

## COLAPSO SECUNDARIO AUTOSIMILAR CON MATERIA OSCURA Y FORMACION ESTELAR

Urzagasti D.

*Instituto de Investigaciones Físicas  
Universidad Mayor de San Andrés  
La Paz-Bolivia*

### RESUMEN

Se estudian los efectos de la materia oscura y de los procesos de formación estelar en las soluciones esféricas del colapso secundario sobre una perturbación sobredensa inicial, la cual, así como todas las capas de masa colapsantes, se expande inicialmente en un universo de Einstein-De Sitter ( $\Omega = 1$ ). Se trata con un gas colisional, cuyas capas de masa, luego de alcanzar su máximo radio de expansión, son alcanzadas por un choque que se propaga hacia fuera. La materia oscura es considerada como un fluido sin presión y la tasa de formación estelar es obtenida de un modelo de ley de potencias, encontrándose un buen acuerdo con la tasa de Salpeter. Se obtienen las variables de fluido antes y después del choque, así como su comportamiento en ley de potencias de la variable autosimilar cerca del origen.

### 1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo aborda el análisis de la modificación de las soluciones autosimilares (invariantes en forma y apariencia en el espacio-tiempo) de Bertschinger (1985) cuando se consideran los efectos de una componente de materia oscura y procesos de formación estelar para la acreción cosmológica con choque de un fluido colisional en un universo de Einstein-De Sitter.

Es bien conocido que el comportamiento de la densidad de masa en un colapso esférico secundario posterior al colapso inicial de una fluctuación positiva de la masa tendría la forma  $\rho \propto r^{-2.25}$  (Gunn 1977; Deckel, Kowitt y Shaham 1981), siendo  $r$  la coordenada radial. Esta propuesta es luego verificada semianalíticamente por Bertschinger (1985), pero sólo considerando un fluido bariónico y politrópico.

Consideremos el proceso de expansión y posterior colapso cosmológico de una perturbación inicial esférica de la densidad  $\delta\rho/\rho = \delta_i \ll 1$ , al tiempo cósmico  $t_i$  e inmersa en un universo de Einstein-De Sitter ( $\Omega = 1$ ). Siendo  $R_i$  el radio de la perturbación (con  $R_i \gg \lambda_{Jeans}$ , de manera que el fluido no tiene presión durante la expansión) y  $v_i = H_i r$  el flujo de Hubble sin perturbar, el incremento de la densidad del material interior a  $R_i$  puede escribirse como

$$\rho = (1 + \delta(\tau))\rho_H, \quad \tau = \frac{t}{t_i}, \quad (1)$$

$$\rho_H = \frac{1}{6\pi G t^2},$$

donde  $\rho_H$  es la densidad de Einstein-De Sitter. En el régimen lineal (Peebles, 1993),

$$\delta(\tau) = \delta_i \left( \frac{3}{5} \tau^{2/3} + \frac{2}{5} \tau^{-1} \right), \quad (2)$$

produciéndose el paso al régimen no lineal cuando  $\delta \approx 1$ ,

o bien cuando  $\tau \approx \delta_i^{-3/2}$ . En este punto, la materia inicialmente dentro de  $R_i$  deja de expandir y comienza a colapsar al tiempo  $t_{ita} = \frac{3\pi}{4} \delta_i^{-3/2} t_i$  (tiempo inicial de retorno) correspondiente al radio de máxima expansión inicial  $r_{ita} = R_i \delta_i^{-1}$ . Fuera de  $r_{ita}$ ,  $\rho \rightarrow \rho_H$  a medida que  $r \rightarrow \infty$ . Posteriormente a este colapso inicial, las capas de masa, fuera de las capas sobredensas iniciales, alcanzan también su radio de retorno, el cual se incrementa con el tiempo según  $t^{8/9}$ , y realizan su colapso secundario.

Al tiempo cósmico  $t = \tau t_i$  y al radio  $r = y r_i$ , el movimiento para los elementos de fluido con  $r = r_i > R_i$  en  $t = t_i$  obedece la segunda ley de Newton:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{Gm(r_i)}{r^2},$$

$$m(r_i) = \frac{4}{3} \pi \rho_i r_i^3 (1 + \Delta), \quad (3)$$

$$\rho_i = \frac{1}{6\pi G t_i^2}, \quad \Delta \ll 1,$$

cuya segunda integración da como resultado la siguiente parametrización:

$$\tau = \frac{3}{4} (\theta - \text{sen}\theta) \Delta^{-3/2}, \quad y \Delta = \text{sen}^2 \left( \frac{\theta}{2} \right). \quad (4)$$

Al tiempo  $t$ , el retorno ocurre en  $y = \Delta^{-1}$  ( $\theta = \pi$ ) y corresponde al radio de retorno:

$$r_{ta}(t) = \left( \frac{3\pi}{4} \right)^{-8/9} \delta_i^{1/3} R_i \tau^{8/9}, \quad (t \geq t_{ita}). \quad (5)$$

La trayectoria, entonces, es normalizada usando este radio:

$$L \equiv \frac{r}{r_{ta}(t)} = \left( \frac{\theta - \text{sen}\theta}{\pi} \right)^{-8/9} \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}. \quad (6)$$

Dado que el radio de retorno, como función del tiempo, es la única escala de longitud, el movimiento es autosimilar, esto es, invariante en forma y apariencia en el espacio-tiempo.  $L = L(\theta(\tau))$ , la única variable independiente, es univaluada (las capas no se cruzan), y su rango  $0 \leq r, L < \infty$  se corresponde con el rango  $2\pi \geq \theta > 0$ . Con esta normalización, todas las partículas del fluido tienen la misma trayectoria adimensional.

## 2. COLAPSO SECUNDARIO CON CHOQUE

Si el fluido colapsante es colisional (disipativo), éste puede ser frenado por un choque que se propaga hacia fuera. En este caso, los elementos de fluido no se cruzan y si no hay un agujero negro central son desacelerados hasta llegar al reposo en el origen. Bertschinger analiza el caso de un flujo de postchoque de un gas politrópico. Ahora se busca estudiar los efectos de una componente no colisional (materia oscura) dominante de la masa y procesos de formación estelar en la componente bariónica (el gas).

De acuerdo a la autosimilaridad, el choque ocurre en  $L = L_s \equiv r_s/r_{ta}(t)$  y se propaga de acuerdo a la ley  $r_s(t) = L_s r_{ta}(t) \propto t^{8/9}$ . Por otro lado, las variables del fluido pueden ser normalizadas de la siguiente manera:

a Velocidad:

$$v(r, t) = \frac{r_{ta}(t)}{t} V(L), \quad (7)$$

b Densidad:

$$\rho(r, t) = \rho_H(t) D(L), \quad (8)$$

c Masa:

$$m(r, t) = \frac{4}{3} \pi \rho_H(t) r_{ta}(t)^3 M(L), \quad (9)$$

d Presión gaseosa:

$$p(r, t) = \rho_H(t) \left( \frac{r_{ta}(t)}{t} \right)^2 P(L), \quad (10)$$

e Tasa por unidad de volumen de pérdida de masa por formación estelar:

$$s(r, t) = \frac{\rho_H(t)}{t} S(L), \quad (11)$$

Debe tenerse en cuenta aquí que la definición de  $L$  como función de  $\theta$  en (6) es válida sólo para el régimen sin presión  $L > L_s$  (prechoque) y en éste, las variables de fluido poseen las siguientes formas:

$$\begin{aligned} V(L) &= L(\theta) \frac{(\theta - s \cos \theta) s \cos \theta}{(1 - \cos \theta)^2}, \\ D(L) &= \left( \frac{3}{4} \right)^2 \frac{(\theta - s \cos \theta)^2}{(1 + 3\chi) s \cos^6 \frac{\theta}{2}}, \quad \chi = 1 - \frac{3}{2} V(L(\theta)) / L(\theta), \\ M(L) &= \left( \frac{3}{4} \right)^2 L(\theta)^3 \frac{(\theta - s \cos \theta)^2}{s \cos^6 \frac{\theta}{2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

El proceso de formación estelar es introducido en el postchoque, y en esta región, el gas convertido en estrellas pasa a ser parte de la componente oscura sin presión. No se consideran procesos de enfriamiento ni de rotación, y tampoco los efectos de campos magnéticos.

Para el caso de un flujo de postchoque con materia oscura y formación estelar, las ecuaciones del fluido colisional con simetría esférica: de continuidad, Euler, del flujo de energía y de la masa, son, respectivamente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \rho \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) &= s, \\ \frac{\partial}{\partial t} v + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} v^2 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} p + \frac{G(m+m_o)}{r^2} &= -\frac{v}{\rho} s, \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{p}{\rho} + v \frac{\partial}{\partial r} \frac{p}{\rho} + \frac{2}{3} \frac{p}{\rho} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v) &= -\frac{p}{\rho^2} s, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial m}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho,$$

Aquí, y en lo que sigue, el subíndice 'o' denota la materia oscura, la cual, considerada como un fluido sin presión, tiene las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_o + \rho_o \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_o v_o) &= -s, \\ \frac{\partial}{\partial t} v_o + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} v_o^2 + \frac{G(m+m_o)}{r^2} &= \frac{v}{\rho} s, \\ \frac{\partial m_o}{\partial r} &= 4\pi r^2 \rho_o, \end{aligned} \quad (14)$$

Luego, las ecuaciones (13) y (14), normalizadas, toman las siguientes formas:

$$\begin{aligned} (V - \frac{8}{9}L)D' + DV' + \frac{2DV}{L} - 2D &= S, \\ (V - \frac{8}{9}L)V' - \frac{1}{9}V + \frac{P'}{D} + \frac{2}{9} \frac{(M+M_o)}{L^2} &= -\frac{V}{D}S, \\ (V - \frac{8}{9}L)(\frac{P'}{P} - \gamma \frac{D'}{D}) - \frac{2}{9} + \frac{4}{3} \frac{V}{L} + \frac{2}{3}V' &= -\frac{P}{D}S, \\ M' &= 3L^2D, \end{aligned} \quad (15)$$

y

$$\begin{aligned} (V_o - \frac{8}{9}L)D'_o + D_oV'_o + \frac{2D_oV_o}{L} - 2D_o &= -S, \\ (V_o - \frac{8}{9}L)V'_o - \frac{1}{9}V_o + \frac{2}{9} \frac{(M+M_o)}{L^2} &= \frac{V_o}{D_o}S, \\ M'_o &= 3L^2D_o. \end{aligned} \quad (16)$$

En todas ellas, las primas denotan derivadas respecto de  $L$ . Como se ve, los términos de pérdida de masa y momento del gas por formación estelar lo son de ganancia para la materia oscura, es decir, las estrellas recién formadas son consideradas sólo como partículas masivas que son agregadas al fluido no colisional.

Las condiciones iniciales se definen completamente dando el radio y la amplitud de la perturbación inicial,

$R_i$  y  $\delta_i$ . Siendo  $z_i$  el enrojecimiento al tiempo  $t_i$ , los radios de retorno mayores al radio inicial de retorno  $r_{ita}$  se dan para enrojecimientos  $z$ :

$$(z+1) \leq \left(\frac{4}{3\pi}\right)^{2/3} (1+z_i)\delta_i = (z_{ita}+1), \quad t \geq t_{ita}. \quad (17)$$

En este punto es conveniente introducir un parámetro adimensional en el cual todos los parámetros iniciales del modelo queden contemplados; éste es:

$$F_i = \left[ \frac{(M_i/10^{10}M_\odot)(1+z_i)}{h^2(\delta_i^{-1}+1)} \right]^{1/3}, \quad (18)$$

donde  $h$  es la constante de Hubble en unidades de  $100 \text{ km/seg/Mpc}$  y  $M_i$  es la masa interior a  $R_i$ , el cual, entonces, queda expresado como:

$$R_i = 205 F_i \delta_i^{-1/3} (1+z_i)^{-4/3} \text{ kpc}. \quad (19)$$

Una relación adicional puede utilizarse, aquella que vincula  $\delta_i$  con  $z_i$  a través del parámetro de sesgo  $b$  (Peebles 1993):

$$\delta_i = \frac{25}{b(1+z_i)}, \quad b = 1-3. \quad (20)$$

Las ecuaciones de continuidad de la masa en (15) y (16) proveen una integral analítica:

$$L^2 \left[ \left( V - \frac{8}{9}L \right) D + \left( V_o - \frac{8}{9}L \right) D_o \right] + \frac{2}{9} (M + M_o) = 0, \quad (21)$$

que constituye la condición para que las capas de masa no se crucen (velocidades siempre negativas). Posteriormente (21) es usada en la verificación de la precisión de las soluciones obtenidas en forma numérica.

Dado que la materia oscura no tiene presión, no es chocada, y en el prechoque del gas ( $L > L_s$ ) toda la materia es oscura. Es justo en el choque ( $L = L_s$ ) que se da la distinción entre las componentes bariónica y oscura. Entonces, las condiciones del prechoque son dadas por las funciones (12) valuadas en  $L_s$ : las velocidades normalizadas de ambas componentes son iguales pero la masa y densidad normalizadas son multiplicadas por un factor ' $a$ ' para la componente bariónica y por un factor ' $b$ ' para la componente oscura a fin de exigir que un 90% de la masa justo antes del choque sea materia oscura, cuando ésta está presente. Las condiciones iniciales de la componente oscura para una integración numérica hacia  $L = 0$  son las condiciones del prechoque que se acaban de mencionar, mientras que las del gas son las de su postchoque, es decir, aquellas que resultan del salto de las variables hidrodinámicas del gas al ser chocado. Las condiciones de este postchoque gaseoso se obtienen integrando (15) en la región de transición del choque  $\Delta L \rightarrow 0$ , dando los resultados:

$$(V_2 - \frac{8}{9}L_s)D_2 = (V_1 - \frac{8}{9}L_s)aD_1$$

$$P_2 + D_2(V_2 - \frac{8}{9}L_s)^2 = aD_1(V_1 - \frac{8}{9}L_s)^2$$

$$(V_2 - \frac{8}{9}L_s)[5P_2 + D_2(V_2 - \frac{8}{9}L_s)^2] = aD_1(V_1 - \frac{8}{9}L_s)^3, \quad (22)$$

$$M_2 = aM_1.$$

donde el subíndice (2) denota al postchoque y el (1) al prechoque.

Escribiendo  $L$  en términos del radio y tiempo de retorno:

$$L = \frac{r}{r_{ta}(t_{ta})} \left( \frac{t}{t_{ta}} \right)^{-8/9}, \quad (23)$$

La ecuación de la trayectoria toma la forma:

$$\frac{d \ln T}{dL} = 1/(V(L) - 8L/9), \quad R = \frac{r}{r_{ta}(t_{ta})}, \quad T = \frac{t}{t_{ta}}. \quad (24)$$

La obtención de la trayectoria no es necesaria pero brinda una mejor visualización del proceso de expansión inicial y colapso posterior.

En este modelo se exige que las capas de fluido nunca se crucen, pudiendo darse la posibilidad de formación de un agujero negro central por acreción. En principio se exige la condición  $V = 0$  en  $L = 0$ , la cual es satisfecha por la mayoría de los modelos que serán presentados más adelante.

En el caso de un fluido politrópico de índice  $\gamma = 5/3$ , el comportamiento de las variables a medida que  $L \rightarrow 0$  sigue una ley de potencias. El análisis dimensional de este comportamiento indica que, para este fluido, se puede escribir:

$$D = L^{-9/4} \tilde{D}, \quad P = L^{-5/2} \tilde{P}, \quad M = L^{3/4} \tilde{M}, \quad (25)$$

siendo  $\tilde{D}$ ,  $\tilde{P}$ , y  $\tilde{M}$ , finitas en el origen. El perfil  $D \propto L^{-9/4}$  es el predicho por Gott (1975) y Gunn (1977) (Bertschinger 1985). Las soluciones obtenidas en esta oportunidad no siguen este escalamiento, pero si la forma de ley de potencias cerca de  $L = 0$ .

### 3. TASA DE FORMACIÓN ESTELAR

La tasa de formación estelar se obtiene adoptando un modelo en ley de potencias para la densidad de masa como función de la escala espacial:  $\rho \propto \ell^{-\eta}$ . Escribiendo el escalamiento en términos de la masa,  $m$ , correspondiente a la escala  $\ell$ , con un factor de proporcionalidad dependiente sólo de la temperatura,  $T$ :  $\rho = \Gamma(T)m^{\eta/(\eta-3)}$ , y proponiendo como modelo que a la escala  $\ell$  sólo una estrella de masa  $M_*$  se forma a partir de la masa  $m$ , siendo  $M_*$  una fracción  $f \propto M_*^{-p}$  de  $m$ , se obtiene un escalamiento con la masa estelar de la forma  $\rho \propto M_*^p \rho_M$ , donde  $\rho_M \propto M_*^{1-x}$  es la forma de Salpeter para la densidad de masa de estrellas de masa  $M_*$  y  $p = (1-\eta/3)x - 1$ .

TABLA 1  
PARÁMETROS DE LOS MODELOS ( $L_0 = 10^{-5.273}$ ).

Parámetro	1	2	3	4	5	6
$\gamma$	5/3	-	-	-	-	-
$a$	1	0.1	1	1	0.1	0.1
$b$	0	0.9	0	0	0.9	0.9
$\log(g)$	$-\infty$	$-\infty$	-2.04680	-0.78792	-14.04932	-0.78792
$L_s$	0.33898	0.29444	0.34247	0.38711	0.29444	0.31564
$\theta_s$	4.58324465	4.71072128	4.57352479	4.45250197	4.71072128	4.64916902
$V_1$	-1.47080	-1.67584	-1.45612	-1.28312	-1.67584	-1.57378
$D_1$	4.13353	4.93112	4.08160	3.51757	4.93112	4.51696
$M_1$	3.78759	3.72730	3.79259	3.85994	3.72730	3.75522
$\log(-V(L_0))$	-12.51236	-14.17016	-14.04890	0.57033	-14.41016	-14.00042
$\tilde{D}(L_0)$	2.60171	6.11611	7.15590	0.00055	6.11611	1.85321
$\tilde{P}(L_0)$	2.40670	9776.94321	1775.66452	0.89320	9776.94325	3083.92552
$\tilde{M}(L_0)$	10.40676	24.46440	4500.33010	20225.71670	24.46440	909.81296
$\beta(V)$	2.13	1.16	1.09	-0.4971	1.16	1.14
$\alpha(V)$	0.2	0.4	0.1	-2.053	0.4	0.3
$\beta(V_o)$	-	-0.49881	-	-	-0.49881	-0.49969
$\alpha(V_o)$	-	0.0791	-	-	0.0791	0.08099
$\beta(D)$	-2.25014	-2.603	-2.500	-1.5031	-2.603	-2.560
$\alpha(D)$	0.41459	-1.18	-0.58	0.682	-1.18	-1.45
$\beta(D_o)$	-	-1.50119	-	-	-1.50119	-1.50034
$\alpha(D_o)$	-	-0.2344	-	-	-0.2344	-0.22348
$\beta(M)$	0.749940	0.448	0.015	$1.3 \times 10^{-5}$	0.448	0.016
$\alpha(M)$	1.01704	-0.15	-0.230	0.350991	-0.15	-0.918
$\beta(M_o)$	-	$8 \times 10^{-7}$	-	-	$8 \times 10^{-7}$	$9 \times 10^{-7}$
$\alpha(M_o)$	-	0.4978601	-	-	0.4978601	0.4972693
$\beta(P)$	-2.50034	-3.592	-3.46	-2.5048	-3.592	-3.547
$\alpha(P)$	0.3798	-1.84	-1.94	-0.071	-1.84	-2.11
$\beta(R)$	$-7 \times 10^{-5}$	-0.60	-0.519	-2900	-0.60	-0.57
$\alpha(R)$	-0.36352	-0.24	0.58	3700	-0.24	-0.02
$R(L_0)$	$\sim 0.4$	$\sim 0.006$	$\sim 0.03$	$\sim 9 \times 10^{-5}$	$\sim 0.006$	$\sim 0.01$
$T(L_0)$	$\sim 3 \times 10^5$	$\sim 2.5 \times 10^3$	$\sim 1.5 \times 10^4$	$\sim 19$	$\sim 2.5 \times 10^3$	$\sim 4 \times 10^3$

Igualando  $m$  a la expresión para la masa crítica de Jeans:  $M_J = (\pi RT/\mu G)^{3/2} \rho^{-1/2}$  ( $R$  es la constante de los gases,  $\mu$  el peso molecular medio y  $G$  la constante de gravitación) se obtiene  $\eta = 2$  y la siguiente expresión para la densidad de masa en estrellas formadas:

$$\rho_* = \frac{x M_{*i}}{x-1} \left[ \frac{2\mu G}{3\pi R T} \rho \right]^{3/2} \quad (26)$$

donde  $M_{*i}$  es la masa estelar mínima en el proceso de formación.

A fin de verificar su validéz, el modelo es comparado con la tasa de Salpeter, obtenida de las observaciones en nuestra galaxia (Shapiro, 1983):

$$\chi \simeq -\frac{2x10^{-12}M_\odot}{x-1} \left(\frac{M_{*i}}{M_\odot}\right)^{1-x}, \quad x = 1.35, \quad (27)$$

dada en masas solares por año y por  $pc^3$ . Siendo  $t_G = 12 \times 10^9 años$  la edad de la galaxia, tal comparación toma la forma:

$$\frac{s}{\chi} = \frac{\rho_*/t_G}{\chi} = 10^{-5} \left(\frac{M_{*i}}{M_\odot}\right)^{1.35} [n/T]^{3/2} \quad (28)$$

donde  $n$  es la densidad en número de partículas (en  $cm^{-3}$ ) y  $T$  la temperatura en grados Kelvin. Tomando  $T \sim 10K$  y  $n \sim 10^5 cm^{-3}$ , típicas de la fase isotérmica en el proceso de formación estelar, y  $M_{*i} \sim 0.1M_\odot$ , también un valor muy usado, se tiene  $\frac{s}{\chi} \sim 1$ , indicando que el modelo planteado es razonable.

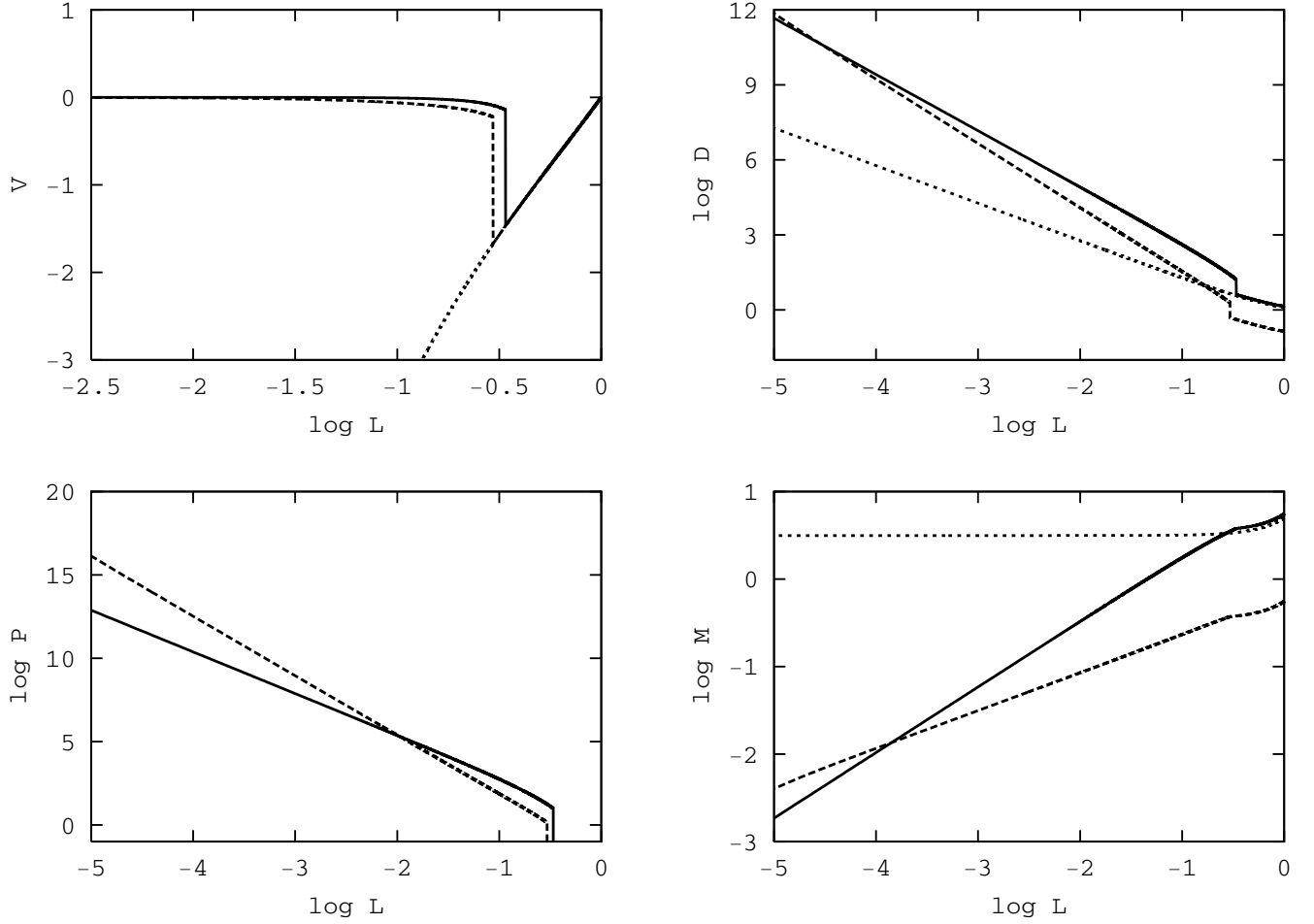


Figura 1. Soluciones para el colapso autosimilar (Modelo 2) de un fluido con gas (línea de segmentos grandes) y materia oscura (línea de segmentos pequeños) junto con las del fluido politrópico (Modelo1) de índice  $\gamma = 5/3$  (línea sólida).

Siendo  $t$  el tiempo de universo presentado en la introducción, proponemos adicionalmente  $s = -d\rho_*/dt = -\rho_*/t$ , y normalizando las variables obtenemos la siguiente forma para la tasa normalizada de formación estelar por unidad de volumen:

$$S = -g(z)[D/P^{1/2}]^3, \quad (29)$$

$$g(z) = \frac{3x}{x-1} \frac{M_{*i}}{10^{11} M_\odot} \frac{1+z}{F_i^3 h^2}.$$

Entonces, el cociente entre la tasa (29) y la tasa de Salpeter toma la siguiente forma:

$$S/X = -2 \times 10^{-5} h^3 (1+z)^{9/2} (x-1) \left(\frac{M_{*i}}{M_\odot}\right)^{x-1} S. \quad (30)$$

En estas últimas se deja explícito el exponente  $x$  de la forma de Salpeter, pero para los cálculos necesarios se toma su valor observacional  $x = 1.35$ .

#### 4. RESULTADOS

La integración fue realizada partiendo de los valores iniciales provistos por el salto en el choque en  $L_s$  y hacia

el interior de éste. Para cumplir con la condición  $V \rightarrow 0$  para  $L \rightarrow 0$  se realizan varias integraciones hasta encontrar el autovalor  $L_s = L(\theta_s)$  que cumpla con la misma dentro del margen de error exigido. Se ha usado el algoritmo integrador Runge-Kutta de quinto orden, con un error relativo de  $10^{-9}$  para cada paso de integración, siendo 3000 el número de pasos equidistantes tomados desde  $L_s$  hasta  $L_0 = 10^{-5.273}$ . Adicionalmente, la precisión de los resultados es corroborada con la integral analítica (21), la cual es satisfecha con un error relativo menor que  $\simeq 10^{-7}$ . No se integra hasta  $L = 0$ , debido a que las ecuaciones se hacen muy inestables a medida que  $(V - \frac{8}{9}L) \rightarrow 0$ ; sin embargo, es de esperar que las pendientes de las soluciones cerca de  $L = 0$  son las correctas.

Luego de variar los parámetros, se eligieron aquellos modelos que presentaban significativas diferencias. Son cinco modelos cuyos parámetros se muestran en la Tabla 1. Adicionalmente se presentan los parámetros del modelo estándar (modelo 1) de un fluido politrópico de índice  $\gamma = 5/3$ , sin materia oscura ni formación estelar, y cuyos resultados son discutidos en trabajos an-

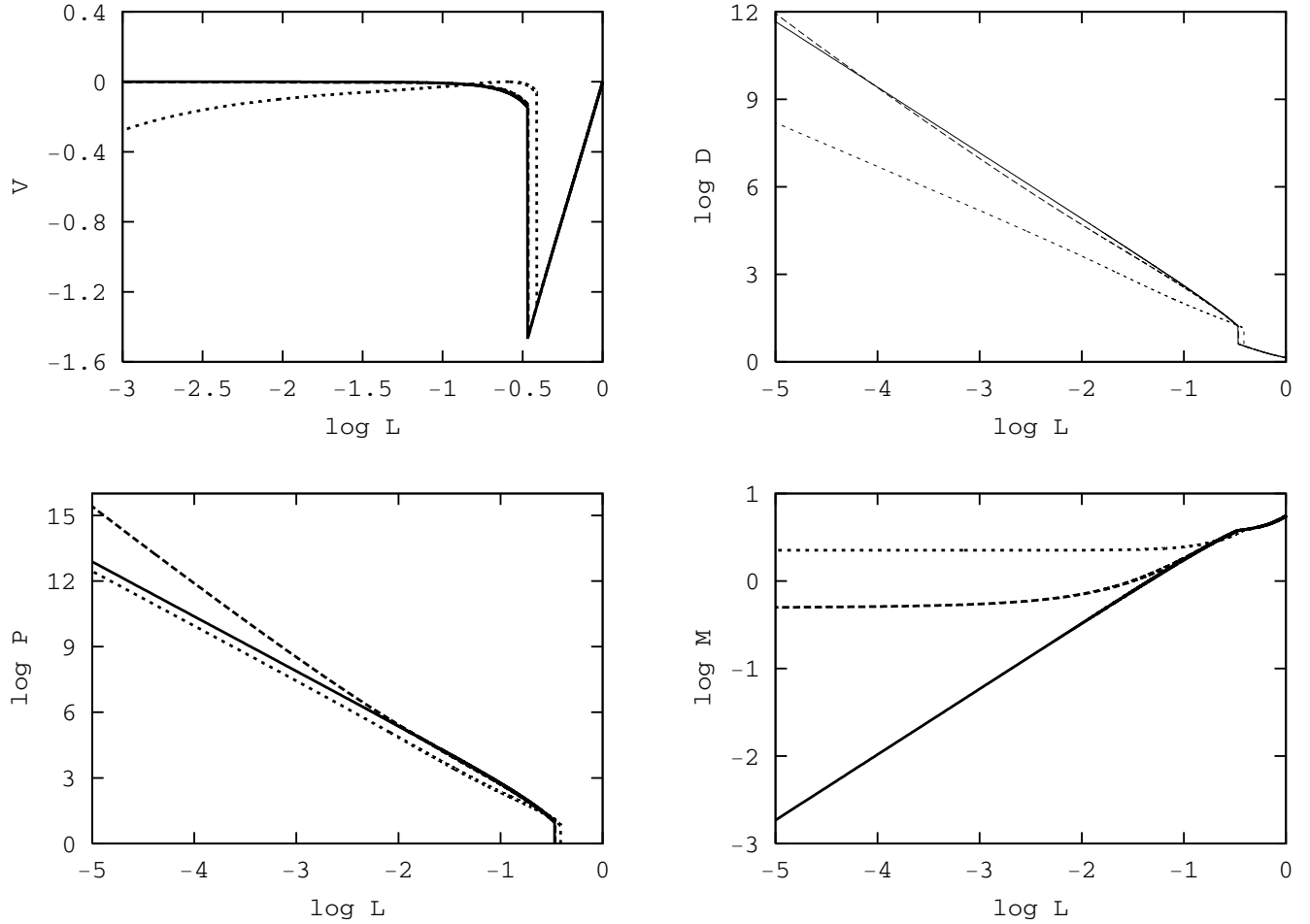


Figura 2. Soluciones para el colapso autosimilar de un fluido bariónico con formación estelar: Modelo 3 (línea de segmentos grandes) y Modelo 4 (línea de segmentos pequeños), junto con las del fluido politrópico (Modelo1) de índice  $\gamma = 5/3$  (línea sólida).

teriores (Bertschinger 1985, Urzagasti 2001). En todos los modelos, excepto el modelo 4, se cumple la condición  $V \rightarrow 0$  para  $L \rightarrow 0$ ; sin embargo, el autovalor  $L_s$  del modelo 4 es único. En la Tabla 1 se presenta el escalamiento en ley de potencias de la forma  $A = 10^\alpha L^\beta$  para  $L \rightarrow 0$ , donde A es cualquiera de las variables de fluido, ya sea gaseoso o de materia oscura. En el caso de las velocidades se usa  $A = -V, -V_o$ . Se presenta también el escalamiento para la trayectoria del gas con la forma  $R = 10^\alpha T^\beta$ . Los exponentes  $\alpha$  y  $\beta$  fueron encontrados realizando un ajuste con los últimos cien puntos de integración (aproximadamente desde  $L = 10^{-3.3}$  hasta  $L_0$ ), y los valores presentados en la tabla tienen errores del orden de la unidad en las últimas cifras.

La Figura 1 presenta los resultados para el fluido con gas y materia oscura comparados a los del fluido gaseoso de índice politrópico  $\gamma = 5/3$  (Modelo 1). En este caso, la presencia de la materia oscura (con un 90% de la masa) no impide que la velocidad de las partículas se haga cero en el origen. El choque se retrasa algo respecto del Modelo 1. Aunque la densidad de la materia os-

cura aumenta hacia el origen, la del gas lo hace más rápidamente llegando alcanzar y superar la densidad del Modelo 1. También la presión en el Modelo 2 tiene una pendiente mayor a la del Modelo 1 y llega a sobrepasarla. La masa de la materia oscura presenta un valor más o menos constante en el colapso, ya sea para todo radio, desde el origen hasta el choque, como para todo tiempo posterior al choque; y por el contrario, la masa del gas decae hacia el origen, pero más lentamente que el gas del Modelo 1. La densidad del gas es inicialmente menor en un orden de magnitud que la de la materia oscura, pero luego de que el gas es chocado empieza a crecer hacia el origen, superando rápidamente la densidad de la componente oscura y llegando a ser hasta seis órdenes de magnitud mayor que ella. Esta es la imagen presente en objetos galácticos, en los que se tiene una componente gaseosa más densa y concentrada hacia el centro y una componente de materia oscura de menor densidad y distribuida más uniformemente formando un halo. La masa de la materia oscura, que tiende a un valor no nulo cerca del origen, nos indica la presencia

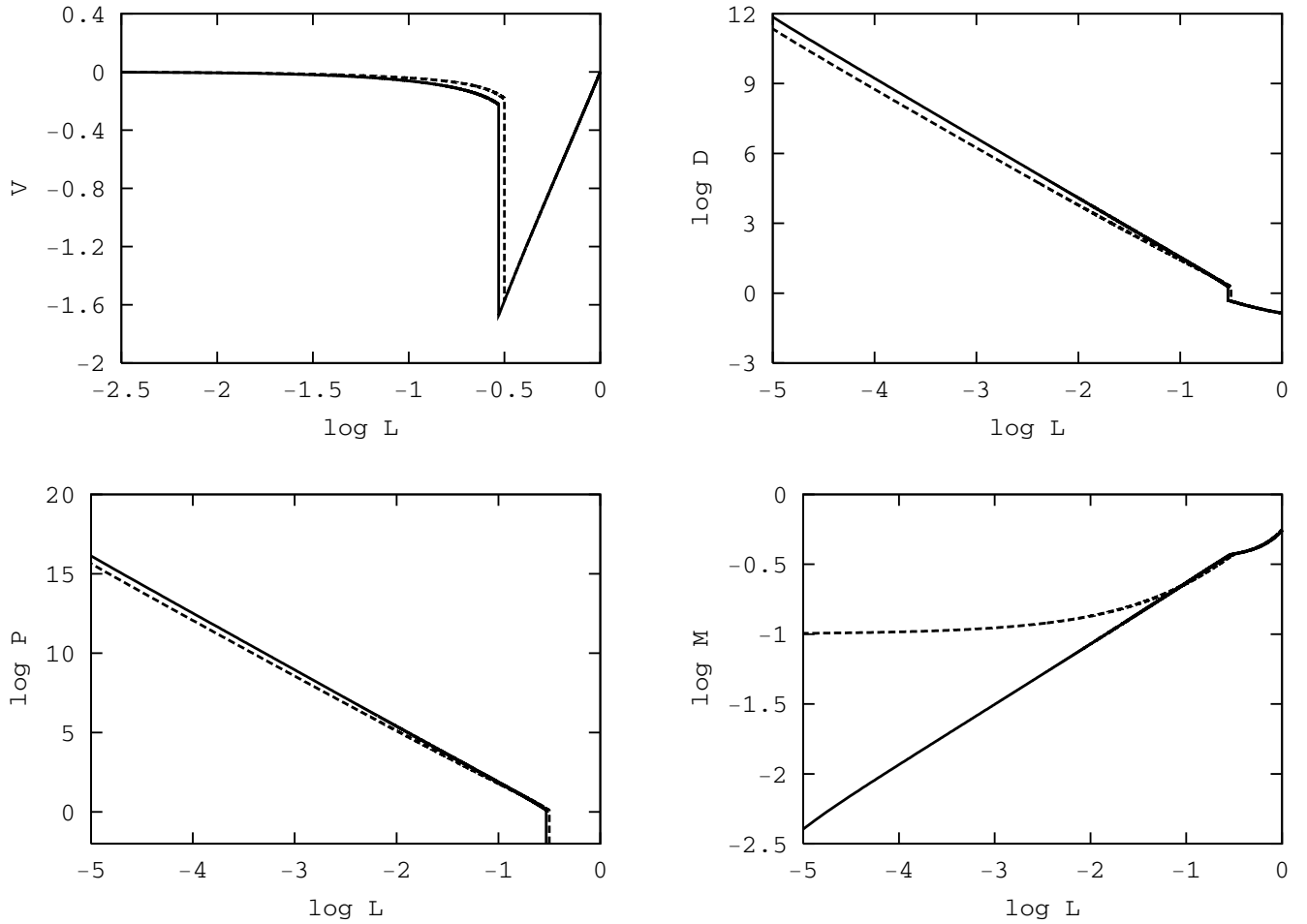


Figura 3. Soluciones para el colapso autosimilar de un fluido con gas, materia oscura y formación estelar: Componentes gaseosa del Modelo 5 (línea sólida) y del Modelo 6 (línea de segmentos). No se compara con el fluido politrópico de índice  $\gamma = 5/3$  (Modelo1) pues en estos modelos la componente gaseosa constituye sólo el 10% de la masa.

de un agujero negro central. La materia que es acreta hacia esta singularidad es mayormente de la componente oscura y el gas se desenvuelve casi independientemente de ella; más bien, el comportamiento del gas se asemeja al de un fluido con un índice politrópico menor que  $\gamma = 5/3$  (Urzagasti 2001). En la Figura 5(a) se presentan las trayectorias de los fluidos. Se ve que el gas del Modelo 2 sigue una trayectoria que lentamente se va acercando al origen, pero más rápidamente que el gas del Modelo 1. La trayectoria de la materia oscura sigue un camino independiente del gas, básicamente es la de un flujo de Hubble sin perturbar seguido de un colapso con acreción hacia un agujero negro central, singularidad que, a diferencia del gas, es alcanzada rápidamente.

Los resultados para un fluido con formación estelar y sin materia oscura son presentados en la Figura 2 (modelos 3 y 4). Estos son comparados también con los del Modelo 1. El choque resulta adelantado respecto del Modelo 1. Para el Modelo 3, en el que el efecto de la formación estelar es menor que en el Modelo 4 (pues tiene un menor valor de  $\log(g)$ ), el gas es detenido al

acercarse al origen y su densidad no difiere mucho de la del Modelo 1. Por el contrario, en el Modelo 4, el gas colapsa con velocidades cada vez mayores hacia el origen y su compresión es menor en varios órdenes de magnitud respecto del Modelo 3. La presión hacia el origen es mayor en el Modelo 3 respecto de los otros modelos. La característica notable de la introducción de la formación estelar es que la masa decrece muy lentamente hacia el origen, sobretodo en el Modelo 4 donde este efecto es mayor, indicando un proceso de acreción hacia un objeto masivo central. La diferencia entre los modelos 3 y 4 se encuentra en el valor de la masa del sistema colapsante, pero en ambos casos esta masa es del orden de una masa solar o menor si es que el parámetro de sesgo es del orden de la unidad. Masas mayores son permitidas mientras mayor sea el valor de este parámetro. La situación para el caso de un colapso galáctico da una tasa de formación muy baja. Este caso es analizado en el Modelo 5. La Figura 5(b) muestra las trayectorias para los modelos 3 y 4. La trayectoria en el Modelo 3 es similar a la del Modelo 2, mientras que la del Modelo 4

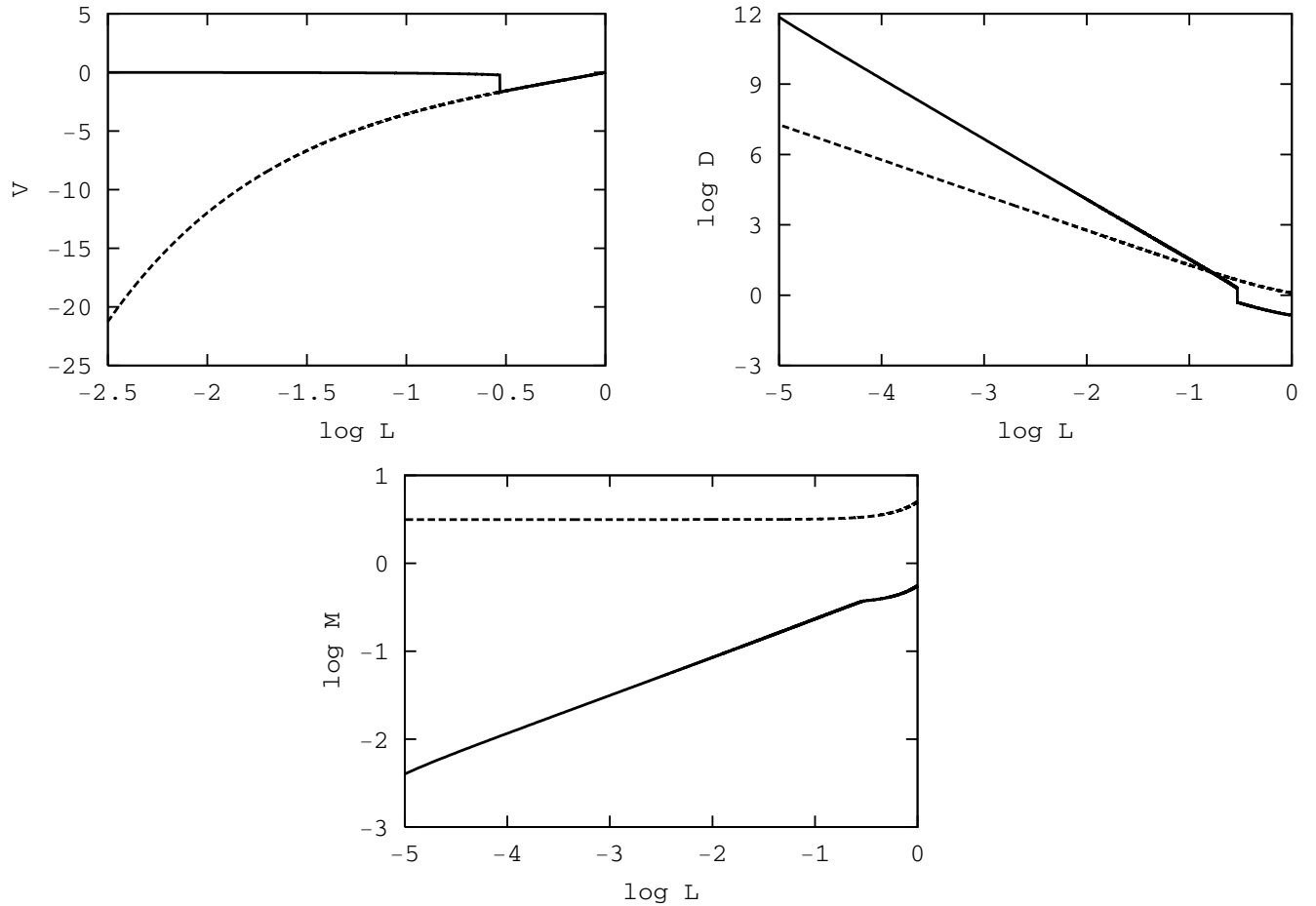


Figura 4. Soluciones para el colapso autosimilar de un fluido con gas, materia oscura y formación estelar (Modelo 5): Componentes gaseosa (línea sólida); componente de materia oscura (línea de segmentos). El comportamiento de la materia oscura en el Modelo 6 es similar al de este modelo.

sufre una rápida caída hacia la singularidad (ver Tabla 1). En los modelos 5 y 6 se consideran tanto la presencia de materia oscura como el efecto de la formación estelar. Sus resultados son mostrados en las figuras 3 y 4. El bajo valor de  $\log(g)$  en el Modelo 5 indica que éste es adecuado para describir el colapso de objetos galácticos ( $\sim 10^{12} M_{\odot}$ ), mientras que el Modelo 6 tiene el mismo valor de  $g$  que el del Modelo 4, y en este caso, para considerarlo aplicable a grandes valores de la masa colapsante, es necesario tomar igualmente grandes valores del parámetro de sesgo, es decir, considerar muy bajas fluctuaciones de la densidad en la escala espacial que ocupa esa masa en tiempos anteriores al tiempo inicial de retorno. Al examinar la Tabla 1 se ve que el Modelo 5 es casi idéntico al Modelo 2, sólo pequeñas diferencias en los valores de la velocidad y de la presión los distinguen, indicando que, al menos en este modelo de colapso autosimilar esférico, el efecto de la formación estelar no sería decisivo en el estudio del colapso para la formación de galaxias. A diferencia del Modelo 4, en el Modelo 6 la componente gaseosa es detenida cerca del origen y así sucede con el gas del Modelo 5. Tanto den-

sidad del gas como presión en los modelos 5 y 6 tienen un comportamiento muy similar, teniéndose valores algo menores para el Modelo 6. La diferencia aparece en la masa gaseosa de estos modelos: en el Modelo 5 la masa del gas decae monótonamente hacia el origen, mientras que en el Modelo 6 lo hace más lentamente, más bien indicando un proceso de acreción hacia un centro masivo. En la Figura 4 se compara el comportamiento de las variables del gas y de la materia oscura del Modelo 5. En este modelo, luego de observar las curvas de masa, densidad y velocidad, nuevamente se tienen los indicadores de la presencia de un halo galáctico de materia oscura, con una mayor concentración del gas hacia el centro y con la acreción de materia oscura hacia un agujero negro central. En la Figura 5(c) se comparan las trayectorias con la del Modelo 1. Ellas muestran que el gas colapsa muy lentamente hacia la singularidad, siendo el gas del Modelo 6 el que lo hace un poco más rápido (ver Tabla 1). El comportamiento de la materia oscura en ambos modelos, 5 y 6, es similar; se trata de un flujo inicial de Hubble seguido de un colapso hacia un agujero negro en un tiempo relativamente corto, dos veces el tiempo de



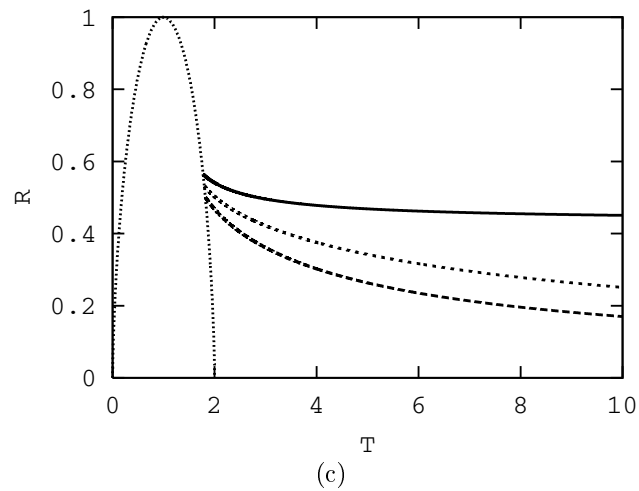
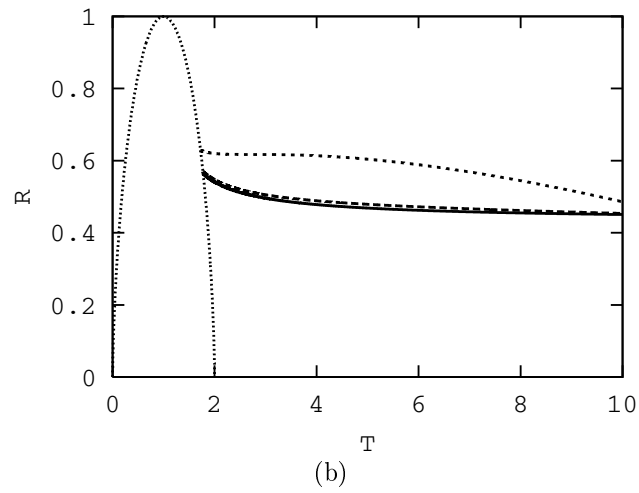
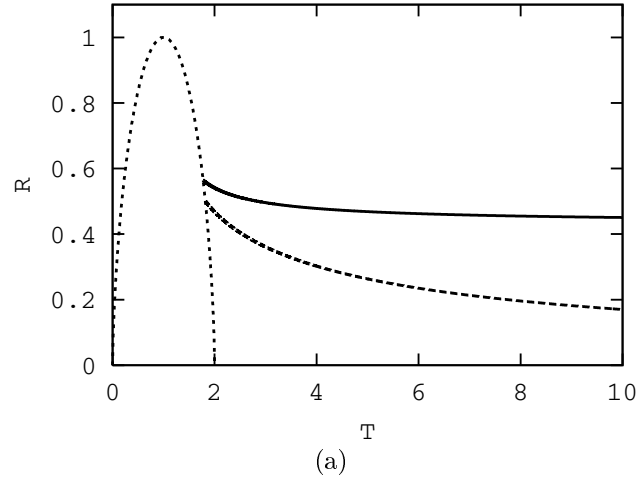


Figura 5. Trayectorias en el colapso autosimilar. El fluido politrópico de índice  $\gamma = 5/3$  (Modelo1) se representa con la línea sólida. La línea de puntos representa el flujo sin perturbar de Hubble y cuando está presente la materia oscura, su comportamiento después del choque gaseoso sigue el colapso hacia un agujero negro central. (a) Modelo 2: gas (línea de segmentos grandes). (b) Modelo 3: gas (línea de segmentos grandes); Modelo 4: gas (línea de segmentos pequeños). (c) Modelo 5: gas (línea de segmentos grandes); Modelo 6: gas (línea de segmentos pequeños).

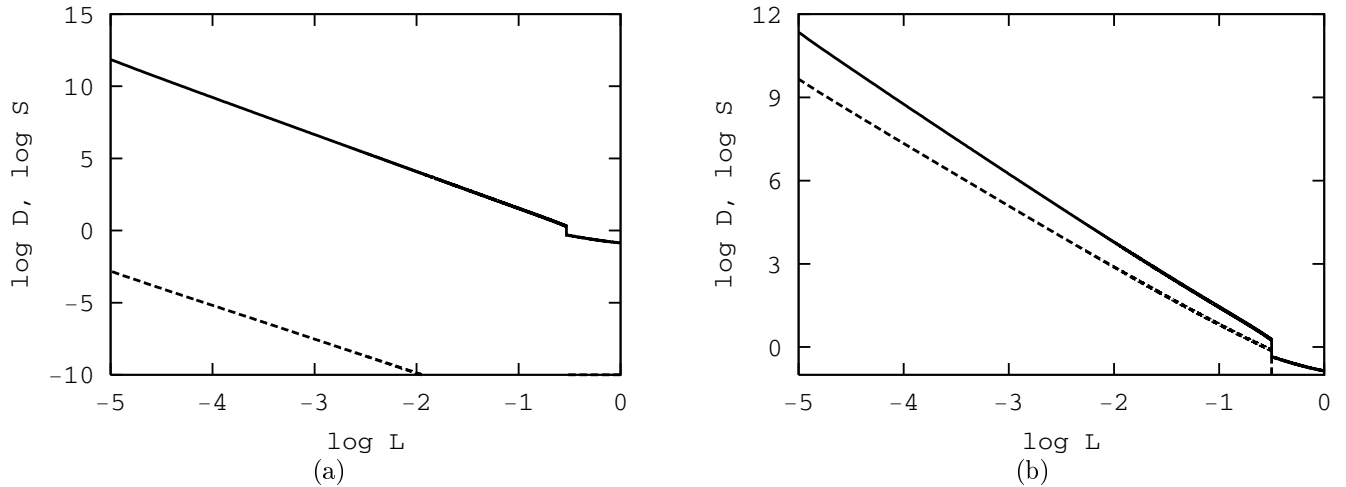


Figura 6. Tasas de formación estelar normalizadas (línea de segmentos) comparadas con la densidad (línea sólida). (a) Modelo 5; (b) Modelo 6.

retorno. En la Figura 6 se compara la tasa normalizada de formación estelar con la densidad. En el Modelo 5, la tasa de formación es varios órdenes de magnitud menor que la densidad y su efecto podría despreciarse, no sucediendo así en el Modelo 6, donde su importancia aumenta con la escala  $L$ . Finalmente, la Figura 7 muestra el cociente entre la tasa de formación estelar obtenida con nuestro modelo y la de Salpeter. Ella muestra que en el Modelo 5 es despreciable el efecto de la formación estelar, al menos hasta  $L = L_o$ , mientras que no lo es en el Modelo 6, donde a medida que se avanza hacia el interior se supera la tasa de Salpeter.

El resultado aquí obtenido, que muestra una ineficiencia de la formación estelar para procesos de formación galáctica con parámetros de sesgo del orden de la unidad, puede ser consecuencia de que en el modelo no se consideran las inhomogeneidades locales en la masa mientras el colapso avanza. Estas irregularidades son suavizadas de manera que la masa crítica de Jeans no es alcanzada localmente. Sin embargo, el problema puede resolverse artificialmente aumentando el parámetro de sesgo de manera que las fluctuaciones  $\delta_i$  de la densidad se hagan lo suficientemente pequeñas a un dado enrojecimiento  $z_i$  y así se puedan considerar mayores valores de la masa del objeto colapsante sin disminuir el valor del parámetro  $g$ . Un proceso como éste daría resultados como los del Modelo 6.

## 5. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Se han modificado las ecuaciones del colapso secundario autosimilar y esférico de un fluido colisional con choque para incluir los efectos de una componente de materia oscura y procesos de formación estelar. En lo que respecta a la materia oscura, se la considera como un fluido no colisional (sin presión) que domina totalmente la materia hasta que el gas es chocado por una onda que se propaga hacia fuera del origen, y desde ese momen-

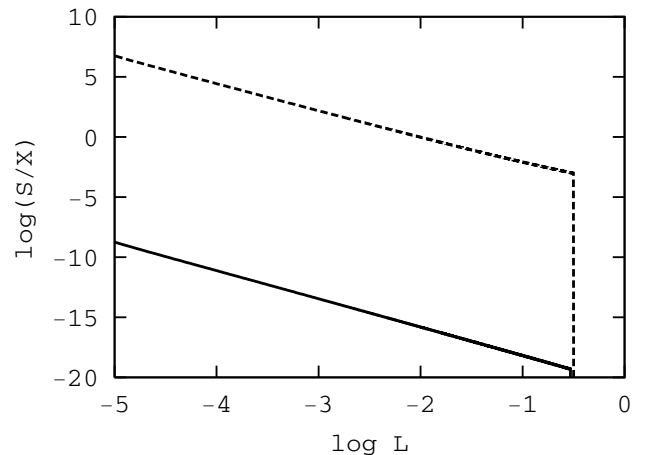


Figura 7. Comparación de la tasa normalizada de formación estelar del modelo con la de Salpeter. Modelo 5: línea sólida; Modelo 6: línea de segmentos. En ambos casos  $h = 0.72$ ,  $z = (z_{ita})|_{b=3}$ ,  $M_{*i} = 0.1M_{\odot}$  y  $x = 1.35$ .

to, se lo distingue del gas bariónico, el cual representa el 10% de la masa. Para la formación estelar se modela una tasa, la cual es comparada con la tasa observacional estándar de Salpeter, consiguiendo un buen acuerdo con ésta. Como primer caso se analiza el efecto de la materia oscura solamente. La presencia de esta componente tiene un efecto en el gas muy similar a aquél de disminuir el índice politrópico en las soluciones estándar de una gas colisional de Bertschinger (1985): la velocidad del gas llega a cero en el origen pero las densidades y presiones aumentan hacia éste. La masa del gas tiende a cero hacia el origen pero la de la materia oscura disminuye muy lentamente indicando la presencia de un agujero negro central hacia el cual se acreta materia, principalmente

oscura. La densidad de materia oscura aumenta hacia el interior del sistema colapsante, pero no tanto como la densidad del gas y su valor se hace cada vez mucho menor que el de la densidad del gas a medida que se avanza hacia el origen. Entonces se tiene la imagen de un proceso de formación galáctica en el que el gas está mucho más concentrado hacia el centro y rodeado de un halo poco denso de materia oscura. Básicamente la materia oscura no es afectada por el gas, sigue inicialmente un flujo sin perturbar de Hubble y luego sufre un colapso de acreción fría hacia un agujero negro en un tiempo que es el doble del tiempo de retorno. Por su lado, la trayectoria de una partícula de prueba del gas se aproxima muy lentamente hacia la singularidad, manteniendo prácticamente un radio fijo luego de miles de veces el tiempo de retorno.

Cuando se considera un fluido sólo con efectos de formación estelar, pero con la condición de que la masa en estrellas pase a formar parte de la componente de fluido sin presión, inicialmente nula, y que posteriormente tiene un efecto gravitatorio sobre el gas, se tiene una situación en la que efecto de formación estelar es apreciable sólo si la masa del objeto colapsante es del orden de una masa solar (o menor), si es que el parámetro de sesgo es del orden de la unidad; sin embargo, aumentando el valor de éste parámetro, lo cual es equivalente a considerar muy bajas fluctuaciones en la densidad anteriores al tiempo de retorno, el modelo es aplicable a masas colapsantes mayores. El efecto de considerar menores valores para estas fluctuaciones origina un aumento de la tasa de formación estelar, como consecuencia, la trayectoria de una partícula de prueba alcanza rápidamente el origen con velocidades de colapso crecientes. El sistema tiene una menor compresión (menor densidad) respecto del modelo estándar y la masa contenida dentro de un volumen esférico colapsante decrece muy lentamente a medida que se disminuye su radio, tendiendo a un valor finito cerca del origen e indicando la presencia de un objeto central masivo que acreta el gas. Es cuando en este

último modelo se introduce materia oscura (con un 90% de la masa) que se obtienen diferencias importantes: el gas se detiene cerca del origen, la densidad y presión son algo similares a las del gas cuando no hay formación estelar pero si materia oscura, y a diferencia de este último caso, en el que la masa contenida en distintos radios decrece tendiendo a cero a medida que esos radios decrecen, dicha masa aún tiene una tendencia a decrecer lentamente indicando la acreción hacia un objeto masivo. En cualquier caso, la materia oscura se desenvuelve casi independientemente de la intensidad del proceso de formación estelar.

Finalmente, se encuentra que el efecto de la formación estelar es ineficiente cuando el parámetro de sesgo es del orden de la unidad. Esto puede deberse a que no se tomaron en cuenta las irregularidades locales de la masa. Estas son suavizadas por el modelo, no permitiendo así alcanzar la masa crítica de Jeans en pequeñas escalas posteriores al choque. Sin embargo, el efecto de estas irregularidades puede ser simulado aumentando el valor del parámetro de sesgo y por tanto, disminuyendo el valor de las fluctuaciones de la densidad en un tiempo anterior al tiempo de retorno, permitiendo así considerar masas colapsantes del orden galáctico. Naturalmente, es necesario un modelo que tome en cuenta estas inhomogeneidades locales, así como su evolución, para calibrar la amplitud de dichas fluctuaciones.

#### REFERENCIAS

- [1] Bertschinger, E. 1985, *Ap. J. (Supplement Series)*, 58, 39.
- [2] Katz, N., Gunn, J.E. 1991, *Ap. J.*, 377, 365.
- [3] Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton: Princeton University Press).
- [4] Shapiro, S.L., Teukolsky, S. 1983, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars. The Physics of Compact Objects*.
- [5] 2000, *Physica Scripta*, Vol. T85, 37.
- [6] Navarro, J.F., White, S.D.M. 1993, *M.N.R.A.S.*, 265, 271.
- [7] Urzagasti, D. 2001, *Revista Boliviana de Física*, en publicación.