

EL GEODÍNAMO EN UN ESQUEMA DE RELAJAMIENTO

V. M. Peñafiel¹

Carrera de Física, FCPN (UMSA)
La Paz, Bolivia

RESUMEN

Se investiga la posibilidad de resolver las ecuaciones del geodínamo (sin términos inerciales) mediante un método de relajamiento apropiado para sistemas de computación de un sólo procesador y memoria limitada. Se muestra que un esquema aproximado es posible y que exhibe todavía las características principales del campo magnético y de la velocidad de flujo producidos, no obstante las limitaciones en los grosores de red.

1. INTRODUCCIÓN

Las enormes capacidades de procesamiento (especialmente la configuración arracimada de procesadores) disponibles en la actualidad, hace posible el planteo y solución de problemas con creciente sofisticación. Uno de ellos es el conjunto de ecuaciones de la magnetohidrodinámica que describen la generación de campo magnético terrestre a partir de corrientes conductoras en su núcleo externo, modelo matemático conocido como *geodínamo*. Los notables avances que comenzaron a mediados de la década anterior son ya bastante conocidos y consisten principalmente en la separación vectorial de componentes axisimétricas y anaxisimétricas seguida de una descomposición espectral de todas las variables involucradas [1] [2]. O bien, seguida de la aplicación masiva del Método de Elementos Finitos sobre redes de cálculo con grano bastante fino [3].

Ambas aproximaciones requieren capacidades de cómputo y almacenamiento realmente grandes y no es el objetivo aquí el intentar un esquema alternativo. Más bien, se trata de realizar un sondeo y una primera prueba para determinar si las características principales del modelo pueden ser investigadas en forma aproximada mediante equipos con capacidad de procesamiento estándar.

Como es obvio, la estrategia consistirá en retener los términos más relevantes adoptando el modelo más simple pero aún suficientemente completo. Así, si se toma un número de Rossby pequeño, los términos inerciales pueden ser ignorados en comparación con los de Coriolis; también, la inercia del núcleo interno es ignorable y su rotación puede ser igualada con la del manto; finalmente, se adopta la muy frecuente aproximación de Boussinesq para los factores de empuje. Las nueve ecuaciones vectoriales resultantes, una vez desarrolladas en todas sus componentes deben ser discretizadas usando un esquema de diferencias finitas para las ocho cantidades tensoriales Vr_{ijkl} , $V\phi_{ijkl}$,

Vz_{ijkl} , Br_{ijkl} , $B\phi_{ijkl}$, Bz_{ijkl} , P_{ijkl} y T_{ijkl} (las tres componentes de la velocidad, las del campo magnético, la presión y la temperatura, respectivamente) y los valores previos y subsiguientes de los subíndices (63 entidades en total). El proceso de relajamiento consistirá, pues, en calcular los residuos Re_{nijkl} ($n = 0, \dots, 8$) y "relajarlos" modificando, consecuentemente, los valores de las variables tensoriales anteriores.

2. ECUACIONES DEL GEODÍNAMO

Con las aproximaciones mencionadas en la introducción, para un sistema de referencia rotatorio con velocidad angular $\omega \hat{\mathbf{k}}$, se obtiene las siguientes ecuaciones adimensionales [4]:

$$\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{v} = -\nabla P + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + E \nabla^2 \mathbf{v} + q R_a \text{Tr} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = q \nabla^2 T - \mathbf{v} \cdot \nabla T \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (4)$$

Donde la unidad de longitud es $l_0 = r_e - r_i \approx 2400$ [km] (la diferencia entre los radios del núcleo externo e interno respectivamente) siendo $r_e/r_i \approx 3$. La unidad de tiempo resulta $t_0 = l_0^2/\eta \approx 60000$ [años] y la unidad de campo magnético deviene $(2\omega\mu\rho_0\eta)^{1/2} \approx 2,2$ [mT].

Entonces, los parámetros adimensionales remanentes, los números de Ekman, Roberts y Rayleigh, que aparecen en las ecuaciones anteriores son:

$$E = \frac{\nu}{2\omega l_0^2}; \quad q = \frac{\kappa}{\eta}; \quad R_a = \frac{g\alpha\beta l_0^2}{2\omega\kappa}. \quad (5)$$

Siendo η la difusividad magnética, ν el coeficiente de viscosidad cinemática, κ la difusividad térmica, α

¹Email: vmiguel@fiumsa.edu.bo

el coeficiente de expansión volumétrica y βl_0 la unidad de temperatura; g es, claro, la aceleración gravitatoria. En los hechos, sin embargo, son los valores de los parámetros (5) y no aquellos de los coeficientes individuales los que determinan la naturaleza de las soluciones.

A fin de hacer posible la solución numérica, es necesario escribir las ecuaciones (1-4) en forma completamente desarrollada. Usando las ecs. (4) en (2) se tiene:

$$E \left[\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right] + v_\phi + B_z \frac{\partial B_r}{\partial z} - B_\phi \frac{\partial B_\phi}{\partial r} - B_z \frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{B_\phi^2}{r} + qR_a T r - \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (6)$$

$$E \left[\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right] - v_r + B_r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} + B_z \frac{\partial B_\phi}{\partial z} - \frac{B_r}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} - \frac{B_z}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \phi} + \frac{B_r B_\phi}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} = 0 \quad (7)$$

$$E \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + B_r \frac{\partial B_z}{\partial r} - B_r \frac{\partial B_r}{\partial z} - B_\phi \frac{\partial B_\phi}{\partial z} + \frac{B_\phi^2}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \phi} + qR_a T z - \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} - \frac{B_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_\phi B_\phi}{r} + B_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{B_\phi}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} + B_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - v_r \frac{\partial B_r}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} - v_z \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_r}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 B_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 B_\phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial r} - \frac{B_\phi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} + B_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{B_\phi}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + B_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} - v_r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} - v_z \frac{\partial B_\phi}{\partial z} + \frac{B_\phi v_r}{r} - \frac{2v_\phi B_r}{r} - \frac{\partial B_\phi}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial r} + B_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{B_\phi}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} + B_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - v_r \frac{\partial B_z}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \phi} - v_z \frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

$$q \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] - v_r \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} - v_z \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{B_r}{r} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0 \quad (14)$$

Para un modelo sin resbalamiento, $\mathbf{v} = 0$ en las interfaces del núcleo interno con el externo y del núcleo externo con el manto y la temperatura en el borde del núcleo interno es $T = 0,5$.

3. CÁLCULO NUMÉRICO

El modelo descrito por las ecuaciones (6-14) permite, en principio, experimentar tanto con diferentes configuraciones iniciales cuanto con diferentes valores para los parámetros adimensionales. Por otra parte, el método de cómputo numérico, esencialmente basado en diferencias finitas, puede ser ejecutado usando diversos esquemas de relajamiento. Sin embargo, no es posible determinar de antemano un montaje que pueda ser considerado óptimo para el problema. La no linealidad de las ecuaciones implica que ciertas configuraciones iniciales conducen a una rápida divergencia de los valores sucesivos en algunas de las variables y a una consecuente interrupción de las rutinas. El procedimiento general consiste en la digitalización de las ecuaciones (6-14) según:

$$Re_{0ijkl} = E[(Vr_{i+1jkl} + Vr_{i-1jkl} - 2Vr_{ijkl})/a^2 + (Vr_{ij+1kl} + Vr_{ij-1kl} - 2Vr_{ijkl})/(br_i)^2 + (Vr_{ijk+1l} + Vr_{ijk-1l} - 2Vr_{ijkl})/e^2 + (Vr_{i+1jkl} - Vr_{i-1jkl})/2ar_i - Vr_{ijkl}/r_i^2 - (Vo_{ij+1kl} - Vo_{ij-1kl})/br_i^2] + Vo_{ijkl} + Bo_{ijkl}(Br_{ij+1kl} - Br_{ij-1kl})/2br_i + Bz_{ijkl}(Br_{ijk+1l} - Br_{ijk-1l})/2e - Bo_{ijkl}(Bo_{i+1jkl} - Bo_{i-1jkl})/2a - Bz_{ijkl}(Bz_{ijk+1l} - Bz_{ijk-1l})/2e - Bo_{ijkl}Bo_{ijkl}/r_i + qRaT_{ijkl}r_i - (P_{i+1jkl} - P_{i-1jkl})/2a \quad (15)$$

$$Re_{1ijkl} = E[(Vo_{i+1jkl} + Vo_{i-1jkl} - 2Vo_{ijkl})/a^2 + (Vo_{ij+1kl} + Vo_{ij-1kl} - 2Vo_{ijkl})/(br_i)^2 + (Vo_{ijk+1l} + Vo_{ijk-1l} - 2Vo_{ijkl})/e^2 + (Vo_{i+1jkl} - Vo_{i-1jkl})/2ar_i - Vo_{ijkl}/r_i^2 + (Vr_{ij+1kl} - Vr_{ij-1kl})/br_i^2] - Vr_{ijkl} + Br_{ijkl}(Bo_{i+1jkl} - Bo_{i-1jkl})/2a + Bz_{ijkl}(Bo_{ijk+1l} - Bo_{ijk-1l})/2e - Br_{ijkl}(Br_{ij+1kl} - Br_{ij-1kl})/2br_i - Bz_{ijkl}(Bz_{ij+1kl} - Bz_{ij-1kl})/2b - Br_{ijkl}Bo_{ijkl}/r_i + (P_{ij+1kl} - P_{ij-1kl})/2br_i \quad (16)$$

$$Re_{2ijkl} = E[(Vz_{i+1jkl} + Vz_{i-1jkl} - 2Vz_{ijkl})/a^2 + (Vz_{ij+1kl} + Vz_{ij-1kl} - 2Vz_{ijkl})/(br_i)^2 + (Vz_{ijk+1l} + Vz_{ijk-1l} - 2Vz_{ijkl})/e^2 + (Vz_{ijk+1l} - Vz_{ijk-1l})/2er_i] + Br_{ijkl}(Bz_{i+1jkl} - Bz_{i-1jkl})/2a + Bo_{ijkl}(Bz_{ij+1kl} - Bz_{ij-1kl})/2br_i - Br_{ijkl}(Br_{ijk+1l} - Br_{ijk-1l})/2e - Bo_{ijkl}(Bo_{ijk+1l} - Bo_{ijk-1l})/2e + qRaT_{ijkl}z_k - (P_{ijk+1l} - P_{ijk-1l})/2e \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 Re_{3ijkl} = & (Br_{i+1jkl} + Br_{i-1jkl} - 2Br_{ijkl})/a^2 + \\
 & (Br_{ij+1kl} + Br_{ij-1kl} - 2Br_{ijkl})/(br_i)^2 + \\
 & (Br_{ijk+1l} + Br_{ijk-1l} - 2Br_{ijkl})/e^2 + \\
 & (Br_{i+1jkl} - Br_{i-1jkl})/2ar_i - \\
 & Br_{ijkl}/r_i^2 - (Bo_{ij+1kl} - Bo_{ij-1kl})/br_i^2 + \\
 & Bo_{ijkl}Vo_{ijkl}/r_i + \\
 & Br_{ijkl}(Vr_{i+1jkl} - Vr_{i-1jkl})/2a + \\
 & Bo_{ijkl}(Vr_{ij+1kl} - Vr_{ij-1kl})/2br_i + \\
 & Bz_{ijkl}(Vr_{ijk+1l} - Vr_{ijk-1l})/2e - \\
 & Vr_{ijkl}(Br_{i+1jkl} - Br_{i-1jkl})/2a - \\
 & Bz_{ijkl}(Bz_{ijk+1l} - Bz_{ijk-1l})/2e - \\
 & Vo_{ijkl}(Br_{ij+1kl} - Br_{ij-1kl})/2br_i - \\
 & Vz_{ijkl}(Br_{ijk+1l} - Br_{ijk-1l})/2e - \\
 & (Br_{ijkl+1} - Br_{ijkl-1})/2t
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 Re_{4ijkl} = & (Bo_{i+1jkl} + Bo_{i-1jkl} - 2Bo_{ijkl})/a^2 + \\
 & (Bo_{ij+1kl} + Bo_{ij-1kl} - 2Bo_{ijkl})/(br_i)^2 + \\
 & (Bo_{ijk+1l} + Bo_{ijk-1l} - 2Bo_{ijkl})/e^2 + \\
 & (Bo_{i+1jkl} - Bo_{i-1jkl})/2ar_i - Bo_{ijkl}/r_i^2 + \\
 & (Br_{ij+1kl} - Br_{ij-1kl})/br_i^2 - \\
 & Br_{ijkl}Vo_{ijkl}/r_i + \\
 & Br_{ijkl}(Vo_{ij+1kl} - Vo_{ij-1kl})/2b + \\
 & Bo_{ijkl}(Vo_{ij+1kl} - Vo_{ij-1kl})/2br_i + \\
 & Bz_{ijkl}(Vo_{ijk+1l} - Vo_{ijk-1l})/2e - \\
 & Vr_{ijkl}(Bo_{i+1jkl} - Bo_{i-1jkl})/2a - \\
 & Vz_{ijkl}(Bo_{ij+1kl} - Bo_{ij-1kl})/2e - \\
 & Vo_{ijkl}(Bo_{ij+1kl} - Bo_{ij-1kl})/2br_i + \\
 & Vz_{ijkl}(Br_{ijk+1l} - Br_{ijk-1l})/2e + \\
 & Bo_{ijkl}Vr_{ijkl}/r_i - Br_{ijkl}Vo_{ijkl}/r_i - \\
 & (Bo_{ijkl+1} - Bo_{ijkl-1})/2t
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 Re_{5ijkl} = & (Bz_{i+1jkl} + Bz_{i-1jkl} - 2Bz_{ijkl})/a^2 + \\
 & (Bz_{ij+1kl} + Bz_{ij-1kl} - 2Bz_{ijkl})/(br_i)^2 + \\
 & (Bz_{ijk+1l} + Bz_{ijk-1l} - 2Bz_{ijkl})/e^2 + \\
 & (Bz_{i+1jkl} - Bz_{i-1jkl})/2ar_i + \\
 & Br_{ijkl}(Vz_{i+1jkl} - Vz_{i-1jkl})/2a + \\
 & Bo_{ijkl}(Vz_{ij+1kl} - Vz_{ij-1kl})/2br_i + \\
 & Bz_{ijkl}(Vz_{ijk+1l} - Vz_{ijk-1l})/2e - \\
 & Vr_{ijkl}(Bz_{i+1jkl} - Bz_{i-1jkl})/2a - \\
 & Vo_{ijkl}(Bz_{ij+1kl} - Bz_{ij-1kl})/2br_i - \\
 & Vz_{ijkl}(Bz_{ijk+1l} - Bz_{ijk-1l})/2e - \\
 & (Bz_{ijkl+1} - Bz_{ijkl-1})/2t
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 Re_{6ijkl} = & q[(T_{i+1jkl} + T_{i-1jkl} - 2T_{ijkl})/a^2 + \\
 & (T_{ij+1kl} + T_{ij-1kl} - 2T_{ijkl})/(br_i)^2 + \\
 & (T_{ijk+1l} + T_{ijk-1l} - 2T_{ijkl})/e^2 + \\
 & (T_{i+1jkl} - T_{i-1jkl})/2ar_i] - \\
 & Vr_{ijkl}(T_{i+1jkl} - T_{i-1jkl})/2a - \\
 & Vo_{ijkl}(T_{ij+1kl} - T_{ij-1kl})/2br_i - \\
 & Vz_{ijkl}(T_{ijk+1l} - T_{ijk-1l})/2e - \\
 & (T_{ijkl+1} - T_{ijkl-1})/2t
 \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 Re_{7ijkl} = & (Br_{i+1jkl} - Br_{i-1jkl})/2a + \\
 & (Bo_{ij+1kl} - Bo_{ij-1kl})/2br_i + \\
 & (Bz_{ijk+1l} - Bz_{ijk-1l})/2e + \\
 & Br_{ijkl}/r_i
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 Re_{8ijkl} = & (Vr_{i+1jkl} - Vr_{i-1jkl})/2a + \\
 & (Vo_{ij+1kl} - Vo_{ij-1kl})/2br_i + \\
 & (Vz_{ijk+1l} - Vz_{ijk-1l})/2e + \\
 & Vr_{ijkl}/r_i
 \end{aligned} \tag{23}$$

donde los residuos Re_{nijkl} son iterativamente recalculados luego de que las variables son modificadas, por ejemplo, mediante el esquema de relajamiento

$$\begin{aligned}
 & Vr_{ijkl} - Re_{8ijkl}r_i \\
 & Br_{ijkl} + Re_{7ijkl}r_i \\
 & Vo_{ijkl} + Re_{1ijkl}/2E(1/a^2 + 1/(br_i)^2 + 1/e^2 + 1/r_i^2) \\
 & Vz_{ijkl} + Re_{2ijkl}/2E(1/a^2 + 1/(br_i)^2 + 1/e^2) \\
 & Bo_{ijkl} + Re_{4ijkl}/(2E(1/a^2 + 1/(br_i)^2 + 1e^2 + 1/r_i^2)) \\
 & Bz_{ijkl} + Re_{5ijkl}/(2E(1/a^2 + 1/(br_i)^2 + 1/e^2)) \\
 & T_{ijkl} + Re_{6ijkl}/2E(1/a^2 + 1/(br_i)^2 + 1/e^2) \\
 & P_{ijkl} + 2aRe_{0ijkl}
 \end{aligned} \tag{24}$$

hasta que la suma

$$err = \sum_1^8 \sum_1^I \sum_1^J \sum_1^K \sum_1^L Re_{nijkl} \tag{25}$$

sea inferior a algún valor previamente especificado (I, J, K y L son, claro, los valores máximos de los respectivos índices y Br, Bo, Bz , etc., son las versiones “ascii” de B_r, B_ϕ, B_z , etc.). El procedimiento es, por supuesto, muy lento e inestable (y ciertamente muy sensible a las capacidades de procesamiento y almacenamiento disponibles), pero, por lo mismo, es de esperar que puede ser fácilmente adaptado para el procesamiento paralelo o en racimos.

4. RESULTADOS

Es posible que un mejor esquema de relajamiento pueda proporcionar una convergencia mas segura y rápida para configuraciones iniciales razonablemente elegidas. Para el que se describe en la sección anterior, el procesamiento consiste en la búsqueda de una combinación afortunada de valores de los parámetros, de montajes iniciales y del intervalo mínimo de convergencia -dado por la magnitud del error (25)- que, en una serie continua de iteraciones proporcione los registros finales para todas las variables.

Para el caso que nos ocupa, se encuentra una serie convergente con valores iniciales muy bajos tanto para el campo cuanto para las velocidades y las cantidades

$$E = 6 \times 10^{-3}; \quad q = 10; \quad R_a = 100, \quad (26)$$

todavía dentro de los intervalos aceptables para el problema pero casi "de compromiso", especialmente el de R_a notoriamente bajo (el valor realista, todavía no alcanzado por los métodos empleados hasta el presente, es $\approx 10^{30}$). Con un error de 10 en (14), el tiempo de convergencia aunque grande es aún permisible (al margen del tiempo empleado en ensayos y ajustes, la convergencia completa para cada conjunto de valores iniciales "exitosos" tuvo un promedio de alrededor de 3 horas sin diferencias importantes entre las pentium III, 330 MHz y pentium IV, 1.4 GHz en entorno de consola DOS extendido).

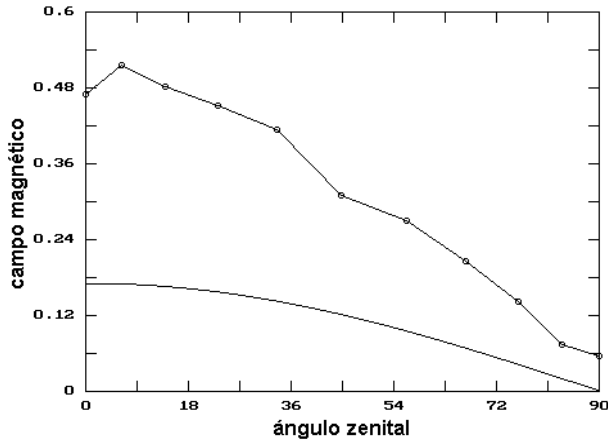


Figura 1. Campo magnético radial en $r = r_e$ comparado con el del dipolo terrestre en el borde inferior del manto ($t=3$).

Los resultados de los registros se pueden resumir como sigue: el procedimiento de cálculo (a precisión simple, esto es, con números reales de 64 bites) se efectúa transformando primero el retículo en la región $\{0,5 \leq r \leq 1,5; 0 \leq \theta \leq \pi/2; 0 \leq \phi \leq \pi\}$ a coordenadas cilíndricas sobre las cuales se ejecuta el esquema (15-24); de los registros resultantes (que, en nuestro caso contienen $10 \times 12 \times 12 \times 10 = 14400$

valores para cada una de las variables, se extrae la información contenida en los gráficos de las figuras 1, 2 y 3.

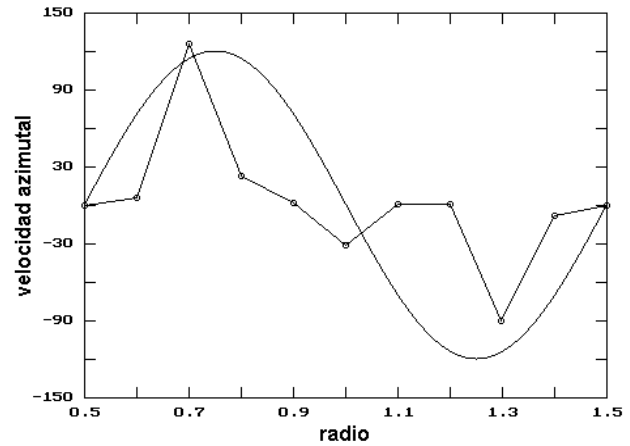


Figura 2. Velocidad azimutal en el plano ecuatorial en $\phi = 45$ comparado con el perfil de un vórtice ideal.

En la Fig. 1. se aprecia los valores de la componente radial del campo magnético en la interfaz del núcleo externo con el manto (el cual debe empalmarse eventualmente con el campo externo al núcleo). Claramente, hay un sobredimensionamiento respecto de la magnitud aceptada para el campo dipolar terrestre en la misma zona.

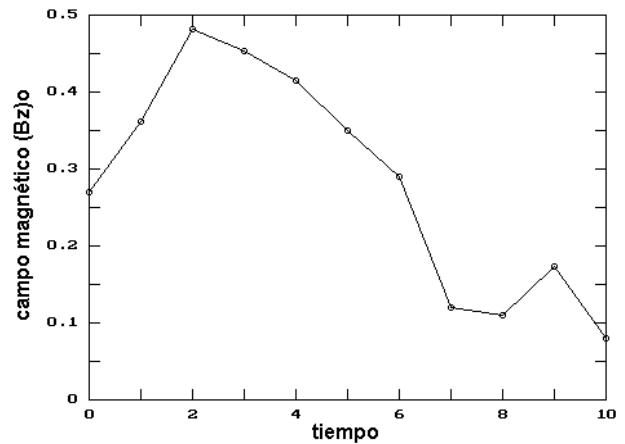


Figura 3. Comportamiento temporal de la componente z del campo magnético en $r = 0$.

El propósito de la Fig. 2. es el de mostrar que el flujo en el interior del cascarón $[r_i, r_e]$ es turbulento; no es definitivo el que la oscilación de valores de la velocidad azimutal describa un vórtice, pero, evidentemente, hay una razonable aproximación.

Finalmente, la tendencia temporal de la componente z del campo magnético parece más bien decepcionante pues se esperaría al menos una inversión dipolar en el

intervalo de $t = 10 \times 60000 = 6 \times 10^5$ años. La apariencia errática de $(B_z)_0$ es probablemente el peor efecto del cálculo sobre una red de grano tan grueso (al menos 400 veces mayor que el de los casos en los cuales este valor es reportado, v.g., [3]).

5. CONCLUSIONES

No se pretende que el método usado sea el más idóneo para los propósitos mencionados en la introducción, pero al menos estos resultados preliminares parecen alentadores. Quizá una más detallada investigación hacia esquemas de relajamiento más eficientes y - en consecuencia- la elaboración de código optimizado, podría llevar a un modelo funcional "de escritorio": uno que permita experimentar exitosamente con valores diferentes de los parámetros E, q y R_a , por ejemplo, con diferentes condiciones iniciales y -sobre todo- con retículos más finos.

Lo hecho en el presente trabajo parece reflejar muy notoriamente las limitaciones de la capacidad de

cómputo aún disponibles para un problema de gran complejidad como es el del geodínamo. De todos modos, exepctuando la evolución temporal del campo magnético, el resto de las características principales del fenómeno descrito están efectivamente presentes en los resultados obtenidos.

REFERENCIAS

- [1] Glatzmaier G. A. and Roberts P. H., "A three-dimensional convective dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle" Phys. Earth Planet. Inter., **91**, 63-75, 1995.
- [2] Kida S. and Kitauchi H., "Thermally Driven MHD Dynamo in a Rotating Spherical Shell" Prog. Theor. Phys. Suppl. **130**, 121-136, 1998.
- [3] Matsui H., "MHD Dynamo Simulation Using Geofem Platform" DCES (RIST) Tokio University preprint (2002).
- [4] Jones C. A., Longbottom A. W. and Hollerbach R., "A Self-consistent Convection Driven Geodynamo model, Using Mean Field Approximation" Phys. Earth Planet. Inter., **92**, 119-141, 1995.