

## LA DESCRIPCIÓN DE UNA NUEVA ENTROPÍA<sup>1</sup>

Rex Graham, Constantino Tsallis

### RESUMEN

Constantino Tsallis es un físico brasileño nacido en Atenas, Grecia, en 1943. Es investigador del *Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas* (CBPF) en las áreas de física de la materia condensada, física estadística y física de los sistemas complejos, dentro de las que se dedica a temas tales como: transiciones de fase, fenómenos críticos, caos, autómatas celulares, redes neuronales, sistemas auto-organizados, mecánica estadística, termodinámica estadística generalizada, etc. El Dr. Tsallis es un científico de amplia y reconocida trayectoria internacional: publicó más de 250 artículos en revistas y libros, dictó más de 500 conferencias en 30 países; dirigió 27 tesis de postgrado, regularmente ofrece cursos de pre y postgrado en Brasil, Argentina, Francia y EUA; es (o fue) editor consejero de las revistas *Physica A* (Holanda), *Journal of Statistical Physics* (EUA), *Nuovo Cimento* (Italia) y *Uroboros* (México), así como árbitro de las principales revistas brasileñas e internacionales en física estadística y física de la materia condensada. Fue distinguido —entre otros— con los honores de Ciudadano Honorario del Estado de Río de Janeiro y Científico Distinguido de la Diáspora Griega. Es miembro de sociedades físicas de Brasil, Europa, EUA, así como *Fellow* de la Fundación Guggenheim (EUA). Recientemente, el Dr. Tsallis visitó Bolivia con motivo del II Curso Boliviano de Sistemas Complejos, en el marco de la XV Reunión Anual de la Sociedad Boliviana de Física (2002) y ofreció el curso “Mecánica Estadística no extensiva”. A propósito de las principales ideas originales expuestas por el Dr. Tsallis en esa ocasión, tenemos el gusto de ofrecer a nuestros lectores la traducción de un artículo de Rex Graham[1], editor de la revista *Astronomy* (EUA).

La ley de la conservación de la energía es una de las leyes fundamentales de la física y una de las más utilizadas, pues es usual acudir a ella para explicar fenómenos tales como la fusión del hidrógeno o el movimiento orbital de los planetas. Sin embargo, aún se necesita otro concepto fundamental para entender cómo cierta forma de energía puede convertirse en otra, por ejemplo, cuando la combustión de una cantidad de carbón se transforma en la energía mecánica que mueve a un tren. Esta es la esencia de lo que se conoce como “entropía”.

Durante casi 120 años, los físicos acudieron a la célebre fórmula que describe a la entropía, y que es referida usualmente como “entropía de Boltzmann-Gibbs”, la que aparece prácticamente en todos los textos de física moderna. Sin embargo, no es común encontrar en los textos una nueva expresión para la entropía, que ya varios físicos reconocen hoy como un avance significativo en la física teórica. Dicha expresión fue encontrada por el Dr. Constantino Tsallis, profesor del *Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas* en Río de Janeiro (Brasil), y recientemente profesor visitante del Instituto de Santa Fe (EUA). Esta nueva fórmula propuesta por el Dr. Tsallis es una generalización del concepto clásico de entropía

y ayuda a explicar una amplia gama de fenómenos que va desde la estructura de los fractales hasta el comportamiento dinámico del ADN y otras macromoléculas.

Comencemos este relato con algunos antecedentes históricos. En 1865, el físico alemán Rudolf Clausius introdujo el concepto de entropía durante el cenit de las máquinas a vapor; dicho concepto especifica cuánta energía disponible se puede obtener a partir del calor para su conversión en trabajo mecánico. Este mismo concepto se relacionó más tarde con el grado de desorden en un sistema, gracias a los trabajos del físico austriaco Ludwig Boltzmann en el área que se denominó “mecánica estadística” (cuyo principal artífice fue J. W. Gibbs, físico-matemático de la Universidad de Yale, EUA); de ello resulta que la entropía se expresa simbólicamente por la venerable ecuación  $S = k \log W$ , donde la entropía  $S$  es el producto de la constante de Boltzmann  $k$  y el logaritmo del número  $W$  de microestados o “complejiones elementales” del sistema físico en cuestión. En esta rama de la física se describe las características de una sustancia en términos del comportamiento estadístico de los átomos y moléculas que la componen. Por ejemplo, al considerar las moléculas de un gas[2] contenidas en una caja, la mecánica estadística supone que, dado que dichas partículas chocan y rebotan de manera aleatoria, el estado más probable que puede

<sup>1</sup> Este artículo fue traducido y adaptado por Diego Sanjinés y José Nogales, Carrera de Física, U.M.S.A.

ocurrir es aquel cuyo desorden molecular es el mayor. Durante la década del año 1870, Gibbs introdujo otra expresión para describir la entropía, de tal forma que si todos los microestados de un sistema tienen la misma probabilidad, su fórmula se reduce a  $S = k \log W$ . Esta fórmula, referida usualmente como la “entropía de Boltzmann-Gibbs”, ha sido durante 120 años la principal herramienta de la termodinámica. Y así fue, hasta que Tsallis planteó una nueva fórmula para la entropía y de ella emergió algo revolucionario.

*“El concepto de energía es extremadamente rico, pero aún así es más simple que el de entropía”* —afirma Tsallis. Y continúa: *“La energía tiene que ver con posibilidades, mientras que la entropía tiene que ver con la probabilidad de que dichas posibilidades ocurran. Así, la entropía toma el concepto de energía y lo lleva epistemológicamente un paso hacia adelante”*. Tsallis sospechaba ya durante años, que la fórmula de Boltzmann y Gibbs para la entropía tenía serias limitaciones. Por ejemplo, no se podía describir la “evolución temporal” de entropía en situaciones críticas donde el sistema físico estaría ubicado en la frontera entre el orden y el caos. Asimismo, la entropía de Boltzmann-Gibbs fallaba al tratar de describir los sistemas críticos auto-organizados, cuyas propiedades evolucionan de una manera muy particular.

Actualmente, varios físicos en todo el mundo aplican la fórmula propuesta por Tsallis a una variedad de áreas, tales como la física del estado sólido y la teoría de la información. Así, esta nueva entropía puede adaptarse a las características físicas particulares de muchos sistemas, y mantener al mismo tiempo su identidad fundamental como parte de la segunda ley de la termodinámica, esto es, la ley de incremento de entropía del universo en todos los procesos. Aunque la nueva definición de entropía propuesta por Tsallis comprende a la expresión de Boltzmann-Gibbs como caso particular (cuando la entropía de un sistema dado es la suma de entropías de los subsistemas), la nueva fórmula es más general, pues describe fenómenos que —aunque por lo general son inusuales— son asimismo muy importantes. Así, Tsallis afirma: *“Varios físicos dirán que esta nueva propuesta es muy extraña, pues se sabe que solamente hay una entropía, pero pienso que detrás de todo existe un concepto nuevo, mucho más amplio y general que el concepto clásico”*.

Constantino Tsallis nació en Atenas (Grecia) en 1943. Su padre, un lingüista natural y comerciante textil, abandonó Grecia en 1947 con su familia huyendo de la guerra civil. Así, los Tsallis se establecieron en Argentina, donde pronto el joven Constantino asimiló la cultura de raíces españolas, sin abandonar —empero— su inclinación por la compenetración científica de los filósofos clásicos griegos. Después de todo, fueron los griegos quienes concibieron la idea de “átomo” a partir de razonamientos puramente filosóficos, más que de la

evidencia natural. Tsallis sostiene vehementemente que la verdad y la belleza son equivalentes, idea cuyo origen se encuentra hace 2500 años, en la tierra donde se gestó conceptos tales como teoría, democracia y literatura clásica.

Aunque los átomos y moléculas no fueron realmente descubiertos sino hacia fines del siglo XIX, Boltzmann pensó que ya había suficiente evidencia de su existencia, lo que lo llevó a obtener su fórmula para la entropía elaborada sobre la base de probabilidades de algo que él llamó “complejiones elementales” del sistema físico. Lamentablemente, debido en parte a su carácter maniaco-depresivo, y al rechazo de sus colegas que no aceptaron la teoría atómica ni su expresión para la entropía, Boltzmann se suicidó en 1906.

En 1994, Tsallis decidió visitar la tumba de Boltzmann en el cementerio central de la ciudad de Viena (Austria); allí contempló el trágico epitafio grabado en el granito de su lápida:  $S = k \log W$ . Aunque varios de los científicos más célebres del mundo realizan la peregrinación para visitar esta tumba, fue Tsallis quien, siendo aún un joven científico, se percató de una cierta “debilidad” de aquella fórmula. Durante las tres últimas décadas, las publicaciones de Tsallis cubrieron temas que van desde la genética hasta la astronomía. En particular, Tsallis se interesó por los fractales, aquellas construcciones geométricas autosimilares e independientes de la escala, que permiten una descripción más real de estructuras tales como nubes, montañas, perfiles costeros, etc. Asimismo, el comportamiento fractal se puede encontrar en sistemas auto-organizados tales como terremotos y bandadas de aves, por ejemplo. Tsallis se interesó por esta ubicuidad del comportamiento fractal en la naturaleza, así como por las razones debido a las que la entropía clásica de Boltzmann-Gibbs *no* se aplica a dichas estructuras.

Hacia 1985, durante el receso para café en un congreso internacional en la ciudad de México, Tsallis tuvo la repentina inspiración para generalizar la entropía de Boltzmann-Gibbs; luego le tomó tres años decidirse a publicar sus ideas. *“La entropía es un tópico muy sutil y controversial”* —asegura Tsallis. Y prosigue: *“Estuve ocupado tratando de penetrar en el significado físico y validez de mi generalización”*. Después de aquel profético receso para café, Tsallis comenzó a utilizar analogías matemáticas sustraídas de los fractales, a fin de concebir su novedosa fórmula. Algunos físicos reconocen aquí una idea brillante que generaliza la entropía de Boltzmann-Gibbs. Otras expresiones y nuevas alternativas para describir la entropía se habían propuesto ya durante años, principalmente por parte de ingenieros y expertos en cibernética, sin embargo, ninguna de ellas era consistente con el esquema original propuesto por Gibbs, ya que en ningún caso se buscó lograr algún objetivo físico en particular. Por el contrario, la propuesta de Tsallis aspira a generalizar la termodinámica y la mecánica estadística.

Así, la nueva entropía cumple casi todos los requisitos del esquema de Gibbs, salvo la condición de aditividad o extensividad. En la termodinámica ordinaria, la energía y entropía son cantidades extensivas, lo que significa que la energía o entropía total de dos sistemas independientes será igual a la suma de las entropías parciales de dichos sistemas. La entropía de Tsallis (anunciada por primera vez en 1988 en el *Journal of Statistical Physics*) es no-extensiva. Esto constituyó un duro golpe para las convenciones tradicionales en la física.

Un siguiente artículo aparecido en 1991 en el *Journal of Physics* y titulado “Mecánica Estadística Generalizada: Conexiones con la Termodinámica” (C. Tsallis y E.M.F. Curado), ayudó a propagar la revolución iniciada por Tsallis, quien afirma: “La entropía que aprendimos en nuestra formación académica tradicional, está bien cuando se aplica a una cantidad grande de moléculas como las que hay en una habitación, y a muchas otras cosas, pero también hay una diversidad de procesos en los que se necesita ‘otra’ entropía. Muchos físicos dirán que esto no tiene absolutamente ningún sentido, pero una cantidad creciente de otros físicos dirán que este asunto no carece de sentido”. El Instituto de Información en Ciencia anunció que el artículo de Tsallis y Curado de 1991 fue el artículo brasileño más citado durante la década de los 90. Tres congresos internacionales entre 1999 y 2000 (dos en Japón y otro en EUA) se dedicaron exclusivamente a explorar las ramificaciones de las ideas de Tsallis. En el año 2001 se programó una conferencia en Italia para explorar posibles aplicaciones de la entropía de Tsallis, y otra conferencia próxima en el Instituto de Santa Fe (co-dirigida por Murray Gell-Mann) se dedicará a las aplicaciones en otras áreas diferentes a la física.

Explicando sus ideas a un reportero en Julio de 2000 en el célebre MIT, Tsallis lentamente escribe ecuaciones en una hoja, mientras soportan el calor húmedo del verano en Cambridge (EUA). Tsallis comienza con conceptos de probabilidad, deriva luego la fórmula de la entropía de Boltzmann-Gibbs y a continuación dibuja una raya horizontal debajo de la que escribe un cierto exponente  $q$ . Luego combina  $q$  con la fórmula de la entropía de tal forma que la probabilidad  $p$  aparece elevada a la potencia  $q$ . Y repentinamente, de este cálculo simple, surge el poder del razonamiento de Tsallis. “Si  $q = 1$ , se obtiene la conocida entropía de Boltzmann-Gibbs. Pero en el eventual caso de tener una probabilidad muy pequeña elevada a la potencia  $q$ , siendo ésta menor que 1, entonces se obtiene un número mayor que dicha probabilidad” —afirma Tsallis. Una forma de ilustrar lo que Tsallis quiere decir, por ejemplo, es que si  $p = 0.5$  y  $q = 0.3$ , entonces  $p$  elevado a la  $q$  da como resultado 0.8.

Tsallis utiliza el ejemplo de un tornado para demostrar cómo un evento de baja probabilidad puede llegar a ocurrir. Él afirma que normalmente, las moléculas de gas en el aire que reposa sobre una ciudad se mueven

de manera aleatoria e independiente. En tal caso, las entropías de dos volúmenes diferentes de aire se pueden sumar, esto es, se tiene un sistema extensivo. Sin embargo, la naturaleza no siempre es extensiva, como es el caso de un tornado, donde el movimiento de las moléculas está altamente correlacionado. Luego, ¿por qué un tornado es un evento poco frecuente? Tsallis responde que ello se debe a que trillones de moléculas comienzan a girar ordenadamente formando un torbellino, lo que sin duda es un evento de baja probabilidad, pero una vez que comienza a ocurrir, lo controla todo. De la misma forma, la visión humana también puede comportarse de manera no-extensiva. “Por ejemplo —dice Tsallis—, si una gran pared blanca tiene una mancha roja, el ojo humano la detecta inmediatamente, ya que no se supone que deba estar allí. Así, la percepción visual está controlada por eventos poco probables”.

Seth Lloyd, un académico del Instituto de Santa Fe, nos explica que para la mayor parte de los sistemas físicos comunes, la suposición de la extensividad es razonablemente buena. Lo que Tsallis hizo, fue definir de una manera muy simple una generalización de la entropía de Boltzmann que no es aditiva, donde el parámetro  $q$  mide el grado de dicha inextensividad. Esta forma de generalización es la más simple que se puede imaginar. Para una variedad de sistemas con interacciones de largo alcance (estado sólido, dinámica caótica, sistemas químicos, etc.), la entropía de Tsallis se maximiza para cierto valor del parámetro  $q$ . Esto es matemáticamente muy conveniente.

En las situaciones no-extensivas, las correlaciones entre los constituyentes individuales de un sistema, no decaen exponencialmente con la distancia, como ocurre en las situaciones extensivas, sino de acuerdo a una cierta potencia de la distancia que se puede ya sea calcular empíricamente o deducir teóricamente. Esto es lo que se denomina “ley de potencias”. Si se grafica el logaritmo del número de veces que se encuentra el valor de una cierta propiedad contra el logaritmo del valor mismo, y se obtiene una línea recta, entonces la relación en cuestión obedece una ley de potencias. Por ejemplo, la escala de Richter para la intensidad de los terremotos es una ley de potencias: la gráfica del logaritmo de la intensidad de los terremotos versus el logaritmo del número de terremotos conduce a una recta. La entropía de Tsallis se aplica a cientos de sistemas no-extensivos que obedecen este tipo de ley de potencias, y resulta muy útil, por ejemplo, para describir el comportamiento fractal.

Desafortunadamente, Tsallis aún no tiene una demostración (a partir de primeros principios) de que su fórmula para la entropía no-extensiva es la mejor posible. Michel Baranger, profesor emérito del MIT, afirma que la falta de dicha demostración ha despertado el escepticismo de varios físicos. “Hasta donde sé —declara Baranger— la fórmula de Tsallis es excelente, pero me gustaría ver una justificación de dicha expresión a partir

*de primeros principios. Probablemente la veamos pronto, pues todo indica que la fórmula es buena”.*

Otro académico, A.K. Rajagopal, experto en física de la materia condensada y en teoría cuántica de la información, opina que lo que hizo Tsallis de manera intuitiva, es realmente notable, pues lo lleva a uno de las probabilidades exponenciales ordinarias, a las probabilidades que obedecen la ley de potencias. Esto es muy importante pues muchos sistemas físicos se explican gracias estas últimas probabilidades, por ejemplo: comportamiento fractal, dinámica del ADN y otras macromoléculas, difusión anómala en materiales, etc. *“Hay una fórmula para cada clase de fenómeno, pero podría ser que haya aspectos en común para todos estos fenómenos”* —concluye Rajagopal.

Hoy día, varios científicos se refieren al parámetro  $q$  en la entropía de Tsallis como el “índice entrópico” o el “índice de inextensividad”. Tsallis afirma que su expresión para la entropía no-extensiva aparece como una manera simple y eficiente de caracterizar aquello que se conoce comúnmente como *complejidad*, o al menos, ciertos tipos de complejidad. No todo teórico de la complejidad irá tan lejos como para aceptar esta novedad, pero la mayoría de ellos tiene una buena disposición para explorar nuevas posibilidades, aunque sean poco probables.

#### REFERENCIAS

- [1] <http://www.santafe.edu/sfi/publications/Bulletins/bulletinFall00/features/tsallis.html>.
- [2] “air molecules” en el original.