

Hacia una predicción mejorada de la permeabilidad

I. Generalización de los modelos porosos Kozeny-Carman-Civan

Gustavo Mendoza Romero

Consultoría y Gestoría Petrofísica, IPN-ESIA -Ticomán-Ciencias de la Tierra, UNAM

gmr.petrofisica@gmail.com

Ogilvie Sánchez Álvarez

Consultoría y Gestoría Petrofísica, Posgrado FI, UNAM

caracterizacion.unam@gmail.com

Artículo recibido en junio de 2021-revisado-evaluado-correcto y aceptado en junio de 2022

Resumen

A diferencia de los modelos tradicionalistas en uso común, que asumen que los fluidos fluyen, a través de tubos capilares lisos, todos de igual magnitud que pueden ser:

- Rectos o curvos, sin interacción entre ellos, (modelos de Kozeny, 1927 y Carman, 1937), o bien,
- Curvos entrelazados y con perforaciones o fugas a lo largo de sus paredes, (modelo de Civan, 2002).

En este primer avance de la investigación, se considera que el desplazamiento de fluidos tiene lugar a través de canales de conducción cuyas paredes son rugosas de alta complejidad geométrica, que pueden estar total o parcialmente intercomunicados entre sí, generando zonas de entrapamiento que no contribuyen al flujo de los fluidos, (Pérez-Rosales, 1982).

Debido a que, para este complejo espacio poroso, se han investigado y establecido sólidas relaciones entre diversos conceptos petrofísicos que manifiestan una marcada influencia en el comportamiento de la permeabilidad, donde el *tipo de sistema poroso*, **TSP**, (Mendoza-Romero, 1994, 2011) juega un papel relevante, además de, la *estructura porosa eficiente*, **C**, la *porosidad de flujo*, la *tortuosidad*, **T**, el *coeficiente de partición*, **v**, el entrapamiento, **m**, la conectividad, **r** y el radio de garganta de poro, **rgp35**, entre otros.

Entonces, como punto de partida, al introducir estas interrelaciones en los modelos idealizados tradicionalistas, se llega a establecer una expresión modificada que puede ser una herramienta útil de interpretación, ya que posee algunas ventajas respecto a las expresiones propuestas a la fecha.

Entre otros resultados, contiene como casos particulares las Ecs. de Kozeny (1927), Carman (1937), Faris (1954) y Hagiwara, (1986) y su validez se sustenta en el uso de datos experimentales de núcleos tomados de la literatura.

Palabras clave: Permeabilidad, estructura porosa eficiente, porosidad de flujo, tortuosidad, conectividad, entrapamiento, coeficiente de partición, intensidad de fracturamiento, radio de garganta de poro.

Towards an improved permeability prediction

I. Generalization of the porous Kozeny-Carman-Civan models

Abstract

Unlike the traditional models in common use, which assume that fluids flow through smooth capillary tubes, all of equal magnitude, which can be:

- a. Straight or curved, without interaction between them, (models by Kozeny-Carman, 1927,1937), or else,
- b. Interlocking curves with perforations or leaks along their walls, (Civan model, 2002).

In this first advance of the investigation, it is considered that the movement of fluids takes place through conduction channels whose walls are rough with a high geometric complexity, which may be totally or partially interconnected with each other, generating entrapment zones that do not contribute to the fluid flow, (Pérez-Rosales, 1982).

Since, for this complex porous space, solid relationships have been investigated and established between various petrophysical concepts that show a marked influence on the behavior of permeability, where porous system type TSP, (Mendoza-Romero, 1994,2011) plays a relevant role, in addition to, efficient porous structure, C , flow porosity, Φ_f , tortuosity, T , partition coefficient, ν , entrapment exponent, m , connectivity, r and pore throat radius, $rgp35$, among others.

So, as a starting point, by introducing these interrelationships in the traditionalist idealized models, a modified expression is established that can be a useful interpretation tool, since it has some advantages over the expressions proposed to date.

Among other results, it contains as particular cases Eqs. de Kozeny (1927), Carman (1937), Faris (1954) and Hagiwara, (1986) and its validity is based on the use of experimental data of cores taken from the literature.

Keywords: Permeability, pore structure efficiency, flow porosity, tortuosity, connectivity, entrapment exponent, partition coefficient, pore throat radius.

Introducción

La existencia de un gradiente de presión, en el seno de las rocas almacenadoras, origina que los fluidos contenidos en sus poros interconectados, tiendan a migrar a nuevas posiciones. La medida de su capacidad de permitir, en mayor o menor grado, el desplazamiento de fluidos, se denomina permeabilidad.

No obstante que, su estudio analítico riguroso, representa una tarea difícil de realizar, debido a la enorme complejidad de las formaciones geológicas almacenantes. Su determinación y distribución correctas son de importancia económica primordial, debido al papel relevante que juega durante la fase de desarrollo de cualquier yacimiento (desde su exploración hasta su producción), así como, para su simulación numérica.

En consecuencia, es necesario investigar y establecer métodos confiables, geológicamente compatibles con la realidad física de los yacimientos, que permitan el cálculo y distribuciones correctas de la permeabilidad, tanto para las rocas naturales homogéneas e isotrópicas como para las formaciones carbonatadas de triple porosidad **IFV** (Interpartículas, de Fracturas y Vugular) donde, generalmente, se presentan combinaciones complejas de varios tipos de roca y diversas clases de porosidad, que almacenan en su interior diferentes tipos de fluidos y en donde su desplazamiento está controlado por variaciones drásticas de sus propiedades estáticas y dinámicas.

En este trabajo se asume, a diferencia de los prototipos tradicionalistas en uso común, que los yacimientos petrolíferos son en realidad sistemas físicos altamente heterogéneos y, en consecuencia, que su estudio analítico

bien fundamentado, requiere un replanteamiento general de fondo, comenzando desde su modelado inicial. Con esta idea en mente, se proponen dos primeras alternativas de solución:

1. Transformar las estructuras porosas de Kozeny-Carman y Civan al sustituir, los tubos capilares lisos, de igual magnitud: A) Rectos o curvos, sin interacción entre ellos, o bien, B) Curvos entrelazados entre sí y con perforaciones o fugas a lo largo de sus paredes, por canales rugosos de muy alta complejidad geométrica, que pueden llegar a generar zonas de entrapamiento, intercomunicadas o no, del tipo Pérez-Rosales, que han demostrado reflejar mejor la realidad física de las rocas y, a partir de esta acción,
2. Modificar las ecuaciones teóricas de Kozeny-Carman y Hagiwara, al sustituir sus variables, que manifiestan una marcada influencia sobre el comportamiento de la permeabilidad, por las diferentes correlaciones que han sido establecidas entre porosidades: total, primaria, secundaria, de flujo, así como entre estructura porosa eficiente, factor de resistividad, exponente de entrapamiento, tortuosidad, conectividad y radio de garganta, entre otros.

Estas acciones conducen a un primer modelo generalizado para evaluar la permeabilidad de las rocas, que tiene una base teórica sólida y confiable, donde el estudio referente a la conductividad eléctrica en medios heterogéneos⁶, tiene un papel esencial.

Antecedentes

Al revisar la literatura especializada relacionada con este tema se encuentra que, a la fecha, ha sido imposible desarrollar un procedimiento práctico que permita evaluar la permeabilidad. Se han realizado numerosas investigaciones, tales como:

1. **Regresiones lineales**, procesando, en diversas formas, los datos obtenidos de tres fuentes principales:
 - a) Análisis rutinario de núcleos, b) Pruebas de pozos y c) Pruebas de formación.
2. **Inferencias empíricas**, usando correlaciones entre varias respuestas de registros geofísicos de pozo y,
3. **Desarrollos de expresiones que relacionan el flujo de fluidos con las propiedades de las rocas.**

Dentro del primer grupo, se han propuesto correlaciones porosidad-permeabilidad simples, dirigidas a estimar la permeabilidad en pozos que no disponen de núcleos. Sin embargo, los resultados que arrojan no son confiables, ya que, en buena medida, no coinciden con los resultados de campo. Debido a esto, se han planteado otras correlaciones estadísticas, incorporando y ajustando otros parámetros. Una revisión extensiva de la mayoría de este tipo de modelos de permeabilidad, fue realizada por Nelson, (1994).

Por su parte, los modelos inferidos empíricamente, dentro del segundo grupo, quedan rebasados, ya que aplican solo en forma local, por la alta heterogeneidad que manifiestan las rocas IFV, debido a las grandes diferencias, depositacionales y texturales, existentes de un intervalo a otro. Ahmed et al (1991) proveen una revisión crítica y detallada de las técnicas de medición de permeabilidad y sus interrelaciones.

Las propuestas del tercer grupo, se sustentan en el uso de modelos teóricos, en los que la roca se ha idealizado de distintas formas. Uno de los más referenciados en la gran mayoría de los desarrollos teóricos sobre el tema, se debe a Kozeny (1927), quien propuso, como prototipo de la red porosa de las rocas, un paquete de tubos capilares lisos, todos de igual magnitud, rectos o curvos y sin interacción entre ellos, **Figura 1**.

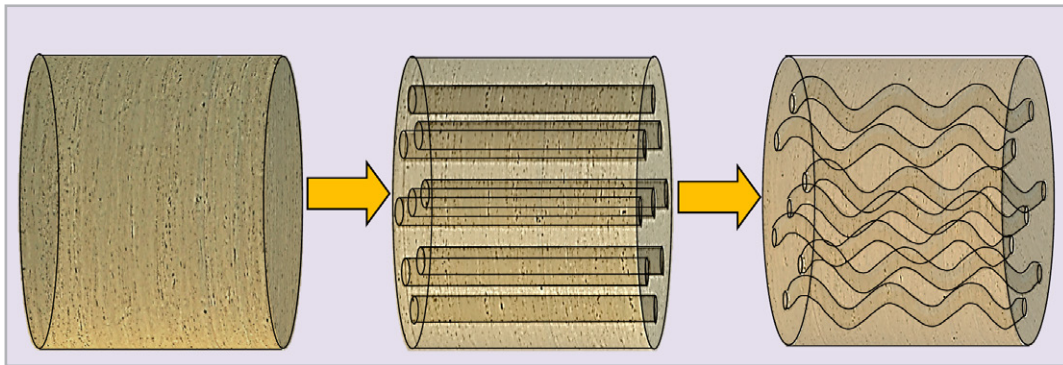


Figura 1. Modelo poroso de Kozeny, representado por un paquete de tubos capilares, rectos o curvos.

De esta forma, Kozeny (1927) fue pionero en formular una expresión que relaciona las propiedades de la estructura porosa con la permeabilidad, K , en términos del radio,

$$K = \frac{R^2 \phi}{8T^2} \quad (1)$$

R , la porosidad efectiva, ϕ , y la tortuosidad, T (con T cuando los tubos son rectos), que posee la siguiente forma (Apéndice A):

Que en función de la constante de Kozeny, ϕ , la porosidad, ϕ , y la superficie específica poral, S_p , puede expresarse como:

$$K = \frac{\phi}{C_K S_p^2} \quad (2)$$

Posteriormente, Carman (1937), al introducir en la Ec. (2) el concepto de superficie específica granular, S_g , el factor de forma, f_s , relacionado con la irregularidad de la superficie

porosa de la roca, e identificando con C_{kc} al producto de f_s por la tortuosidad, T , llegó a establecer la siguiente expresión: (Ver Apéndice A).

$$K = \left(\frac{1}{C_{KC} S_g^2} \right) \left(\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \right) \quad (3)$$

La cual es conocida como **Ec. de Kozeny-Carman**, donde para medios porosos no consolidados, $C_{kc} = 5$; al considerar $T = 2$ y un valor promedio de $f_s = 2.5$, mientras que, $C_{kc} > 5$, es representativa de fluidos multifásicos en medios porosos consolidados.

Más adelante, Faris et al (1954), publicaron un trabajo fundamentado en los desarrollos teóricos de Burdine et al (1950), a partir de los cuales, llegó a establecer la siguiente expresión:

$$K = \frac{126.6 R^2 \phi}{(FR\phi)^n} \quad (4)$$

En esta ecuación, 126.6 es una constante de conversión que permite expresar los valores de la permeabilidad en milidarcys. La expresión $(Fr\Phi)^n$ representa el cuadrado de

$$F_R \Phi = T^{1.67} \quad (5)$$

Conduce a:

$$K = \frac{126.6 R^2 \Phi}{T^{1.2}} \quad (6)$$

Una novedosa deducción alternativa de la relación 6, fue planteada por Hagiwara (1986) al demostrar, a partir del paquete de tubos capilares curvos debido a Kozeny-Carman (1927, 1937) **Figura 1**, que tanto la conductividad eléctrica

$$K = C_H \Phi^m < R^2 > \quad (7)$$

donde, C_H es una constante, Φ es la porosidad, m es el exponente de entrapamiento y $<R^2 >$ es el cuadrado del radio promedio de la garganta de poro en μm^2 .

Una relación similar a la Ec. 7, fue establecida por Watfa y Youssef en 1987, al estudiar los efectos que los cambios en

$$K = 126.7 \Phi^m Ra^2 \quad (8)$$

donde, la permeabilidad, K está en mD y Ra en μm .

Por su parte, Salem H. (1993), demostró numéricamente que la constante de Kozeny-Carman (CKC) es:

$$C_{KC} = T m \quad (9)$$

Misma que, describe mejor algunos efectos específicos sobre la conducción eléctrica e hidráulica de los medios porosos y se ajusta mejor que el producto de la tortuosidad (T) por el factor de forma (f_s).

A manera de una aplicación práctica relevante de la ecuación de Kozeny-Carman, (Ec. 3), Amaefule et al (1993), establecieron el concepto de Índice de Calidad

la tortuosidad, que al realizar la transformación algebraica, respecto a la ecuación empírica establecida por Winsauer et al (1952):

como la permeabilidad dependen de manera idéntica con la tortuosidad, concluyendo que la permeabilidad se relaciona con las propiedades geométricas de la roca a través de la relación:

la longitud de la trayectoria de flujo, La , y en el radio, R , generaban sobre la permeabilidad, K , en cada uno de los tubos del sistema. Su expresión, en términos de la porosidad total, Φ , del exponente de entrapamiento, m , y el radio promedio, Ra , presenta la siguiente forma:

de Yacimiento, ICY, como una herramienta de ayuda en el proceso de la caracterización de las formaciones geológicas en sus diferentes unidades hidráulicas de flujo, expresándolo como:

$$ICY = 0.0314 \sqrt{\frac{K}{\Phi}} = \left(\frac{1}{T \sqrt{f_s Sg}} \right) \left(\frac{\Phi}{(1-\Phi)} \right) \quad (10)$$

donde,

K = Permeabilidad,

ϕ = Porosidad,

T = Tortuosidad,

f_s = Factor de forma de la garganta efectiva de poro,

S_g = Superficie específica granular,

$T^2 f_s$ = FZE = Factor de Zonificación Eficiente y,

FZE $S_g = CH$ = Característica Hidráulica, e,

$IZF = \frac{1}{\sqrt{CH}} =$ Indicador de Zona de Flujo o parámetro de Unidad de flujo.

Este concepto y sus atributos fueron introducidos básicamente para yacimientos clásticos de porosidad primaria y sin arcilla. De aquí que, la caracterización de medios porosos complejos almacenadores de hidrocarburos, basada en esta expresión, a menudo arrojan resultados engañosos. Civan (1996, 2002), cita a algunos autores que muestran evidencias de que la relación permeabilidad vs. porosidad de tales yacimientos puede diferir, significativamente, de los modelos idealizados de Kozeny-Carman (1927, 1937).

Otro modelo idealizado de una roca, fue planteado por Civan, F. (2002), y consiste en un paquete de tubos capilares curvos, con aperturas en sus paredes, entrelazados entre sí, de forma tal que las perforaciones representan la interacción entre los tubos hidráulicos y el medio poroso, **Figura 2**.

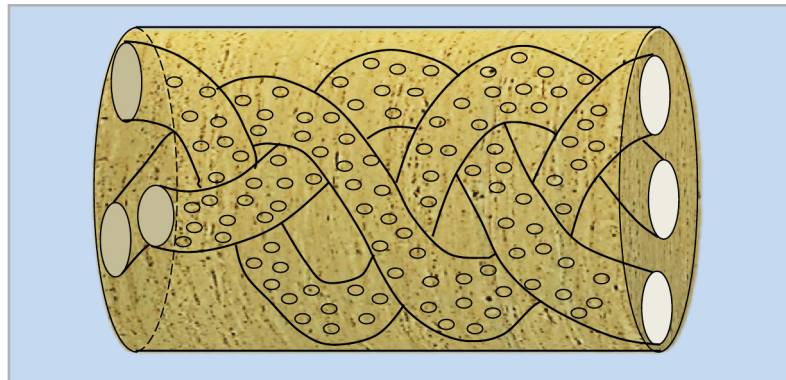


Figura 2. Modelo de tubos capilares entrelazados y con perforaciones o fugas a lo largo de ellos.

Fundamentándose en la premisa de que el medio poroso es el producto final de una distribución porosa complicada/irregular, difícil de evaluar con la geometría clásica

(Euclidiana). Civan, F. (2002) estableció, mediante el uso de atributos fractales, un modelo de permeabilidad dado por la siguiente expresión:

$$\sqrt{\frac{K}{\phi}} = \Gamma \left(\frac{\phi}{(\alpha - \phi)} \right)^\beta \quad (11)$$

donde, $\Gamma = S_g \sqrt{2T}$, es la función de conectividad porosa, α es el factor de exclusión de cementación y β es el exponente de la ley potencial

Las bases teóricas y la aplicación del modelo se comprobaron mediante el uso de datos experimentales, lo que permitió ilustrar que la ecuación de Civan (2002) proporciona aproximaciones más precisas, para describir las unidades de flujo del medio poroso, que las obtenidas directamente de la ecuación de Kozeny-Carman (1927,1937).

Sin embargo, del análisis minucioso realizado por Haro (2004), al comparar diversos modelos de permeabilidad (incluyendo el de Civan (2002)), concluyó que, no obstante que el modelo de Kozeny-Carman (1927,1937) no describe adecuadamente los sistemas porosos heterogéneos complejos, debido a las limitaciones inherentes en su deducción (antes descritas), resulta ser la correlación más práctica con buenas bases teóricas. De aquí que, este modelo constituya el punto de partida del trabajo presente.

Generalización de las estructuras porosas Kozeny-Carman y Civan

Como ya se ha establecido anteriormente, en este trabajo se asume, a diferencia de los modelos teóricos tradicionales en uso común, que los yacimientos petroleros son en realidad

sistemas físicos altamente heterogéneos y anisotrópicos. Con esta idea en mente, se plantea llevar a cabo las siguientes propuestas:

I. Sustituir las estructuras porosas de Kozeny- Carman y de Civan F., Figuras 1 y 2., por canales de conducción tortuosos, cuyas paredes pueden llegar a ser altamente rugosas y de una enorme complejidad geométrica que, tanto en poros abiertos como en poros de simetría, implícitamente generan zonas entrampadas. Figura 3.

De acuerdo a esto, el espacio poroso total, queda dividido en dos partes: una región identificada como porosidad de flujo, ϕ_f , asociada con los canales de conducción, y una zona de estancamiento llamada porosidad de entrampamiento, ϕ_{ent} , referida a las trampas para las cuales:

$$\phi = \phi_f + \phi_{ent} \quad (12)$$

y

$$\phi_f = \phi^m \quad \text{con } m \geq 1 \quad (13)$$

Se ha demostrado que estas zonas de flujo y regiones de estancamiento del tipo Pérez-Rosales (1982), describen mejor la realidad física del interior de las rocas, **Figura 3.**

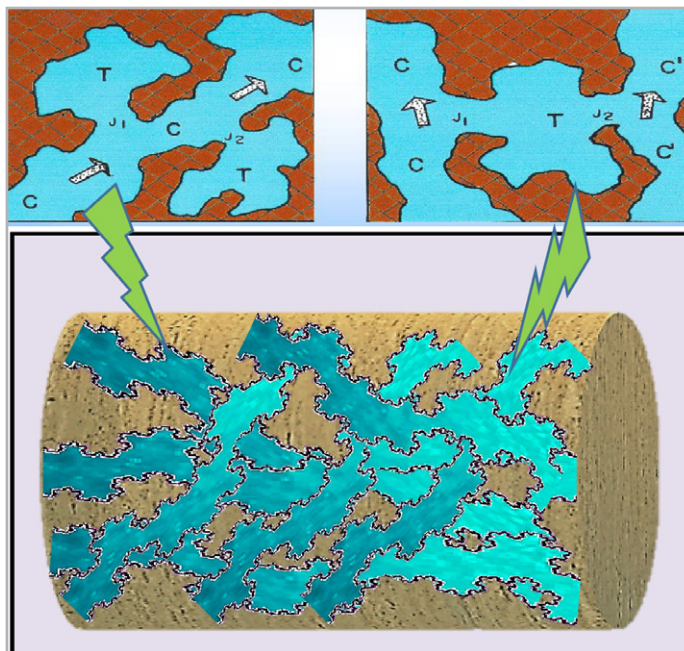


Figura 3. Modelo poroso generalizado representado por canales y trampas.

II. Modificar los modelos matemáticos de Kozeny-Carman (1927, 1937), debido a la transformación efectuada a su estructura porosa.

Esto es posible, casi de inmediato, dado que el modelo general de canales y trampas, ha sido ampliamente investigado y como resultado, se han establecido sólidas relaciones generales, entre algunos conceptos petrofísicos que tienen la particularidad de manifestar una marcada influencia sobre el comportamiento de la permeabilidad como son: la estructura porosa eficiente, el factor de resistividad, la tortuosidad, la conectividad, la garganta de poro, o bien, las mismas expresiones 12 y 13 anteriores que sustentan la interrelación entre las porosidades total y de flujo con el entrapamiento.

El análisis matemático del modelo fractal de Civan (2002), queda fuera del alcance de esta primera entrega y será tema de futuros avances de investigación. Además,

III. Realizar por separado el análisis e interpretación de las modificaciones a los modelos. Esto es para una mayor claridad, las mutaciones se llevarán a cabo separándolas en dos grandes grupos:

A. **Ecuaciones Tipo Kozeny**, que se distinguen porque están en función de una constante **C**, de la porosidad total, ϕ , del entrapamiento, **m** y del cuadrado del radio de garganta de poro, $\langle R^2 \rangle$, Expresiones: 1 (Kozeny, 1927), 4 a 6, (Faris, 1954), 7 (Hagiwara, 1986) y 8 (Wafra, 1986), y

B. **Relaciones Tipo Kozeny-Carman** (1937), formulaciones 2 y 3, que dependen de la constante, $C_{kc} = Tm$, de la porosidad total, ϕ , y de la superficie específica granular, **Sg**.

IV. Integrar, en las **Relaciones Tipo Kozeny-Carman** (Ecs. 2 y 3), los resultados de los estudios de sensibilidad efectuados (Mendoza-Romero et al, 1999, 2000) con el propósito de investigar la relación que guarda, o no, la superficie específica granular, **Sg** con cada una de las siguientes variables petrofísicas: Conectividad, **r**, Coeficiente de partición, **v**, Porosidad de flujo, ϕ_f , Porosidad de Zonificación, **FIZ**, Radio de garganta de poro, **rgp35**, Índice de radio eléctrico, **IRE**, Indicador de Zona de corriente, **IZC** y la función porosidad, $P = \left(\frac{\phi^{m+2}}{1-\phi^2} \right)$, Ver **Tabla 2**. De esta forma.

I. Mutación de las estructuras porosas de Kozeny-Carman y Civan

Resulta claro que, esta primera propuesta ha quedado cubierta, párrafos arriba, a través de la descripción esquemática detallada de la sustitución realizada a la estructura porosa de los modelos de Kozeny, Kozeny-Carman y Civan.

Relaciones básicas en la sustitución de las estructuras porosas KCC

Antes de procesar la segunda etapa relacionada con las variaciones obligadas a los modelos matemáticos de Kozeny-Carman (1927, 1937), como consecuencia de la mutación realizada a su estructura porosa. Es necesario repasar, primeramente, las principales relaciones que guarda la tortuosidad con algunos de los principales conceptos antes mencionados, que juegan un rol importante en la evaluación de la permeabilidad y, que aparentemente no guardan ninguna relación entre ellos.

1. Relaciones existentes entre Tortuosidad, Factor de resistividad, Porosidad total, Exponente de entrapamiento y Porosidad de flujo,

Como se mencionó anteriormente, Winsauer (1952) estableció que una forma práctica de evaluar la tortuosidad es a través de la expresión:

$$T = \phi F_R \quad (14)$$

La cual al expresarla en términos de la ecuación general $F_R(\phi)$ de Pérez-Rosales, (1982), proporciona la definición general de la tortuosidad dada como:

$$T = \phi (G \phi^{-m} + 1 - G) \quad (15)$$

Cuando $G \cong 1$ se encuentra que una forma aproximada de la relación 15 es:

$$T = \phi (\phi^{-m}) = \phi^{-m+1} \quad (16)$$

Entonces, considerando que el flujo es hidráulico, la tortuosidad puede reescribirse como:

$$T_H = (\phi^{-m+1})^2 = \left(\frac{1}{\phi^{m-1}}\right)^2 \quad (17)$$

O bien,

$$T_H = (\phi^{-m+1})^2 = \left(\frac{\phi}{\phi^m}\right)^2 \quad (18)$$

Al sustituir la expresión 13 en la ecuación 18, se obtiene:

$$T_H = \left(\frac{\phi}{\phi_f}\right)^2 = \frac{\phi^2}{\phi_f^2} \quad (19)$$

2. Relación existente entre Tortuosidad y Conectividad

Al correlacionar estadísticamente los valores de la Tortuosidad, T y la Conectividad, r , Mendoza-Romero, G (2000, 2020) demostró empíricamente que, la conectividad es inversamente proporcional a la tortuosidad:

$$r = \frac{1}{T} = \phi^{m-1} \quad (20)$$

Resultado que Pérez-Rosales, et al (2002) confirmaron teóricamente. Es claro que al despejar T de la expresión 20 se llega a la Ec. 16.

3. Relación existente entre Tortuosidad y Estructura porosa eficiente

Shang, et al (2003) introdujo el concepto de Modelo de Elemento de Roca Equivalente (EREM) por sus siglas en inglés. En el que, el espacio poroso se descompone en dos componentes ortogonales. Una componente, P_f , que se alinea y otra componente, P_p , que es perpendicular al gradiente del potencial eléctrico.

La relación del volumen de P_f al volumen de P_p se define como la eficiencia de la estructura de poros, C , la cual mide la distribución del espacio poroso en función del gradiente

de potencial eléctrico y que, la tortuosidad, T , en términos de la porosidad total, ϕ y de la eficiencia porosa, C , se expresa como:

$$T = 1 + \frac{(1-\phi)^2}{C} \quad (21)$$

Las expresiones 15 a 21 demuestran la no linealidad de las relaciones entre la tortuosidad, la porosidad total y el exponente m , así como, entre la tortuosidad y la porosidad de flujo, respectivamente.

De acuerdo a lo anterior, para el caso del modelo de Kozeny, conformado por un **paquete de tubos capilares lisos y rectos**, se observa que no existen entrapamientos, debido a que el total de la porosidad es de flujo ($\phi = \phi_f$) lo que, de acuerdo a la Ec. 13, **manifiesta un exponente $m = 1$** , y por lo tanto, con base a las expresiones 15 a 20, también **la tortuosidad, T es uno**.

(De igual forma, ocurre que, **cuando la porosidad**, tiende a uno ($\phi \rightarrow 1$), la tortuosidad T también tiende a la unidad ($T \rightarrow 1$), como es de esperarse.

II. y III. Análisis a las ecuaciones Tipo Kozeny

Una alternativa, práctica y directa, para determinar los efectos que ejercen tanto el exponente de entrapamiento, m y la porosidad de flujo, ϕ_f , en las expresiones Tipo Kozeny, consiste en reemplazar su variable tortuosidad, T , por sus respectivas relaciones $T(\phi, m)$ y $T(\phi, \phi_f)$.

II. Modificaciones a la expresión de Kozeny (1927)

A. Sustituyendo la expresión 18 (correlación, $T(\phi, m)$), en la Ec. 1, se obtiene:

$$K = \frac{R^2 \phi}{8T^2} = \frac{R^2 (\phi^{2m-1})}{8} \quad (22)$$

B. En tanto que, al sustituir en la misma Ec. 1, la relación 19 (expresión $T(\phi, \phi_f)$), da lugar a:

$$K = \frac{(R^2 \phi_f^2)}{8\phi} \quad (23)$$

Resulta claro que, las expresiones (22) y (23) se reducen a la ecuación de Kozeny cuando, en ambos casos, en los sistemas porosos bajo estudio, no existan entrapamientos (como ocurre con el paquete de tubos capilares), es decir, cuando $m = 1$, en consecuencia, $\phi = \phi_f$, y $T^2 = 1$ respectivamente.

II. Variaciones a la relación de Hagiwara (1986)

En primera instancia, empleando la Ec.17, se encuentra que la porosidad de flujo, ϕ^m , que aparece en la ecuación de Hagiwara (1986), puede expresarse, en términos de la tortuosidad, como:

$$\phi^m = \frac{\phi}{T_H^{\frac{1}{2}}} = \frac{\phi}{((\phi^{-m+1})^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

Sustituyendo (24) en (7), se llega a:

$$K = C_H \phi^m \langle R^2 \rangle = C_H \phi (\phi^{m-1}) \langle R^2 \rangle \quad (25)$$

La cual puede reescribirse, en la forma siguiente:

$$K = C_H \frac{\phi}{\left(\frac{1}{\phi^{m-1}}\right)} \langle R^2 \rangle = C_H \frac{\phi}{T} \langle R^2 \rangle \quad (26)$$

Puede observarse que la ecuación 26 es similar a la relación de Kozeny (Ec. 1), pero con una definición diferente para la tortuosidad (es decir, es equivalente a $1/8$ y T^2 es equivalente a T_H).

Luego, al sustituir el valor de T_H (expresión 17), en la relación 26, se obtiene la expresión siguiente:

$$K = C \phi^{2m-1} \langle R^2 \rangle \quad (27)$$

Asimismo, sustituyendo en la expresión 27 la relación (19), para ilustrar el efecto que ejerce la porosidad de flujo sobre la ecuación de Hagiwara (1986), se obtiene:

$$K = C \frac{\phi_f^2}{\phi} \langle R^2 \rangle \quad (28)$$

Nótese que, si se inserta la relación 13 en la ecuación 28, se llega a la misma expresión 27.

II. y III. Análisis a las ecuaciones Tipo Kozeny-Carman

Como una segunda alternativa que se plantea para reproducir, con la mayor precisión posible, los valores experimentales de la permeabilidad, se recurre a las expresiones, 2 y 3, del Tipo Kozeny-Carman (1927, 1937), mismas que están en función de la porosidad, ϕ , de una constante C_K o C_{KC} y de la Superficie específica poral, S_p , o granular, S_g , respectivamente. Siendo que, tanto las constantes como las Superficies específicas son las que mayor dificultad manifiestan para su evaluación. Sin embargo, en el siguiente inciso se da una breve descripción de la manera en que, aquí, se propone determinarlas.

IV. Integración de resultados del estudio de sensibilidad en las Ecs. Tipo Kozeny-Carman

Dado que, esta parte de la investigación se sustenta en el procesamiento de la ecuación 3, Tipo Kozeny-Carman entonces, en primera instancia, se propone el uso de la relación 9 para calcular la constante C_{KC} y para evaluar la Superficie específica granular, S_g , se recurre al análisis de reingeniería, sustentado en un estudio de sensibilidad ya descrito parcialmente en el inciso IV del apartado: **Generalización de las estructuras porosas Kozeny-Carman y Civan.**

Ver **Tabla 2** que muestra los resultados derivados de este análisis con los datos tomados de Gómez-Rivero, (1976) y Herrick y Kennedy (1995).

Verificación del modelo $m - \phi_f - T$ usando datos experimentales

Recopilación de la información:

Para realizar este proceso, se recopilaron de la literatura especializada sobre el tema, los siguientes **cuatro conjuntos de datos experimentales, a saber:**

1. 24 muestras de **arenas** interpretadas por Hagiwara (1986) y,
2. 20 muestras de **areniscas** presentadas por Faris (1954).

Ambos conjuntos, disponen de los valores medidos del cuadrado de radio promedio de poro, $\langle R^2 \rangle$, así como, de sus valores de porosidad, ϕ exponente de entrapamiento, m y permeabilidad, K , además,

3. 23 muestras de **carbonatos fracturados**, recopiladas por Gómez-Rivero, O. (1976) y, finalmente,

4. 8 núcleos de **carbonatos (porosidad mooldica por disolución)**, analizadas por Herrick y Kennedy (1995).

Estos dos grupos de datos, no disponen de valores del cuadrado de radio promedio de poro, $\langle R^2 \rangle$, pero si cuentan con sus valores de porosidad, ϕ , exponente de entrapamiento, m y permeabilidad, K .

Procedimiento de validación:

Con el propósito de verificar el modelo establecido entre el exponente de entrapamiento, m , la porosidad de flujo, ϕ_f y la Tortuosidad, T , usando las ecuaciones 17 a 19, se procedió de la siguiente forma:

Se tomaron como punto de partida, las cuatro series recopiladas de datos y respetando el orden arriba citado, se realizó lo siguiente:

1. Se determinaron valores de permeabilidad, a través de las relaciones 7, 27 y 28,
2. Los valores estimados se compararon con sus respectivos valores medidos de permeabilidad.
3. Se realizó un análisis comparativo entre la Ec.7 de Hagiwara (1986) y sus expresiones modificadas (Ecs. 27 y 28), aquí propuestas.

Procesamiento e interpretación de datos:

- A. **En primera instancia, por disponer del cuadrado del radio promedio de poro, $\langle R^2 \rangle$ se procesaron las dos primeras series de datos recopilados.** Usando el método de regresión lineal, el mejor ajuste de las expresiones 7, 27 y 28 con los datos de:

A1. Hagiwara (1986) mostró, respectivamente, las correlaciones siguientes: Ver **Figura 4.**

$$K = 15.37 (\phi^m \langle R^2 \rangle)^{1.148} \quad (29)$$

$$K = 78.71 (\phi^{2m-1} \langle R^2 \rangle)^{0.9964} \quad (30)$$

La ecuación 29 muestra una pendiente de 1.148 > 1, que es mayor a la anticipada por el método, mientras que la relación 30 proporciona una línea de pendiente aproximadamente igual a uno (0.9964) y un coeficiente de correlación mayor, **Figura 4**.

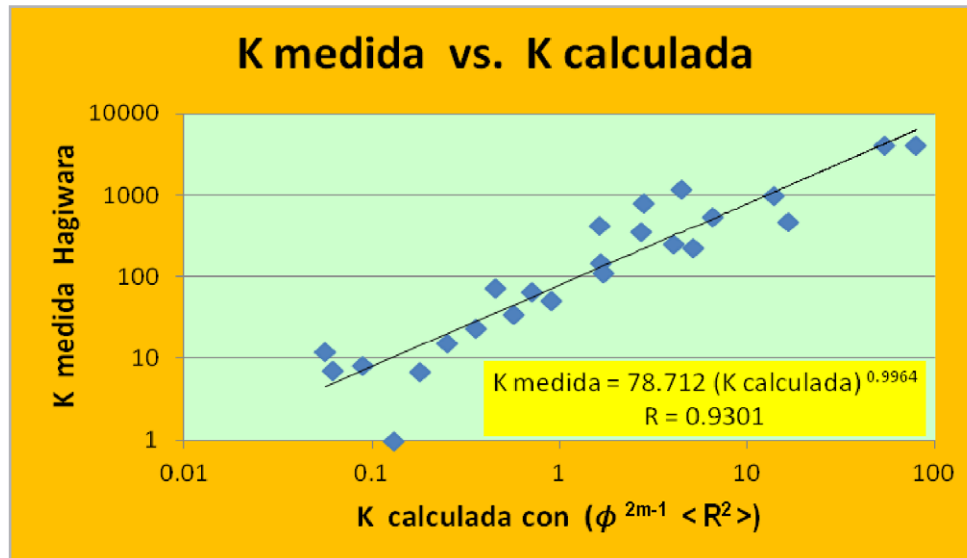


Figura 4. K medida (HGW) vs. K calculada con la Ec. Tipo Kozeny Modificada.

A2. Faris (1954) estableció, respectivamente, las correlaciones siguientes: Ver **Figura 5**.

$$K = 81.69 (\phi^m \langle R^2 \rangle)^{1.0974} \quad (31)$$

$$K = 283.63 (\phi^{2m-1} \langle R^2 \rangle)^{0.9677} \quad (32)$$

La expresión 31 muestra una pendiente de **1.097** > 1, que es mayor a la anticipada por el método, mientras que, la ecuación 32 proporciona una línea de pendiente cercana a **1 (0.9677)** y con un coeficiente de correlación = 0.9867, **Figura 5**.

Ambos resultados confirman fuertemente la validez de la estimación de la tortuosidad usando la expresión 17 y de la porosidad de flujo, a través de la Ec.19.

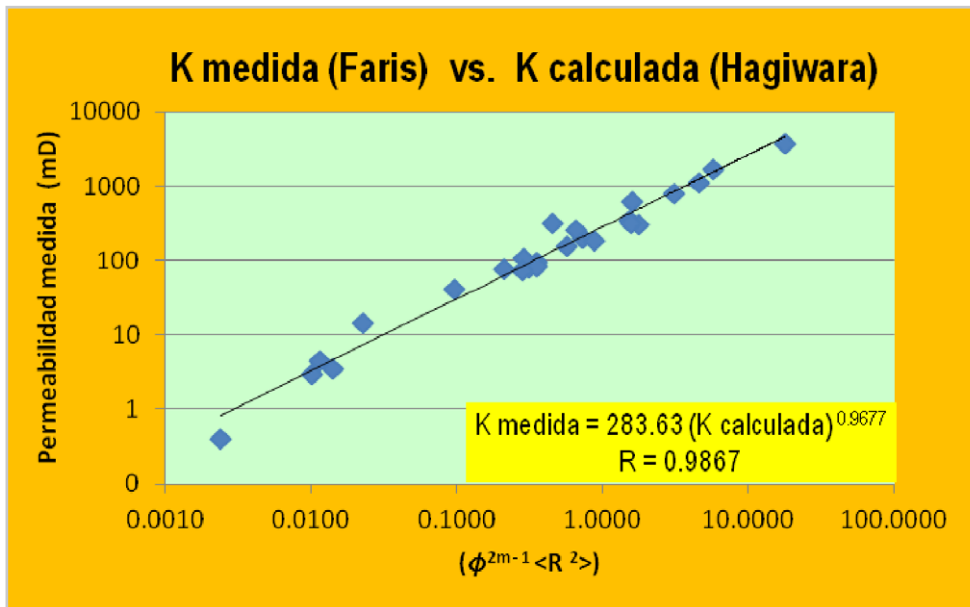


Figura 5. K medida (Faris) vs. K calculada con la Ec. Tipo Kozeny Modificada.

La validez general del procedimiento de cálculo aquí planteado, se demuestra por la gran semejanza existente entre los valores de permeabilidad: medida (Faris, 1954)

contra la calculada a través del modelo propuesto, o expresión Tipo Kozeny Modificada, **Figura 6**.

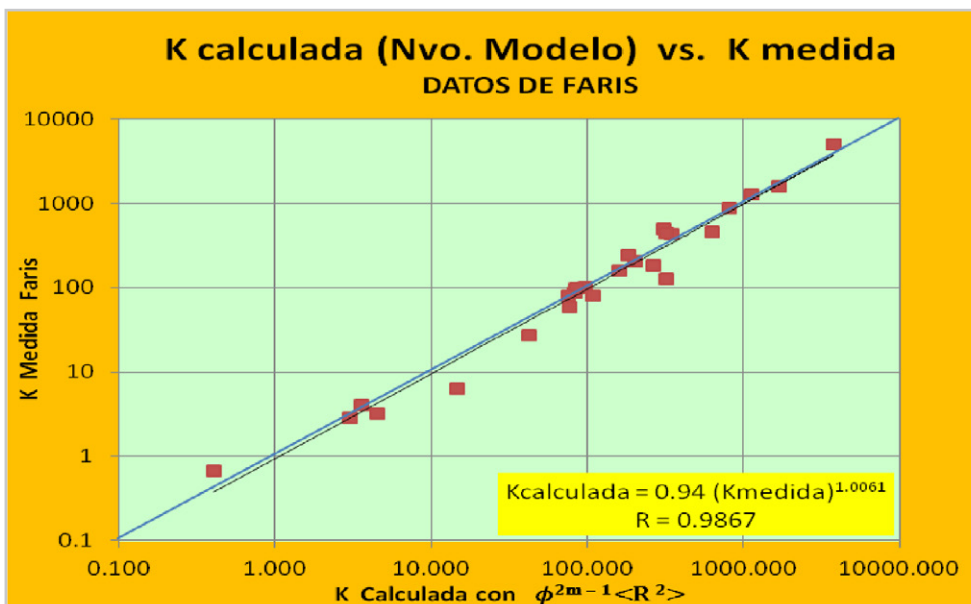


Figura 6. K calculada con la Ec. Tipo Kozeny Modificada vs. K medida (Faris).

B. En segunda instancia, por NO disponer del cuadrado del radio promedio de poro, $\langle R^2 \rangle$ se procesaron de dos formas distintas, las series 3 y 4 de datos recopilados. Usando el método de regresión lineal, el mejor ajuste de las expresiones 7, 27 y 28 con los datos de:

B.1 Primera alternativa de solución: Uso del radio de Faris y del radio de garganta de poro

Como una primera opción de disponer, en forma indirecta, del cuadrado del radio promedio de poro, $\langle R^2 \rangle$, se propuso utilizar los valores al cuadrado del: a) **radio de la ecuación de Faris, (Ec. 6)**, así como, b) **radio de garganta, $rgp35$** .

De esta forma, usando nuevamente el método de regresión lineal, entonces, el mejor ajuste de las expresiones 7, 27 y 28 con los datos de:

3. Gómez-Rivero (1976) condujo, respectivamente, a las correlaciones siguientes: Ver **Figuras 7 y 8**.

$$K = 612.32 (\phi^{2m-1} \langle r \text{ Faris}^2 \rangle)^{1.003} \quad (33)$$

$$K = 117.61 (\phi^m \langle r_{gp35}^2 \rangle)^{1.036} \quad (34)$$

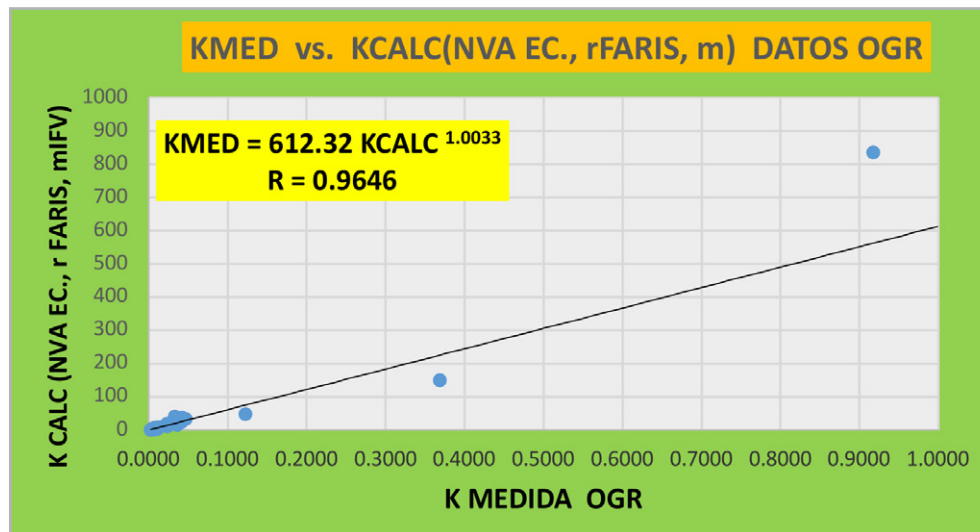


Figura 7. K calculada Ec. Tipo Kozeny Modificada vs. K medida (Gómez-Rivero).

Las expresiones 33 y 34 muestran pendientes, aproximadamente iguales a **1.0**, que coincide con la anticipada por el método, Figuras 7 y 8.

Ambos resultados confirman fuertemente la validez de la estimación de la tortuosidad usando la expresión 17 y de la porosidad de flujo, a través de la Ec.19.

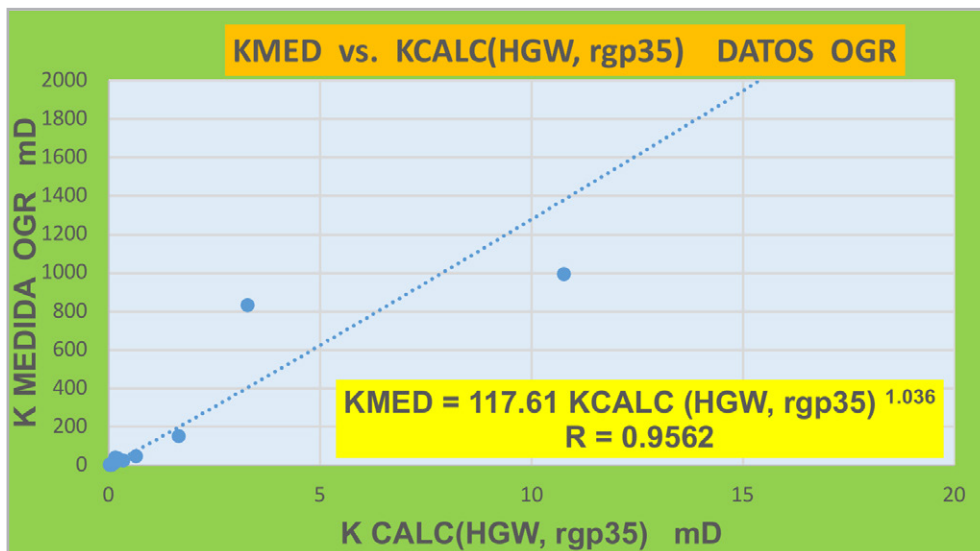


Figura 8. K calculada Ec. Tipo Kozeny (HGW) vs. K medida (Gómez-Rivero).

4. Con datos de Herrick y Kennedy (1995) llevó, respectivamente, a las relaciones siguientes: Figuras 9 y 10

$$K = 166.09 (\phi^{2m-1} \langle r_{Faris}^2 \rangle)^{0.480} \quad (35)$$

$$K = 96.496 (\phi^m \langle r_{gp35}^2 \rangle)^{0.554} \quad (36)$$

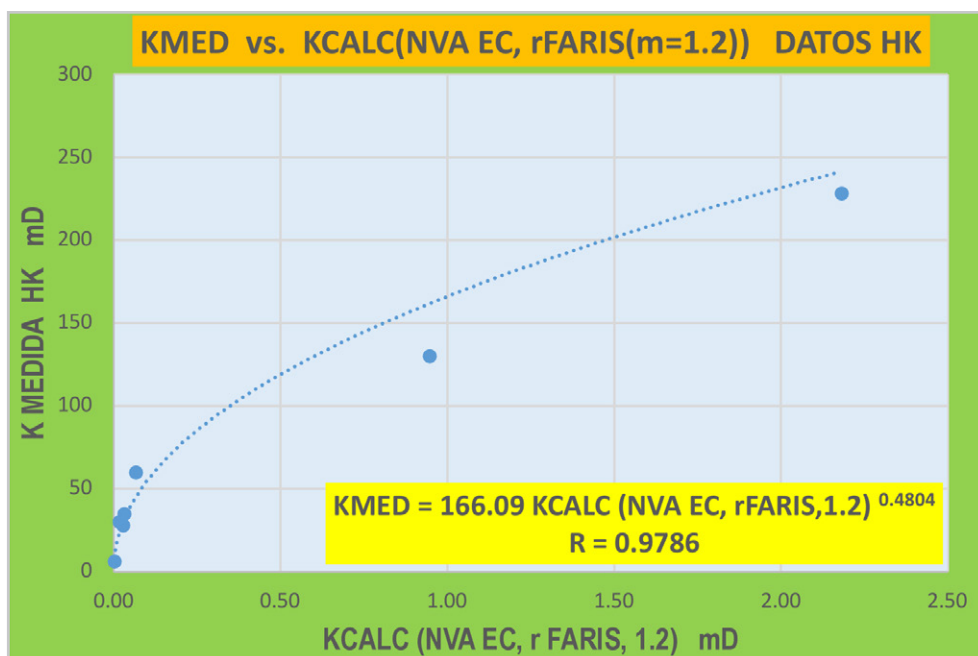


Figura 9. K medida (HK) vs. K calculada Ec. Tipo Kozeny Modificada.

Las ecuaciones 35 y 36 exhiben, respectivamente, pendientes de **0.4804** y de **0.5544**, que son menores a la anticipada por el método, Figuras 9 y 10. Lo cual contradice la estimación de la tortuosidad usando la expresión 17 y

de la porosidad de flujo, a través de la Ec.19. De aquí que, ante esta situación, se plantea la posibilidad de analizar e interpretar los datos de Herrick y Kennedy (1995), a través de la expresión (3).

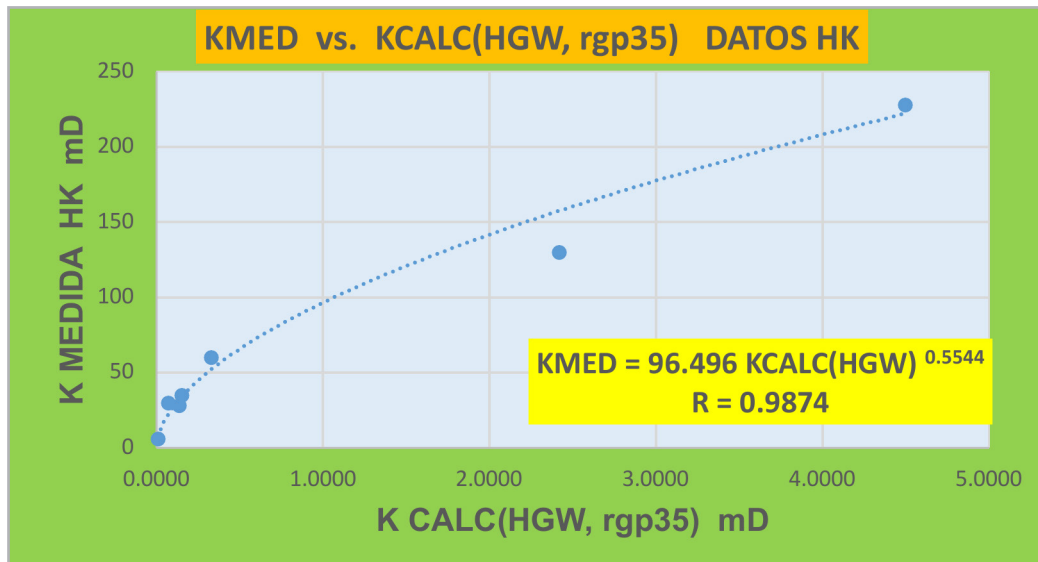


Figura 10. K medida (HK) vs. K calculada Ec. Tipo Kozeny (HGW, rgp35).

B.2 Segunda alternativa de solución: Modificaciones a las Ecs. Tipo Kozany-Carman

Como ya se explicó, el uso de la Ec. 3, Tipo Kozeny-Carman, requiere evaluar la Superficie específica granular, **Sg**. Para lo cual, tomando como punto de partida, los valores de 20

de las principales variables petrofísicas que manifiestan una fuerte influencia en el comportamiento de la permeabilidad, (Ver **Tabla 1**), se realizó un análisis de reingeniería, sustentado en un estudio de sensibilidad orientado a investigar y establecer la mejor interrelación que sostiene, **Sg**, con una o algunas de las variables antes citadas.

φ (%)	φ _{ma} (%)	φ _v (%)	FR	TSP	m	φ	K (md)	Ø _z	ICY	IZF	CONEC	COPAR	Sg	IRE	IZC	rgp35	T	CKC	C	Sg
											(FIT, m)	(FIS, FIT)								
12.90	9.10	4.10	105.00	IA/CC	2.273	0.0095	28.00	0.1481	0.0463	0.3124	0.0738	0.3241	0.0005	0.0351	0.2367	3.7785	13.545	30.781	0.0605	0.1568
20.10	12.00	9.20	58.00	IA/CC	2.531	0.0172	60.00	0.2516	0.0543	0.2157	0.0858	0.4579	0.0008	0.0589	0.2340	4.3512	11.658	29.503	0.0599	0.2500
21.40	10.30	12.40	74.00	CC/IA	2.792	0.0135	35.00	0.2723	0.0402	0.1475	0.0631	0.5783	0.0007	0.0538	0.1975	3.3191	15.836	44.208	0.0416	0.2562
22.20	7.20	16.20	132.00	CC/IA	3.244	0.0076	30.00	0.2853	0.0365	0.1279	0.0341	0.7281	0.0005	0.0410	0.1437	3.0460	29.304	95.069	0.0214	0.1481
17.80	5.10	13.40	279.00	CA/IA	3.263	0.0036	6.00	0.2165	0.0182	0.0842	0.0201	0.7518	0.0003	0.0253	0.1166	1.6306	49.662	162.029	0.0139	0.1324
23.50	12.70	12.40	49.00	IA/CC	2.687	0.0204	222.00	0.3072	0.0965	0.3142	0.0868	0.5264	0.0009	0.0693	0.2254	7.3074	11.515	30.945	0.0557	0.1686
21.40	17.50	4.70	30.00	IA/CC	1.750	0.0673	130.00	0.2723	0.0774	0.2843	0.3146	0.2209	0.0024	0.0845	0.3102	5.9906	3.178	5.562	0.2836	0.8367
26.50	18.00	10.40	26.00	CC/IA	1.800	0.0916	228.00	0.3605	0.0921	0.2555	0.3456	0.3912	0.0032	0.1010	0.2800	7.0063	2.893	5.208	0.2853	1.0084

Tabla 1. Ejemplo de las 20 variables petrofísicas analizadas para cada Autor Datos HK.

Los resultados derivados del análisis con los datos proporcionados por Gómez-Rivero, (1976) y Herrick y Kennedy (1995), se muestran en la Tabla 2.

No.	CORRELACIÓN	GÓMEZ-RIVERO	HERRICK y KENNEDY
1	Sg vs. COPAR	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.0003 \text{ COPAR}^{-1.285}$, $r = 0.6728$
2	Sg vs. CONEC	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.0085 \text{ CONEC} + 8E-05$, $r = 0.9855$
3	Sg vs. FIF	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.0333 \text{ FIF} + 0.0002$, $r = 0.9880$
4	Sg vs. FIZ	SIN CORRELACIÓN	SE OBSERVAN DOS TENDENCIAS
5	Sg vs. rgp35	$Sg = 0.0378 \text{ rgp35}^{-0.919}$, $r = 0.8874$	SE OBSERVAN DOS TENDENCIAS
6	Sg vs. IZC	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.0141 \text{ IZC}^{1.7965}$, $r = 0.7453$
7	Sg vs. CKC	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.0065 \text{ CKC}^{-0.602}$, $r = 0.9165$
8	Sg vs. C	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 3.003 \text{ C} + 0.061$, $r = 0.9812$
9	Sg vs. IRE	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.056 \text{ IRE}^{1.432}$, $r = 0.8352$
10	Sg vs. P	SIN CORRELACIÓN	$Sg = 0.027 \text{ P}^{0.5076}$, $r = 0.9560$

Tabla 2. Resultados del estudio de sensibilidad aplicado a los datos de OGR y HK.

Tomando en cuenta lo anterior, la expresión de Kozeny-Carman modificada puede expresarse como:

$$K = \left(\frac{1}{T_m (S_g \times \text{Correl})^2} \right) \left(\frac{\phi^{2m+1}}{(1-\phi)^2} \right) = \left(\frac{1}{T_m (S_g \times \text{Correl})^2} \right) \left(\frac{\phi_f^{2*0}}{(1-\phi)^2} \right) \quad (37)$$

Una inspección a la Tabla 2, muestra que la correlación con el más alto coeficiente de correlación es la No. 3: **Sg vs. FIF.**, con la cual se calcula la Superficie específica granular, **Sg**, y al evaluar la constante **C_{KC}**, con la relación 9. Entonces, es posible determinar los valores de la permeabilidad, mediante la expresión (37) de Kozeny-Carman modificada.

Los resultados se muestran en la **Tabla 3** y en la **Figura 11**, que ilustran la correspondencia existente entre los valores medidos y los calculados a través de las ecuaciones 35 y 37, respectivamente.

KCALC (Ec. 37) (mD)	K MEDIDA (mD)	K CALC (Ec. 35) (mD)
25.3922	28	29.5518
61.7159	60	45.1475
53.6462	35	30.9782
31.7453	30	22.7077
10.1861	6	8.5574
180.4339	222	85.0467
150.3710	130	161.7695
216.2936	228	241.5386

Tabla 3. KCALC vs. KMED DATOS HK.

En principio, estos resultados confirman fuertemente la validez de la estimación de la tortuosidad usando la expresión 17 y de la porosidad de flujo, a través de la Ec.19 y también sustentan los resultados del estudio de sensibilidad aquí aplicado.

Asimismo, la naturaleza no lineal de la porosidad de flujo, ϕ_f , resulta en una ley potencial (fractal) que es fuertemente impactada por el exponente de entrapamiento, m .

Observación:

Se decidió integrar en la Tabla 3 los valores de la permeabilidad, K_{CALC}, estimados a través de la correlación 35, ya que resulta interesante observar que, no obstante que manifiesta una pendiente menor a la unidad, que es el valor esperado teóricamente para las ecuaciones Tipo Kozeny. Sin embargo, tres de sus valores calculados, sobre todo el número 3, se apegan más a los valores medidos, que los generados con el modelo Kozeny-Carman.

Este hecho, abre una nueva expectativa a investigar, ya que con la información disponible no fue posible brindar una explicación sólida a dichos resultados.

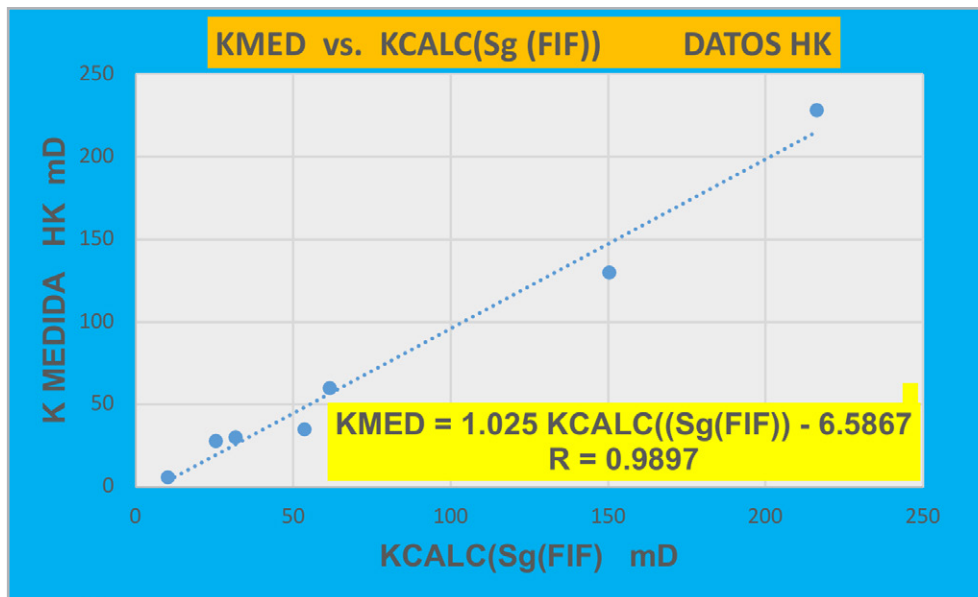


Figura 11. K medida (HK) vs. K calculada Ec. Tipo Kozeny-Carman.

Conclusiones

No obstante, lo complicado del problema que representa evaluar la permeabilidad de los yacimientos de triple porosidad IFV, se considera que las primeras aportaciones de este estudio conducen a una explicación mejor de los mecanismos de flujo que ocurren en las rocas, las cuales conforman una base que permitirá disponer de un método interpretativo de vanguardia en el procesamiento de los registros geofísicos de pozo.

Como una primera etapa, se desarrolló una expresión Kozeny-Carman generalizada, sustentada en un análisis teórico que parte del hecho de que la evaluación de la permeabilidad de los yacimientos fracturados vulgares de litología multicomponente, es más compleja de lo que en realidad se cree. Se trata de un problema multivariable, en el que intervienen para su evaluación, diversos parámetros en forma tal que, la variación mínima de uno solo de ellos, puede conducir a cambios drásticos en sus valores.

Una primera alternativa de solución que se planteó en este trabajo fue, sustituir el modelo de tubos capilares lisos, de igual magnitud, rectos o curvos, sin interacción entre ellos, base de las expresiones de uso común, por un modelo más realista, que considera que el flujo de fluidos dentro de las rocas naturales, tiene lugar a través de canales de conducción tortuosos, cuyas paredes pueden llegar a ser tan rugosas y de una alta complejidad geométrica, que implícitamente generen zonas de entrapamiento, intercomunicadas o no.

De esta forma, la ecuación modificada incorpora el concepto de porosidad de flujo a través de sus correlaciones existentes con la porosidad total, la tortuosidad, el exponente de entrapamiento y el radio de garganta de los poros. Se visualiza que el procedimiento de cálculo aquí propuesto, podrá simplificar y generalizar el uso de las técnicas de uso común y las de creación reciente, orientadas a una caracterización mejor de la permeabilidad.

Entonces, al introducir estas interrelaciones a través de las variables de los modelos idealizados tradicionalistas, se llega a establecer una expresión generalizada multifacética, que puede ser una herramienta útil de interpretación, ya que proporciona una mejor comprensión del mecanismo inicial del flujo de fluidos a través de las complejas redes porosas de las rocas y posee algunas ventajas con respecto a las formulaciones propuestas a la fecha.

Entre otros resultados, la relación modificada contiene como casos particulares las ecuaciones de Kozeny, 1927, Carman, 1937, Faris, 1954 y Hagiwara, 1986 y su validez se sustenta en el uso de datos experimentales de núcleos, tomados de la literatura.

Nomenclatura

C	Estructura porosa eficiente,
CH	Característica Hidráulica
C_H	Constante de Hagiwara,
C_K	Constante de Kozeny,
C_{KC}	Constante de Kozeny-Carman,
ICY	Índice de calidad de yacimiento,
IFV	Interpartículas, de Fracturas y Vugular,
IRE	Índice de radio eléctrico,
IZC	Indicador de Zona de corriente,
IZF	Indicador de Zona de Flujo o parámetro de Unidad de flujo.
FZE	Factor de Zonificación Eficiente

f_s	Factor de forma, adimensional,
F_R	Factor de resistividad, adimensional,
FIZ	Porosidad de Zonificación, adimensional,
K	Permeabilidad, mD
L	Longitud de una muestra de roca, m
L_a	longitud de la trayectoria de flujo, m
L_e	Longitud efectiva de recorrido de las líneas de flujo eléctrico, m
m	Exponente de entrapamiento, adimensional
P	Función porosidad,
r	Conectividad,
R	Radio de los tubos capilares, μm
R_a	Radio promedio de poro, μm .
$\langle R^2 \rangle$	Radio cuadrado promedio de poro, μm^2
$\langle r_{Faris}^2 \rangle$	Radio cuadrado promedio de poro, según Faris, μm^2
$rgp35$	Radio de garganta de poro, μm
S_g	Superficie específica granular, μm^{-1}
S_p	Superficie específica poral, μm^{-1}
T	Tortuosidad, adimensional
T_H	Tortuosidad Hidráulica, adimensional
v	Coefficiente de partición, adimensional

Símbolos Griegos

α	Factor de exclusión de cementación,
β	Exponente de la ley potencial de Civan
ϕ	Porosidad total, adimensional, fracción
ϕ_f	Porosidad de flujo, adimensional, fracción
ϕ_s	Porosidad de entrapamiento, adimensional, fracción
ϕ_z	Porosidad de Zonificación,
Γ	Función de conectividad porosa,

Referencias

1. Ahmed, U., Crary, S. y Coates, G. R. 1991. Permeability Estimation: The Various Sources and Their Interrelationships. *J Pet Technol* **43** (05): 578-587. SPE-19604-PA. <https://doi.org/10.2118/19604-PA>.
2. Amaefule, J. O., Altunbay, M., Tiab, D., Kersey, D. G. 1993. Enhanced Reservoir Description: Using Core and

- Log Data to Identify Hydraulic (Flow) Units and Predict Permeability in Uncored Intervals/Wells. Artículo presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, EUA, octubre 3-6. SPE-26436-MS. <https://doi.org/10.2118/26436-MS>.
3. Burdine, N. T., Gournay, L. S. y Reichertz, P. P. 1950. Pore Size Distribution of Petroleum Reservoir Rocks. *J Pet Technol* **2** (07): 195-204. SPE-950195-G. <https://doi.org/10.2118/950195-G>.
 4. Carman, P.C. 1937. Fluid Flow Through Granular Beds. *Trans Ins. Chem Eng* **15**: S-32-S48.
 5. Civan, F. 1996. A Multi-Purpose Formation Damage Model. Artículo presentado en SPE Formation Damage Control Symposium, Lafayette, Louisiana, EUA, febrero 14-15. SPE-31101-MS. <https://doi.org/10.2118/31101-MS>.
 6. Civan, F. 2002. Fractal Formulation of the Porosity and Permeability Relationship Resulting in a Power-Law Flow Units Equation - A Leaky-Tube Model. Artículo presentado en SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, Lafayette, Louisiana, EUA, febrero 20-21. SPE-73785-MS. <https://doi.org/10.2118/73785-MS>.
 7. Darcy, H. N. 1856. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon* (Vol. Determination of the Law of Flow of Water Through Sand). Paris: Victor Dalmont.
 8. Faris, S. R., Gournay, L. S., Lipson, L. B. et al. 1954. Verification of Tortuosity Equations: Geological Notes. *AAPG Bulletin* **38** (10): 2226-2232. <https://doi.org/10.1306/5CEAE08B-16BB-11D7-8645000102C1865D>.
 9. Gómez-Rivero, O. 1976. A Practical Method for Determining Cementation Exponents and Some Other Parameters as an Aid in Well Log Analysis. *The Log Analyst* **17** (05). SPWLA-1976-vXVIIIn1a4.
 10. Hagiwara, T. 1986. Archie's m for Permeability. *Petrophysics* **27** (1): 39-42. SPWLA-1986-vXVIIIn5a2.
 11. Haro, C. F. 2004. The Perfect Permeability Transform Using Logs and Cores. Artículo presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, EUA, septiembre 26-29. SPE-89516-MS. <https://doi.org/10.2118/89516-MS>.
 12. Herrick, D. C. y Kennedy, W. D. 1995. Formation Resistivity Factor and Permeability Relationship in Rocks Characterized by Secondary Solution Porosity. Artículo presentado en SPWLA 36th Annual Logging Symposium, París, Francia, junio 26-29. SPWLA-1995-QQ.
 13. Kozeny, J. 1927. Über Kapillare Leitung des Wassers im Boden (Aufstieg Versickerung und Anwendung auf die Bewässerung). *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse* **136** (2a): 271-306.
 14. Mendoza-Romero, G. 1994. Modelos Petrofísicos para la Descripción de Yacimientos Fracturados. III Taller Internacional de Informática y Geociencias (GEOINFO), La Habana, Cuba, marzo.
 15. Mendoza-Romero, G. 2000. El Exponente r en la Relación $F_R - \phi$: El Efecto de Conectividad. Primer Congreso Nacional de Registros Geofísicos de Pozo, IMP, México, D.F., septiembre 7.
 16. Mendoza-Romero, G. 2020. Método Mejorado para Evaluar Yacimientos Fracturados Tipo 1. *Ingeniería Petrolera* **60** (4): 222-245.
 17. Mendoza-Romero, G. y Gómez-Rivero, O. 2000. Correlaciones Estadísticas para la Determinación de la Permeabilidad y Mejor Conocimiento de Sistemas Porosos en Rocas Complejas. Reporte Final, Instituto Mexicano del Petróleo (febrero).
 18. Mendoza-Romero, G. y Becerril Ayala, J. 1999. Evaluación de Permeabilidad en Yacimientos Fracturados: Nuevas Perspectivas Usando Registros de Pozo. Jornadas Técnicas, Instituto Mexicano del Petróleo (octubre).
 19. Mendoza-Romero, G., Becerril-Ayala, J. et al. 2011. Desarrollo Tecnológico IFV: Sistema Experto y Plataforma de Graficación Para la Caracterización Petrofísica Avanzada de Yacimientos Fracturados Vulgares. Propiedad Intelectual de CGP, México, D. F.
 20. Nelson, P. H. 1994. Permeability-Porosity Relationships in Sedimentary Rocks. *Log Analyst* **35** (3): 38-62.
 21. Pérez-Rosales, C. 1982. On the Relationship Between Formation Resistivity Fractor and Porosity. *SPE J* **22** (04): 531-536. SPE-10546-PA. <https://doi.org/10.2118/10546-PA>.

22. Pérez-Rosales, C., Mendoza-Romero, G., et al. 2000. Estudio de la Difusión y Convección, Sistemas Nitrógeno-Fluidos de Yacimiento, Activo Cantarell. Reporte Final, Proyecto F.00557, IMP (noviembre).
23. Poiseuille, M. 1846. *Examen Des Documents Du Lazaret de Marseille Au Sujet de la Transmissibilité de la Peste*. París, Francia: J.-B. Baillière.
24. Salem, H. S. 1993. Derivation of Cementation Factor (Archie's Exponent) and the Kozeny-Carman Constant from Well Log Data, and Their Dependence on Lithology and Others Physical Parameters. Artículo SPE 26309 disponible en SPE, Richardson, Texas, EUA.
25. Shang, B. Z., Hamman, J. G., Chen, H.-L. et al. 2003. A Model to Correlate Permeability with Efficient Porosity and Irreducible Water Saturation. Artículo presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, Colorado, EUA, octubre 5-8. SPE-84303-MS. <https://doi.org/10.2118/84303-MS>.
26. Watfa, M. e Youssef, F. Z. 1987. An Improved Technique for Estimating Permeability in Carbonates. Artículo presentado en Middle East Oil Show, Baréin, marzo 7-10. SPE-15732-MS. <https://doi.org/10.2118/15732-MS>.
27. Winsauer, W. O., Shearin, H. M. Jr., Mason, P. H. et al. 1952. Resistivity of Brine-Saturated Sands in Relation to Pore Geometry. *AAPG Bulletin* **36** (2): 253-277. <https://doi.org/10.1306/3D9343F4-16B1-11D7-8645000102C1865D>.

Apéndice A

Deducción del Modelo de Kozeny-Carman¹³

Tomando como punto de partida el concepto de viscosidad, $\mu = (F_d/A)(\partial l/\partial v)$, considerando un modelo de un fluido

que fluye en régimen laminar a través de un tubo capilar de radio r , longitud L_{tubo} y área transversal A_{tubo} , a una velocidad $v(r)$ debido a un gradiente de presión ($P_2 - P_1$), (**Figura A.1**).

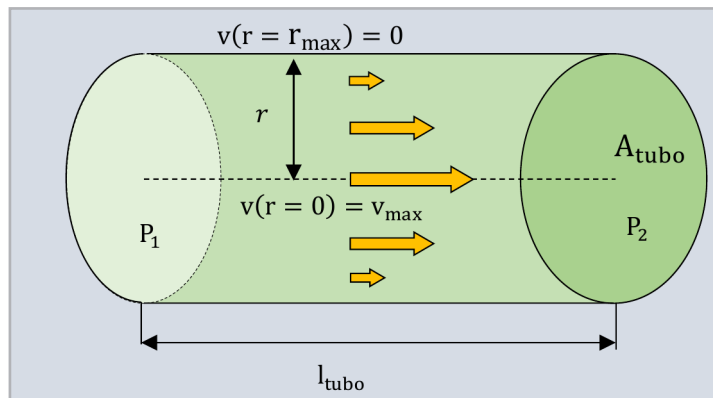


Figura A.1. Representación de flujo de fluidos a través de un tubo recto.

Sustituyendo el área superficial del modelo dentro de la definición de viscosidad, se obtiene:

$$F_d = 2\pi r L_{tubo} \mu \frac{dv(r)}{dr} \quad (A.1)$$

Realizando un balance de fuerzas para una partícula de fluido, que fluye desde la posición 1 hasta la 2 de la **Figura A.1**:

$$(\text{Fuerza aplicada en 1}) - F_d = (\text{Fuerza resultante en 2}) \quad (\text{A.2})$$

Expresando la fuerza en términos de presión:

$$p_1 \pi r^2 - F_d = p_2 \pi r^2 \quad (\text{A.3})$$

Despejando el esfuerzo de corte, F_d :

$$F_d = (p_1 - p_2) \pi r^2 \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo la Ec. (A.1) en la Ec.A.4:

$$2\pi r L_{tubo} \mu \frac{du(r)}{dr} = (p_1 - p_2) \pi r^2 \quad (\text{A.5})$$

Integrando de la pared al centro de la tubería y aplicando las condiciones de frontera:

$$u(r) = u_{max} \quad \text{y} \quad u(r = r_{max}) = 0$$

se obtiene:

$$du(r) = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L_{tubo}\mu} dr \quad (\text{A.6})$$

$$\int_{u(r=r_{max})=0}^{u(r=0)=u_{max}} du(r) = \int_{r=r_{max}}^{r=r} \frac{(p_1 - p_2)r}{2L_{tubo}\mu} dr \quad (\text{A.7})$$

$$\bar{u} = \frac{(p_1 - p_2)}{4L_{tubo}\mu} (r^2 - r_{max}^2) \quad (\text{A.8})$$

Considerando que $r_{min} = 0$, el gasto volumétrico, puede determinarse como:

$$q = \int_{r=0}^{r=R} \frac{(p_1 - p_2)}{2L_{tubo}\mu} (r^2 - r_{max}^2) \pi r dr \quad (\text{A.9})$$

$$q = -\frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8L_{\text{tubo}}\mu} \quad (\text{A.10})$$

La cual es la ecuación de Poiseuille para flujo a través de una tubería recta.

Ahora, supóngase que se tiene una muestra cilíndrica de roca (de radio R , longitud L y área transversal A), cuyo espacio poroso está conformado por un conjunto de n

poros en forma de tubos capilares, todos de igual volumen, es decir, de igual radio, r , longitud, L y área transversal, A_t , **Figura A.2.**

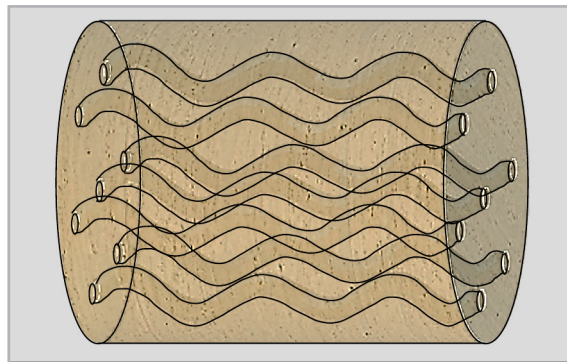


Figura A.2. Modelo de Kozeny representado por un paquete de tubos curvos.

Entonces, la cantidad de fluido que atraviesa el medio por unidad de tiempo, q , mediante la ecuación de Darcy, puede determinarse como:

$$Q_t = -k \frac{A_t (p_1 - p_2)}{L\mu} \quad (\text{A.11})$$

Considerando que el gasto volumétrico de todo el sistema es igual a la suma de los gastos individuales de los n tubos capilares, es decir:

$$Q_t = \sum_{n=1}^n Q_{\text{tubo}_i} = Q_{\text{tubos}} \quad (\text{A.12})$$

Igualando las ecuaciones de Darcy (Ec. A.11) y Poiseuille (Ec. A.10), mediante la Ec. A.12, se llega a:

$$-k \frac{A_t (p_1 - p_2)}{L\mu} = -\frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8L_{\text{tubo}}\mu} \quad (\text{A.13})$$

$$k \frac{A_t}{L} = \frac{\pi r^4}{8L_{\text{tubo}}} \quad (\text{A.14})$$

De la definición de tortuosidad, la Ec. A14 puede ser reescrita como:

$$K = \frac{\pi r^4}{8\tau A_t} \quad (\text{A.15})$$

Donde el A_{roca} puede obtenerse al aplicar el concepto de porosidad como:

$$\phi = \frac{V_{\text{poroso}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{A.16})$$

$$\phi = \frac{\pi r^2 L_{\text{tubo}}}{A_t L} = \frac{\pi r^2 \tau}{A_t} \quad (\text{A.17})$$

$$A_t = \frac{\pi r^2 \tau}{\phi} \quad (\text{A.18})$$

Sustituyendo en la Ec. A.15:

$$k(r, \phi, \tau) = \frac{\phi r^2}{8\tau^2} \quad (\text{A.19})$$

Además, si la superficie específica referenciada al volumen de sólidos, S_{er} , está dada como:

$$S_{er} = \frac{S}{V_{\text{Rocoso}}} = \frac{S}{\frac{V_p}{\phi} - V_p} = \frac{S\phi}{V_p(1-\phi)} \quad (\text{A.20})$$

Aplicada al mismo modelo:

$$S_{er} = \frac{2\pi r L * \phi}{\pi r^2 L(1-\phi)} = \frac{2\phi}{(1-\phi)r} \quad (\text{A.21})$$

Despejando r:

$$r = \frac{2\phi}{(1-\phi)S_{er}} \quad (\text{A.22})$$

Por lo que, K de la ecuación anterior puede expresarse como:

$$k = \frac{\phi^3}{2\tau^2 S_{er}^2 (1-\phi)^2} \quad (\text{A.23})$$

Que es una de las formas más conocida de la ecuación de Kozeny-Carman

Semblanza de los autores

Gustavo Mendoza Romero

Es Físico, egresado de la Facultad de Ciencias de la UNAM. Sus áreas de especialización son la Petrofísica, el Análisis e Interpretación de Registros Geofísicos y la Caracterización de Yacimientos Fracturados Vugulares.

Actualmente es consultor independiente y dirige el Grupo de Consultoría y Gestoría Petrofísica.

Su actividad docente, de casi 45 años, la ha distribuido tanto en la UNAM como en el Instituto Politécnico Nacional, donde participó en el Consejo Técnico Consultivo, presidió la Academia de Física y fue Jefe del Departamento de Informática, en cuya gestión, propuso y dirigió el desarrollo e implantación del Primer Sistema Automatizado de Administración Escolar a nivel de PC's.

Fue investigador del Instituto Mexicano del Petróleo y asesor para Schlumberger, Halliburton y Corelab.

Entre sus principales logros está el haber planteado las ideas básicas que conforman el soporte del Sistema experto IFV para la Caracterización Avanzada de Yacimientos Fracturados Vugulares, que ha sido probado en más de 500 pozos del Sector Petrolero Nacional.

Ha publicado diversos trabajos técnicos en revistas nacionales e internacionales.

Es Autor del Libro: “Fundamentos de Petrofísica : Teoría y Aplicaciones” y Coautor del Libro: “Caracterización Estática de los Yacimientos Cretácicos: Ku Maloob Zaap y Kutz”, Pemex 2006, así como de las Monografías: “Estudio Sobre la Correcta y Confiable Discretización de la Porosidad”, 2011 y “Modelos Petrofísicos para la Descripción de Yacimientos Fracturados” en 1996.

Durante su trayectoria profesional ha obtenido diversos reconocimientos, entre los que destacan la Mención Honorífica en el Primer Certamen Nacional de Proyectos Científicos y Tecnológicos, INJUVE-CREA 1985, el Mérito a la Labor de Investigación del Instituto Mexicano del Petróleo 1987, el Premio Nacional “Antonio García Rojas” 1991, la Distinción por Aportaciones a la Interpretación de Registros Geofísicos, AIPM 1999, el Galardón a la originalidad de Trabajo Técnico, AMGE y AMGP, 2005 y en dos ocasiones, 2017 y 2018, la Medalla Juan Hefferan que otorga anualmente la AIPM, al mejor trabajo teórico.

Ogilvie Álvarez Sánchez

Es Ingeniero Petrolero egresado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Ha concluido el Plan de asignaturas para obtener la Maestría en el Posgrado de Ingeniería de la misma UNAM.

Actualmente es colaborador con el Grupo de Consultoría y Gestoría Petrofísica.

Sus áreas de interés son la Petrofísica, el Análisis e Interpretación de Registros Geofísicos y la Caracterización de Yacimientos Fracturados Vugulares.