

INTRODUCCION

El objeto de esta monografía es poner al alcance del lector no especialista una serie de técnicas y resultados (los "métodos diagramáticos") pertenecientes ya al "folklore" de la Teoría de Representaciones de Algebras. A pesar de tratarse de conceptos y resultados de naturaleza elemental, son de difícil acceso a quien desea familiarizarse con ellos por encontrarse dispersos (y no siempre explícitos) en una gran variedad de artículos de investigación; es por esto que hemos creído conveniente la redacción de estas notas.

Quisiéramos puntualizar aquí que los métodos diagramáticos no son los únicos, ni los más empleados, ni los más importantes en Teoría de Representaciones: corresponden al caso menos general de que se ocupa la Teoría y, por su misma concreción, creemos que son los más asequibles a quien desea iniciarse en ella. Además, aparte de ser una herramienta útil, los métodos diagramáticos constituyen una de las más fecundas fuentes de ejemplos de que se dispone actualmente.

Tratando de que nuestras notas sean (casi) autocontenidas, y para fijar notación y terminología, hemos procurado reunir en el primer capítulo todo el material de la teoría general de álgebras y módulos que se necesita para el desarrollo de los siguientes capítulos. Aunque hemos dado casi todas las pruebas en el primer capítulo, suponemos que el lector

tiene cierta familiaridad con los temas en él tratados.

En el segundo capítulo se estudian las álgebras de carcaj y los cocientes de éstas por ideales admisibles. Se hace énfasis, dentro de lo razonablemente posible, en el aspecto "visual" de la aritmética de estas álgebras.

En el capítulo tres asociamos un carcaj con relaciones a cada k -álgebra Λ de dimensión finita, donde k es un campo algebraicamente cerrado (primero sometemos a Λ a algunas restricciones que, como veremos, carecen de relevancia desde el punto de vista de la Teoría de Representaciones). Mostramos además que el estudio de las k -álgebras de dimensión finita es equivalente al de los carcajes con relaciones.

En el cuarto capítulo se lleva más adelante la equivalencia arriba mencionada: así como un álgebra Λ puede "visualizarse" como un carcaj con relaciones (C, R) , también los Λ -módulos pueden "visualizarse" como representaciones de (C, R) .

Aprovechando lo anterior, en el quinto capítulo "traducimos" algunos módulos importantes (proyectivos, inyectivos, simples) a representaciones del carcaj con relaciones asociado al álgebra.

En el capítulo seis se estudia el efecto que tiene sobre un carcaj con relaciones la imposición de que el cociente del álgebra de carcaj por el ideal de relaciones satisfaga condiciones adicionales. Desde luego, esto lo hacemos sólo en un pequeño número de casos particulares, pues no se dispone para ello de una teoría general.

En el apéndice hemos tratado, centrándonos en uno de

los principales problemas de la Teoría de Representaciones, de dar (sin demostraciones) un panorama más amplio dentro del cual enmarcar los métodos diagramáticos.

Nos hemos apoyado fuertemente en los trabajos de W. H. Gustafson [Gs] y C. M. Ringel [Rn], que recomendamos a quien desee estudiar más a fondo los temas tratados en el apéndice. Hemos de advertir que poco o nada hemos dicho de otros importantes enfoques y técnicas (métodos matriciales, categóricos, topológicos,...) que se utilizan actualmente en Teoría de Representaciones: por el contrario, salvo en casos imposibles de dejar de lado por su importancia -a nuestro juicio- en la historia de nuestro tema de estudio, hemos procurado limitarnos a lo que tuviese relevancia inmediata para nuestro tema.

Al final de cada capítulo hemos incluido una corta lista de ejercicios. En su mayor parte, estos ejercicios son resultados que se usarán más adelante, y deberían considerarse como parte integrante del texto.

Quisiéramos hacer patente aquí nuestro agradecimiento a nuestros maestros Raymundo Bautista Ramos y Roberto Martínez Villa: no sólo aprendimos nuestro tema con ellos, también recibimos de ellos la ayuda y el estímulo necesarios para poder concluir estas notas. También agradecemos a los profesores de la Escuela de Ciencias Físico-Matemáticas de la Universidad Autónoma de Puebla, y a los alumnos del Seminario de Teoría de Representaciones de la Facultad de Ciencias de la U.N.A.M., que nos permitieron ensayar con ellos una versión

previa de estas notas: nos salvaron del error en más de una ocasión y solo será a pesar de ellos si persisten errores en la presente versión.

México, Otoño, 1981.

C. Cibils

F. Larrión

L. Salmerón