

## 1<sup>ra</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA 7 Y 8 DE OCTUBRE DE 2006

Bustos R.<sup>1</sup>, Miranda P.<sup>1</sup>, Ticona R.<sup>1</sup>,  
Velarde A.<sup>1</sup>, Blanco V. H.<sup>1</sup>, Velarde F.<sup>1</sup>,  
Muñoz R.<sup>2</sup>, Pereira G.<sup>2</sup>, Gutiérrez V. H.<sup>3</sup>,  
Guaygua T.<sup>4</sup>, Jemio C.<sup>4</sup>, Portugal R.<sup>5</sup>, Mamani R.<sup>6</sup>,  
Martínez L.<sup>7</sup>, Taquichiri M.<sup>8</sup>, Tavera W.<sup>9</sup>, Raljevic M.<sup>9</sup>,  
Copa O.<sup>10</sup>, Flores J.<sup>11</sup>, Rojas D.<sup>11</sup>

<sup>1</sup> Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), Carrera de Física, La Paz

<sup>2</sup> Planetario Max Schreier, Carrera de Física, UMSA, La Paz

<sup>3</sup> Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH) Facultad de Tecnología – Carrera de Ingeniería de Sistemas, Sucre

<sup>4</sup> Universidad Técnica de Oruro (UTO), Facultad Nacional de Ingeniería (FNI), Oruro

<sup>5</sup> Universidad Mayor de San Simón, Facultad de Ciencia y Tecnología, Cochabamba

<sup>6</sup> Universidad Autónoma Tomás Frías (UATF), Carrera de Física, Potosí

<sup>7</sup> Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra, UPSA, Santa Cruz

<sup>8</sup> Universidad Autónoma Juan Misael Saracho, UAJMS, Tarija

<sup>9</sup> Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)

<sup>10</sup> Colegio Domingo Savio, Sucre.

<sup>11</sup> Colegio BEREÁ, Santa Cruz

### RESUMEN

Se presentan los exámenes resueltos de 3<sup>ro</sup> y 4<sup>to</sup> de Secundaria tomados en la 1<sup>ra</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA (1<sup>ra</sup> OBA) así como también los ganadores en cada categoría. El evento se llevo a cabo los días 7 y 8 de Octubre de 2006 en los predios de la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), La Paz.

La Página Internet del proyecto es: <http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/>



## **PREMIOS**

Se contó con la participación de los siguientes departamentos Bolivianos (7): Chuquisaca, Cochabamba, La Paz, Oruro, Potosí, Santa Cruz y Tarija. Cada delegación constaba de un máximo de 6 estudiantes (3 de 3° de Sec. y 3 de 4° de Sec.) más un profesor líder.

La clasificación final quedo de la siguiente manera:

### **4° de Secundaria:**

Premio	Nombre	Colegio	Ciudad
Medalla de Oro:	Jiménez Durán Luis	Belgrano	Tarija
Medalla de Plata:	Córdova Salazar Estela	Berea	Santa Cruz
Medalla de Bronce:	Frías Del Carpio Isabel	Los Pinos	La Paz

### **3° de Secundaria:**

Premio	Nombre	Colegio	Ciudad
Primer lugar:	Guzmán Mamani Gabriela	Isabel Saavedra	Santa Cruz
Segundo lugar:	Sánchez Sainz César	Santa Eufrasia	La Paz
Tercer lugar:	Santalla Quispe Iván	Villamil	La Paz
Cuarto lugar:	Peralta Núñez Rodolfo	La Salle	Santa Cruz
Quinto lugar:	Birhuett M. Enrique	Bancario	Cochabamba

Los tres primeros lugares de la categoría de 4° de Secundaria tienen como principal premio el ingreso directo a la carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés (UMSA), a la Universidad Privada de Santa Cruz (UPSA) y se está gestionando el ingreso directo a la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS) así como también a cualquier Universidad estatal Boliviana. Los cinco estudiantes ganadores de 3° de Secundaria forman la selección Boliviana de Astronomía que representará al país en la **1ª Olimpiada Andina de Astronomía y Astrofísica** a llevarse a cabo en Julio de 2007 en la ciudad de La Paz, Bolivia. Así como también representarán al país en la **1ª Olimpiada Internacional de Astronomía y Astrofísica** a llevarse a cabo en Noviembre de 2007 en Tailandia. (Nota: los pasajes aéreos no están asegurados)

**1ª OLIMPIADA BOLIVIANA DE ASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA****3º de Secundaria**

*Notas: El examen contiene tres partes; I.- Problemas conceptuales y pequeños ejercicios (40 puntos), II.- Problemas Teóricos (30 puntos) y III.- Problemas prácticos (30 puntos).*

**I.- PROBLEMAS CONCEPTUALES – 3º de Secundaria**

**I-1.-** Indique la diferencia entre telescopios refractores y reflectores (5 puntos).

**R. I-1.-** El reflector usa un espejo cóncavo, la luz es desviada a un foco mediante otros espejos hasta el ocular. El refractor usa una lente convexa, la luz llega directamente al ocular.

**I-2.-** ¿De qué manera afecta la atmósfera a la medición de las radiaciones del espectro electromagnético? ¿Qué bandas son afectadas? (5 puntos)

**R.I-2.-** La atmósfera refleja a las ondas de baja frecuencia (menores a 20Mhz), absorbe a las ondas de alta frecuencia como ser; gamma, Rx, UV, atenúa y dispersa a las ondas del rango visible.

**I-3.-** ¿Por qué los grandes observatorios del mundo se concentran en solamente algunos puntos de la superficie de la tierra? (5 puntos)

**R.I-3.-** Por que la atmósfera de esos sitios permite una extraordinaria resolución en la imagen. Estos lugares son: Hawai (USA), Atacama (Chile), Islas Canarias (España).

**I-4.-** Enuncie la nueva definición de Planeta, y en consecuencia describa los objetos del Sistema Solar (5 puntos)

**R.I-4.-** La definición aceptada actualmente por la International Union of Astronomy (IUA) para *planeta* en nuestro Sistema Solar es:

“Un cuerpo celeste que (a) está en órbita alrededor del Sol, (b) Tiene suficiente masa para que su propia gravedad al convertirlo en un cuerpo rígido lo haya forzado para que esta asuma la forma de equilibrio hidrostático (aproximadamente esférico) y (c) haya limpiado el vecindario en torno a su órbita.

La decisión establece tres principales categorías de objetos en nuestro Sistema Solar:

- Planetas: los ocho mundos desde Mercurio hasta Neptuno.
- Planetas Enanos: Plutón y cualquier objeto esférico que no “haya limpiado el vecindario entorno a su órbita, y que no sea un satélite.”
- Pequeños cuerpos del Sistema solar: Todos los demás objetos que orbitan el Sol.

**I-5.-** ¿Por qué son tan extremas las estaciones en Urano? (5 puntos).

**R.I-5.-** Debido a la fuerte inclinación de su eje de rotación: 98 grados.

**I-6.-** El Sol está en una galaxia que llamamos Vía Láctea. El Sol está a una distancia de 27700 años-luz del centro de la Galaxia. El Sol se mueve a una velocidad de 250 [Km/s] en una órbita circular alrededor del centro galáctico.

**a)** ¿En cuanto tiempo (años terrestres) el Sol completa una órbita alrededor del centro de la Vía Láctea? (5 puntos)

**b)** ¿Cuántas vueltas alrededor del centro galáctico el Sol ya dio desde que fue formado? (5 puntos)

Datos: Tome a la velocidad de la luz  $c = 300000$  [Km/s]

**R.I-6.a)**

$$T = (2 \pi R) / V = (2 \times 3,14 \times 2,6 \times 10^{17} \text{ km}) / (250 \text{ km/s}) = 6,5 \times 10^{15} \text{ s.}$$

$$T = 6,5 \times 10^{15} \text{ s} / 31.536.000 \text{ (s/año)} = 206 \times 10^6 \text{ años} = 206 \text{ millones de años!} = 206 \times 10^6 \text{ [años]}$$

**R.I-6. b)**  $4,5 \times 10^9 \text{ años} / 206 \times 10^6 \text{ años} = 22 \text{ vueltas}$

**I-7.-** Tres cuerpos idénticos de masa  $m$  están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $L$ . Cada uno de los cuerpos se puede mover en una órbita circular circunscrita al triángulo original. Si las únicas fuerzas que actúan sobre los cuerpos son las atracciones gravitacionales mutuas, ¿Cuál será la rapidez de su movimiento? (5 puntos).

**R.I-7.-** Las masas giran en círculo de radio  $r$ , estando en los vértices del triángulo equilátero resulta  $r = L/2 \cos(30^\circ)$ . Cada masa es atraída por la fuerza gravitacional de las dos masas hacia el centro, resultando:

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{mm}{L^2} \cos(30^\circ) + G \frac{mm}{L^2} \cos(30^\circ)$$

Remplazando  $r$  y simplificando, tenemos:

$$v = \sqrt{G \frac{m}{L}}$$

## II.- PROBLEMAS TEORICOS – 3° de Secundaria

**II-1.** Un cohete espacial con masa  $M = 12$  [T] esta moviéndose al rededor de la Luna en una órbita circular de altura  $h = 100$  [Km]. Los motores son activados por corto tiempo para pasar a la órbita de alunizaje. La velocidad de expulsión de gases es  $u = 10^4$  [m/s]. El radio de la luna es  $R_M = 1,7 \cdot 10^3$  [Km], la aceleración gravitacional cerca la superficie de la Luna es  $g_M = 1.7$  [m/s<sup>2</sup>]

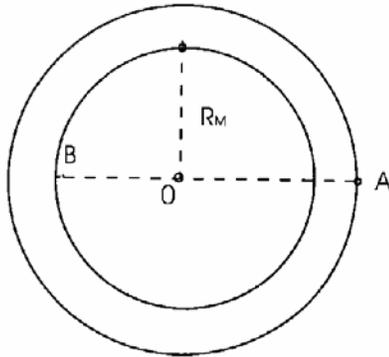


Fig. II.1.1

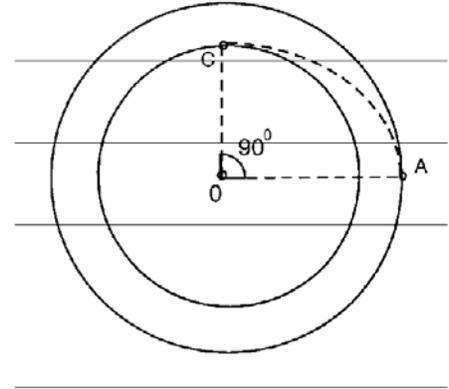


Fig. II.1.2

- 1) ¿Qué cantidad de combustible se consumirá para que activando los motores de frenado en el punto A de la trayectoria, el cohete pueda alunizar sobre la Luna en el punto B (Fig. II.1.1)? (8 puntos).
- 2) En el Segundo escenario de alunizaje, en el punto A, el cohete se impulsa dirigiéndose hacia el centro de la Luna, Para poner el cohete al encuentro de la superficie de la Luna en el punto C (Fig. II.1.2). ¿Que cantidad de combustible se requerirá en este caso? (7 puntos).

### Solución Problema II-1.

- 1) Durante el movimiento del cohete alrededor de la órbita circular este experimenta una aceleración centrípeta debida a la fuerza gravitacional de la Luna:

$$G \frac{MM_M}{R^2} = \frac{Mv_0^2}{R},$$

donde  $R = R_M + h$  es el primer radio de la orbita,  $v_0$  es la velocidad del cohete en la órbita circular. Por tanto,

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_M}{R}}$$

dada la relación:  $g_M = G \frac{M_M}{R_M^2}$ , resulta:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g_M R_M^2}{R}} = R_M \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}} \quad (1)$$

La velocidad del cohete permanecerá perpendicular al radio-vector OA después de que el motor de frenado envía un momentum tangencial al cohete (Fig.1). El cohete debe moverse en una trayectoria elíptica con el foco en el centro de la Luna.

Denotando la velocidad del cohete en los puntos A y B como  $v_A$  y  $v_B$  escribimos la ecuación para la conservación de energía y el momentum de la forma:

$$\frac{Mv_A^2}{2} - G \frac{MM_M}{R} = \frac{Mv_B^2}{2} - G \frac{MM_M}{R_M} \quad (2)$$

$$Mv_A R = Mv_B R_M \quad (3)$$

Resolviendo las ecuaciones (2) y (3) encontramos

$$v_A = \sqrt{2G \frac{M_M R_M}{R(R + R_M)}}$$

Tomando en cuenta (1), tenemos

$$v_A = v_0 \sqrt{\frac{2R_M}{R + R_M}}$$

De donde el cambio de velocidad  $\Delta v$  en el punto A debe ser

$$\Delta v = v_0 - v_A = v_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{2R_M}{R + R_M}} \right) = v_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{2R_M}{2R_M + h}} \right) = 24[m/s]$$

De la ley de conservación del momentum en el sistema “cohete-combustible” se puede escribir que

$$(M - m_1)\Delta v = m_1 u$$

Donde  $m_1$  es la masa del combustible (fluido) quemado. De donde resulta

$$m_1 = \frac{\Delta v}{u + \Delta v} M$$

Aproximando para  $\Delta v \ll u$  encontramos finalmente que  $m_1 \approx \frac{\Delta v}{u} M = 29[\text{Kg}]$

- 2) En el Segundo caso el vector  $\vec{v}_2$  está dirigido perpendicularmente al vector  $|\vec{v}_0|$ , por tanto:

$$|\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \Delta\vec{v}_2, \quad v_A = \sqrt{v_0^2 + \Delta v_2^2} .$$

Basándonos en la ley de conservación de energía en este caso la ecuación puede ser escrita como

$$\frac{M(v_0^2 + \Delta v_2^2)}{2} - \frac{GMM_M}{R} = \frac{Mv_C^2}{2} - \frac{GMM_M}{R_M} \quad (4)$$

Y por la ley de conservación de momentum

$$Mv_0R = Mv_C R_M . \quad (5)$$

Resolviendo las ecuaciones (4) y (5) tomando en cuenta (1) encontramos

$$\Delta v_2 = \sqrt{g_M \frac{(R - R_M)^2}{R}} = h \sqrt{\frac{g_M}{R_M + h}} \approx 97[\text{m/s}] .$$

Usando la ley de conservación del momentum obtenemos.

$$m_2 = \frac{\Delta v_2}{u} M \approx 116[\text{Kg}] .$$

**Problema No. II-2****Eclipse Total de Luna.**

II-2.1.- Un eclipse de Luna se produce cuando la Luna atraviesa el cono de sombra de la Tierra. Debido a que la Tierra tiene atmósfera, la luz solar se refracta en ella iluminando a la Luna. Es por eso que podemos observar a la Luna durante la fase total (umbral) del eclipse. Un modelo simplificado de este fenómeno sería considerar a la atmósfera como si fuera un medio con una superficie esférica y con índice de refracción  $n_{atm}$  que refracta los rayos solares para que lleguen hasta la posición donde se encuentra la Luna. Este índice depende de la longitud de onda de la luz. Consideremos que el índice varía de la forma:

$$n_{atm} = \frac{q}{\lambda},$$

donde  $q = 1.67$  [nm] es un coeficiente y  $\lambda$  es la longitud de onda.

Además, conocemos que la distancia Tierra-Sol es 1 Unidad Astronómica y podemos tomar la distancia Tierra-Luna igual a 384000 [Km] (Fig. II.2.1)

a) Determine la longitud de onda de la luz que ilumina a la Luna durante el eclipse (5 puntos)

b) ¿De qué color aparecerá la Luna durante el eclipse? (2 puntos)

Recuerde que la ley de Snell de la refracción está dada por

$n_i \text{sen} \theta_i = n_r \text{sen} \theta_r$  y que el índice de refracción en el vacío es 1.

Considere que para ángulos pequeños  $\text{sen} \theta \approx \theta$ .

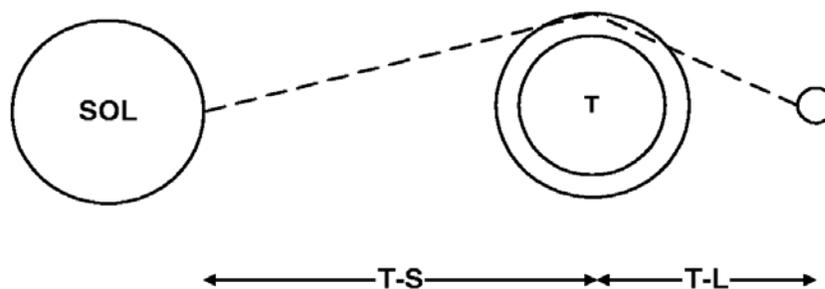


Fig. II.2.1

**II-2.2.-** Durante la fase umbral del eclipse de Luna, el cono de sombra que atraviesa la Luna tiene la configuración de la Figura II.2.1.

c) Si se conocen los diámetros del Sol y de la Tierra y las distancias Sol-Tierra y Tierra-Luna. Calcular la extensión de la órbita que está dentro del cono de sombra (5 puntos)

d) Si el período de revolución de la Luna es de 29.5 días. ¿Qué tiempo demora la Luna en atravesar el cono de sombra? (3 puntos)

Datos: Radio solar =  $6.96 \times 10^8$  [m]

Radio terrestre =  $6.37 \times 10^6$  [m]

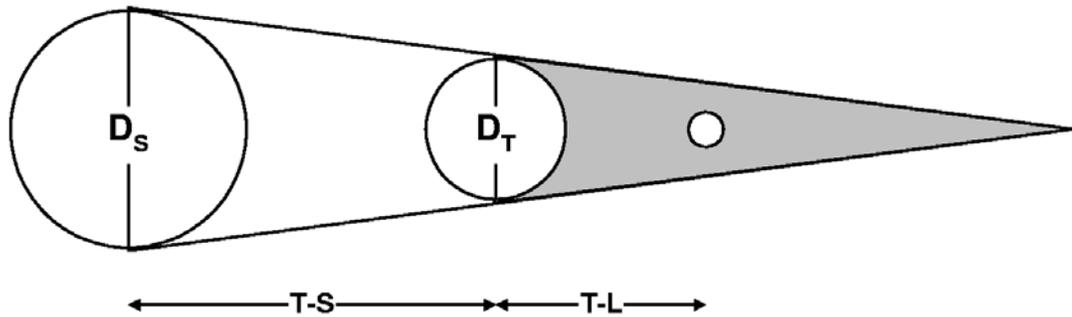


Fig. II.2.2

**R.II-2a)**

$$n_i \text{sen} \theta_i = n_r \text{sen} \theta_r$$

$$\text{sen} \theta \approx \theta$$

$$\theta_i = n_r \theta_r$$

Suponiendo modelo simple  $n_r = q \cdot 1/\lambda$

Simplificando  $\theta_i = \frac{q}{\lambda} \theta_{r_\lambda}$

$$\theta_i = \frac{R_T}{d_{TS}}, \theta_{r_\lambda} = \frac{R_T}{d_{TL}}$$

$$\lambda = q \frac{\theta_{r_\lambda}}{\theta_i} \quad \lambda = q \frac{R_T d_{TS}}{d_{TL} R_T} \quad \lambda = q \frac{d_{TS}}{d_{TL}}$$

Sustituyendo valores el resultado es:  $\lambda = 650$ [nm].

**R.II-2b)** Esta longitud de onda corresponde al color rojo.

**R.II-2c)** Sacando proporciones entre diámetros y distancias para el cono de sombra, se obtiene que:

$$\alpha = \frac{s}{x} = \frac{D_T}{d_{TL} + x} = \frac{D_S}{d_{TS} + d_{TL} + x}$$

De la proporción 2 y 3 despejamos  $x$  y obtenemos:

$$x = \frac{D_T(d_{TS} + d_{TL}) - D_S * d_{TL}}{D_S - D_T}$$

$$\mathbf{X = 1005257 [Km]}$$

De las proporciones 1 y 2 obtenemos s:  $s = \frac{D_T * x}{d_{TL} + x}$

Por tanto la longitud de la orbita lunar dentro de la sombra resulta:

$$\mathbf{. S=9243 [Km]}$$

**R.II-2d)** El ángulo dentro de la sombra se obtiene de:

$$\theta = \frac{s}{d_{TL}} = 0.024 [Rad] = 1^{\circ}37'$$

Conocemos el periodo orbital lunar y su radio de la orbita. Del concepto de velocidad angular obtenemos:

$$t = \frac{\theta}{2\pi} T = 2.7 [horas]$$

Considerando a la Luna como objeto puntual.

Si consideramos además que la luna debe estar dentro de la sombra este valor cambia para  $t=1.9$  [horas]. Ver Figura II.2.3.

Nota: Cualquier enfoque aproximado es válido.

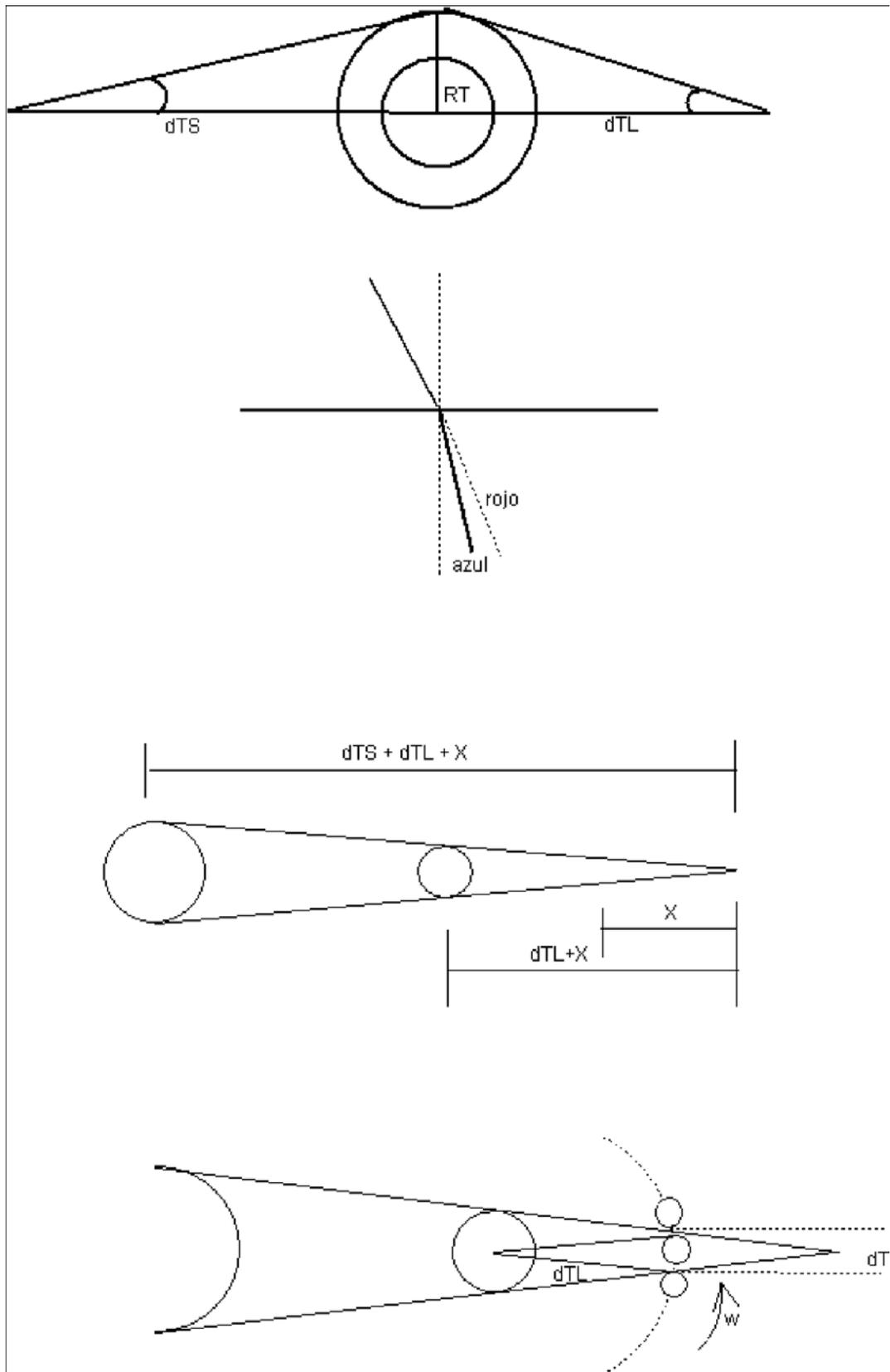


Figura II.2.3

**III.- PROBLEMAS PRACTICOS – 3º de Secundaria**

**III-1.-** Conociendo las coordenadas geográficas de la ciudad de Cobija (Lat.  $11^{\circ}2' S$ , ong.  $68^{\circ}43' O$ ) indicar cual será la altura del Polo Sur Celeste para esta ciudad. (3 puntos)

R.-  $11^{\circ}2'$

**III-2.-** En la carta adjunta marcar:

La posición en la que sale la Luna Llena más próxima al solsticio de diciembre (5 puntos)

La posición de la Luna a media noche en la fase de Cuarto Menguante más próxima al solsticio de diciembre (5 puntos).

La trayectoria aproximada de la Eclíptica (3 puntos).

La posición del Polo Sur Celeste (3 puntos).

**III-3.-** Refiriéndonos nuevamente a la Carta , ¿Cuántas horas faltan para que la constelación de Orión culmine?. (5 puntos).

R.- 2 horas    3 horas    4 horas    5 horas    6 horas

**III-4.-** Suponiendo que esta carta se hubiera elaborado para las 22:00 horas de la fecha de la oposición de Marte. Marcar en la carta la posición de Marte. (6 puntos).

