -0.724$ y $b = -1.22$, además de las condiciones iniciales: $x_0 = 0.10$, $y_0 = 0.15$ y $z_0 = 0.01$; mientras que para el modelo con tres parámetros se consideraron los valores $a = -8/7$, $b = -5/7$, las condiciones iniciales: $x_0 = 1.10$, $y_0 = 0.12$ y $z_0 = 0.01$ en todos los casos y $\gamma = 0.30$ (plano β vs. α), $\alpha = 17.00$ (plano γ vs. β) y $\beta = 30.00$ (plano γ vs. α).

3. ANÁLISIS DEL ESPACIO DE PARÁMETROS

El análisis detallado del espacio de parámetros de sistemas discretos se ha hecho común a partir de los trabajos realizados en el mapa de Hénon [12] y que en el último tiempo fue de interés del famoso E. N. Lorenz [13] así como en mapas cuadráticos y cúbicos [14]. Recientemente, análisis de sistemas

continuos fueron publicados encontrándose aspectos muy interesantes en la dinámica de los sistemas considerados [15-18]. Para nuestro análisis, se utilizan los valores de los parámetros mencionados en la Sección 2 y respecto a las características del método de integración, se debe señalar que se utilizó el esquema de Runge-Kutta de cuarto orden con un paso de tiempo fijado en $h = 10^{-3}$, un transiente de 7×10^4 y un tiempo total de integración de 1.4×10^6 .

3.1. Modelo de Chua con dos parámetros

Para empezar nuestro análisis, primero se incluye la figura que se mostró en [1] y que representaba un intento de definir regiones en las cuales el sistema presentaba comportamiento periódico, caótico o divergente; para ello se calculó el máximo exponente de Lyapunov haciendo variar el parámetro α desde 2.0 hasta 102.0 con un espaciado de 0.5, en tanto que β se varió tratando de determinar las fronteras que separan los regímenes periódicos de los caóticos y los divergentes y se tuvieron valores comprendidos entre 2.0 hasta 1539.9 tal como se muestra en la Figura 2(a). Integrando las ecuaciones para el valor del parámetro $\gamma = 0$ y bajo las características numéricas señaladas anteriormente, se obtienen paneles en forma de mapa de bits, en los cuales, el color proporciona el máximo exponente de Lyapunov con resoluciones de 50×50 pixeles (Figura 2(b)) y 200×200 pixeles (Figura 2(c)). Como se puede observar en la Figura 2(b), las re-

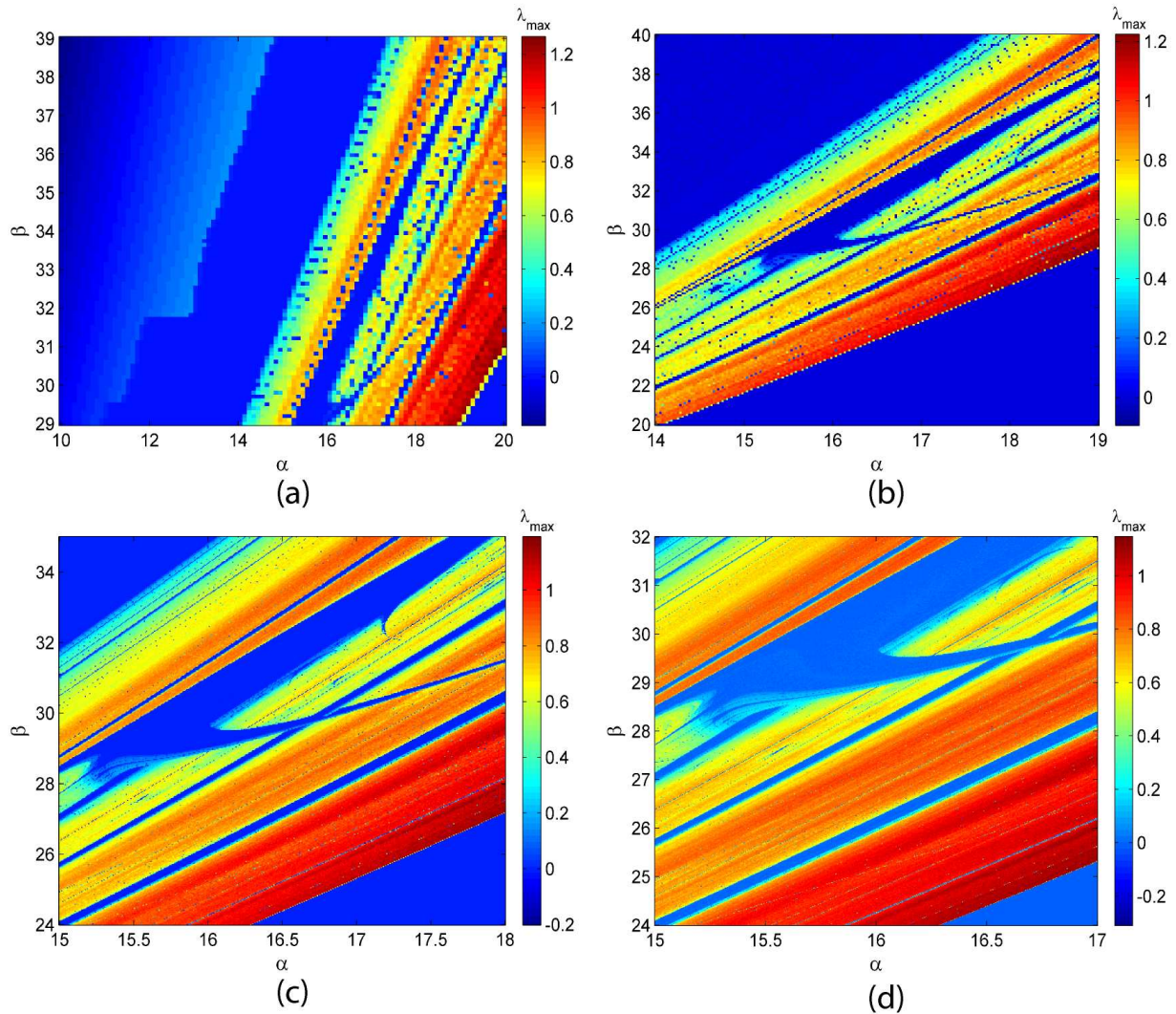


Figura 3. (Color online) Paneles representando el máximo exponente de Lyapunov con resolución creciente para regiones en las que se presentan estructuras parecidas a los “camarones” para el modelo de Chua con dos parámetros. (a) 100×100 píxeles. (b) 200×200 píxeles. (c) 400×400 píxeles y (d) 500×500 píxeles.

giones determinadas en la Figura 2(a) parecen reproducirse considerando que para valores negativos del exponente máximo de Lyapunov se tiene un comportamiento periódico para el sistema y para valores positivos se tiene comportamiento caótico y para los valores positivos mayores, se podría hablar de comportamientos divergentes; sin embargo, si se examina con un poco más de detalle este panel, podemos ver que hay una zona “patológica” tanto para valores pequeños de α como de β . Si se aumenta la resolución como se muestra en la Figura 2(c), las regiones periódicas, caóticas y divergentes siguen presentándose pero además, aparece una región para valores pequeños de β y un rango de valores de α comprendido entre 0 y 20 aproximadamente, en la cual hay una diferencia notoria respecto al entorno.

Por lo mencionado en el anterior párrafo, parece más probable encontrar comportamientos interesantes justamente en esas regiones “patológicas”, por lo que realizamos integraciones de manera de tener resoluciones crecientes en estas regiones y así poder ver si estructuras tipo “camarón” aparecen en el diagrama de fases. Los resultados, se muestran en la Figura 3, en la cual se trabajó con resoluciones crecientes. Así, en la Figura 3(a), la resolución es de 100×100 píxeles y se ve que aparece una zona periódica (exponente máximo de Lyapunov negativo) que parece tener la forma de “camarón”; en la Figura 3(b), se focaliza más a la región con el comportamiento periódico y se aumenta la resolución a 200×200 píxeles, con lo que se nota mejor la región periódica que a pesar de tener la apariencia de un “camarón”, no parece haber que

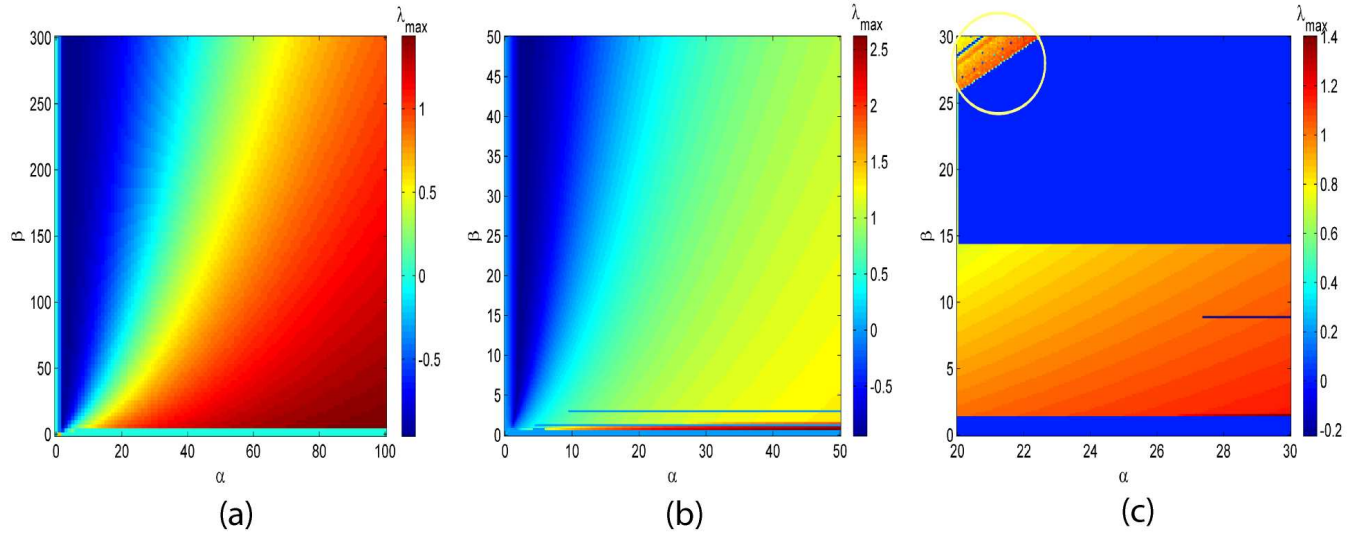


Figura 4. (Color online) Paneles mostrando mediante el código de colores, los valores de los máximos exponentes de Lyapunov para el modelo de Chua con tres parámetros con el fin de determinar zonas de interés buscando las mismas con regiones cada vez menores y resoluciones cada vez mayores. (a) 100×100 píxeles. (b) y (c) 200×200 píxeles, donde en (c), se señala con un círculo la región de interés la cual se estudia con mayor detalle en la Figura 5.

este tipo de estructuras sea densa en el espacio de parámetros, lo que se comprueba focalizando esta región periódica y aumentando la resolución a 400×400 píxeles (Figura 3(c)) y a 500×500 píxeles (Figura 3(d)). Este último aspecto, hace que estudiar este sistema no sea muy atractivo desde el punto de vista de encontrar auto-similaridades ya sean periódicas como caóticas tal como se estudia en [15-18].

3.2. Modelo de Chua con tres parámetros

Procediendo de la misma manera que en la subsección 3.1, primeramente se puede hacer un estudio grueso del espacio de parámetros para luego ir afinando la escala y aumentando la resolución en las posibles regiones de interés; es decir, en las zonas en las que aparecen las estructuras de “camarones” que denotan periodicidad. En la Figura 4(a), con una resolución de 100×100 píxeles, se puede ver de manera gruesa las regiones en las cuales se tiene comportamiento periódico y caótico, dependiendo del valor del exponente máximo de Lyapunov y se puede notar que para valores pequeños de los parámetros α y β parece presentarse un comportamiento distinto al del entorno por lo que podría ser una región de interés, situación que se confirma al aumentar la resolución a 200×200 píxeles (Figura 4(b)) y con la misma resolución pero concentrados en una región menor (Figura 4(c)), en la que la región de interés aparece claramente y está marcada con un círculo en la Figura 4(c).

Ahora, si se estudia la región de interés, se puede notar que con una resolución de 400×400 píxeles (Figura 5(a)), aparecen ya claramente tres estructuras de “camarón” que representan regiones de periodicidad del sistema con valores para el exponente máximo de Lyapunov menores o iguales a cero ($\lambda_{\text{máx}} \leq 0$) y focalizándose en los dos “camarones mayores” de la Figura 5(a) y aumentando la resolución a 500×500 píxeles (Figura 5(b)) se ve con mayor claridad los “camarones” y su entorno, lo que permitiría estudiar de manera más profunda las auto-similaridades y los aspectos que estas implican tales como diagramas de bifurcación y rutas al caos que aparecen en el modelo de Chua con tres parámetros. De la misma manera, se mejora aun más la resolución en la Figura 5(c) a 600×600 píxeles y se aprecian con mayor detalle los “camarones” y contiguos a éstos, se ven aparecer tenuemente otras estructuras que denotan periodicidad; por lo anterior, se hace un acercamiento a uno de los “camarones” con una resolución de 700×700 píxeles (Figura 5(d)), donde se observa con más claridad las estructuras de periodicidad en las proximidades (entre las antenas) del “camarón”. Las estructuras anteriores se ven con mayor detalle (resolución de 900×900 píxeles) en la Figura 6, donde en la Figura 6(a) se muestran las estructuras que denotan periodicidades y que parecen estar organizadas independientemente a cómo lo están los “camarones” de la Figura 5; este hecho es por demás interesante puesto que implicaría que las estructuras de la Fi-

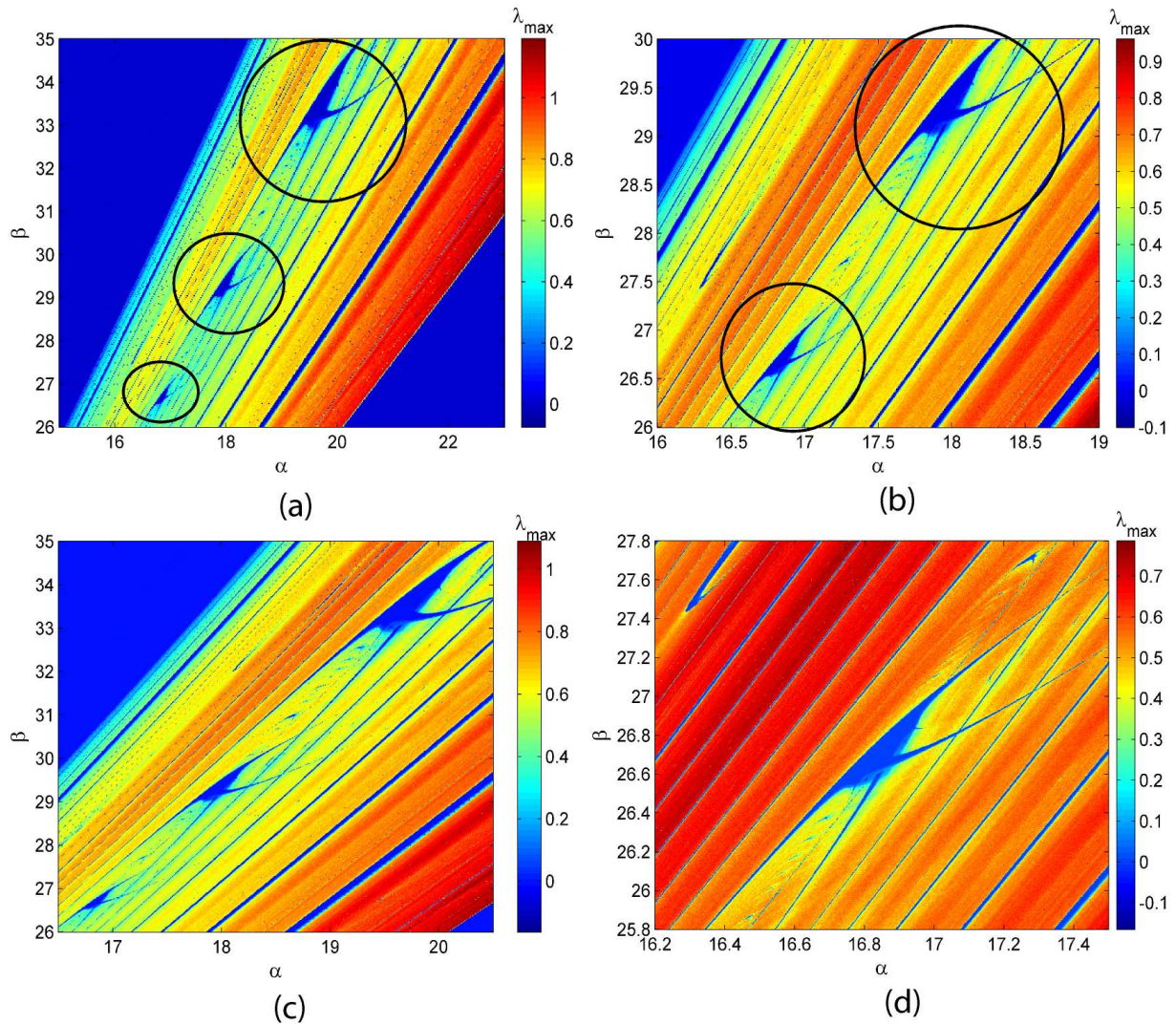


Figura 5. (Color online) Paneles de la región de interés, en los cuales se observan las estructuras de “camarón” encerradas en un círculo en los paneles superiores y que representan comportamiento de periodicidad. Resolución de (a) 400×400 , (b) 500×500 , (c) 600×600 y (d) 700×700 píxeles.

gura 6 y las estructuras de “camarones” de la Figura 5 están superpuestas. En tanto que en la Figura 6(b) se muestra un acercamiento correspondiente al rectángulo de la Figura 6(a) y en donde las estructuras de periodicidad aparecen más claramente definidas.

Si bien hasta ahora se trabajó con el mismo espacio de parámetros que el utilizado con el modelo de dos parámetros, es posible también trabajar con el espacio de parámetros en términos de los parámetros (β, γ) y con el correspondiente (α, γ) . La construcción del espacio de parámetros en el plano (β, γ) permite apreciar ya a bajas resoluciones una gran cantidad de estructuras que denotan periodicidad (Figura 7) y que por su forma se asemejan a las mostradas en la Figura 6. En la Figura 7(a) que tiene una resolución de 300×300 píxeles,

se muestra una sucesión de estas estructuras, similar a la sucesión que se observa en la Figura 6(a), lo que sugiere la existencia de un *hub*⁵ de periodicidad tal como el que se reporta para el circuito de Nishio [18]. En la Figura 7(b) se muestra un panel con una resolución de 400×400 píxeles, donde se observa con mayor detalle la estructura individual de estas regiones en el espacio de parámetros que denotan periodicidad.

Finalmente, trabajando con el espacio de

⁵Se usa el término en inglés por comodidad y por la popularidad que adquirió por su utilización en aspectos relacionados a redes complejas (ver por ejemplo [19] A. L. Barabási, *Linked. The new science of networks*. Cambridge, Massachusetts: Perseus Publishing, 2002.) y a redes de computadoras en particular. El significado de *hub* es el de centro ya sea concentrador o distribuidor, donde convergen muchas conexiones por lo que la red depende fuertemente de este punto central.

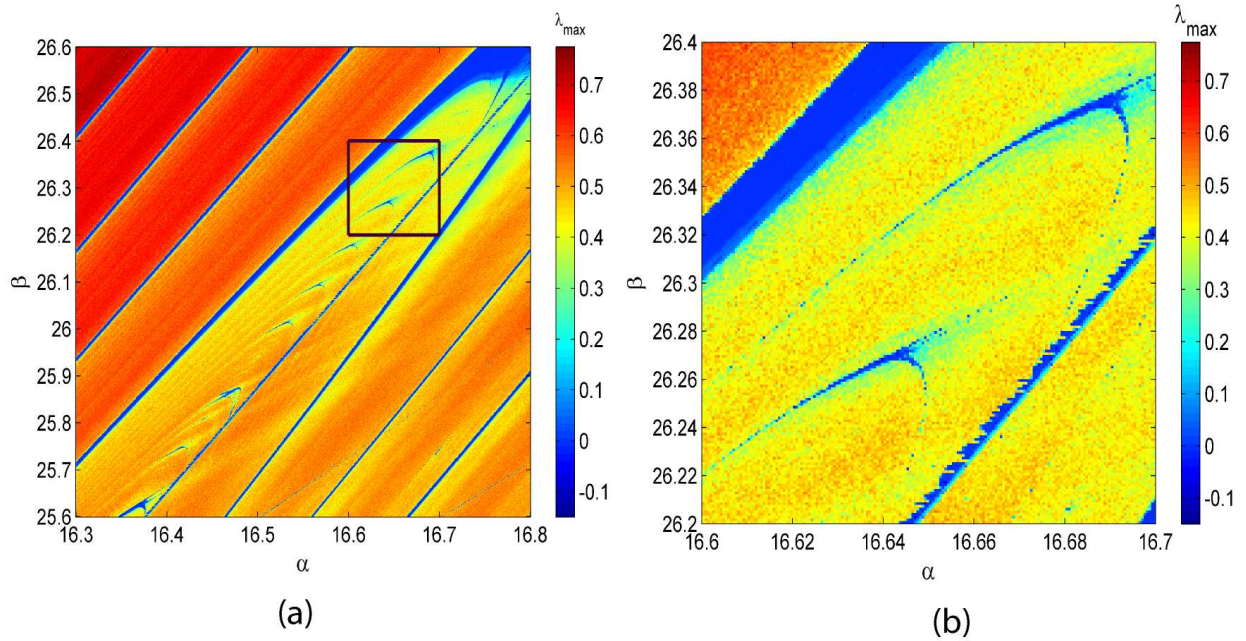


Figura 6. (Color online) (a) Estructuras de periodicidad entre las antenas de un “camarón” con una resolución de 900×900 píxeles y donde el rectángulo indica la región que se magnifica en (b) donde las estructuras que implican periodicidad aparecen definidas.

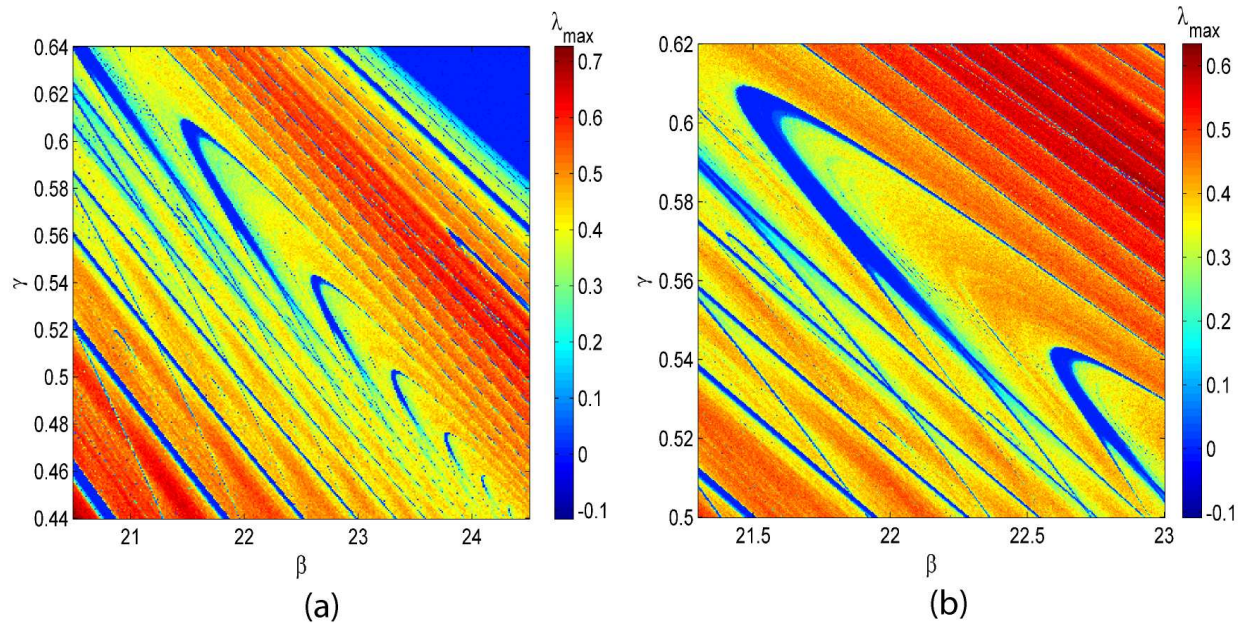


Figura 7. (Color online) Espacio de parámetros γ vs. β para el modelo de Chua con tres parámetros y con resoluciones (a) 300×300 píxeles y (b) 400×400 píxeles.

parámetros (α, γ) , se obtienen los resultados más vistosos y que muestran una sucesión nítida de “camarones” incluso para resoluciones no muy altas (400×400 píxeles), como la mostrada en la Figura 8(a), la cual sugiere la existencia de un *hub* organizador de espirales entrelazadas como en [18] y que se muestra en la Figura 8(b), la cual tiene una reso-

lución de 600×600 píxeles. Es interesante observar con mayor detalle la Figura 8(b) puesto que si bien en ella aparece el *hub* organizador, éste no presenta la simetría que se reporta en [18]; en nuestro caso, hay una asimetría en las convergencias entre la rama superior e inferior.

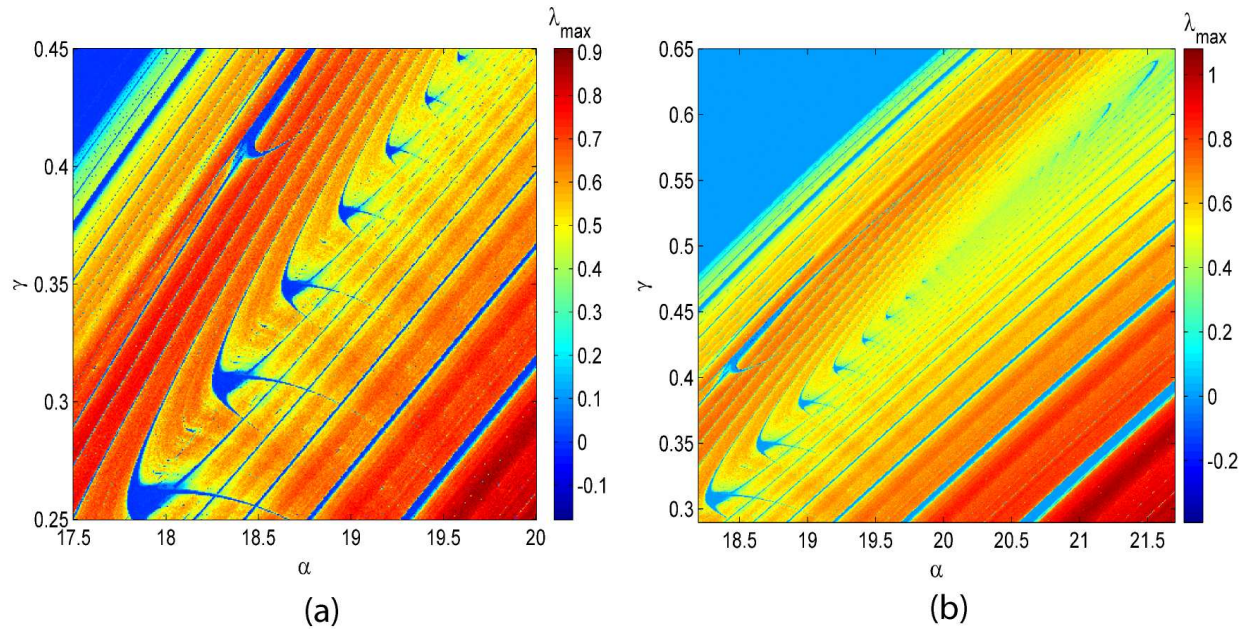


Figura 8. (Color online) (a) Sucesión de “camarones” en el espacio de parámetros (α, γ) con una resolución de 400×400 píxeles. (b) Dos ramas de sucesiones de “camarones”, con resolución de 600×600 píxeles, conectadas por un *hub* organizador y que dan lugar a una estructura de espirales entrelazadas. Nótese las asimetrías existentes en la secuencia de “camarones” en el extremo inferior izquierdo comparada con la del extremo superior derecho.

4. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Como resultados más importantes del presente artículo, se puede señalar que se verificaron los resultados obtenidos en [1] en lo que se refiere a la determinación de las regiones en las cuales el comportamiento del sistema es periódico o caótico para el modelo con dos parámetros. Por otra parte, para este mismo modelo, se pudieron obtener estructuras que se asemejan a los “camarones” reportados en [12, 14-17] pero estas estructuras parecen deformadas y su densidad en el espacio de parámetros no parece ser muy alta lo que significaría que no es un modelo muy atractivo para un estudio más profundo. Para el modelo con tres parámetros, se obtienen claramente las estructuras de “camarón”, aspecto que pone en evidencia la importancia del parámetro γ en la aparición de estas estructuras, lo que hace posible que se pueda encarar un análisis más detallado de este modelo para estudiar las auto-similaridades y aspectos tales como los diagramas de bifurcación y rutas al caos; se nota también que la densidad de estas estructuras es ya considerable para emprender los estudios citados anteriormente y resultados preliminares muestran que también es posible encontrar estructuras de tipo espiral similares a las halladas en [18]. Vale la pena resaltar el hecho de que para el modelo de Chua con tres parámetros, en el espacio de fases (α, β) los “cama-

rones” aparecen claramente pero en principio, no con una densidad considerable; sin embargo, en las regiones contiguas, entre las “antenas” de los mismos, se encuentran sucesiones de estructuras que denotan periodicidad y al parecer existen dos tipos de estructuras denotando periodicidades que son independientes entre sí. En tanto, en el espacio (β, γ) , aparecen sucesiones de estructuras de periodicidad similares a las encontradas en las regiones aledañas a los “camarones” del espacio (α, β) , lo que sugiere que puede existir un *hub* organizador de las mismas y también espirales entrelazadas. Por otra parte, en el espacio (α, γ) , se encontraron sucesiones de estructuras de periodicidad y también se observó el *hub* organizador similar al encontrado en [18] cuando se trata el circuito de Nishio [20]; sin embargo, en nuestro caso, las convergencias de las estructuras que denotan periodicidad son asimétricas, aspecto interesante que todavía no lo entendemos a cabalidad. Este último aspecto debe ser estudiado con mayor detalle, ajustando los valores de los parámetros de manera de tener una espiral completa en un solo plano. La comparación de las características físicas del modelo de Chua con el modelo de Nishio muestran que en el primero las ecuaciones conllevan una mayor complejidad por lo que se espera que la riqueza en cuanto a la presencia de “camarones”, *hubs* y espirales sea también mayor,

lo que constituye un desafío para futuras investigaciones. Otras versiones del circuito de Chua, como las estudiadas en [21, 22], donde la no linealidad es cúbica puede ser tratada de la forma en la que se hizo en este trabajo. El conocimiento en profundidad de sistemas tan conocidos y populares como el circuito de Chua, alienta el potencial trabajo que puede realizarse al respecto para la verificación experimental de la existencia de estas estructuras, cuyo tratamiento teórico es también importante para la comprensión de la génesis de los *hubs* y espirales en los diagramas de fase [23].

5. AGRADECIMIENTOS

GMRA agradece a la Third World Academy of Sciences (TWAS) y a la Academia Nacional de Ciencias de Bolivia (ANCB) por el premio otorgado. JACG agradece al Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por el financiamiento para la investigación y también agradece a la Air Force Office of Scientific Research (AFOSR) por el apoyo bajo contrato FA9550-07-1-0102.

REFERENCIAS

- [1] G. Conde Saavedra & G. M. Ramirez Avila, “Estudio de dos circuitos caóticos”, *Revista Boliviana de Física*, vol. 13, pp. 58-74, 2007.
- [2] D. Aubin & A. Dahan Dalmedico, “Writing the history of dynamical systems and chaos: longue durée and revolution, disciplines and cultures”, *Historia Mathematica*, vol. 29, pp. 273–339, 2002.
- [3] E. N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow”, *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 20, pp. 130–141, 1963.
- [4] E. Rietman, *Creating artificial life: self-organization*. New York: Windcrest/McGraw-Hill, 1993.
- [5] T. Tel & M. Gruiz, *Chaotic Dynamics. An Introduction Based on Classical Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
- [6] J. C. Sprott, *Chaos and time-series analysis*: Oxford University Press, 2003.
- [7] J. Testa, J. Pérez, & C. Jeffries, “Evidence for Universal Chaotic Behavior of a driven Nonlinear Oscillator”, *Physical Review Letters*, vol. 48, pp. 714–717, 1982.
- [8] J. C. Sprott, “A new class of chaotic circuit”, *Physics Letters A*, vol. 266, pp. 19-23, 2000.
- [9] T. Matsumoto, S. Tanaka, & L. O. Chua, “Simplest chaotic nonautonomous circuit”, *Physical Review A*, vol. 30, pp. 1155–1157, 1984.
- [10] L. O. Chua, Y. Yao, & Q. Yang, “Devil’s staircase route to chaos in a nonlinear circuit”, *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 14, pp. 315–329, 1986.
- [11] T. Matsumoto, L. O. Chua, & R. Tokunaga, “Chaos via torus breakdown (nonlinear circuit)”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, pp. 240–253, 1987.
- [12] J. A. C. Gallas, “Structure of the parameter space of the Hénon map”, *Physical Review Letters*, vol. 70, pp. 2714, 1993.
- [13] E. N. Lorenz, “Compound windows of the Hénon-map”, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 237, pp. 1689-1704, 2008.
- [14] J. A. C. Gallas, “Dissecting shrimps: results for some one-dimensional physical models”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 202, pp. 196-223, 1994.
- [15] C. Bonatto, J. C. Garreau, & J. A. C. Gallas, “Self-similarities in the frequency-amplitude space of a loss-modulated CO2 laser”, *Physical Review Letters*, vol. 95, pp. 143905, 2005.
- [16] C. Bonatto & J. A. C. Gallas, “Accumulation horizons and period adding in optically injected semiconductor lasers”, *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, vol. 75, pp. 055204-4, 2007.
- [17] C. Bonatto, J. A. C. Gallas, & Y. Ueda, “Chaotic phase similarities and recurrences in a damped-driven Duffing oscillator”, *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, vol. 77, pp. 026217-5, 2008.
- [18] C. Bonatto & J. A. C. Gallas, “Periodicity Hub and Nested Spirals in the Phase Diagram of a Simple Resistive Circuit”, *Physical Review Letters*, vol. 101, pp. 054101-4, 2008.
- [19] A. L. Barabási, *Linked. The new science of networks*. Cambridge, Massachusetts: Perseus Publishing, 2002.
- [20] Y. Nishio, N. Inaba, S. Mori, & T. Saito, “Rigorous analyses of windows in a symmetric circuit”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 37, pp. 473-487, 1990.
- [21] G.-Q. Zhong, “Implementation of Chua’s circuit with a cubic nonlinearity”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 41, pp. 934-941, 1994.
- [22] A. Tsuneda, “A gallery of attractors from smooth Chua’s equation”, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 15, pp. 1-49, 2005.
- [23] J. A. C. Gallas, “Phase diagrams for a system studied by Glendinning”, Instituto de Física Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008, pp. 1-4.(no publicado).