

## *Inestabilidad financiera y ciclos a partir de un modelo “depredador-presa”*

ÓSCAR DE JUAN ASENJO  
JOSEP GONZÁLEZ CALVET\*

### INTRODUCCIÓN

En las economías modernas, el sector real y el sector financiero viven en un estado de simbiosis, caracterizado por un equilibrio inestable. La dinámica de la economía real resulta, sin duda, mucho más fluida con la ayuda de un sistema financiero innovador, flexible y globalizado. Pero las colocaciones financieras especulativas, en su ánimo de obtener a corto plazo pingües plusvalías, pueden *expulsar* o *fagocitar* a la inversión productiva, cuyos rendimientos tardan en obtenerse y acostumbran a ser modestos.

---

Manuscrito recibido en abril de 2004; aceptado en agosto de 2004.

\* Óscar de Juan es profesor de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de Castilla-La Mancha < oscar.dejuan@uclm.es >. Josep González Calvet es profesor de la Universidad de Barcelona, Departamento de Teoría Económica < jgonzalezcal@ub.ed >. Los autores desean agradecer las observaciones de dos dictaminadores anónimos y del director de la revista *Investigación Económica*. Agradecen también las ayudas financieras del Ministerio de Ciencia y Tecnología para el proyecto SEC-2001-3392 y de la Consejería de Ciencia y Tecnología de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha para el proyecto PBI-02-010. En la última fase del trabajo, Óscar de Juan se encontraba, como Visiting Scholar, en la Universidad de Cambridge.

La relación entre ambos sectores sugiere una interacción similar a la cohabitación de especies que se estudia mediante el *modelo presa-depredador* ideado por Lotka y Volterra en la década de 1920.<sup>1</sup> Este modelo fue aplicado por Richard Goodwin en 1967 al análisis del dilema, implícito en cualquier *curva de Phillips real*, entre la participación de los salarios en la renta nacional y la tasa de empleo. En este artículo pretendemos aplicar el mismo modelo formal al análisis de la interacción entre el sector real (representado por la *tasa de crecimiento*) y el sector financiero (representado por el *tipo de interés*). Estudiaremos, en particular, el modo en que los comportamientos financieros pueden generar fluctuaciones endógenas que acaban afectando al sector real de la economía. La idea ya estaba implícita en Kalecki (1933-1971) y Keynes (1936). Pasó a ser el objeto central de atención en las obras de Minsky (1975) y Kindleberger (1978-1989). El trabajo de Taylor y O'Connell (1985) es pionero en la formalización explícita de diversas ideas de Minsky sobre la aparición de crisis financieras y, en especial, muestra que los mercados financieros pueden transformar la dinámica macroeconómica en totalmente inestable. Semmler y Franke (1996) presentan un resumen de estos modelos y analizan la evidencia empírica. Nuestro objetivo es profundizar en esta línea desde nuestro particular modelo poskeynesiano donde se resaltan determinadas hipótesis como el carácter endógeno del dinero.

El trabajo se estructura en dos partes principales. En la sección 1 presentamos un modelo de análisis que establece los vínculos fundamentales entre las variables reales y financieras. Al sector real lo identificamos

---

<sup>1</sup> El modelo de Vito Volterra analizaba la evolución de las especies en el mar Adriático. Los tiburones aparecían como la especie de "depredadores". Las pescadillas y otros peces comestibles constituían las "presas". Si las pescadillas se reproducen rápidamente, la población de tiburones aumentará paralelamente. Cuando ésta última sobrepase cierto umbral hará mella en la población de pescadillas. Pero, cuando éstas disminuyan significativamente los tiburones tendrán problemas para alimentarse y mermarán en número. La caída de la población de tiburones permitirá una nueva expansión de pescadillas iniciándose un nuevo ciclo. De forma independiente, Alfred J. Lotka obtuvo el mismo sistema dinámico analizando el comportamiento de ciertas reacciones químicas.

con la tasa de crecimiento de la economía, en concreto con la tasa de acumulación del capital fijo. El sector financiero se identifica con un indicador del coste de la financiación y asimismo de la rentabilidad de los activos financieros (el tipo de interés). En la sección 2 exploramos la dinámica del modelo y se ilustra con simulaciones, dejando para el apéndice los desarrollos analíticos y topológicos más formales. Por razones pedagógicas analizamos separadamente las diferentes versiones del modelo atendiendo a las hipótesis sobre el comportamiento financiero. Concluimos (sección 3) que el modelo más realista en los supuestos y el que mejor refleja en sus resultados la dinámica económica observada, es aquel que introduce la especulación financiera limitada por las restricciones de crédito que imponen los bancos.

#### EL MODELO DE ANÁLISIS:

##### RELACIONES ENTRE LAS VARIABLES REALES Y FINANCIERAS

Pretendemos encontrar un modelo que capte las relaciones dinámicas entre el sector real y el sector financiero de una economía. La formulación más general es la que hace depender la dinámica de cada variable (real o financiera), de los cambios de todas las variables (reales y financieras). La tasa de acumulación o tasa de crecimiento del stock de capital fijo ( $g$ ) representará al sector real; su variación temporal ( $g' = dg/dt$ ) sería función de sí misma y del comportamiento del tipo de interés. El tipo de interés ( $i$ ) representaría al sector financiero; su evolución temporal ( $i' = di/dt$ ) dependería de la evolución de la tasa de crecimiento y del propio tipo de interés. El sistema de ecuaciones [1] representa esta formulación general

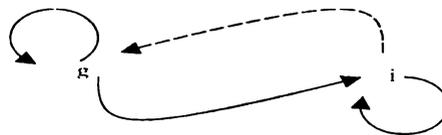
$$\begin{aligned} g' &= \gamma(g, i) \\ i' &= \rho(g, i) \end{aligned} \quad [1]$$

Por supuesto, no todas las relaciones poseen la misma relevancia económica, ni todas interesan en la misma forma para una investigación particular. En González Calvet (1999) se demuestra que sólo algunas de estas relaciones genéricas pueden tener sentido económico y se exponen las

condiciones para generar fluctuaciones cíclicas.<sup>2</sup> La gráfica 1 ilustra las relaciones que, en principio, parecen más plausibles. Aumentos en la tasa de acumulación presionan el tipo de interés al alza, mientras que aumentos del tipo de interés repercuten negativamente en la tasa de crecimiento (como se refleja en la línea de puntos discontinuos). Este sencillo bucle de retroalimentación (*feedback*) puede ser suficiente, con las restricciones adecuadas, para generar ciclos. Por otra parte, tanto la tasa de acumulación como la de interés pueden autoacelerarse generando focos de inestabilidad (véanse los bucles de retroalimentación de las propias variables). Que la inestabilidad acabe siendo un ciclo o lleve al colapso del sistema, dependerá de la existencia de acotaciones y de la formulación del modelo. En esta primera sección vamos a explorar el funcionamiento de una economía capitalista, tanto en su vertiente real como en la financiera, a fin de poder concretar algunas relaciones significativas.

#### GRÁFICA 1

##### *Esquema general de los ciclos reales-financieros*



## El sector real

Desde un punto de vista poskeynesiano (que no es único ni excluyente) la dinámica del sector real de la economía podría sintetizarse en los siguientes puntos:

1. *Nivel de producción de equilibrio en un momento dado.* De acuerdo con el principio de demanda efectiva introducido en los treinta por Keynes (1936) y Kalecki (1933-

<sup>2</sup> J. González Calvet (1999) desarrolla el análisis de este modelo general, establece todas las condiciones que deben cumplirse para que aparezcan fluctuaciones, sean de origen real, de origen financiero o ambos a la vez, y estudia todos los casos genéricos con significado económico, pero sin detallar ninguna especificación concreta como la que aquí se desarrolla.

1971), el capitalismo es un sistema limitado por el lado de la demanda. El nivel de producción de equilibrio en un momento dado no depende de la capacidad productiva instalada o de la población activa existente, sino de la demanda esperada por los empresarios. La producción será, concretando más, un *múltiplo de la demanda autónoma esperada*. En sentido estricto, la demanda autónoma incluiría las exportaciones, el gasto-público en bienes y servicios y la inversión de modernización. Es conveniente distinguir dos tipos de inversión. La inversión de expansión aspira a ampliar la capacidad productiva para producir, en condiciones eficientes, “más de lo mismo”. Forma parte de la demanda inducida que en nuestro modelo es captada por el multiplicador-acelerador. La inversión de modernización, por el contrario, aspira a transformar la capacidad productiva para producir nuevos bienes o los mismos bienes por diferentes métodos. Es el vehículo ordinario del cambio técnico

2. *Crecimiento de la producción a lo largo del tiempo*. Expresado en clave dinámica, el principio de la demanda efectiva sugiere que la economía acabará creciendo al ritmo marcado por el crecimiento de la demanda autónoma. Habrá equilibrio macroeconómico de plena capacidad, si este ritmo coincide con la *tasa de crecimiento garantizada*, esto es, con la que resulta de invertir el ahorro correspondiente a la renta de plena capacidad (Harrod, 1939). Esta tasa depende de las pautas de gasto (o ahorro) y de la tecnología. Suele expresarse por el cociente  $g^* = s/v$ , donde  $s$  es la “propensión al ahorro”,<sup>3</sup> y  $v$  es la “relación capital / producto deseada”. En De Juan (1999) se explican los desequilibrios y ajustes que se generan cuando las dos tasas no coinciden. En este artículo, centrado en la inestabilidad procedente del sector financiero, supondremos que la demanda autónoma está creciendo exactamente a la tasa potencial o *tasa garantizada* ( $g^*$ ).<sup>4</sup> Nótese que, en equilibrio, la tasa de crecimiento de la economía, la

---

<sup>3</sup> Es importante recordar que  $s$  se refiere al porcentaje de la renta ( $Y$ ) susceptible de ser acumulado. Cuando la demanda agregada consiste sólo en consumo ( $C$ ) e inversión de expansión ( $I$ ), la propensión al ahorro se define como  $s = 1 - (C/Y)$ . Si se distingue entre inversión de expansión ( $I$ ) e inversión de modernización ( $Z$ ) (transforma la capacidad productiva al introducir nuevas máquinas que algún tiempo después desplazarán a las antiguas), el ahorro que financia  $Z$  no se acumula en el sentido propiamente dicho. Tampoco se acumulan en sentido estricto el consumo público ni la inversión pública, que debe considerarse inversión de modernización. Otro tanto cabe decir con las exportaciones netas: corresponden a un ahorro de la nación que no es acumulado, esto es, no aumenta la capacidad productiva. Esto es,  $Y - C - G - XN - Z =$  ahorro susceptible de ser acumulado e  $I =$  ampliar la capacidad productiva. Dado que la demanda agregada incluye inversión de modernización ( $Z$ ), gasto público en bienes y servicios ( $G$ ) y exportaciones netas ( $XN$ ), la propensión al ahorro debe definirse como:  $s = 1 - (C/Y) - (Z/Y) - (G/Y) - (XN/Y)$ .

<sup>4</sup> Este supuesto es necesario para que el atractor del sistema esté situado en  $g^*$ , esto es, que la senda de crecimiento de la economía se mueva, en promedio, a la tasa  $g^*$ . Con otras especificaciones más complejas del sector real del modelo esta hipótesis ya no sería necesaria.

tasa de acumulación del stock de capital fijo, la tasa de crecimiento de la inversión y la tasa garantizada coinciden. Ello no impide que en un momento dado la economía en su conjunto pueda crecer por encima o por debajo de esta tasa, a consecuencia de expectativas inadecuadas o de tensiones financieras. Las divergencias entre la tasa de crecimiento efectiva del stock de capital ( $g$ ) y la tasa garantizada ( $g^*$ ) implicarían, simplemente, que el grado de utilización de la capacidad productiva se sitúa por encima o por debajo del nivel que las empresas consideran óptimo (que la relación capital/producto *efectiva*, es inferior o superior a la *deseada*). Sin embargo, en promedio a largo plazo, las tasas de crecimiento efectivas se igualarán con la tasa garantizada

3. *Dinámica del empleo, los salarios y la inflación.* El equilibrio macroeconómico resultante de un modelo keynesiano “multiplicador-acelerador”, es compatible con tasas de desempleo más o menos elevadas y con diferentes tasas de inflación. La inflación se explica, por presiones en los costos. A menudo, como evidencian las teorías basadas en *curvas de Phillips*, estas presiones tienen su origen en el crecimiento excesivo de la demanda. Tras un período de fuerte crecimiento, los sindicatos estarán en mejores condiciones de conseguir aumentos de salarios, aumentos que los empresarios tratarán de trasladar a los precios

Una vez aclarado el marco analítico, centraremos nuestra atención en el stock de capital fijo ( $K$ ) correspondiente a un momento dado y su crecimiento a lo largo del tiempo ( $g$ ). En ausencia de progreso técnico, o suponiendo que la inversión de modernización trae consigo un *progreso técnico neutral en sentido de Harrod*, el crecimiento del stock de capital discurrirá, en promedio a largo plazo, paralelo al crecimiento de la producción o renta.<sup>5</sup> Para los objetivos de este trabajo, la tasa de crecimiento del capital se corresponde con la tasa de crecimiento de la renta y es un testigo de la dinámica de la “economía real”.<sup>6</sup>

---

<sup>5</sup> El progreso técnico neutral en sentido de Harrod implica la constancia de la relación deseada “capital/producto” y la constancia de ciertas variables distributivas (participación de los salarios y beneficios en la renta). Aunque se trata de una herramienta teórica o pedagógica, esta hipótesis capta bastante bien la evolución de las economías capitalistas avanzadas desde la segunda guerra mundial.

<sup>6</sup> En presencia de fluctuaciones, las tasas de crecimiento del capital y de la renta están desfasadas entre sí y por tanto sólo coinciden en su promedio cíclico o a largo plazo, pero no en cada momento del tiempo. Ello es debido al hecho de que la producción depende de la demanda y, por tanto, la capacidad utilizada y la deseada pueden diferir.

El crecimiento del capital se materializa en la *inversión de expansión*. Ésta depende fundamentalmente del crecimiento esperado de la demanda agregada, a la cual se ajusta la producción ( $Y$ ). (Estamos suponiendo que la demanda autónoma y la demanda agregada, que no es sino un múltiplo de la anterior, están creciendo a la tasa garantizada,  $g^*$ ). Según el *principio del acelerador*, la *inversión neta deseada o planeada* ( $I_d$ ) ascenderá a  $v$  veces el crecimiento esperado de la demanda, donde  $v$  es la relación deseada “capital/producto”.

$$I_d = v \cdot g^* \cdot Y \quad [2]$$

La formulación anterior requiere varias precisiones. 1) Se trata de una formulación de equilibrio, donde el stock de capital está siendo utilizado en el grado deseado. Ahora bien, la relación capital/producto efectiva puede estar por encima o por debajo de la deseada. Es precisamente el principal mecanismo de ajuste con el que cuentan los empresarios para amoldarse a las fluctuaciones de la demanda. En las decisiones de inversión los empresarios tendrán en cuenta las carencias o excesos de capacidad productiva y modificarán consecuentemente el resultado de la fórmula anterior. 2) La ejecución de las decisiones de inversión puede distribuirse a lo largo del tiempo de diferentes maneras, según ilustra el *acelerador flexible*. El empresario típico, puede tener como pauta de conducta que la inversión anual no supere el valor de las ventas o del *cash-flow* o, simplemente, el endeudamiento puede estar limitado, al modo kaleckiano. De ser así, un proyecto de inversión muy ambicioso podría demorarse varios años. 3) La inversión resultante de la fórmula anterior ha sido planeada para un *interés* convencional ( $i^*$ ). Se trata del interés que ha regido en el pasado reciente y se espera prevalezca en el futuro. Las desviaciones del tipo de interés de mercado ( $i$ ) sobre el nivel convencional pueden afectar a la “inversión efectiva”. Con otras palabras, aunque los planes de inversión ( $I_d$ ) ya han sido decididos, su ritmo de ejecución puede retardarse o acelerarse, dependiendo de que el tipo de interés de mercado suba o baje. Centrándonos en este último factor, la inversión neta efectiva ( $I$ ) depen-

derá, por tanto, de las desviaciones relativas del tipo de interés, según una expresión del siguiente tipo:

$$I = v \cdot g^* \cdot Y \cdot f\left(\frac{i - i^*}{i^*}\right) \quad [3]$$

donde  $f$  representa una función no especificada, cuyo valor es mayor, igual o menor que la unidad según que  $i$  sea menor, igual o mayor que  $i^*$ .

La relación inversa entre inversión y tipo de interés es aceptada por neoclásicos y keynesianos. Lamentablemente, para una ocasión en la que existe acuerdo, la evidencia empírica se encarga de contradecirlo. Al lector no le costará trabajo comprobar que en los auges la inversión alcanza altas proporciones de la renta a pesar de los elevados tipos de interés; mientras que en las recesiones la inversión se reduce a la mínima expresión por más que bajen los tipos de interés (que en términos reales llegan a ser negativos). Sin embargo, esta evidencia no nos autoriza a postular una relación positiva entre inversión y tipos de interés. Nos informa simplemente que los determinantes fundamentales de la inversión son otros (en concreto, el crecimiento esperado de la demanda) y que los cambios en los tipos influyen más bien en el ritmo de ejecución de los planes de inversión (acelerándolos o retardándolos).

Para obtener la tasa de crecimiento efectivo bastará con dividir la inversión efectiva por el *stock* de capital del período de referencia, por lo que podemos escribir:

$$g = \frac{I}{K} = v \cdot g^* \cdot f\left(\frac{i - i^*}{i^*}\right) \frac{Y}{K} \quad [4]$$

La expresión anterior nos indica que la tasa de crecimiento del capital ( $g$ ) dependerá inversamente de las desviaciones relativas del tipo de interés sobre su nivel convencional, dada la tasa garantizada de crecimiento ( $g^*$ ), y el tipo de interés convencional ( $i^*$ ), pero también dependerá del grado de utilización de la capacidad. La evolución de la tasa de crecimiento del

stock de capital sería, por tanto, una expresión compleja que recogería el impacto de factores reales ( $Y, K$ ), financieros ( $i, i^*$ ) y de comportamiento de los inversores ( $f$ ).

Con el fin de distinguir entre el efecto del sector financiero y el de otros elementos, vamos a proponer una formulación simple de la dinámica de ajuste de la tasa de acumulación, en la que se han eliminado otros factores reales y que depende solamente del tipo de interés.

$$\dot{g} = -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \quad [5]$$

Siendo la tasa garantizada de crecimiento ( $g^*$ ) el valor de equilibrio para la tasa de acumulación ( $g$ ) la formulación [5] nos indica que en una economía cuya demanda autónoma está creciendo a la tasa garantizada, los cambios relativos de  $g$  dependen negativamente de la desviación relativa del tipo de interés de mercado sobre el tipo convencional. Para ser coherentes con nuestro modelo analítico y con los hechos, la relación ha de interpretarse en el sentido anteriormente explicado. En una economía capitalista las decisiones de inversión dependen fundamentalmente del crecimiento esperado de la demanda autónoma, que nosotros hemos supuesto constante e igual a la tasa garantizada de crecimiento durante el período de análisis considerado. Estos planes de inversión, sin embargo, pueden acelerarse (o retardarse) cuando el tipo de interés se sitúa por debajo (o por encima) del tipo convencional. En esos casos aparecería una divergencia entre la tasa de crecimiento efectiva y la tasa garantizada.

Naturalmente podrían plantearse formulaciones alternativas más complejas, donde el ajuste de la tasa de acumulación depende de sí misma a través de expresiones más complicadas. Sobre este tema hay una amplia literatura, en la que se proponen formulaciones de acelerador flexible, *proxys* del grado de utilización de la capacidad productiva, expectativas de demanda, u otras.<sup>7</sup> Sin embargo, aquí vamos a centrarnos en esta formula-

<sup>7</sup> Véase, por ejemplo, la selección de trabajos compilada por M. Jarsulic (1993).

ción simple por varias razones: 1) Como hemos advertido, nuestro interés se dirige a aislar los focos de inestabilidad financiera, por lo que no tiene sentido complicar el análisis con comportamientos complejos del sector real. 2) La inestabilidad del sector real no es una consecuencia del modelo multiplicador-acelerador, sino de la peculiar *función de reacción* que Harrod atribuyó al empresario-inversor. El empresario “harrodiano”, cada vez que advierte la sobreutilización de la capacidad productiva, eleva la tasa esperada de crecimiento. ¿No sería más lógico postular que se limitará a completar la capacidad que falta? En nuestro modelo, desde luego, donde el ritmo de crecimiento de la demanda autónoma es realmente “autónomo y objetivo”, no tiene sentido suponer que, a raíz de una sobreutilización de la capacidad productiva, los empresarios se harán más innovadores o descubrirán nuevos países donde exportar. 3) Los estudios empíricos realizados (Semmler y Franke, 1996) parecen confirmar la importancia del tipo de relaciones económicas destacadas en nuestro modelo.

## El sector financiero

Al igual que hicimos para la economía real y desde la tradición poskeynesiana, trataremos de resumir el funcionamiento del sector financiero de la economía en tres puntos:

1. *Activos financieros*. El sector real de la economía se identificó con el stock de capital y su tasa de crecimiento. Al sector financiero lo identificaremos con los activos financieros y su tasa de rendimiento. Son activos financieros las acciones, obligaciones y créditos, que representan la propiedad sobre el capital fijo y determinados derechos sobre el mismo. También, los depósitos y el efectivo en manos del público. La rentabilidad de los activos financieros suele medirse por el tipo de interés. En las acciones y obligaciones a medio y largo plazo, hay que considerar además su posible revalorización. Intereses y plusvalías constituyen el rendimiento financiero y, a la vez, el coste de oportunidad de la inversión productiva
2. *Dinero endógeno*. El dinero se identifica con los activos financieros más líquidos y que pueden utilizarse cómodamente como medios de pago: efectivo en manos del público y depósitos. Resulta imprescindible no sólo para el intercambio, sino para la organización de un proceso productivo que requiere tiempo. El dinero es *endógeno*

en el sentido poskeynesiano: “*credit driven and demand determined*” (Moore, 1988, p. 19). Los depósitos (o *dinero bancario*) aumentarán paralelamente a los créditos concedidos por los bancos. La demanda de estos créditos proviene fundamentalmente de las empresas inversoras, de las familias que adquieren vivienda y bienes de consumo duradero y de los especuladores financieros. El Banco Central (BC) se ve presionado a acomodar la base monetaria (o *dinero legal*) a esta demanda de crédito. De no hacerlo cambiaría la velocidad de circulación del dinero legal, o surgirían sustitutos al dinero convencional. Al tiempo que suministra liquidez al sistema, el BC fija (explícita o implícitamente) un “tipo de intervención” o “interés básico” que influye en el resto de los tipos de interés y en la marcha de la economía. En este sentido podemos decir que el *dinero no es neutral*

3. *El tipo de interés, un fenómeno convencional y monetario, sensible al riesgo financiero.* No existe un tipo real, determinado por fuerzas económicas “reales”, que actúe como centro de gravedad del interés vigente en los mercados. Lo que existe, en todo caso, es un *tipo de interés convencional*, el que ha regido en los últimos tiempos y se espera que prevalezca para el futuro (Keynes, 1936, p. 203). Estas convenciones pueden cambiar de unas épocas a otras, si bien en el espacio temporal al que se refiere este trabajo pueden considerarse constantes.<sup>8</sup> El tipo de interés es, por otra parte, un *fenómeno monetario* en la medida que puede ser influenciado por el Banco Central, según hemos indicado en el punto anterior. El tipo de interés de mercado ( $i$ , que identificaremos con los créditos anuales a los clientes preferentes de los bancos) se fija cargando un margen de beneficio ( $\varphi$ ) sobre el interés básico del BC ( $i_b$ ). Este margen depende del riesgo financiero que soportan las instituciones financieras<sup>9</sup>

$$i = i_b(1 + \varphi) \quad [6]$$

<sup>8</sup> En los treinta años que siguen a la segunda guerra mundial, el tipo de interés real de los bonos con mejor calificación fluctuó en torno a 3%. De 1983 a 1995 los tipos de interés alcanzaron una media de 5%, para situarse por debajo de 3% a partir de 1995.

<sup>9</sup> De Juan (2002) desarrolla esta idea siguiendo a Wray (1990) y la corriente poskeynesiana “estructuralista”. La corriente “horizontalista” (Moore, 1988 y Lavoie, 1992) considera que el interés de mercado se situará siempre a una distancia constante del interés de intervención; considera, por decirlo con otras palabras, que la hipótesis del dinero endógeno es incompatible con un cambio endógeno del tipo de interés. Posiblemente la diferencia no es tan radical como aparenta. Lavoie afirma que los bancos conceden créditos a un interés fijo “pero sólo a los prestatarios que consideran solventes”. Esta hipótesis lleva implícita una función horizontal de oferta de crédito que a partir de un momento se vuelve vertical. Nosotros suponemos que el giro no es tan brusco, que existe un tramo intermedio de pendiente positiva donde los bancos practican a la vez discriminación de precios (elevando el tipo de interés a los clientes bastante endeudados) y restricciones cuantitativas (negando el crédito a los clientes excesivamente endeudados).

Aclaradas estas premisas estamos capacitados para retomar el *leit motiv* de nuestro ensayo. ¿Cuál será la dinámica del tipo de interés y de qué dependerán sus fluctuaciones? En las ecuaciones que siguen a continuación se muestran tres modelos alternativos ( $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\gamma$ ,  $\eta$  son coeficientes positivos):

$$\hat{i} = \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) \quad [7a]$$

$$\hat{i} = \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \quad [7b]$$

$$\hat{i} = \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) - \gamma \cdot i^2 + \eta \quad [7c]$$

En la primera de las expresiones, la [7a], se está presuponiendo que la demanda de crédito financia sólo inversiones productivas (también podría financiar el consumo, pero no las inversiones especulativas). El mensaje fundamental es que el tipo de interés aumentará si los empresarios desean crecer por encima de la tasa garantizada durante cierto tiempo. La mejor explicación de este comportamiento se encuentra en el modelo de *fragilidad financiera* de Minsky (1975). Para este autor el riesgo de impago avanza paralelamente al grado de *apalancamiento financiero* de las empresas (proporción de recursos ajenos sobre recursos totales). Por definición, si las empresas desean crecer por encima del crecimiento potencial, el endeudamiento avanzará más deprisa que el capital fijo que le sirve de garantía. Los bancos son los primeros interesados en animar la demanda de créditos. Pero al constatar el fuerte riesgo en que incurren, rehusarán financiar nuevas inversiones empresariales, a no ser que los empresarios estén dispuestos a aceptar intereses mayores. Lo que ocurre, en otras palabras, es que incluso los clientes preferentes de los bancos se han vuelto más vulnerables y habrán de aceptar mayores tipos de interés.

En la expresión [7b] se introduce la posibilidad de que el crédito se demande también para la especulación financiera y que esta demanda no

tenga límites, pues los bancos responden gustosamente. El resultado previsible de esta actividad especulativa es que tanto las cotizaciones bursátiles como los tipos de interés entrarían en una espiral alcista. ¿Qué tipo de conductas y de mecanismos llevarán a este resultado? El esquema de Minsky sigue siendo útil. De forma endógena, como consecuencia de la maximización de beneficios por parte de empresarios, especuladores y banqueros, la financiación convencional, se transforma en financiación especulativa y acaba en una especulación tipo “Ponzi”, donde la deuda sólo puede servirse y amortizarse solicitando nuevos créditos. No es de extrañar que los bancos eleven más y más el tipo de interés para unos créditos que crecen como una bola de nieve sin garantías reales sólidas. El libro *Manías, pánicos y cracks* de Kindleberger (1978-1989) ofrece una explicación complementaria. El especulador observa las fuertes plusvalías que se están obteniendo en la Bolsa. Sabe que estos títulos están sobrevalorados, pero espera que todavía seguirán revalorizándose durante algún tiempo. Si son muchos los especuladores que adoptan esta conducta, sus expectativas se autoconfirmarán. Recordaremos que la suma de intereses y plusvalías representa el costo de oportunidad de la inversión productiva. Un costo excesivamente alto que acabaría en el colapso de la economía real, a no ser que la burbuja financiera explote antes.

Casos de una inestabilidad financiera tan extrema como los que se desprenden de esta formulación son difíciles de encontrar. Palma (1998) ilustra algunos ejemplos referidos a los países latinoamericanos y del sudeste asiático en la década de los noventa. Las crisis financieras se gestaron en mercados liberalizados y “desregulados”, donde los bancos y fondos de inversiones europeos y norteamericanos, inyectaron mucha liquidez. Los riesgos asumidos por estos agentes eran altos pero confiaron (y consiguieron) que al estallar la crisis los gobiernos se hicieran cargo de las deudas.

Esta situación no se da en los países capitalistas avanzados. La actividad de los bancos está más controlada y ellos son los primeros interesados en evitar la asunción de riesgos excesivos. Ante unos riesgos crecientes los bancos reaccionan no sólo elevando el tipo de interés, sino restringien-

do la oferta crediticia. A partir de cierto umbral la oferta de crédito se haría vertical lo que implica la negativa de la banca a entregar nuevos créditos por alto que sea el interés que los inversores y especuladores estén dispuestos a pagar. Los propios especuladores dejarían de demandar tales créditos cuando su costo se dispare y nadie confíe que las cotizaciones bursátiles sigan al alza. Para ganar en realismo se impone, pues, tomar en consideración los límites de la actividad especulativa. A este fin responde la expresión [7c]. En ella se acepta que la especulación financiera “autoacelera” el tipo de interés pero introduce un elemento corrector: cuanto más nos separamos del tipo convencional y de los valores económicos fundamentales, mayor será la reticencia a conceder créditos por parte del sistema bancario y menores las posibilidades de especulación. En la sección 2 tendremos ocasión de comprobar que esta hipótesis lleva a unos resultados más cercanos a los que se observan en la realidad.

Hasta el momento nuestra atención se ha centrado en los mecanismos endógenos. Por supuesto también pueden aparecer elementos exógenos que contribuyan a estabilizar o desestabilizar el sistema. La política monetaria es el más importante de ellos. Como hemos observado, el Banco Central fija un tipo de interés básico ( $i_b$ ) que sirve de pauta al tipo de interés del mercado. La regla de Taylor, que se ha verificado en muchos países, ilustra cómo los bancos centrales alteran el tipo de intervención cuando detectan una “brecha inflacionista directa” o una “brecha de *output*” (Taylor, 1999). Los operadores financieros anticipan la política monetaria contractiva y apuestan por subidas del tipo de interés de mercado a medio y largo plazo (o por descensos acompañados por una política monetaria expansiva en situaciones de deflación). Si el tipo de interés se considera un elemento de la función de costos, como opinan algunos poskeynesianos (Brockway, 1999), aparece un bucle de retroalimentación adicional: la creciente carga de intereses se trasladaría a los precios por lo que reclamaría nuevas subidas del tipo de interés básico. Para que el proceso no sea explosivo se requiere que los operadores confíen en que la política monetaria de altos intereses será transitoria y que, una vez atemperada la inflación, el Banco Central bajará el tipo de intervención a un nivel acorde con

el “interés convencional”, el cual continúa actuando como un centro de gravedad.

Del mismo modo que la política monetaria puede dar lugar a mayor inestabilidad, tampoco puede descartarse la posibilidad de que el tipo de intervención del Banco Central pueda usarse como un instrumento discrecional de política anticíclica. Sin embargo, el análisis completo de los efectos de la política monetaria requeriría cambios cualitativos importantes en nuestro modelo que deben dejarse para otra ocasión.

## DINÁMICA DE LOS MODELOS

Para conocer qué efectos tiene para el conjunto de nuestra sencilla economía cada uno de los comportamientos del sistema financiero presentados en la sección anterior, es necesario estudiar con mayor detalle el funcionamiento del modelo conjunto. Para ello se aborda el análisis de su dinámica, que viene dada por la expresión [5] y por cada una de las tres expresiones recogidas en [7].

Nuestra economía está en equilibrio cuando las variables  $(g, i)$  toman los valores  $(g^*, i^*)$ , esto es, cuando la tasa de crecimiento es igual a la tasa garantizada y el tipo de interés se iguala al tipo de interés convencional en el sentido de Keynes. Las trayectorias que sigue la economía buscando dicho equilibrio se obtienen del análisis del comportamiento del sistema dinámico autónomo que la define.<sup>10</sup> Este análisis se completará con algunas simulaciones numéricas, a título puramente ilustrativo.

### Modelo sin especulación financiera.

#### El esquema depredador-presa

La versión más simple del modelo viene dada por las expresiones [5] y [7a]. En este caso la tasa de crecimiento del tipo de interés sólo obedece a

---

<sup>10</sup> En González Calvet (1999) se concreta el marco de análisis para la clase genérica a la que pertenece el presente modelo. Aquí se analizan tres especificaciones concretas del caso / de dicho trabajo.

las desviaciones relativas de la tasa de crecimiento de la economía. No hay, por tanto, ningún tipo de comportamiento especulativo en lo referente al sector financiero. Simplemente el costo del crédito refleja el cambio de las condiciones de riesgo al que se exponen las empresas que desean crecer.

El sistema dinámico tiene la siguiente forma:

$$\dot{g} = -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \quad [5]$$

$$\dot{i} = \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) \quad [7a]$$

Este sistema dinámico, que viene expresado en tasas de crecimiento instantáneas, puede reescribirse mediante un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas, tal como se muestra a continuación:

$$g' = g \left[ -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \right] = \beta g - \frac{\beta}{i^*} gi \quad [8]$$

$$i' = i \left[ \delta \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) \right] = -\delta i + \frac{\delta}{g^*} gi \quad [9a]$$

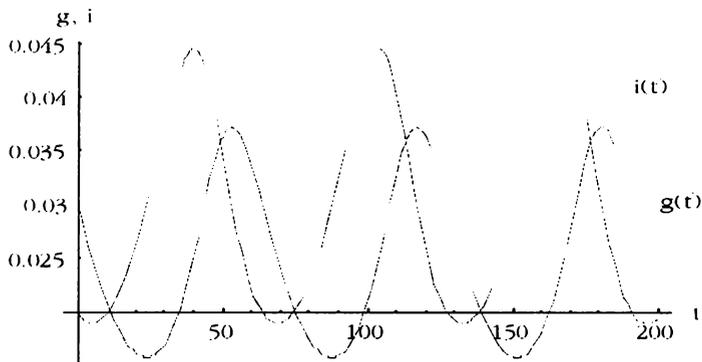
El sistema formado por las ecuaciones [8] y [9a] no es más que un modelo del tipo Lotka-Volterra. Se trata de un sistema “conservativo” cuyas trayectorias en el espacio de fases son órbitas cerradas y cuyo equilibrio es un centro (no es ni estrictamente estable ni inestable y los valores propios de la matriz jacobiana son nulos). Puede obtenerse la curva integral del sistema (su solución analítica), por separación de variables. Dicha solución es una familia de infinitas órbitas cerradas en torno al equilibrio y la solución concreta viene determinada por las condiciones iniciales (véase el apéndice para más detalles). En consecuencia, la trayectoria temporal

es una fluctuación cíclica, de período y amplitud constantes, que se repite indefinidamente.

En la gráfica 2 se ilustra la evolución de ambas magnitudes en el tiempo para los siguientes parámetros:  $\beta = 0.1$ ;  $\delta = 0.1$ ;  $g^* = 0.03$ ;  $i^* = 0.025$  y unas condiciones iniciales  $i_0 = 0.02$ ;  $g_0 = 0.03$ . El resultado de este ejemplo ilustrativo es que la economía se expande de forma cíclica y el tipo de interés sigue las fluctuaciones de la tasa de crecimiento con un retardo de un cuarto de ciclo.

GRÁFICA 2

*Evolución de (g, i) en el modelo sin especulación financiera*

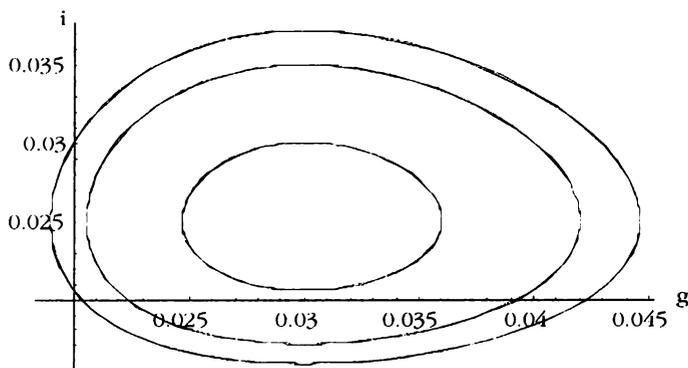


En la gráfica 3 se muestra la solución (la curva integral) en el plano de fases, para tres distintas posiciones iniciales y los mismos parámetros anteriores. Nótese como cada posición inicial posible daría lugar a una órbita distinta, esto es, la solución es una familia de infinitas órbitas de amplitud distinta, una para cada posición inicial (infinitos ciclos de amplitud distinta, una para cada posición inicial, pero con la misma frecuencia).

En este modelo, el tipo de interés aparece como un depredador de la tasa de crecimiento. Esto es, los costos financieros son los que acaban abortando la expansión por encima de la tasa garantizada. Asimismo, es el bajo nivel del costo financiero el que permite recuperar las altas tasas de crecimiento.

GRÁFICA 3

*Curvas solución del modelo sin especulación financiera*



Sin embargo, esta modelización de las fluctuaciones real-financieras es insatisfactoria por varias razones. Desde el punto de vista formal, se trata de un modelo *estructuralmente inestable*. Con esta expresión se quiere indicar que cualquier pequeño cambio en el comportamiento dinámico podría llevar a un cambio cualitativo en la naturaleza del equilibrio,<sup>11</sup> que pasaría a ser estable (y desaparecerían los ciclos) o inestable (y la economía se colapsaría definitiva e irreversiblemente). Por otra parte, es evidente que cualquier *shock* externo va a hacer saltar la trayectoria de una órbita a otra más cercana o más lejana del equilibrio, alterando la amplitud de las fluctuaciones, las cuales sólo dependerían de las condiciones iniciales y de estas perturbaciones externas. Ello es contrario a la experiencia que muestra que las economías acostumbran a fluctuar dentro de unos márgenes acotados, pese a los *shocks* de todo tipo. En conclusión, el esquema presen-

<sup>11</sup> Estos cambios *cualitativos* pueden ilustrarse con ayuda de la ecuación [7b], donde se introduce un nuevo término en la ecuación, que convierte al sistema en altamente inestable y lo lleva al colapso. Aun cuando el parámetro  $\epsilon$  de esa ecuación fuera infinitesimal, pero positivo, el modelo habría perdido las características dinámicas cualitativas del sistema formado por [5] y [7a] porque, como se muestra en el apéndice, la parte real de las raíces características del sistema deja de ser cero (centro) y toma valores positivos (foco inestable).

depredador anterior es un excelente punto de partida para explicar la dinámica cíclica, pero necesita ser completado para acercarlo más a la realidad.

### Modelo con especulación financiera y comportamientos simplistas

La incorporación de la especulación financiera puede realizarse, en la versión más simple, añadiendo un segundo término a la ecuación [9a], que recoja el movimiento del tipo de interés como función de sí mismo. El nuevo sistema quedaría expresado así:

$$\dot{g} = -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \quad [5]$$

$$\dot{i} = \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \quad [7b]$$

El segundo término de [9b] expresa que el tipo de interés crece o decrece linealmente con la desviación relativa sobre el tipo convencional. Se trata de un comportamiento simplista porque ante un riesgo creciente los bancos responden siempre elevando el tipo de interés (nunca restringiendo la concesión de créditos). Además, la respuesta a los cambios del tipo de interés es siempre proporcional a la desviación, con independencia de que ésta sea pequeña o grande.

Como en el caso anterior, vamos a reescribir estas expresiones en términos de tasas de variación temporal, para obtener el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$g' = g \left[ -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \right] = \beta g - \frac{\beta}{i^*} g i \quad [8]$$

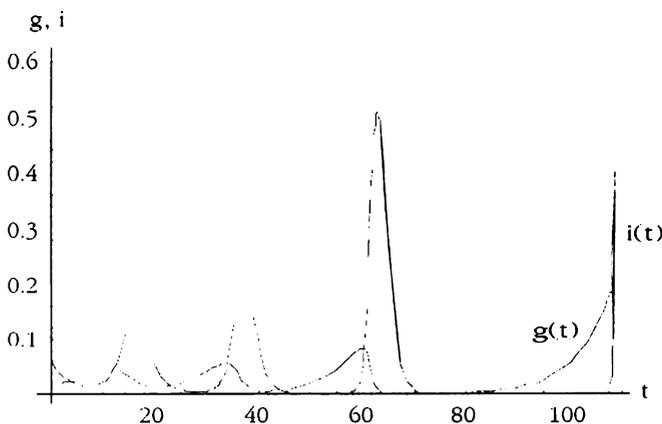
$$i' = i \cdot \left[ \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \right] = -(\delta + \varepsilon) \cdot i + \frac{\varepsilon}{i^*} \cdot i^2 + \frac{\delta}{g^*} g \cdot i \quad [9b]$$

Advertimos que las variaciones del tipo de interés dependen en [7b] de los valores que toma la misma variable, generándose una marcada autoaceleración. El análisis de la matriz jacobiana evaluada en el equilibrio nos muestra que los dos valores propios son positivos, por lo que el equilibrio es un foco, esto es, genuinamente inestable. El análisis del diagrama de fases muestra que las trayectorias del sistema tienen un sentido orbital y que, por tanto, hay fluctuaciones. Sin embargo, estas fluctuaciones no pueden acotarse y, por consiguiente, el sistema es globalmente inestable, esto es, las fluctuaciones se van agrandando hasta llegar al colapso económico irreversible, cuando el tipo de interés se dispara al alza (véase apéndice para las demostraciones).

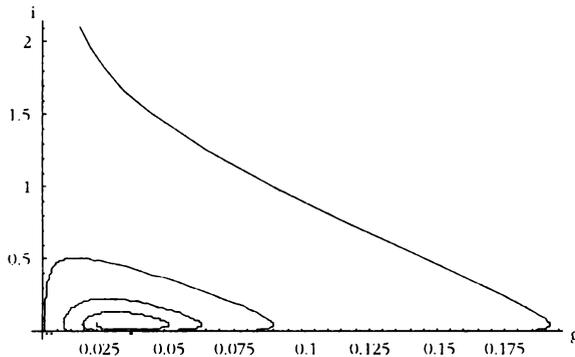
A título ilustrativo realizamos una segunda simulación, con parámetros especialmente escogidos para retrasar el colapso final del sistema. En la gráfica 4 se presenta la evolución temporal de  $(g, i)$  y, en la gráfica 5, la trayectoria de  $(g, i)$  en el espacio de fases. Los valores de los parámetros son:  $\beta = 0.15$ ;  $\delta = 0.75$ ;  $\varepsilon = 0.05$ ;  $g^* = 0.03$ ;  $i^* = 0.05$ . Los valores iniciales son  $g_0 = 0.02$ ;  $i_0 = 0.06$ .

GRÁFICA 4

*Modelo con especulación financiera simplista. Evolución temporal*



GRÁFICA 5  
*Modelo con especulación financiera simplista. Plano de fases*



### Modelo con especulación financiera y restricciones crediticias

La generalización de las prácticas financieras especulativas no es suficiente para justificar la formalización simplista del caso anterior. Todos los bancos practican restricciones crediticias cuando el riesgo financiero sobrepasa ciertos umbrales. Una forma muy simple de modelizar estos comportamientos es el uso de un acelerador flexible. El tipo de interés no dependerá ahora linealmente de las desviaciones sino que, para desviaciones grandes, la respuesta será menos que proporcional. En términos formales, basta con introducir una expresión adicional con signo negativo y de orden superior (cuadrática, cúbica u otras formulaciones más complejas) en la ecuación [9b]. Adicionando un término cuadrático las relaciones básicas de este caso quedan formuladas del siguiente modo:<sup>12</sup>

$$\dot{g} = -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \quad [5]$$

<sup>12</sup> A la ecuación [7c] se le añade la constante  $h\delta$  para asegurar que el tipo de interés de equilibrio sigue siendo  $i^*$ . El valor de  $h$  es  $g(i^*)^2$ .

$$\hat{i} = \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) - \gamma \cdot i^2 + \eta \quad [7c]$$

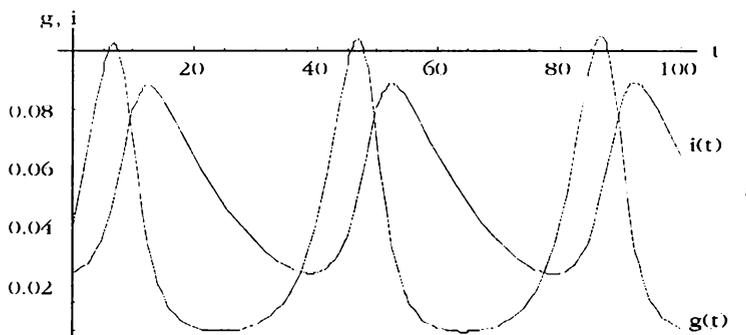
Rescribiendo el sistema en términos de tasas de variación, se obtiene:

$$g' = g \left[ -\beta \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) \right] = \beta g - \frac{\beta}{i^*} g i \quad [8]$$

$$i' = i \cdot \left[ \delta \cdot \left( \frac{g - g^*}{g^*} \right) + \varepsilon \cdot \left( \frac{i - i^*}{i^*} \right) - \gamma \cdot i^2 + \eta \right] \quad [9c]$$

El análisis de este sistema muestra que el equilibrio  $(g^*, i^*)$  es inestable para un amplísimo rango de valores de los parámetros, dentro del cual se incluye el rango de valores realistas. Por otra parte, esta inestabilidad queda acotada debido al componente flexible del acelerador del tipo de interés. Con ello queremos decir que aparecerán fluctuaciones cíclicas autosostenidas, constitutivas de un ciclo límite (de nuevo, remitimos al apéndice para las demostraciones). A diferencia del modelo puro depredador-presa, estas fluctuaciones son estructuralmente estables y, además, las perturbaciones externas sólo alteran temporalmente la trayectoria. Las características de los ciclos no dependen, por tanto, de las condiciones iniciales o de las perturbaciones, sino que vienen determinadas endógenamente por los comportamientos de los agentes económicos reflejados en la especificación funcional y en los valores de los parámetros del modelo. En la gráfica 6 se muestra una simulación del modelo con los siguientes valores paramétricos:  $\eta = 0.0225$ ,  $\beta = 0.4$ ,  $\delta = 0.0725$ ,  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\gamma = 9$ . El tipo de interés convencional y la tasa garantizada son:  $i^* = 0.05$ ,  $g^* = 0.03$ . Finalmente, las posiciones iniciales son:  $g_0 = 0.04$ ,  $i_0 = 0.025$ . La adopción de otras especificaciones más complejas o de orden superior lleva a resultados similares, cualitativamente idénticos. La amplitud y frecuencia de los ciclos varía según el valor de los parámetros y la especificación concreta que se utilice.

GRÁFICA 6

*Modelo con especulación financiera y restricción del crédito*

Debe resaltarse que el sistema deja de ser explosivo porque a partir de ciertos niveles del tipo de interés el término con  $i^2$  prevalece sobre el término lineal. En el modelo es una mera cuestión formal pero la intuición económica que hay detrás de ese formalismo es que puede haber diversos procesos que llevan a ese comportamiento no lineal. El primer ajuste ante cambios en la demanda de crédito viene dado por el tipo de interés pero, cuando  $i$  llega a cierto umbral, deja de ser la variable de ajuste y se ponen en marcha otros mecanismos. La restricción del crédito es uno de los más importantes,<sup>13</sup> pero también podrían utilizarse otros filtros financieros, o podría atribuirse la no linealidad a cambios de comportamiento de los inversores cuando el tipo de interés alcanza determinado valor u otras causas. En el modelo no se especifica ninguno de tales mecanismos, por lo que se trata de un modelo genérico, compatible con

<sup>13</sup> El racionamiento del crédito opera por pura racionalidad bancaria. Sólo conviene conceder los créditos que razonablemente se van a devolver y no tiene sentido que un banco suba indefinidamente los tipos de interés porque convierte a sus créditos en incobrables y se autocondena a la quiebra. Por tanto, el tipo de interés es un mecanismo de racionamiento automático que funciona bien y con un bajo costo dentro de ciertos límites pero, más allá de ellos, se impone otro tipo de acciones, hay que mirar cada crédito con lupa y funcionar con otros criterios. Estas situaciones se dan en los momentos extremos del ciclo en momentos de euforia o depresión.

cualquier explicación que acabe originando una respuesta no lineal cualitativamente similar a la aquí especificada.<sup>14</sup>

## CONCLUSIONES

1. La interacción entre las variables económicas reales y financieras puede captarse con la ayuda de un modelo “depredador-presa”. La tasa de crecimiento del stock del capital y de la renta, sería “la presa”. El tipo de interés, que refleja la rentabilidad de los activos financieros y, a la vez, el costo de oportunidad de la inversión productiva, actuaría como “depredador”. En nuestro modelo poskeynesiano de dinero endógeno, el tipo de interés no depende tanto del volumen de créditos concedidos como del riesgo de impago. La respuesta del sistema bancario a las diferentes situaciones de riesgo es la clave para entender cuándo y por qué los ciclos quedan acotados
2. El tipo de interés experimentará presiones alcistas cuando la economía lleve un tiempo creciendo por encima de la tasa garantizada. Los bancos suelen tener parte de responsabilidad en la alimentación de estos procesos de crecimiento descontrolado. Su negocio está asociado a la expansión del crédito y con ese fin conceden todo tipo de facilidades crediticias a las empresas. Sólo cuando constaten que el volumen de préstamos ha crecido por encima del capital físico que le sirve de garantía, reaccionarán elevando los tipos. Una elevación del tipo de interés de mercado por encima de su valor convencional paralizará algunos proyectos de inversión generando movimientos cíclicos. El ciclo que resulta del modelo sin especulación financiera presenta el problema de “inestabilidad estructural”. Cualquier perturbación externa o la más mínima alteración en el valor de los parámetros originarán fuertes cambios en la amplitud del ciclo. No parece, por tanto, una buena descripción de la realidad
3. Las presiones sobre el tipo de interés se asocian, en segundo lugar, a la especulación financiera. El circuito financiero es, en esencia, un reflejo de la economía real. Pero goza, y cada día más, de amplia autonomía que puede generar esos episodios que Kindleberger describió como “manías, pánicos y crisis”. Aunque, en un momento dado, las cotizaciones bursátiles estén por encima de su valor fundamental, seguirán subiendo si muchos agentes continúan apostando por ellas y obtienen crédito para

---

<sup>14</sup> Lo importante para la aparición del ciclo límite es que la interacción sea no lineal en una forma cualitativamente equivalente a la especificada en el modelo. Aquí se usa  $i^2$  por simplicidad, pero la no linealidad podría ser otra (cúbica, polinomial, etcétera), dado que lo relevante es que las primeras y segundas derivadas tengan una magnitud similar e idéntico signo que las de la especificación que aquí se usa en el entorno del equilibrio, esto es, que la respuesta del sistema sea parecida.

financiar sus posiciones. En estas situaciones es probable que tanto las plusvalías bursátiles como los tipos de interés suban, mientras la inversión productiva y la producción se estancan. Un sistema de estas características (especulación sin límites) generaría fluctuaciones explosivas que acabarían colapsando la economía. Tal inestabilidad extrema tampoco parece adecuada para describir la dinámica observada de las economías capitalistas avanzadas

4. Un modelo más realista debe limitar la realimentación de los tipos de interés, lo que se explicaría fácilmente mediante restricciones crediticias que limitan la especulación. A partir de un momento los bancos dejarán de conceder créditos a los especuladores e inversores excesivamente endeudados, incapaces, por tanto, de ofrecer garantías reales sólidas. La introducción de esta nueva hipótesis origina una dinámica más cercana a los hechos. Para valores de los parámetros con significado económico, se obtiene un ciclo límite que es estructuralmente estable
5. Los ciclos financieros que hemos analizado tienen un marcado carácter *endógeno*. Responden a comportamientos “racionales” de los agentes económicos, al deseo de los empresarios de obtener en sus inversiones productivas los mayores tipos de beneficios y al deseo de los bancos y rentistas de sacar el máximo rendimiento financiero a su cartera de valores. Cuando los manuales de Economía enumeran las *fallas del mercado* no debieran olvidar de incluir *el carácter desestabilizador de la especulación financiera*

## APÉNDICE

En esta sección se aborda el análisis formal de las tres variantes del modelo y se demuestran sus propiedades dinámicas. Siguiendo la metodología estándar, se procede al análisis de la matriz jacobiana del sistema dinámico, evaluada en el equilibrio, para determinar si dicho equilibrio es o no estable. Después se procede al análisis topológico para determinar el flujo de las variables en un entorno más amplio con el fin de analizar la estabilidad global del sistema. En nuestro caso, al tratarse de un sistema autónomo en dos dimensiones, este análisis global puede reducirse al estudio del diagrama de fases.

### Modelo sin especulación financiera

La matriz jacobiana del sistema y los valores que toma en el equilibrio, para  $g^*, i^*, \beta, \delta > 0$  son:

$$J = \begin{bmatrix} g'_g = \beta - \frac{\beta}{i^*} i = 0 & g'_i = -\frac{\beta}{i^*} g < 0 \\ i'_g = \frac{\delta}{g^*} i > 0 & i'_i = -\delta + \frac{\delta}{g^*} g = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & - \\ + & 0 \end{bmatrix} \quad [\text{A.1}]$$

Los valores propios de esta matriz evaluados en el equilibrio son imaginarios puros, dado que la traza del jacobiano es nula y el determinante es positivo ( $\text{Det } J = \delta\beta > 0$ ).

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\text{Tr}J \pm \sqrt{(\text{Tr}J)^2 - 4 \cdot \text{Det}J}}{2} = 0 \pm \sqrt{-\text{Det}J} = \sqrt{-\delta\beta} = \sqrt{\delta\beta} \sqrt{-1} \quad [\text{A.2}]$$

Dado que los dos autovalores son imaginarios puros, el equilibrio es un centro. Por otra parte, el sistema dinámico tiene solución analítica, pues puede hallarse su curva integral por separación de variables (véase, por ejemplo, Gandolfo, 1997). Por el teorema de Hirsch y Smale (1974, p. 262) dicha curva es una órbita cerrada. La expresión de la curva integral solución es:

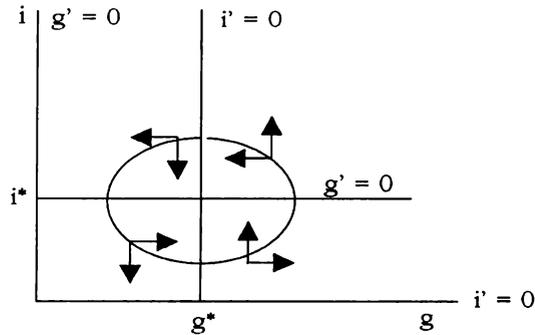
$$g^{-\delta} e^{\frac{\delta}{g^*} g} = A i^\beta e^{-\frac{\beta}{i^*} i} \quad [\text{A.3}]$$

siendo  $A$  una constante de integración que viene determinada por las condiciones iniciales. La duración del ciclo es, aproximadamente,  $2\pi/\sqrt{\delta\beta}$  que, en la simulación de la gráfica 2, corresponde a 62.8 unidades de tiempo.

El diagrama de fases de este modelo se representa en la gráfica 7. Las isoclinas se obtienen al igualar a 0 las expresiones [5] y [7a] respectivamente, por lo que los ejes de coordenadas también son isoclinas y el origen de coordenadas es un equilibrio trivial (punto de silla).

GRÁFICA 7

*Diagrama de fases sin especulación financiera*



**Modelo con especulación financiera simplista**

La matriz jacobiana del sistema y los valores que toma en el equilibrio, para  $g^*, i^*, \beta, \delta, \varepsilon > 0$  son:

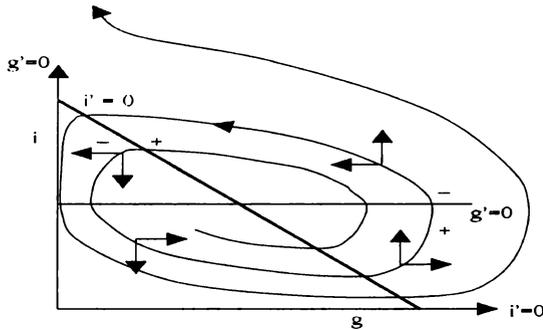
$$J = \begin{bmatrix} g'_g = \beta - \frac{\beta}{i^*} i = 0 & g'_i = -\frac{\beta}{i^*} g < 0 \\ i'_g = \frac{\delta}{g^*} i > 0 & i'_i = -(\delta + \varepsilon) + 2 \frac{\varepsilon}{i^*} i + \frac{\delta}{g^*} g = \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & - \\ + & + \end{bmatrix} \quad [A.4]$$

Los valores propios de esta matriz tienen su parte real positiva, dado que tanto la traza como el determinante son positivos.

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\text{Tr}J \pm \sqrt{(\text{Tr}J)^2 - 4 \cdot \text{Det}J}}{2} = \varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \text{Det}J} \quad [A.5]$$

En consecuencia, el equilibrio es inestable. Para determinar la dirección de las trayectorias se estudia el diagrama de fases, representado en la gráfica 8.

GRÁFICA 8

*Diagrama de fases con especulación financiera simplista*

En el diagrama se observa claramente que la trayectoria orbita en sentido contrario a las agujas del reloj, pero es explosiva porque no se puede acotar la inestabilidad. No se puede construir, en torno al equilibrio, un conjunto compacto y cerrado invariante (un área dinámicamente cerrada). Se podría imponer un límite superior *ad-hoc* al ascenso del tipo de interés y entonces el modelo generaría ciclos regulares como en la tercera variante del modelo. Pero se trataría de un mecanismo *ad-hoc*, sin explicación razonable dado que el tipo de interés no tiene, *a priori*, ningún límite máximo.

### Modelo con especulación financiera y restricciones crediticias

La matriz jacobiana del sistema dinámico y los valores que toma en el equilibrio, para  $g^*, i^*, \beta, \delta, \varepsilon, \gamma, \eta > 0$  son:

$$\begin{aligned}
 J &= \begin{bmatrix} g'_g = \beta - \frac{\beta}{i^*} i = 0 & g'_i = -\frac{\beta}{i^*} g < 0 \\ i'_g = \frac{\delta}{g^*} i > 0 & i'_i = -(\delta + \varepsilon) + \eta - 3\gamma i^2 + 2\frac{\varepsilon}{i^*} i + \frac{\delta}{g^*} g = \eta + \varepsilon - 3\gamma i^2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & - \\ + & ? \end{bmatrix} \qquad \qquad \qquad [A.6]
 \end{aligned}$$

El signo de  $i'$  evaluado en el equilibrio es, en principio, dudoso. La condición que debe cumplirse para que esa expresión sea positiva es:

$$\eta + \varepsilon > 3\gamma i^2, \text{ y dado que } \eta = \gamma i^2, \text{ la condición es: } \varepsilon > 2\gamma i^{*2} \quad [A.7]$$

Esta condición es muy probable que se cumpla. En efecto, dado que los valores que toma el tipo de interés en el equilibrio son pequeños (entre 0.01 y 0.1) la expresión  $3\gamma i^2$  toma necesariamente valores muy pequeños, del orden de algunas milésimas, por lo que aún en el caso que  $\gamma$  sea muy grande en comparación con  $\eta$ ,  $\varepsilon$ , la expresión  $i'$  del jacobiano tomaría un valor positivo. En ese caso, los valores propios del jacobiano tendrían su parte real positiva, dado que tanto la traza como el determinante serían positivos.

$$\begin{aligned} \lambda_1, \lambda_2 &= \frac{TrJ \pm \sqrt{(TrJ)^2 - 4 \cdot DetJ}}{2} \\ &= \eta + \varepsilon - 3\gamma i^2 \pm \sqrt{(\eta + \varepsilon - 3\gamma i^2)^2 - DetJ} \end{aligned} \quad [A.8]$$

En consecuencia, bajo la condición [A.7] las dos raíces tienen su parte real positiva y, por tanto, el equilibrio es inestable. Las trayectorias en el plano de fases se mueven en sentido contrario a las agujas del reloj, pero ahora quedan acotadas por la isoclina  $i' = 0$ , que establece un límite superior variable al tipo de interés y, por tanto, acota la inestabilidad. Para que el tipo de interés quede acotado es necesario que, en términos gráficos, la isoclina  $i' = 0$  tenga una forma similar a la representada en la gráfica 9. Esto es, es necesario que no corte el eje de  $i$  ya que entonces aparecerían dos nuevos equilibrios, uno de los cuales sería estable. Esta condición gráfica de "no corte del eje  $i$ " puede expresarse con la condición siguiente:<sup>15</sup>

$$\frac{g}{\delta i^{*2}} - 4(\delta + \varepsilon - \eta)\gamma < 0 \quad [A.9]$$

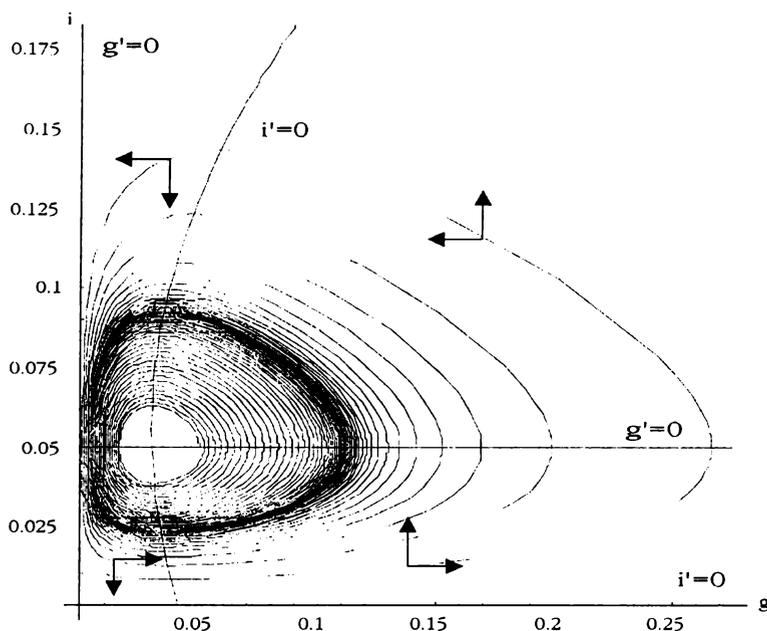
<sup>15</sup> Obsérvese que dicha condición exige que la isoclina  $i' = 0$ , que es una ecuación de 2º grado, tenga raíces complejas conjugadas en  $i$ , esto es, que no corte el eje  $i$ .

Por tanto, siendo todos los parámetros positivos, en este modelo la existencia de ciclos exige el cumplimiento simultáneo de las condiciones [A.7] (inestabilidad del equilibrio) y [A.9] (acotación de las fluctuaciones), lo que es plausible para un amplio rango de valores de los parámetros.

En la gráfica 9 se representan las isoclinas del sistema y se realizan dos simulaciones (los parámetros son los mismos que los empleados en la gráfica 6) con dos valores iniciales distintos para ilustrar el modo en que las trayectorias convergen hacia el ciclo límite.

GRÁFICA 9

*Diagrama de fases con especulación financiera y restricción del crédito*



## BIBLIOGRAFÍA

Brockway, G.P., "The 'Real Interest' Fallacy and the Fed's COLA", *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 22, núm. 1, 1999, pp. 149-159.

- De Juan, O., "Largas olas de prosperidad y depresión en la dinámica capitalista", en Bricall y De Juan (eds.), *Economía política del crecimiento, fluctuaciones y crisis*, Barcelona, Ariel, 1999, pp. 45-82.
- , "El tipo de interés, ese frágil eslabón entre el circuito económico real y financiero", en De Juan y Febrero (eds.), *La fragilidad financiera del capitalismo*, Cuenca, Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha, 2002.
- Gandolfo, G., *Economic Dynamics*, Berlín, Springer Verlag, , 1997.
- González Calvet, J. y J. Sánchez Chóliz, "Notes on Jarsulic's Endogenous Credit and Endogenous Business Cycles", *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 16, núm. 4, 1994, pp. 605-618.
- González Calvet, J., "Los ciclos: aspectos reales y financieros", en Bricall y De Juan, cap. 4, 1999, pp. 137-172.
- Goodwin, R.M., "A Growth Cycle", en C.H. Feinstein (ed.), *Socialism, Capitalism and Economic Growth*, Londres, MacMillan, 1967, pp.165-170.
- Harrod, R.F., "An Essay in Dynamic Theory", *Economic Journal*, vol. 49, 1939, pp. 14-33.
- Hirsch, M. W. y S Smale, *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*, San Diego, Academic Press, 1974.
- Jarsulic, M., "Endogenous Credit and Endogenous Business Cycles", *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 12, núm. 1, 1989, pp. 35-48.
- Jarsulic, M. (ed.), *Non-linear Dynamics in Economic Theory*, The International Library of Critical Writings in Economics (28), Aldershot, Edward Elgar, 1993.
- Kaldor, N., *The Scourge of Monetarism*, Oxford, Oxford University Press, 1982. (Especialmente la parte I, *The Radcliffe Report and Monetary Policy*, con las *Radcliffe Lectures* editadas en 1981 por la Universidad de Warwick).
- Kalecki, M., *Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy*, Cambridge, Cambridge University Press, 1933-1971.
- Keynes, J.M., *The general Theory of Employment, Interest and Money*, Londres, Macmillan, 1936. [Versión castellana en 1943: *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, México, FCE]

- Kindleberger, C.P., *Manias, Panics and Crashes*, Nueva York, Basic Books, 1978, 1989<sup>2</sup>. [Versión castellana de 1991: *Manías, pánicos y cracs. Historia de las crisis financieras*, Barcelona, Ariel].
- Lavoie, M., *Foundations of Post-Keynesian Economics*, Aldershot, Edward Elgar, 1992.
- Moore, Basile J., *Horizontalist and Verticalist: The Macroeconomics of Credit Money*, Cambridge, Cambridge University Press, 1988.
- Minsky, H., *John Maynard Keynes*, New York, Columbia University Press, 1975. [Versión castellana de 1987: *Las razones de Keynes*, México, FCE]
- Palma, G., “Three and a Half Cycles of ‘Mania, Panic and [Asymmetric] Crash’: East Asia and Latin America compared”, *Cambridge Journal of Economics*, núm. 22, 1998, pp. 789-808.
- Semmler, W. y R. Franke, “The Financial-Real Interaction and Investment in the Business Cycle: Theory and Empirical Evidence”, en G. Deleplace y E. Nell, *Money in motion. The Post Keynesian and Circulation Approaches*, Nueva York, St. Martin’s Press, 1996.
- Taylor, J.B. (ed.), *Monetary Policy Rules*, Chicago, University of Chicago Press, 1999.
- Taylor, L. y S. O’connell, “A Minsky Crisis”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 100, Suplemento, 1985, pp. 871-885.
- Wray, L. Randall, *Money and Credit in Capitalist Economies*, Cheltenham, UK, Edward Elgar, 1990.