Revista Boliviana de Física **11**, 99–125 (2005)

10^{MA} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA, EXAMEN NACIONAL

Bustos R.[1], Condori V.H.[1], Gutierrez V. H.[2], Gutierrez E.[2], Guaygua T.[3], Jemio C.[3], Mamani N.[3], Portugal R.[4], Huallpa, D.[5], Huallpa R.[5], Mamani R.[5], Velarde A.[6], Saldaña J.[7], Yucra E.[7], Callejas W.[9], Coraite O.[10], Quiroz Z.[11], Ramírez M.[12]

[1] *Universidad Mayor de San Andrés (UMSA),Carrera de Física, La Paz*
[2] *Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH) Facultad de Tecnología — Carrera de Ingeniería de Sistemas, Sucre*
[3] *Universidad Técnica de Oruro (UTO), Facultad Nacional de Ingeniería (FNI), Oruro*
[4] *Universidad Mayor de San Simón, Facultad de Ciencia y Tecnología, Cochabamba*
[5] *Universidad Autónoma Tomas Frías (UATF), Carrera de Física, Potosí*
[6] *Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)*
[7] *Colegio Cristo Rey, Santa Cruz*
[8] *Colegio Miguel Graun, El Alto*
[9] *Instituto Americano, Pando*
[10] *Colegio La Salle, Oruro*
[11] *Instituto Americano, La Paz*
[12] *Colegio San Agustín, Cochabamba*

RESUMEN

Se presentan las soluciones de los exámenes tomados en la 10^{ma} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA (10^{ma} OBF) de los cuatro cursos participantes: 1^{ro}, 2^{do}, 3^{ro} y 4^{to} de Secundaria. El evento se llevó a cabo los días 17, 18 y 19 de Junio de 2005 en los predios de la Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH), Facultad de Tecnología, Carrera de Ingeniería de Sistemas, Sucre.

La Página Internet del proyecto es: `http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/`

Examen de 1º de Secundaria

1º: PARTE CONCEPTUAL

1. Para qué usamos el análisis dimensional en la Física y cómo simbolizamos para significar que estamos realizando el análisis dimensional a una cantidad Física

2. En un cambio de fase como ser de sólido a líquido o de líquido a gas, explique que sucede con la temperatura.

3. ¿Qué es la Física, que estudia y cual es su clasificación?

1º: PARTE PRÁCTICA

1. Cuanto vale la magnitud del vector resultante, si los vectores están sobrepuestos en un hexágono regular de lado L tal como se ve en la *figura 1º.1.1*?

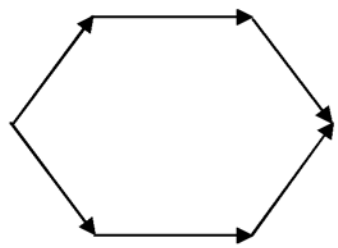


figura 1º.1.1

2. Un alambre circular rodea totalmente un disco de 50 cm de radio. Si existe un incremento de 100 ºC en la temperatura del sistema, ¿Qué separación existirá entre el alambre y la moneda?
Datos: $\alpha_{alambre}=3*10^{-5}\,ºC^{-1}$, $\alpha_{moneda}=10^{-5}\,ºC^{-1}$.

3. Al determinar el tiempo que tarda un móvil en pasar por dos puntos OP, dos cronómetros A y B, realizan las lecturas visibles en la *Tabla 1º.3.1*:

Cronómetro A	Cronómetro B
2.04 s	2.05 s
2.07 s	2.03 s
2.05 s	2.06 s
2.08 s	2.04 s
2.09 s	2.05 s
2.10 s	2.04 s
2.05 s	2.05 S

Tabla 1º.3.1

¿Cuál de estos dos instrumentos viene a ser el más exacto en comparación con un tercer instrumento considerado como el más perfecto y que registra una lectura del tiempo de paso del móvil entre los puntos OP de 2.056 segundos?

4. Las dimensiones de una piscina son 10.376 m por 525 cm. y 8.2 ft de alto ¿Cuál es la cantidad de agua que se requiere para llenar dicha piscina y qué tiempo en horas se requiere para este efecto si la provisión de agua por tubería es de 15 litros por cada 20 segundos?.
(Ayuda: 1 ft = 30.48 cm)

Examen de 1º de Secundaria

1º: SOLUCION PARTE CONCEPTUAL

1. El análisis dimensional se emplea en Física para determinar que una magnitud física se encuentra en las unidades correspondientes. Ejemplo:

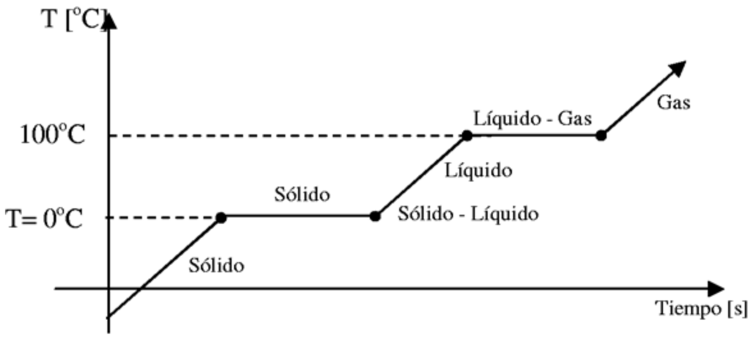
DIMENSIONES	SIMBOLOS
LONGITUD	L
MASA	M
TIEMPO	T

Tabla 1º.1.1

$$F = m \cdot a \left[kg \, \frac{m}{s^2} \right]$$

$$F = \left[M \, \frac{L}{T^2} = M \cdot L \cdot T^{-2} \right]$$

2.



Sólido < 0ºC

Sólido–Líquido = 0ºC = Constante

Líquido > 0ºC

figura 1º.2.1

Según el gráfico de la *figura 1º.2.1*, en los cambios de fase (sólido – líquido, líquido – gas) hay un lapso de tiempo en el que la temperatura debe ser

3. La Física es una ciencia que estudia los fenómenos naturales, la interacción y propiedades de la materia sin alterar la estructura íntima de la misma, así como las leyes que rigen esas interacciones.

1º: SOLUCION PARTE PRÁCTICA

1.

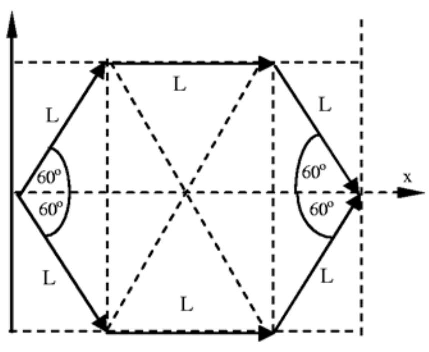


figura 1º.1.2

$$Hexágono : \angle 60^0$$

$$Por\_simetría:$$

$$\sum F_x = 2 \cdot L \cdot \cos 60^0 + 2 \cdot L + 2 \cdot L \cdot \cos 60^0$$

$$\sum F_x = 2 \cdot L \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot L + 2 \cdot L \cdot \frac{1}{2} = 4L$$

$$\sum F_x = 4L$$

$$\sum F_y = 2 \cdot L \cdot sen 60^0 - 2 \cdot L \cdot sen 60^0 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Por lo tanto la resultante será igual a: R = 4 L

2.

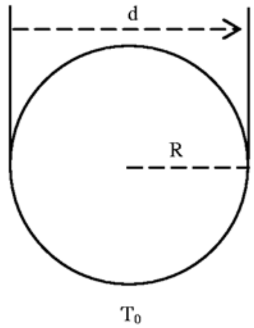


figura 1º.2.2

Datos:

$R = 50$ cm
$\Delta T = 100^0C$
$e = ?$
$\alpha_{alambre} = 3*10^{-5}\,{}^oC^{-1}$
$\alpha_{moneda} = 10^{-5}\,{}^oC^{-1}$

Para la moneda a la temperatura inicial T_0:

$$d_0 = 2\,R$$

La variación del diámetro Δd en función de la variación de la temperatura ΔT, sigue la relación:

$$\Delta d = d_0\,\alpha_{moneda}\,\Delta T$$
$$\Delta d = 2\,R\,\alpha_{moneda}\,\Delta T$$
$$\Delta d = 100\text{ cm }10^{-5}\,{}^o\cancel{C}^{-1}\;100^0\cancel{C}$$
$$\Delta d = 10^{-1}\text{cm}$$

Ahora:

$$\Delta d = d - d_0$$

Entonces:

$$d = \Delta d + d_0$$
$$d = 10^{-1}\text{cm} + 100\text{cm}$$
$$d = 100.1\text{ cm}$$

Para el alambre, el perímetro inicial viene dado por:

$$L_0 = 2\,\pi\,R = 314.16\text{ cm}$$

Del mismo modo, la variación de este perímetro ΔL en función de la variación de la temperatura ΔT, sigue la relación:

$$\Delta L = L_0\,\alpha_{alambre}\,\Delta T$$
$$\Delta L = 314.16\text{ cm }\;3*10^{-5}\,{}^o\cancel{C}^{-1}\;\;100^0\cancel{C}$$
$$\Delta L = 0.942\text{ cm}$$

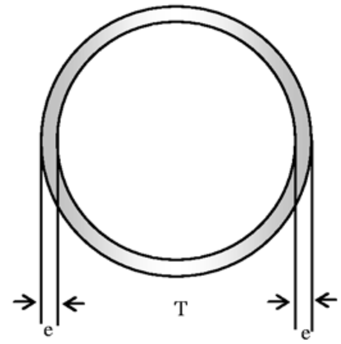


figura 1º.2.3

Ahora:

$$\Delta L = L - L_0$$

Entonces:

$$L = \Delta L + L_0$$
$$L = 0.942\text{cm} + 314.16\text{cm}$$
$$L = 315.10\text{ cm}$$

Luego, el diámetro final D, del alambre, será:

$$D_{alambre} = \frac{L}{\pi} = 100.3cm$$

Finalmente, el espacio e viene dado por:

$$e = \frac{D - d}{2} = 0.1cm$$

3. El valor más exacto (V. M. E.) viene dado como dato inicial y corresponde a: x' = 2.056 s.

Para el cronómetro A, el valor más probable (V. M. P.) resulta de la relación:

$\bar{x}_A = \dfrac{\sum datos}{n(número\ \ de\ \ datos)}$, entonces: $\bar{x}_A = 2.069s$. Su error absoluto es: $\in_A = |\bar{x}_A - x'|$, $\in_A = 0.013s$

De igual forma, para el cronómetro B, se puede calcular su valor más probable (V. M. P.):

$\bar{x}_B = \dfrac{\sum datos}{n(número\ \ de\ \ datos)}$, entonces: $\bar{x}_B = 2.046s$. Su error absoluto es: $\in_B = |\bar{x}_B - x'|$, $\in_B = 0.01s$

Como el error absoluto del cronómetro B resultó menor en relación al error absoluto del cronómetro A, entonces es el cronómetro B el más exacto.

4. Luego de transformar las tres medidas de la piscina a metros tenemos (*figura 1º.4.1*):

Datos:

a = 10.376 m

b = 5.25 m

c = 2.5 m

Φ (Flujo de agua) = 15 lt/20s

Φ = 0.75 lt/s (litros/segundo)

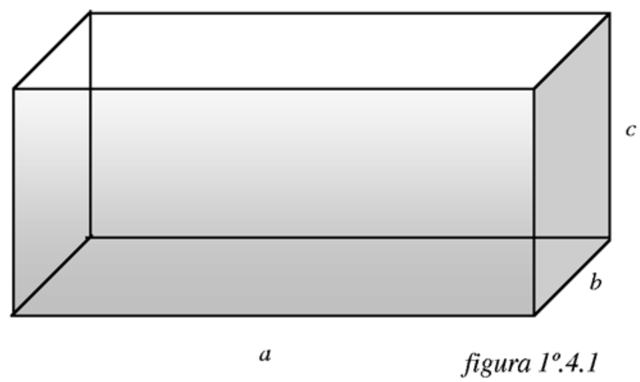


figura 1º.4.1

El volumen de la piscina es:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 136.185 m^3$$

$$V = 136.185 \cancel{m^3} \times \frac{10^6 \cancel{cm^3}}{1 \cancel{m^3}} \times \frac{1 lt}{10^3 cm^3} = 136185 \, litros$$

De manera que el tiempo en horas para que se llegue a llenar la piscina será:

$$t = V \cdot \Phi^{-1} = 136185 \cancel{l} \times \frac{\cancel{1}s}{0.75 \cancel{l}} \times \frac{1 \cancel{min}}{60 \cancel{s}} \times \frac{1h}{60 \cancel{min}} = 50.44 \, horas$$

Examen de 2º de Secundaria

2º: PARTE CONCEPTUAL

1. Se ponen en contacto dos espejos, $\mathbf{M_1}$ y $\mathbf{M_2}$ a un ángulo de 120° como se ve en la *Figura 2º.1.1.* Un rayo incide a 50° con la normal a $\mathbf{M_1}$. ¿En que dirección abandonará M2 la luz con respecto a su normal?

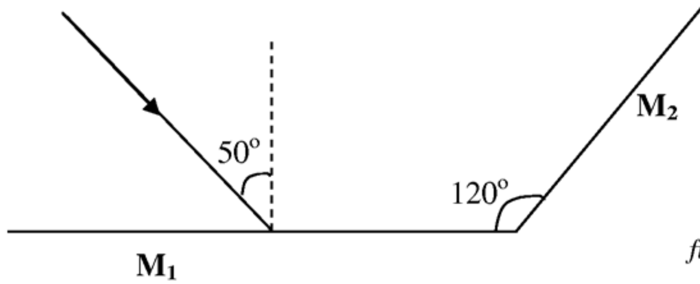


figura 2º.1.1

2. ¿Cuál es la dirección del movimiento que tienen las partículas del medio, en el que se propaga una onda viajera longitudinal?

3. En un cambio de fase como ser: de sólido a líquido o de líquido a gas, explique que sucede con la temperatura.

2º: PARTE PRÁCTICA

1. Dos lentes convergentes, de longitudes focales 10.0 cm. y 20.0 cm., están separadas 20.0 cm., como se muestra en la *figura 2º.1.2*. Se sitúa un objeto a 15.0 cm. a la izquierda de la primera lente. Calcular la posición (respecto a la segunda lente) y la amplificación de la imagen final gráfica y analíticamente. Realice el esquema respectivo.

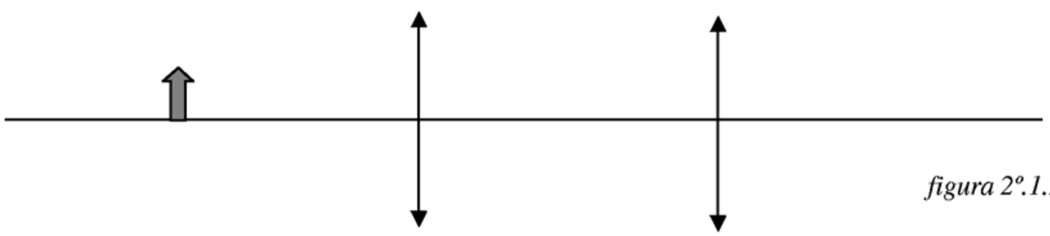


figura 2º.1.2

2. En el centro de una piscina de 6 m de radio se produce una perturbación que origina un movimiento ondulatorio en la superficie del agua, la longitud de onda vale ¾ m y tarda 12 s en llegar a la orilla; calcular: a) el periodo y la frecuencia del movimiento; b) la amplitud, si al cabo de ¼ de segundo la elongación es de 4 cm; c) la elongación de un punto situado a 6 cm del foco emisor en el instante t=12 s.

3. Las dimensiones de una piscina son 10.376 m por 525 cm. y 8.2 ft de alto ¿Cuál es la cantidad de agua que se requiere para llenar dicha piscina y qué tiempo en horas se requiere para este efecto si la provisión de agua por tubería es de 15 litros por cada 20 segundos?.
(1ft = 30.48 cm)

4. Cuanto vale la magnitud de vector resultante, si los vectores están sobrepuestos en un hexágono regular de lado L tal como se ve en la *figura 2º.4.1*?

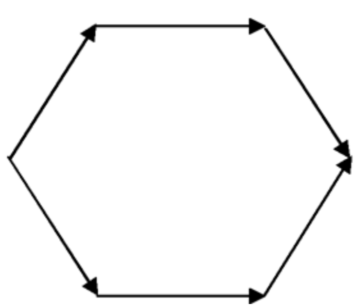


figura 2º.4.1

Examen de 2º de Secundaria

2º: SOLUCION PARTE CONCEPTUAL

1. De acuerdo con la ley de reflexión, el ángulo de reflexión en M1 es también 50^0 con respecto a la normal a M1. Por simple geometría, el ángulo que forma el rayo reflejado con el mismo espejo M1 es 40^0. Luego, en el triángulo ABC formado por el rayo reflejado en M1 e incidente en M2 se tiene que, el ángulo en C es igual a 180^0-40^0-120^0 = 20^0. Ahora, el ángulo de incidencia en el espejo M2, con respecto a su normal, viene a ser 70^0 y el ángulo de reflexión también será 70^0, lo que determinará la dirección del haz de luz incidente en M2, como lo muestra la *figura* 2º.1.3

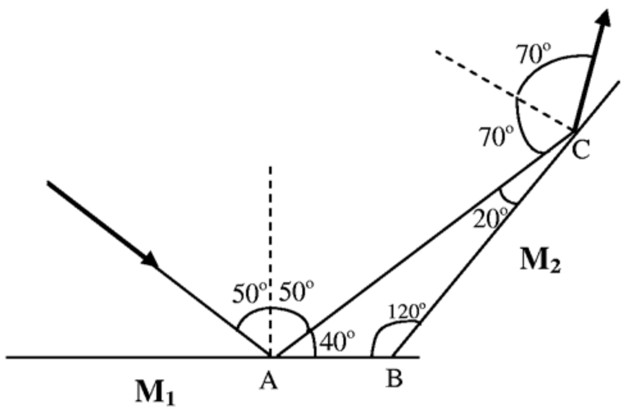
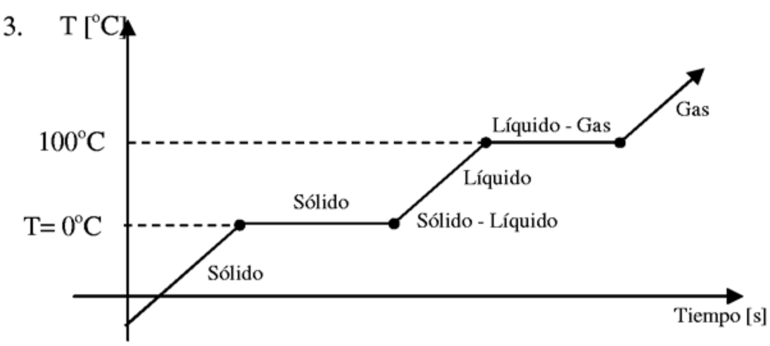


figura 2º.1.3

2. Un clásico ejemplo de una onda longitudinal es aquella que viaja a través de un resorte; por lo tanto, la dirección del movimiento que tienen las partículas del medio, en este caso un resorte, es la misma que la onda viajera.

3.



Sólido < 0ºC

Sólido–Líquido = 0ºC = Constante

Líquido > 0ºC

figura 2º.3.1

Según el gráfico de la *figura 2º.3.1*, en los cambios de fase (sólido – líquido, líquido – gas) hay un lapso de tiempo en el que la temperatura debe ser constante.

2º: SOLUCION PARTE PRÁCTICA

1.

Hacemos el cálculo de la posición de la imagen para la primera lente ignorando a la segunda, para lo cual empleamos la fórmula de lentes delgadas:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1}\rightarrow\frac{1}{15}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{10}$$

Como p_1=15.0 cm., f_1=10.0 cm. Tendremos que la distancia de la imagen q_1=30.0 cm.
Ahora, la imagen de la segunda lente se considera como objeto virtual para la segunda lente por lo que debemos considerar negativa es decir: p_2=-10 cm., entonces, la distancia de la imagen final para la segunda lente será:

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2}\rightarrow\frac{1}{-10.0}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{20.0}$$

De donde obtenemos que la imagen final esta a q_2=6.67 cm. a la derecha de la segunda lente.
El aumento de cada lente se calcula mediante las relaciones:

$$M_1=-\frac{q_1}{p_1}=-\frac{30.0}{15.0}=-2.0$$

$$M_2=-\frac{q_2}{p_2}=-\frac{6.7}{-10.0}=0.67=-0.7$$

Finalmente, la amplificación total de las dos lentes será el producto de cada una de ellas, es decir:

$$M=M_1M_2=-2.00*0.67=-1.33$$

Este resultado nos indica que la imagen final es real, invertida y más grande que el objeto.

2. Datos:

R=6m
λ=0.75m
T=12s

Se pide:

a) T=?
f=?

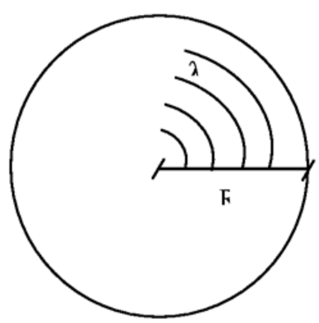


Figura 2º.2.1

a) El número n de oscilaciones hasta llegar a la orilla es:

$$n=\frac{R}{\lambda}=8$$

El periodo T y la frecuencia f son:

$$T=\frac{t}{8}=1.5s$$

$$f=\frac{1}{T}=0.66Hz$$

b) $A = ?$
$x =$
$t = 0.25s$

b) Partiendo de la ecuación de una onda como función de dos variables:

$$x = A \cdot \cos \omega \cdot t$$

A = amplitud de la onda, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = frecuencia angular, t = tiempo.

$$x = A \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t$$

$$x = A \cdot \cos 60^0$$

$$A = \frac{x}{\cos 60^0} = \frac{4cm}{5}$$

$$A = 8cm$$

c) $x = ?$
$d = 6$ cm
$t_T = 12$ s

c) El tiempo t' que la onda tarda en recorrer 6cm es igual a:

$$t' = \frac{d}{v} = \frac{0.06cm}{0.5m/s} = 0{,}12s$$

Ahora, el tiempo t que oscila un punto a 6cm del foco emisor será:

$$t = t_{TOTAL} - t' = 12s - 0.12s = 11.88s$$

Entonces, la elongación para este tiempo es:

$$x = A \cdot \cos \omega \cdot t = A \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t$$

$$x = 8cm \cdot \cos 331.2^0$$

$$x = 7.01cm$$

3.

Luego de transformar las tres medidas de la piscina a metros tenemos (*figura 2º.3.1*):

figura 2º.3.1

Datos:

$a = 10.376$ m

$b = 5.25$ m

$c = 2.5$ m

(Flujo de agua) = 15 lt/20s

$\Phi = 0.75$ lt/s (litros/segundo)

El volumen de la piscina es:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 136.185 m^3$$

$$V = 136.185 \cancel{m^3} \times \frac{10^6 \cancel{cm^3}}{1\cancel{m^3}} \times \frac{1lt}{10^{\cancel{3}}\cancel{cm^3}} = 136185 \, litros$$

De manera que el tiempo en horas para que se llegue a llenar la piscina será:

$$t = V \cdot \Phi^{-1} = 136185\cancel{l} \times \frac{\cancel{1}s}{0.75\cancel{l}} \times \frac{1\cancel{min}}{60\cancel{s}} \times \frac{1h}{60\cancel{min}} = 50.44 \, horas$$

4.

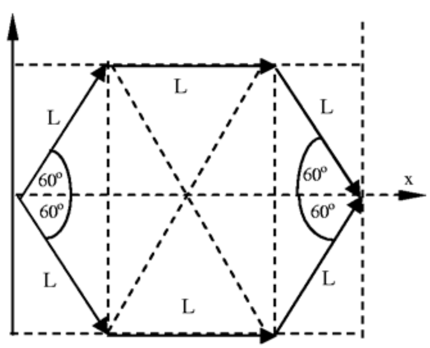


figura 2º.4.1

$$Hexágono \; \measuredangle \; 60^0$$

$$Por\_simetría:$$

$$\sum F_x = 2 \cdot L \cdot \cos 60^0 + 2 \cdot L + 2 \cdot L \cdot \cos 60^0$$

$$\sum F_x = 2 \cdot L \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot L + 2 \cdot L \cdot \frac{1}{2} = 4L$$

$$\sum F_x = 4L$$

$$\sum F_y = 2 \cdot L \cdot sen 60^0 - 2 \cdot L \cdot sen 60^0 = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Por lo tanto la resultante será igual a: R = 4 L

Examen de 3º de Secundaria

3º: PARTE CONCEPTUAL

1. En un planeta, el valor g de su gravedad es la mitad del valor de la gravedad en la Tierra. ¿Cuanto tiempo necesita un objeto para caer al suelo desde una altura h partiendo del reposo, en relación al tiempo requerido para un objeto en la Tierra en las mismas condiciones?

2. La *figura 3º.1.1* muestra cuatro situaciones en las que se aplica una fuerza a un objeto. En los cuatro casos, la fuerza y el desplazamiento del objeto tienen la misma magnitud, el objeto se desplaza hacia la derecha. Clasifique las situaciones según el trabajo realizado por la fuerza sobre el objeto, de más positivo a más negativo.

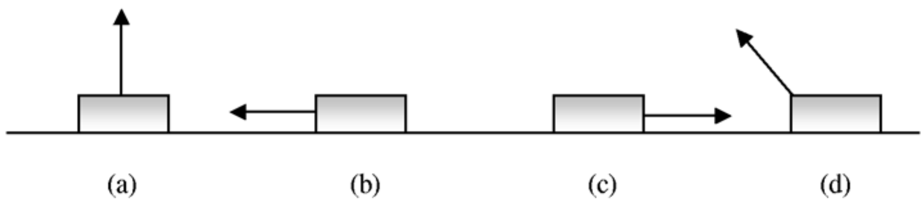


figura 3º.1.1

3. El agua fluye a través de un tubo de sección variable. Sí el flujo es laminar y el diámetro de la *parte A* es mayor que el diámetro de la *parte B* (*figura 3º.3.1*). Indique la relación entre las partes A y B de la presión y la velocidad.

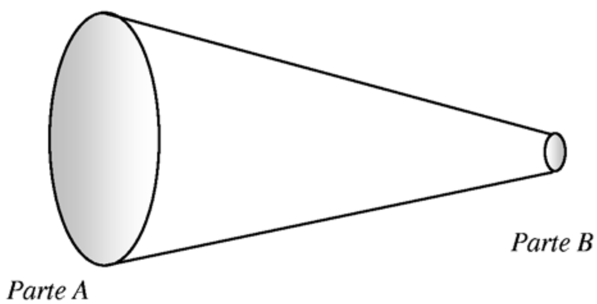


figura 3º.3.1

3º: PARTE PRÁCTICA

1. Cuales son las aceleraciones de los cuerpos A y B del sistema que se muestra en la *figura 3º.1.2*, el rozamiento entre el cuerpo B y la superficie horizontal es nulo y el peso de la cuerda y las poleas son despreciables.

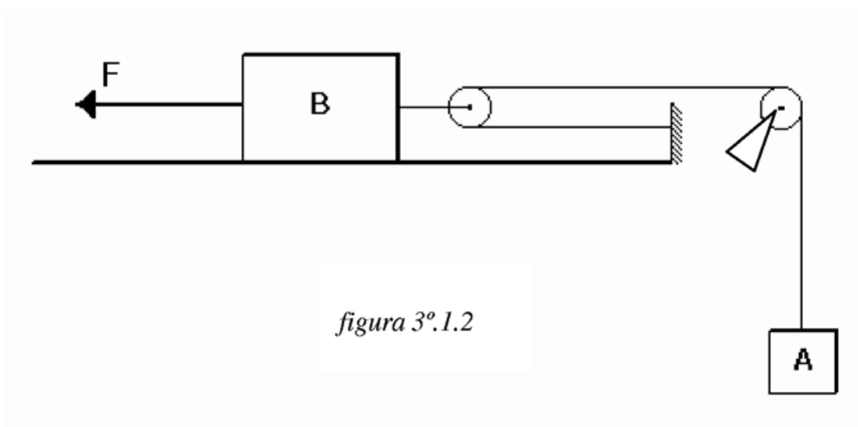


figura 3º.1.2

2. Un objeto flota en agua con 20% de su volumen sobre el nivel de la superficie del agua. ¿Cuál es la densidad media del objeto? (Ayuda: La densidad del agua vale 1000 Kg/m^3).

3. Dos partículas se mueven en un campo de gravedad homogéneo con una aceleración igual a g. En el momento inicial ambas se encontraban en un mismo punto y sus velocidades dirigidas horizontalmente y en sentidos opuestos eran v_1 = 3 m/s y v_2 = 4 m/s. Hallar la distancia entre las partículas en el momento en que los vectores de sus velocidades resultan ser mutuamente perpendiculares.

4. En el centro de una piscina de 6 m de radio se produce una perturbación que origina un movimiento ondulatorio en la superficie del agua, la longitud de onda vale ¾ m y tarda 12 s en llegar a la orilla; calcular: a) el periodo y la frecuencia del movimiento; b) la amplitud, si al cabo de ¼ de segundo la elongación es de 4 cm; c) la elongación de un punto situado a 6 cm del foco emisor en el instante t=12 s.

Examen de 3º de Secundaria

3º: SOLUCION PARTE CONCEPTUAL

1. Según las ecuaciones de caída libre de los cuerpos, se establece que la altura "H_{TIERRA}" desde la que cualquier cuerpo cae en la Tierra es igual a:

$$H_{Tierra} = \tfrac{1}{2}\, g\, (t_{TIierra})^2 \tag{1}$$

Siendo g la aceleración de la gravedad en la Tierra y t_{Tierra} el tiempo de caída de los cuerpos. Para el caso del planeta en cuestión y dado que su gravedad es la mitad que el valor de g, la ecuación debe ser similar:

$$H_{Planeta} = \tfrac{1}{4}\; g\, (t_{Planeta})^2 \tag{2}$$

Tomando en cuenta que la altura debe ser la misma al igual que las condiciones del experimento, igualamos las ecuaciones (1) y (2) para obtener:

$$\tfrac{1}{2}\, g\, (t_{TIierra})^2 = \tfrac{1}{4}\; g\, (t_{Planeta})^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} t_{Tierra} = \frac{1}{2} t_{Planeta}$$

$$\frac{t_{Planeta}}{t_{Tierra}} = \sqrt{2}$$

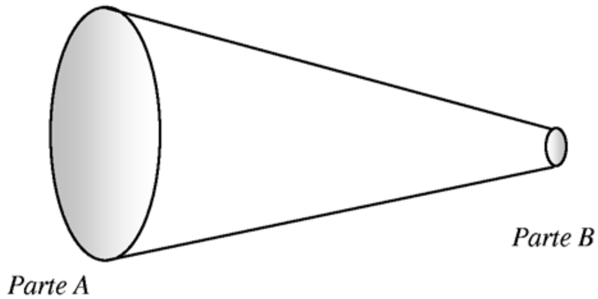
Por lo tanto, la relación entre los tiempos de caída de los cuerpos tanto en la Tierra como en el mencionado Planeta será:

$$t_{Planeta} = \sqrt{2} \cdot t_{Tierra}$$

Es decir, que en el Planeta los cuerpos caerán más lentamente que en la Tierra, esto debido a que la aceleración de la gravedad en el mismo es menor que en la Tierra.

2. Como el objeto se del gráfico se está desplazando a la derecha y considerando como positivo este sentido, el caso (C) sería el más positivo por la adición vectorial, luego estaría (A) por no influir bastante en la suma vectorial, pues la fuerza aplicada no tiene componente en el eje del desplazamiento. Luego estaría el caso (D) por influir sus componentes respectivas, y por último como el mayor influyente sería el caso (B), pues es la mayor contra fuerza

3.



Dado que: Área$_A$ > Área$_B$ se tiene:

Velocidad $_{(A)}$ < Velocidad $_{(B)}$

Presión $_{(A)}$ > Presión $_{(B)}$

3º: SOLUCION PARTE PRACTICA

1.

CASO A: Cuando el cuerpo A acelera verticalmente hacia abajo.

Para el cuerpo A:

$$\sum F_y = m_A a_A$$
$$w_A - T = m_A a_A \quad (1)$$
$$T = m_A g - m_A a_A \quad (1_a)$$

Para el cuerpo B:

$$\sum F_x = m_B a_B$$
$$2T - F = m_B a_B$$
$$\text{Re}\,mplazando\ (1_a)en(2):$$
$$2m_A g - 2m_A a_A - F = m_B a_B$$

Como la aceleración $a_A = 2a_B$ (3), reemplazando (3) en (2_a)

$$2m_A g - 2m_A a_A - F = m_B \frac{a_A}{2}$$
$$4m_A g - 4m_A a_A - 2F = m_B a_A$$

$$a_A = \frac{4m_A g - 2F}{4m_A + m_B}$$
$$a_B = \frac{2m_A g - F}{4m_A + m_B}$$

CASO B: Cuando el cuerpo A acelera verticalmente hacia arriba:

Para el cuerpo A:

$$\sum F_y = m_A a_A$$
$$T - m_A g = m_A a_A$$
$$T = m_A g + m_A a_A \quad (1)$$

Para el cuerpo B:

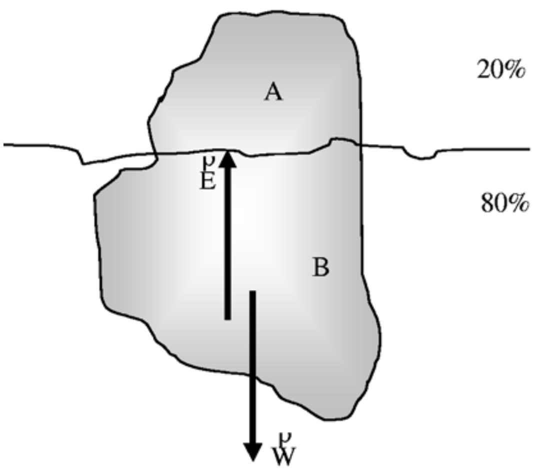
$$\sum F_x = m_B a_B$$
$$F - 2T = m_B a_B \quad (2)$$
$$\text{Re}\,mplazando\ (1)en(2):$$
$$F - 2m_A g - 2m_A a_A = m_B a_B$$
$$F - 2m_A g - 2m_A a_A = m_B \frac{a_A}{2}$$
$$2F - 4m_{Ag} - am_A a_A = m_B a_B$$

En este caso las aceleraciones son:

$$a_A = \frac{2F - 4m_A g}{4m_A + m_B}$$

$$a_B = \frac{F - 2m_A g}{4m_A + m_B}$$

2.



Debido al equilibrio y por el principio de Arquímedes:

$$E = W \qquad (1)$$

E = empuje = peso del volumen desplazado por el cuerpo = $M\,g$

W = peso del cuerpo = $m\,g$

Como la densidad de un cuerpo es igual a:

$$\rho = \text{masa / volumen}$$

La masa de un cuerpo puede expresarse en función de su densidad y volumen, en (1) se tiene:

$$\mathrm{Mg} = \mathrm{mg}$$

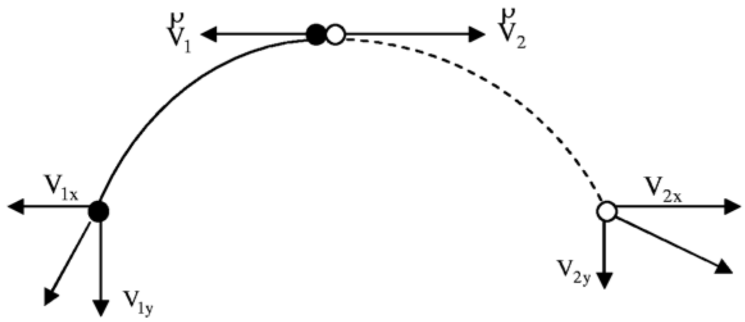
$$\rho_{\text{aguadesplazada}}\, 0.8 \cdot \mathrm{V} \cdot \mathrm{g} = \rho_{\text{cuerpo}}\, \mathrm{V} \cdot \mathrm{g}$$

$$\rho_{\text{cuerpo}} = 0.8 \cdot \rho_{\text{aguadesplazada}}$$

Por tanto, como la densidad del agua vale1000 kg/m^3,la densidad media del cuerpo es:

$$\rho_{\text{cuerpo}} = 0.8 \times 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 800 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

3.



Por las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado tenemos:

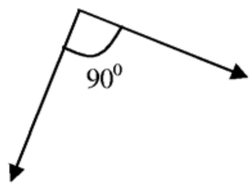
$$v_{1x} = -3\frac{m}{s}\cos 0^0$$

$$v_{1y} = -3\frac{m}{s}sen0^0 - gt$$

$$v_{2x} = 4\frac{m}{s}\cos 0^0$$

$$v_{2y} = 4\frac{m}{s}sen 0^0 - gt$$

Cuando los vectores velocidad sean mutuamente perpendiculares:



$$\frac{v_{1y}}{v_{1x}}\cdot\frac{v_{2y}}{v_{2x}} = -1$$

$$\frac{-gt}{-3m/sg}\cdot\frac{-gt}{4m/sg} = -1$$

$$g^2t^2 = 12m^2/sg^2$$

$$t = \sqrt{\frac{12m^2/sg^2}{\left(9.8m/sg^2\right)^2}} = 0.35sg$$

$$x_1 = -3m/sg\cos 0^0 \times 0.35sg = -1.05m$$

$$y_1 = -3m/sgsen0^0 \times 0.35sg - \frac{1}{2}9.8m/sg^2(0.35sg)^2 = -0.6m$$

$$x_2 = 4m/sg\cos 0^0 \times 0.35sg = 1.4m$$

$$y_2 = 4m/sgsen0^0 \times 0.35sg - \frac{1}{2}9.8m/sg^2(0.35sg)^2 = -0.6m$$

Finalmente, la distancia buscada viene dada por:

$$\boxed{d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1.4 + 1.05)^2} = 2.45\text{m}}$$

4. Ver Solución de la pregunta 2. de la parte Practica del examen de 2º de Secundaria.

Examen de 4º de Secundaria

4º: PARTE CONCEPTUAL

1. Tenemos a un capacitor de placas paralelas cuadradas de áreas A y separación d, en el vacío. ¿Cuál es el efecto cualitativo de cada uno de los casos siguientes sobre su capacitancia?. (a) Si d se reduce. (b) Si se coloca una lámina de cobre entre las placas, pero sin que toque a ninguna de ellas. (c) Si se duplica el área de ambas placas paralelas. (d) Si se duplica el área de una placa solamente. (e) Si se desliza a las placas paralelamente entre sí de modo que el área de traslape sea del 50%. (f) Si se duplica la diferencia de potencial entre las placas.
2. Tres pelotas idénticas se lanzan desde la cornisa de un edificio, todas ellas con la misma rapidez inicial. La primera pelota es lanzada en forma horizontal, la segunda formando un cierto ángulo por encima de la horizontal y la tercera formando un cierto ángulo por debajo de la horizontal. Ignorando la resistencia del aire, clasifique de mayor a menor las tres pelotas según las magnitudes de la velocidad que tengan al llegar al suelo. (Sugerencia: efectuar un análisis en energías).
3. El agua fluye a través de un tubo de sección variable. Sí el flujo es laminar y el diámetro de la *parte A* es mayor que el diámetro de la *parte B* (*Figura 1*). Indique la relación entre las partes *A* y *B* de la presión y la velocidad.

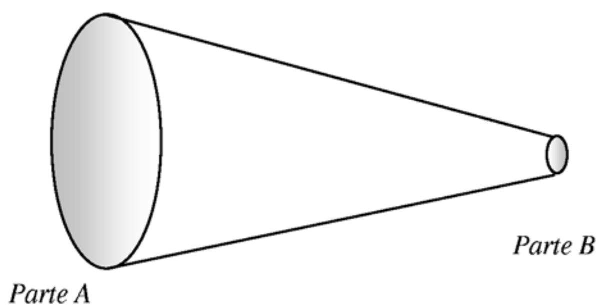


Figura 1

4º: PARTE PRACTICA

1. Dos diminutas esferillas semejantes de masa *m* están colgadas de hilos de seda de longitud L y portan cargas iguales *q* como se muestra en la *Figura 2*. Suponga que el ángulo θ es tan pequeño que la $tg\,\theta$ puede ser reemplazada por su igual aproximado, es decir, $sen\,\theta$. Determine para esta aproximación la separación entre las esferillas.

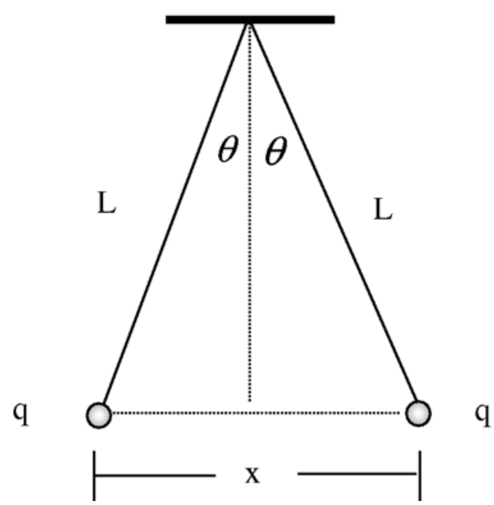


Figura 2

2. En la *Figura 3* se muestra la continuación de un yo – yo. Suponga que parte del reposo y que desciende una altura h = 50 cm. Encontrar sus velocidades finales de traslación y rotación. En un yo – yo real, el radio r del eje es mucho más pequeño que el radio exterior R. Como ejemplo típico suponga que: R = 10 r = 5 cm. Considere todo el yo – yo como un cilindro de radio R.

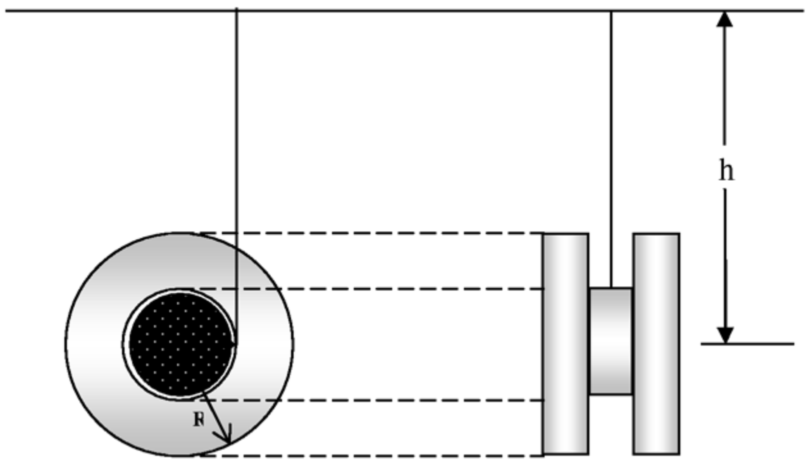


Figura 3

3. En el curso de 24 horas, una muchacha de 65kg pasa 8h en el escritorio, 2h en trabajos sin importancia en casa, 1h en trotar 5 millas, 5h en actividad moderada y 8h durmiendo, ¿Cuál es el cambio de su energía interna en este periodo?. Use la tabla No1 y suponga que un corredor de 65kg corre 5millas en 1h y usa alrededor 120kcal/min.

Tabla No 1: Ritmo metabólico y de consumo de oxígeno en varias actividades de un hombre de 65kg.

Actividad	Ritmo de consumo de O_2 (ml/min kg)	Ritmo metabólico (Kcal/h.)	Ritmo metabólico (W)
Dormir	3.5	70	80
Actividad ligera(vestirse, caminar lento trabajo de escritorio)	10	200	230
Actividad moderada(caminar de prisa)	20	400	465
Actividad fuerte (balón cesto, brazada rápida de pecho)	30	600	700
Actividad extrema (carrera de bicicleta)	70	1400	1600

4. Dos partículas se mueven en un campo de gravedad homogéneo con una aceleración igual a *g*. En el momento inicial ambas se encontraban en un mismo punto y sus velocidades dirigidas horizontalmente y en sentidos opuestos eran v_1 = 3 m/s y v_2 = 4 m/s. Hallar la distancia entre las partículas en el momento en que los vectores de sus velocidades resultan ser mutuamente perpendiculares.

Examen de 4º de Secundaria

4º: PARTE EXPERIMENTAL

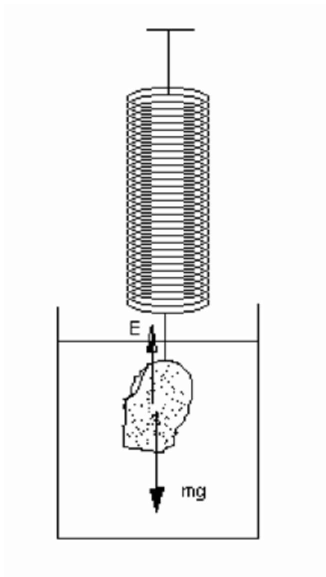
DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE UNA PIEDRA

1. Objetivo

Graficar la relación funcional entre la masa que se cuelga de un elástico y su estiramiento.

Utilizando esta curva de calibración podemos determinar la densidad de un cuerpo utilizando la Ley de Arquímedes.

Si pesamos con un dinamómetro un objeto obteniendo una masa *m* y luego volvemos a pesar el mismo objeto pero sumergido en el líquido, tendremos que:



$$F = mg - E$$

$$F = mg - \rho_L V g$$

$$\frac{F}{g} = m^* = m - \rho_L V$$

$$\Rightarrow V = \frac{m - m^*}{\rho_L}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{m - m^*}\rho_L$$

2. Experimento.

Colgando distintas masas conocidas de nuestro elástico medimos su deformación respecto a su longitud natural y obtenemos una tabla de calibración que nos permite determinar la masa desconocida de un cuerpo.

Por definición, se utiliza el agua como patrón para definir las unidades de masa. Un gramo [g] es la masa de un centímetro cúbico o mililitro de agua. ($1cm^3 = 1$ ml)

Por tanto, utilizando una jeringa hipodérmica de 10 ml, podemos construir nuestra tabla de calibración colocando de 10 en 10 g. de agua en una bolsa plástica colgada del dinamómetro. Usamos una bolsa de plástico porque su masa es pequeña y podemos despreciarla.

Una vez construida la tabla de calibración, graficamos *m* vs. *x* para obtener la curva de calibración.

Pesamos la piedra, luego pesamos la piedra sumergida en agua ($\rho_{H2O}=1g/cm^3$) y determinamos así la densidad de la piedra.

Examen de 4º de Secundaria

4º: SOLUCION PARTE CONCEPTUAL

1. En un capacitor de placas cuadradas paralelas con área A y separadas en el vacío una distancia d, su capacitancia:

a) Si d se reduce, la capacitancia aumenta.
b) Si se coloca una lámina de cobre entre las placas sin que toque ninguna de ellas, no pasa nada con la capacitancia.
c) Si se duplica el área de ambas placas, entonces se duplica su capacitancia.
d) Si se duplica el área de una placa solamente, no pasa nada con la capacitancia.
e) Si se desliza a las placas paralelamente entre sí de modo que el área de traslape sea del 50%, la capacitancia se reduce a la mitad.
f) Si se duplica la diferencia de potencial, entonces la capacitancia también disminuye a la mitad.

2. Haciendo un análisis de energías para cada una de las pelotas, podemos ver que:

$$E_{inicial} = E_{finlal}$$

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v_{01}{}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_1{}^2$$

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v_{02}{}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_2{}^2$$

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v_{03}{}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_3{}^2$$

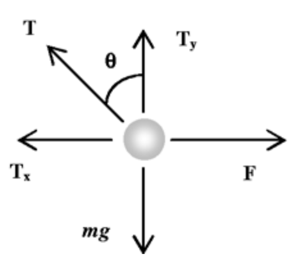
Como $v_{01} = v_{02} = v_{03}$, se pude concluir rápidamente que las velocidades con que llegan las tres pelotas lanzadas con diferentes ángulos desde una misma altura son iguales, es decir:

$$v_1 = v_2 = v_3$$

3. Ver Solución de la pregunta 3. de la parte Conceptual del examen de 3º de Secundaria.

4º: SOLUCION PARTE PRACTICA

1. Un diagrama de fuerzas para una de las dos bolitas cargadas sería:



Como datos se tiene: m = masa de las bolitas
q = carga de las bolitas

$$\tan\theta \approx \operatorname{sen}\theta$$

$$T_x = T \operatorname{sen}\theta$$
$$T_y = T \cos\theta$$

Por la **Ley de Coulomb**:

$$F = k\frac{q^2}{x^2}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F = T_x \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow m \cdot g = T_y \quad (2)$$

Ahora, remplazando valores obtendremos las ecuaciones que nos llevarán l resultado esperado:

$$\frac{k \cdot q^2}{x^2} = T \cdot sen\theta \quad ; \quad m \cdot g = T\cos\theta \rightarrow T = \frac{m \cdot g}{\cos\theta}.$$

Por lo tanto se puede obtener reemplazando la tensión T:

$$\frac{k \cdot q^2}{x^2} = m \cdot g \cdot \tan\theta \rightarrow x^2 = \frac{k \cdot q^2}{m \cdot g \cdot \tan\theta}$$

Pero, como se asume que tan $\theta \approx sen\ \theta$, entonces:

$$x^2 = \frac{k \cdot q^2}{m \cdot g \cdot sen\theta}$$

Por otro lado, $sen\theta = \frac{x}{2 \cdot L}$, este hecho hace que el valor buscado de la separación x entre las esferillas:

$$x^2 = \frac{k \cdot q^2 2 \cdot L}{m \cdot g \cdot x} \rightarrow x^3 = \frac{k \cdot q^2 2 \cdot L}{m \cdot g}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{k \cdot q^2 2 \cdot L}{m \cdot g}}$$

2.

Para solucionar el problema del yo-yo, se puede recurrir a la conservación de la *energía potencial* y la *energía cinética* del fenómeno; para este caso, la *energía cinética* es una *energía de rotación* del yo-yo. Dado que el yo-yo posee dos radios (r y R), cada uno ellos afecta al *Momento de Inercia total* del mismo, entonces para el radio menor r su momento de inercia será:

$$I_r = m \cdot r \tag{1}$$

Para el caso del radio mayor R, es un tanto diferente dado que gira con un *Momento de Inercia* igual a:

$$I_R = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \tag{2}$$

Esto, debido a la geometría de la rotación, es decir, al momento angular que sufre cada radio. No debemos olvidar que m es la masa del yo-yo. Ahora, por la conservación de la energía se tiene que:

$$EnergiaPotencial = EnergíaRotacional$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} I_{Total} \cdot \omega^2$$

Debemos notar que I_{Total} es equivalente a una masa y es la suma de los momentos de inercia para r y R; reemplazando valores obtendremos:

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cancel{m} \cdot R^2 + \cancel{m} \cdot r^2\right) \cdot \omega^2$$

$$2 \cdot g \cdot h = \left(\frac{R^2}{2} + r^2\right) \cdot \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4 \cdot g \cdot h}{R^2 + 2r^2}}$$

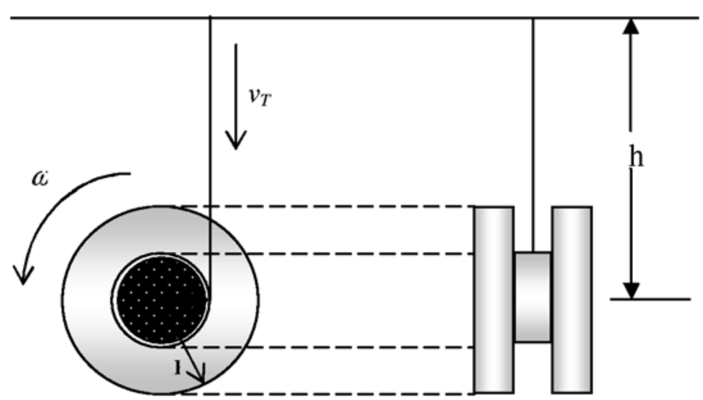
Es así que se obtiene el valor de la velocidad angular o de rotación ω para el yo-yo, entonces si reemplazamos los valores numéricos correspondientes se obtiene que:

$$\omega = 87.67 rad / sg$$

Para el caso de la velocidad de traslación v_T del yo-yo, simplemente empleamos las siguientes relaciones para movimientos giratorios, con $r=0.5\ 10^{-2} m$:

$$v_T = \omega \cdot r$$

$$v_T = 0.438 m / sg$$



3.

De la Tabla Nº1, nos interesa la columna del Ritmo metabólico en kilocalorías por hora (kcal/h) del hombre de 65 kg para hacer las respectivas equivalencias en cuanto al cambio de energía interna ΔU que experimenta la muchacha, pues ella pesa lo mismo que el hombre. Entonces, según el cuadro tendremos que la muchacha varía su energía como:

ΔU = – TCL x 200 (kcal/h) – TCM x 400 (kcal/h) – TD x 70 (kcal/h) – TT x CMHH x EMUH

Donde, las variables empleadas según la tabla y su correspondiente a la actividad de la muchacha:

TCL = tiempo actividad ligera, que para la muchacha suman las 2 horas de trabajo en casa y 8 horas de escritorio; TCM = tiempo actividad moderada; TD = tiempo durmiendo; TT = tiempo de trote; CMHH = cantidad de millas por hora que correo el hombre y que son 5 millas en 1 hora (mi/h); EMUH= energía por milla usada por el hombre, que como dato son 120 kcal por milla (kcal/mi) El signo negativo de ΔU se debe, como sabemos, a que la energía interna consumida por la muchacha representa una pérdida de la misma. Entonces, reemplazando valores obtendremos que:

$$\Delta U = -\ 10 \text{ h x } 200 \text{ (kcal/h)} - 5 \text{ h x } 400 \text{ (kcal/h)} - 8 \text{ x } 70 \text{ (kcal/h)} - 1 \text{ h x } 5 \text{ mi/h x } 120 \text{ kcal/mi}$$

$$\Delta U = -\ 5160 \text{ kcal}$$

Actividad	Ritmo metabólico (Kcal/h.)
Dormir	70
Actividad ligera(vestirse, caminar lento trabajo de escritorio)	200
Actividad moderada(caminar de prisa)	400
Actividad fuerte (balón cesto, brazada rápida de pecho)	600
Actividad extrema (carrera de bicicleta)	1400

4. Ver Solución de la pregunta 3. de la parte Practica del examen de 3º de Secundaria.

Examen de 4º de Secundaria

4º: SOLUCIÓN PARTE EXPERIMENTAL

CALIBRACIÓN DE UN DINAMÓMETRO DE ELÁSTICO. INTERPOLACIÓN. DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DE UNA PIEDRA

Objetivo

Graficar la relación funcional entre la masa que se cuelga de un elástico y su estiramiento.

Utilizando esta curva de calibración podemos determinar la densidad de un cuerpo utilizando la Ley de Arquímedes.

Teoría

Cuando se aplica una fuerza, por ejemplo un peso colgado, sobre un elástico, la deformación del elástico de goma es función de la fuerza que se aplica sobre él.
De modo que, se puede establecer una relación funcional:

$$F = f(x)$$

entre la fuerza aplicada (F) y el estiramiento del elástico respecto a su tamaño natural (x) En el caso de los elásticos de goma esta relación no es lineal, como se comprobará en el experimento.
Si la fuerza que se aplica es un peso, dado que $F = mg$, entonces se puede establecer una relación funcional:

$$m = \frac{1}{g} f(x) = f'(x)$$

de la masa con la deformación del elástico.

Una vez calibrado el dinamómetro de elástico, se lo utiliza para medir la masa de otros cuerpos.

Interpolación

Al hacer la calibración experimental obtendremos un conjunto finito de pares de valores (x,m), donde x es el estiramiento del dinamómetro y m la masa correspondiente.
Una vez que tenemos nuestra tabla de calibración al hacer una medida x podemos obtener su correspondiente m interpolando entre los dos pares de valores de la tabla entre los que se encuentra la lectura x de modo que $x_1 < x < x_2$.

La interpolación consiste en unir los puntos (x_1, m_1) *y* (x_2, m_2) por una recta y obtener el valor m por proporcionalidad.

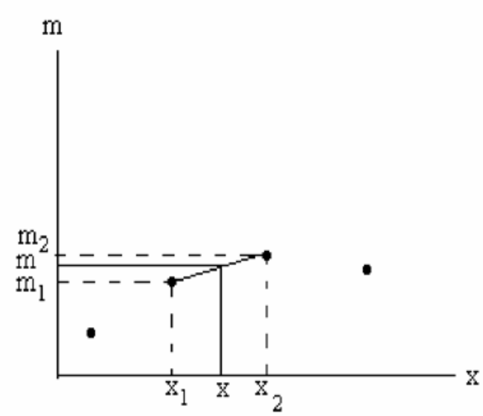


figura 1

Tenemos entonces que:

$$\frac{m_2 - m_1}{x_2 - x_1} = \frac{m - m_1}{x - x_1}$$

$$m = m_1 + \frac{m_2 - m_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Ley de Arquímedes

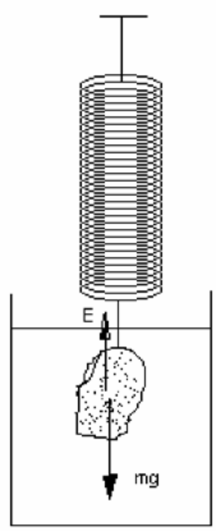
Cuando se sumerge un cuerpo en un fluido, éste ejerce sobre el cuerpo una fuerza de empuje en dirección contraria a la gravedad, es decir hacia arriba, que es igual al peso de la masa de agua desplazada por el cuerpo sumergido.

Esto se debe a que la presión hidrostática aumenta con la profundidad de manera que la fuerza hidrostática resultante sobre el cuerpo por debajo es mayor que la fuerza hidrostática sobre el cuerpo por arriba, resultando de ello una fuerza de empuje hacia arriba. Como en el espacio que ocupa el cuerpo antes se encontraba el fluido y éste estaba en equilibrio, concluimos, sin mayores demostraciones, que la fuerza de empuje es igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo.

$$E = m_L g$$

donde E es la fuerza de empuje de Arquímedes, m_L la masa de líquido desplazado por el cuerpo y g la constante de la gravedad.

Si pesamos con un dinamómetro un objeto obteniendo una masa m y luego volvemos a pesar el mismo objeto pero sumergido en el líquido, tendremos que:



$$F = mg - E$$

$$F = mg - \rho_L V g$$

$$\frac{F}{g} = m^* = m - \rho_L V$$

$$\Rightarrow V = \frac{m - m^*}{\rho_L}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{m - m^*}\rho_L$$

Donde m es la masa del cuerpo, m^* es la masa aparente del cuerpo cuando se lo mide sumergido en el líquido; V es el volumen sumergido, ρ_L es la densidad del líquido y ρ la densidad del cuerpo.

De este modo se puede medir la densidad de un cuerpo, conocida la densidad del líquido en el que se lo sumerge.

Figura 2

Empuje de Arquímedes

Experimento.

Colgando distintas masas conocidas de nuestro elástico medimos su deformación respecto a su longitud natural y obtenemos una tabla de calibración que nos permite determinar la masa desconocida de un cuerpo.

Por definición, se utiliza el agua como patrón para definir las unidades de masa. Un gramo [g] es la masa de un centímetro cúbico o mililitro de agua. ($1 cm^3 = 1$ ml)

Por tanto, utilizando una jeringa hipodérmica de 10 ml, podemos construir nuestra tabla de calibración colocando de 10 en 10 g. de agua en una bolsa plástica colgada del dinamómetro. Usamos una bolsa de plástico porque su masa es pequeña y podemos despreciarla.

Una vez construida la tabla de calibración, graficamos m vs. x para obtener la curva de calibración.

Pesamos la piedra, luego pesamos la piedra sumergida en agua ($\rho_{H2O}=1g/cm^3$) y determinamos así la densidad de la piedra.

Precisión

En nuestro caso la precisión en la medida de la longitud del elástico es de 0,1 cm y en la medida de la masa de agua es de 0,2 g. Tomaremos la mitad de estos valores como errores de las medidas de x y m respectivamente.

Entonces: $E_x=0,05cm$ y $E_m=0,1g$.

Resultados experimentales. Ejemplo.-

Estiramiento [cm]	Masa [g]	Estiramiento [cm]	Masa [g]	Estiramiento [cm]	Masa [g]
0	0	2,3	180	6,4	360
0,1	10	2,4	190	6,7	370
0,2	20	2,6	200	7	380
0,3	30	2,8	210	7,4	390
0,4	40	3	220	7,7	400
0,5	50	3,2	230	8	410
0,6	60	3,4	240	8,3	420
0,7	70	3,6	250	8,6	430
0,8	80	3,8	260	9	440
0,9	90	4,1	270	9,3	450
1	100	4,3	280	9,6	460
1,2	110	4,6	290	10	470
1,3	120	4,8	300	10,3	480
1,5	130	5	310	10,7	490
1,7	140	5,3	320	11	500
1,8	150	5,6	330	11,5	510

El gráfico de calibración de estos datos es el siguiente:

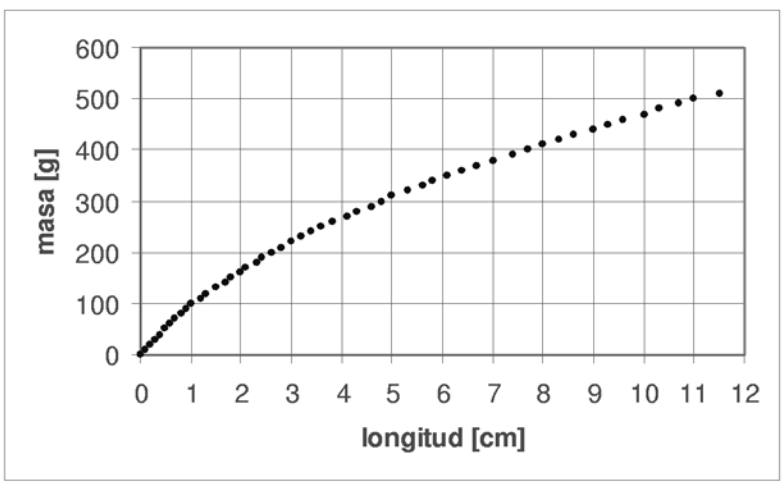


Figura 3

Masa vs. Estiramiento

Como se comprueba, la deformación de un elástico de goma no es de ninguna manera lineal respecto a la fuerza que lo deforma.

El rango elástico en que se puede considerar una relación lineal entre la masa y la deformación va de cero a 1cm.

En esta zona se cumple la Ley de Hooke:

$$F = kx$$

$$m = \frac{k}{g} x = \lambda x$$

En la Figura 4 se muestra el ajuste lineal en esta zona que ha resultado perfecto.

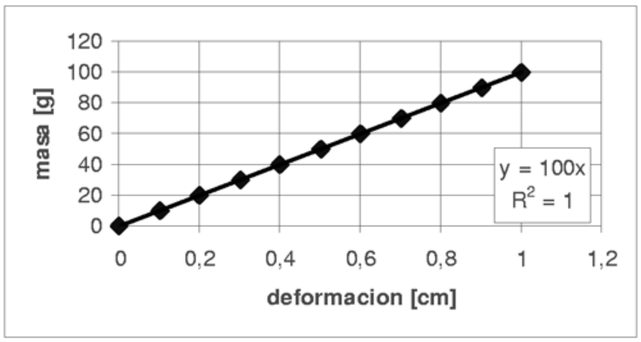


Figura 4
Zona lineal.

Cálculo de la densidad de la piedra.

Estas fueron las medidas de la masa de la piedra fuera y sumergida en el agua.

Medida fuera del agua (x)	Medida sumergida (x*)
3,1 cm	1,6 cm

Los valores de *m* y *m** se obtienen de la tabla de calibración o de la gráfica de calibración por interpolación. Sin embargo, como el error de precisión es 0,05 cm corresponde hacer la interpolación entre los puntos (3cm,220g) y (3,2cm,230g) para el caso de la medida fuera del agua y entre los puntos (1,5cm,130g) y (1,7cm,140g) para la medida sumergida.

Entonces la masa de la piedra será:

$$m = 220 + \frac{230-220}{3{,}2-3}(3{,}1-3) = 225g$$

Error:

$$E_m = 0{,}1 + 5\left(\frac{0{,}2}{10} + \frac{0{,}1}{0{,}1} + \frac{0{,}1}{0{,}2}\right) = 7{,}7g$$

Entonces:

$$m = (225 \pm 8)g$$

Y, la masa aparente de la piedra sumergida será:

$$m^* = 130 + \frac{140-130}{1,7-1,5}(1,6-1,5) = 135\,g$$

Error:

$$E_{m^*} = 0,1 + 5\left(\frac{0,2}{10} + \frac{0,1}{0,1} + \frac{0,1}{0,2}\right) = 7,7\,g$$

Entonces:

$$m^* = (135 \pm 8)\,g$$

Calculamos la densidad:

$$\rho = \frac{m}{m - m^*}\rho_{H_2O}$$

$$\rho = \frac{225}{90} 1\, {}^{g}\!/_{cm^3} = 2,5\, {}^{g}\!/_{cm^3}$$

El error será:

$$\varepsilon_\rho = \rho\left(\frac{\varepsilon_m}{m} + \frac{\varepsilon_m + \varepsilon_{m^*}}{m - m^*}\right)$$

$$\varepsilon_\rho = 0,5\,g/cm^3$$

La densidad de la piedra es, entonces:

$$\boldsymbol{\rho = (2,5 \pm 0,5) g/cm^3}$$