

# Comparación de Métodos de Calibración para Cristales Líquidos (Nemáticos)

Dr. Miguel Mora González <sup>1</sup>  
Dr. Fco. Javier Casillas Rodríguez <sup>2</sup>,

**Palabras clave:** Cristal líquido, LCD, nemático, giro molecular, director molecular, birrefringencia.  
**Key words:** Liquid crystal, LCD, nematic, twisted molecular director, birefringence.

## RESUMEN

En el presente artículo se hace la comparación de tres métodos de calibración para cristales líquidos del tipo *nemático*. Se exponen los métodos paso a paso y se discute la problemática para la implementación de los mismos.

## ABSTRACT

A comparison of three calibration methods for nematic liquid crystals is made in the following article. These methods are set out step by step and the problems for their implementation are thoroughly discussed.

## INTRODUCCIÓN

El cristal líquido es un material que posee una estructura molecular muy peculiar, ya que

tiene propiedades físicas tanto de sólidos como de líquidos. Sus moléculas, tienen una forma elipsoidal con una orientación ordenada a través de la estructura cristalina, además de que, al aplicarle una fuerza eléctrica o mecánica externa al cristal líquido se giran las moléculas; éstas son propiedades físicas de sólidos y líquidos, respectivamente. El material con el que está fabricada una Pantalla de Cristal Líquido (LCD, por sus siglas en Inglés), por lo general, está compuesto por un gran número de moléculas anisotrópicas\* [Finkelmann and Kock, 1985], [Khoo and Shen, 1985]. Además, las LCDs tienen la propiedad de ser birrefringentes, esto es, con dos índices de refracción, el extraordinario ( $n_e$ ) y el ordinario ( $n_o$ ); en la mayoría de los casos  $n_e > n_o$  [Goodman, 1996].

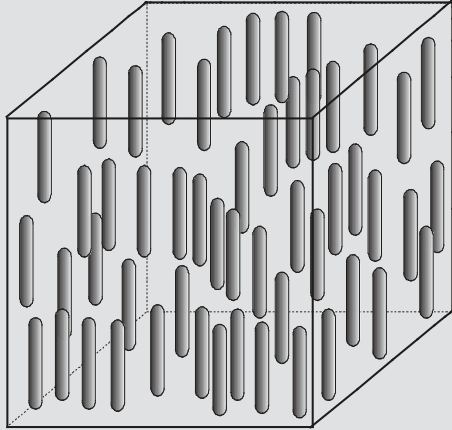
De acuerdo al acomodo molecular de la estructura cristalina, existen diferentes tipos de cristales líquidos: esméctico, ferro-eléctrico, nemático y colestérico. La configuración más utilizada en LCDs es la de tipo nemático; sus moléculas poseen una orientación paralela en todo el volumen del cristal y su centro de gravedad se localiza de manera aleatoria en toda la estructura cristalina (ver fig. 1). La estructura cristalina nemática posee propiedades ópticas muy importantes como lo es el giro de sus moléculas debido a una actividad óptica inducida (Giro molecular). Dicho giro, es una propiedad mecánica que aparece cuando el cristal se coloca entre dos placas de vidrio con direcciones de pulido diferentes, haciendo que la molécula gire en el traslado del vidrio 1 al 2, como se observa en la fig. 2.

Recibido 18 de Julio 2006, Aceptado 20 de Octubre 2006

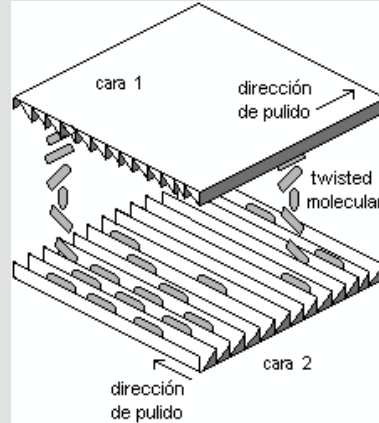
<sup>1</sup> Universidad de Guadalajara, Centro Universitario de los Lagos, Departamento de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Tel. 474 7424314 ext. 6523, correo electrónico: mmora@culagos.udg.mx.

<sup>2</sup> Universidad de Guadalajara, Centro Universitario de los Lagos, Departamento de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Tel. 474 7424314 ext. 6523, correo electrónico: fjcr@culagos.udg.mx.

\* Una sustancia cristalina es ópticamente anisotrópica si sus propiedades ópticas no son las mismas en todas direcciones dentro de una muestra dada [Hecht y Zajac, 1986].



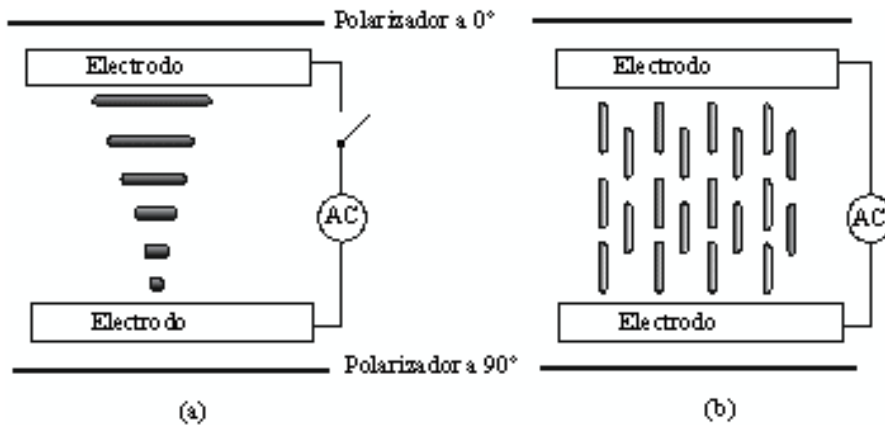
**Figura 1.** Arreglo molecular de una LCD nemática. El nombre "nemático" significa "hebra de hilo", dado su acomodo molecular [Ferguson, 1964].



**Figura 2.** Al iniciar el giro, el eje de la molécula se encuentra paralelo a la dirección de pulido del vidrio 1 y al finalizar se encuentra paralelo a la dirección de pulido del vidrio 2.

Por lo general, una LCD contiene dos polarizadores lineales colocados en sus dos caras y con sus ejes a cierto ángulo, dependiendo del giro molecular. Al aplicar un voltaje adecuado,

las moléculas modifican su transmitancia debido a la alineación con la dirección del campo eléctrico aplicado (ver fig. 3) [Haas, 1983].



**Figura 3.** Comportamiento molecular de una LCD con giro molecular de tipo nemática (a) sin aplicar voltaje entre sus dos caras, y (b) aplicando voltaje entre sus caras.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Para calibrar una LCD Nemática con Giro Molecular (TNLCD de sus siglas en Inglés), se necesita calcular los valores de birrefringencia ( $\beta$ ), el ángulo total de giro molecular ( $\alpha$ ) y el ángulo al que se encuentra el director molecular ( $\Psi_D$ ) del LCD. Para realizar un análisis matemático de un cristal líquido, es conveniente utilizar las matrices de Jones, donde los elementos del cristal se expresan como un

vector o una matriz. Si se tiene un frente de onda con un estado de polarización  $\mathbf{E}_i$  (polarización inicial de la LCD) éste puede ser representado por sus fasores complejos  $E_{ix}$  y  $E_{iy}$ , como:

$$\mathbf{E}_{in} = \begin{bmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

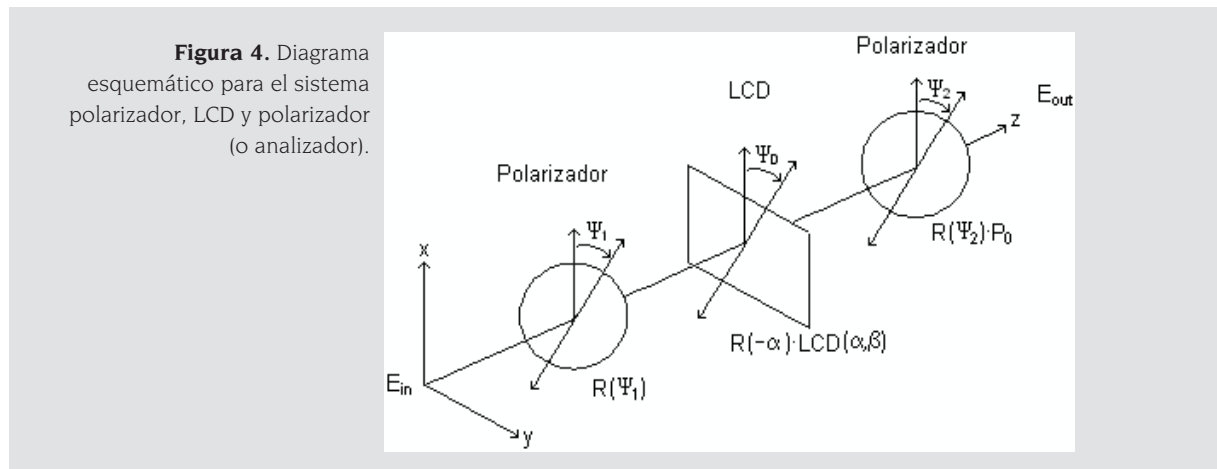
donde los subíndices  $x$  e  $y$  son los componentes de polarización.

Así mismo, la birrefringencia está dada por:

$$\beta = \frac{2\pi(n_e - n_o)}{\lambda_o}, \quad (2)$$

donde  $\lambda_o$  es la longitud de onda en el vacío.

Un arreglo óptico típico para la calibración de LCDs se muestra en la figura 4, donde se coloca la LCD entre dos polarizadores con ajuste angular (uno de ellos nombrado analizador).



La ecuación que describe dicho arreglo es:

$$E_{out} = P_0 R(\psi_2) R(-\alpha) LCD(\alpha, \beta) R(\psi_1) E_{in} \quad (3)$$

donde  $R$  es una matriz de rotación<sup>€</sup>,  $P_0$  es un polarizador lineal paralelo al eje  $x$ ,  $E_{in}$  y  $E_{out}$  son los vectores de entrada y salida del sistema óptico respectivamente,  $\psi_1$  y  $\psi_2$  son los ángulos que existen entre los ejes del polarizador y el analizador hacia el director molecular respectivamente. La matriz que describe el efecto del giro molecular en la LCD es

$$LCD(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) - i \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \text{sen}(\gamma) & \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \text{sen}(\gamma) \\ - \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \text{sen}(\gamma) & \cos(\gamma) + i \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \text{sen}(\gamma) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

con  $\gamma = [\alpha^2 + \beta^2]^{1/2}$  [Soutar and Lu, 1994]. Por lo tanto, se toma en cuenta la ecuación (3) para obtener la intensidad de la transmitancia ( $T$ ) de la LCD

$$T = E_{out} \cdot E_{out}^* = \varphi \left[ \cos(\alpha + \psi_1 - \psi_2) \cos(\gamma) + \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \text{sen}(\alpha + \psi_1 - \psi_2) \text{sen}(\gamma) \right]^2 + \varphi \left[ \left( \frac{\beta}{\alpha} \right) \text{sen}(\gamma) \cos(\alpha - \psi_1 - \psi_2 + 2\psi_D) \right]^2 \quad (5)$$

donde  $\varphi$  es un factor de escala.

€ Una matriz de rotación es de la forma:

$$R(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\text{sen} \alpha \\ \text{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

Considerando que el ángulo del director molecular en la cara de entrada es  $\Psi_D = \theta_1 + \Psi_1$ , de las ecuaciones (3) y (5) se puede observar que la transmitancia es dependiente de las posiciones del polarizador y el analizador ( $\Psi_1$  y  $\Psi_2$ ), donde  $\theta_1$  es el ángulo entre el eje  $\chi$  (origen) y el eje del polarizador.

Si se colocan el polarizador y el analizador perpendiculares, esto es  $\Psi_1 + \Psi_2 = 90^\circ$ , se tiene una transmitancia perpendicular, esto es

$$T_{\perp} = \rho \left\{ \left[ \sin(\alpha) \cos(\gamma) - \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \cos(\alpha) \sin(\gamma) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \sin(\gamma) \sin(\alpha + 2\Psi_D - 2\theta_1) \right]^2 \right\} \quad (6)$$

Ahora, si se colocan el polarizador y el analizador paralelos, esto es  $\Psi_1 + \Psi_2 = 0^\circ$ , la transmitancia paralela será

$$T_{\parallel} = \rho \left\{ \left[ \cos(\alpha) \cos(\gamma) + \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \sin(\alpha) \sin(\gamma) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \sin(\gamma) \cos(\alpha + 2\Psi_D - 2\theta_1) \right]^2 \right\} \quad (7)$$

A continuación se presentan los procedimientos de calibración más comunes para la calibración de cristales líquidos:

#### Método publicado por Soutar and Lu, 1994

Soutar y Lu siguen los siguientes pasos para calibrar una LCD:

1. Del diagrama de la fig. 4, colocar el polarizador paralelo al analizador.
2. Girar el polarizador y el analizador a la vez, en pasos de  $5^\circ$  desde 0 hasta  $180^\circ$ , tomando 37 lecturas de transmitancia paralela.
3. Repetir el paso 2, pero ahora con el polarizador y el analizador perpendiculares.
4. Utilizar el método de mínimos cuadrados y las ecuaciones (6) y (7) para evaluar los datos capturados en los tres primeros pasos, para obtener como resultado los valores de  $\beta$ ,  $\alpha$  y  $\Psi_D$ .

#### Método publicado por Davis et al, 1999

Ellos encuentran una ambigüedad en el método Soutar y Lu, pues la birrefringencia  $\beta$  está en función de la longitud de onda como lo indica la ecuación (2), con lo cual, dicho método no tiene una solución única como lo afirman.

Lo que Davis, et. al. proponen es repetir los tres primeros pasos de Soutar y Lu utilizando varias longitudes de onda. Además colocan el parámetro  $\alpha + 2\Psi_D$  como una constante, para controlar los máximos y mínimos de transmitancia. Por último aplican el método de mínimos cuadrados para obtener los tres parámetros ( $\beta$ ,  $\alpha$  y  $\Psi_D$ ).

#### Método publicado por Neto et al, 1996

Ellos utilizan su propia ecuación para la transmitancia en paralelo y la derivan de la ecuación (5) haciendo  $\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi$  con lo que obtienen su transmitancia ( $T_N$ )

$$T_N = \rho \left\{ \left[ \cos(\alpha) \cos(\gamma) + \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \sin(\alpha) \sin(\gamma) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \sin(\gamma) \cos(\alpha + 2\Psi_D - 2\Psi) \right]^2 \right\} \quad (8)$$

en la que se observa que sólo el segundo término de la ecuación depende de  $\psi$ , con lo cual la transmitancia será máxima cuando

$$\psi = \frac{\alpha}{2} + \psi_D \pm \frac{n\pi}{2} = \psi_{\max} \quad (9)$$

y mínima cuando

$$\psi = \frac{\alpha}{2} + \psi_D \pm \frac{(2n+1)\pi}{4} = \psi_{\min} \quad (10)$$

donde  $n$  es un entero.

Por lo tanto, la ecuación (8) se transforma en

$$T_{\max} = \rho \left\{ \left[ \cos(\alpha) \cos(\gamma) + \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\gamma) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \text{sen}(\gamma) \right]^2 \right\} \quad (11)$$

y

$$T_{\min} = \rho \left[ \cos(\alpha) \cos(\gamma) + \left( \frac{\alpha}{\gamma} \right) \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\gamma) \right]^2 \quad (12)$$

Por lo que, en este método se utilizan los siguientes pasos para calibrar la LCD:

1. Encontrar  $\Psi_{\max}$  y  $\Psi_{\min}$ .
- a. Girar el polarizador y el analizador a la vez, en pasos de  $10^\circ$ , tomando 19 lecturas de transmitancia con cero niveles de gris (0 ng).
- b. Repetir el paso 1a, para diferentes niveles de gris (5 por ejemplo).
- c. Graficar  $T_N$  vs.  $\Psi$  para obtener los valores donde es máxima ( $\Psi_{\max}$ ) y mínima ( $\Psi_{\min}$ ). Para comprobar los resultados con la teoría, se recurre a las ecuaciones (9) y (10) para obtener  $|\Psi_{\min} - \Psi_{\max}| = 45^\circ$ .
2. Encontrar el nivel de gris en la LCD para el cual  $\gamma = n\pi$ .
- a. Colocar el sistema óptico en la posición en que  $\Psi = \Psi_{\max}$ . Con esto, capturar los valores de  $T_{\max}$  para los niveles de gris de la LCD.
- b. Repetir el paso 2a, pero ahora para  $\Psi_{\min}$  y  $T_{\min}$ .
- c. Graficar  $(T_{\min}/T_{\max})$  vs. niveles de gris (ng). En esta gráfica existen dos máximos, que son  $\gamma = n\pi$  y en 256 ng. En 256 ng  $\beta = 0$ , por lo tanto, cuando se

tiene un máximo con un nivel de gris menor a 256, se ha encontrado el nivel de gris para el cual  $\gamma = n\pi$ .<sup>£</sup>

3. Buscar el valor de  $\alpha$  con nivel de gris para el cual  $\gamma = n\pi$ .
- a. Colocar el polarizador paralelo al eje  $x$ , con lo cual (5) se describe

$$T(\gamma = n\pi, \psi = 0^\circ) = \cos^2[\alpha - \psi_2] \quad (13)$$

- b. Despejando el parámetro  $\alpha$  de la ecuación (13)

$$\alpha = \psi_2 + \cos^{-1}\sqrt{T} \quad (14)$$

- c. Girar el analizador en pasos de  $10^\circ$ , tomando 19 lecturas de  $T$ .
- d. Graficar  $\cos^{-1}\sqrt{T}$  vs.  $\Psi_2$ , para calcular con métodos numéricos el valor de  $\alpha$ .
4. Por último, calcular  $\Psi_D$  despejándolo de las ecuaciones (9) ó (10).

## DISCUSIÓN

Los tres métodos anteriormente mencionados tienen mucha importancia, porque a pesar de que lo publicado por Soutar y Lu tenía errores considerables en cuanto a la ambigüedad de que  $\beta$  es función de la longitud de onda, en cambio, colocaron las bases para encontrar un método viable de calibración. Lo que hacen Davis *et al*, es identificar el error de Soutar y Lu, además de proponer una alternativa, hacer lo mismo que ellos pero con varias longitudes de onda y al finalizar aplicar un método numérico como mínimos cuadrados para encontrar los tres parámetros de la calibración. Debido a que el método de solución implementado es una aproximación, la inclusión de más parámetros a controlar le agregaría mayor dificultad para su estimación.

El método propuesto por Neto, *et al* es muy minucioso y sin errores aparentes, por lo cual, su implementación física es teóricamente factible, pero al llevarlo a la práctica se presta a errores debidos a holgura entre componentes mecánicas, esto por la gran cantidad de movimientos que se requiere hacer a los polarizadores. Además, se debe de tener mucho cuidado al introducir la

<sup>£</sup>  $(T_{\min}/T_{\max})=1$  cuando la birrefringencia en la LCD es mínima ( $\beta=0$ ), que ocurre cuando el nivel de gris en la LCD es 256; pues el eje extraordinario ( $n_e$ ) está en función del voltaje aplicado a la LCD.

luz circularmente polarizada, ya que si ésta no es del todo circular, los resultados serán erráticos. Por lo tanto, se puede definir a este método como un procedimiento de calibración verídico pero minucioso e inseguro, ya que su precisión es muy susceptible a movimientos de ajuste manual. Por estos motivos, proponemos usar mecanismos automatizados y con esto disminuir los errores antes mencionados.

## CONCLUSIONES

La óptica de cristales líquidos tiene mucho futuro en el desarrollo de sistemas ópticos, tanto en el ramo comercial como en el terreno de la investigación, ya que un cristal líquido puede ser utilizado como modulador de fase y/o amplitud.

Todos los métodos de calibración anteriormente presentados, se prestan a errores humanos por la gran cantidad de movimientos mecánicos. Además, es necesario tener luz con polarización circular a la entrada del sistema, adicionando más errores al sistema.

En nuestro conocimiento no se han reportado en la literatura métodos automáticos de calibración para arreglos experimentales de LCDs nemáticas. Ya que el procedimiento de calibración consiste en una tarea repetitiva, la introducción de alternativas automáticas por medios digitales traerá como consecuencia mejoras en la obtención de los datos y una calibración más rápida y certera para pruebas de laboratorio.

## BIBLIOGRAFÍA

- DAVIS, J.A., *et al.*, Ambiguities in measuring the physical parameters for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators, *Opt. Eng.* 38(4), 705-709, 1999.
- FERGASON, J.L., Liquid Crystals, *Sci. Am.* 211(2), 77-82, 1964.
- FINKELMANN, H. and KOCK, H.J., Liquid Crystal Side Chain Polymers: Properties and aspects for applications, *Disp. Tech.* 1, 81-94, 1985.
- GOODMAN J.W., *Introduction to Fourier Optics*. 2nd Ed., USA: McGraw Hill, 172-216, 1996.
- HAAS, W.E., Liquid Crystal Display Research: The First Fifteen Years, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 94, 1-31, 1983.
- HECHT, E. y ZAJAC, A., *Óptica*. USA: Addison-Wesley, 233-292, 1986.
- KHOO, I.C. and SHEN, Y.R., Liquid crystals: nonlinear optical properties and processes, *Opt. Eng.* 24(4), 579-585, 1985.
- NETO, L.G., ROBERGE, D. and SHENG, Y., Full-range, continuous, complex modulation by the use of two coupled-mode liquid-crystal televisions, *Appl. Opt.* 35(23), 4567-4576, 1996.
- SOUTAR, C. and LU, K., Determination of the physical properties of an arbitrary twisted-nematic liquid crystal cell, *Opt. Eng.* 33(8), 2704-2712, 1994.