

Simulación numérica de yacimientos aplicando los métodos multimalla

Oscar Orozco Aguilar

oscar.orozco@pemex.com

*Gerencia de Integración y Coordinación Técnica, SSAP
Pemex Exploración y Producción*

Víctor Hugo Arana Ortiz

victor.hugo.arana@pemex.com

Recuperación Mejorada, SGRT, Pemex Exploración y Producción

Agustín P. Galindo Nava

agustin.patricio.galindo@pemex.com

Modelado Dinámico de Yacimientos, SGRT, Pemex Exploración y Producción

Información del artículo: recibido: mayo de 2015-aceptado: julio de 2015

Resumen

Los sistemas de ecuaciones algebraicas lineales que surgen en la simulación matemática del flujo multifásico de fluidos en yacimientos de hidrocarburos, son resueltos con métodos numéricos especializados.

En casos reales, no académicos, el tamaño de la matriz generada, además de ser dispersa, es grande y en general malcondicionada. En el proceso de migración del modelo continuo a un modelo discreto mediante la aproximación con diferencias finitas, pueden considerarse diferentes niveles de implicitud, que van desde la formulación totalmente implícita, TI, hasta la formulación IMPES. La formulación IMPES se clasifica como un método elíptico, donde el método de multimalla se desenvuelve muy eficientemente en la solución del sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Entre los métodos multimalla existen el Geométrico (MMG), Algebraico (MMA) y Algebraico como preconditionador de los métodos: Gradiente Conjugado (MMACG) y Residuo Mínimo Generalizado (MMAGMRES). Los métodos multimalla (MMA, MMACG y MMAGMRES) demandan menos requerimientos de memoria. Por lo tanto, el presente trabajo se ha desarrollado utilizando estos métodos.

Los objetivos del presente trabajo fueron:

- 1) Desarrollar un simulador numérico de yacimientos que pudiera manejar diferentes escenarios de explotación, agotamiento natural e inyección de agua y
- 2) Evaluar el desempeño numérico de los métodos multimalla junto con métodos directos (a modo de tener una referencia, ej. eliminación Gaussiana de matrices dispersas con pivoteo parcial, NSPIV) e iterativos (ej. GMRES).

Basándose en los resultados de este trabajo, considerando modelos mecanísticos, se concluyó que para dominios grandes, los métodos multimalla son más rápidos y más eficientes que el método GMRES, lo contrario es cierto para los dominios pequeños. En otras palabras, para los modelos de simulación numérica de yacimientos a gran escala, los métodos multimalla han demostrado ser una herramienta útil para obtener respuestas rápidas y confiables.

Palabras clave: Formulaciones IMPES y TI, métodos de solución del sistema de ecuaciones, simulador numérico, métodos multimalla y GMRES.

Numerical reservoir simulation applying algebraic multigrid methods

Abstract

Systems of linear algebraic equations arising in mathematical simulation of multiphase fluid flow in hydrocarbon reservoirs are solved with specialized numerical methods. In real cases, not academics, the size of the matrix generated in addition to being dispersed, generally is large and bad-conditioned.

In the migration process continuous model to a discrete model by approximation with finite differences were considered different levels of implicitness, fully implicit formulation FI, and formulation IMPES. The latter can be classified as elliptical, and is in where multigrid methods do very efficiently for robust domains in the solution of linear algebraic equations system. Among the multigrid methods are: the geometric (GMG), algebraic (AMG) and algebraic as preconditioner of conjugate gradient methods (AMGCG) and generalized minimum residual (AMGGMRES). Multigrid methods, AMG, AMGCG and AMGGMRES, require less memory requirements are those that attract attention in developing this work.

The objective of this work presented here were: 1) to develop a numerical simulator for different operating scenarios, by natural depletion and water injection and 2) to obtain the performance numerical multigrid methods with direct methods (example, NSPIV) and iterative (example, GMRES).

The results conclude that for large domains the multigrid methods are faster and efficient than GMRES method and vice-versa for small domains. In other words, it is shown that for numerical simulation models of large-scale fields, multigrid methods turn out to be useful tool to get answers fast and reliable.

Keywords: Fully implicit formulation FI, formulation IMPES, numerical simulation, multifhase flow equations, multigrid methods.

Introducción

Actualmente, la simulación numérica de yacimientos es un problema de gran magnitud, debido a la alta heterogeneidad que presentan los medios porosos. Este problema resulta de obtener con mayor detalle el movimiento de sus fluidos y en consecuencia, pronósticos con alto grado de confiabilidad de los yacimientos; esto puede ser prácticamente imposible de hacerlo por los altos requerimientos de cómputo, ya que el número de ecuaciones que se resuelve simultáneamente es demasiado grande, por lo que se requiere una capacidad de almacenamiento suficiente y una alta velocidad de procesamiento, de manera que se torne práctica la simulación del problema. Aun teniendo estos recursos, la simulación de los fluidos en el medio poroso es muy costosa

por consumir bastante memoria de cómputo y tiempos de ejecución. Lo anterior ha obligado a buscar otras técnicas o métodos que permitan optimizar los tiempos de ejecución. Una de esas técnicas son los métodos multimalla.

Por consiguiente, se desarrolló un simulador numérico de yacimientos, pretendiendo evidenciar una reducción de los tiempos de procesamiento considerablemente, al manejar dominios de gran escala. En otras palabras, considerando un mallado fino se obtengan respuestas rápidas y confiables.

Se consideró flujo multifásico, por lo que se establecieron las ecuaciones diferenciales parciales no-lineales que describen el comportamiento del flujo de fluidos en el medio poroso.

Aceite:

$$\nabla \cdot \left[\rho_o \frac{kk_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) \right] - \left(\frac{q_o \rho_o}{V_r} \right)_p + \left(\frac{q_o \rho_o}{V_r} \right)_I = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_o S_o) \quad (1)$$

Gas:

$$\nabla \cdot \left[\frac{kk_{ro}}{B_o \mu_o} R_s (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D) + \frac{kk_{rg}}{B_g \mu_g} (\nabla p_g - \gamma_g \nabla D) \right] \pm \left(\frac{q_o R_s}{B_o V_r} + \frac{q_g}{B_g V_r} \right)_{PI} = \frac{\partial}{\partial t} [\phi (b_o S_o R_s + b_g S_g)] \quad (2)$$

Agua:

$$\nabla \cdot \left[\rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} (\nabla p_w - \gamma_w \nabla D) \right] - \left(\frac{q_w \rho_w}{V_r} \right)_P + \left(\frac{q_w \rho_w}{V_r} \right)_I = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_w S_w) \quad (3)$$

La discretización de las ecuaciones (1), (2) y (3), se realizó mediante la aproximación en diferencias finitas, empleando una formulación implícita en presión, explícita en saturaciones IMPES y totalmente implícita en presión y saturaciones TI, a través del método iterativo de Newton–Raphson, para la linealización de dichas ecuaciones.

Formulación IMPES

Aceite:

$$\Delta \cdot \left[T_o^n (\Delta p_o^{n+1} - \gamma_o^n \Delta D^n) \right]_{i,j,k} - (q_o b_o)_{P,i,j,k}^{n+1} = \frac{V_{r,i,j,k}}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_o (1 - S_g - S_w)]_{i,j,k} \quad (4)$$

Gas:

$$\Delta \cdot \left[T_o^n R_s (\Delta p_o^{n+1} - \gamma_o^n \Delta D^n) + T_g^n (\Delta p_o^{n+1} - \Delta p_{cgo}^n - \gamma_g^n \Delta D^n) \right]_{i,j,k} - (q_o b_o R_s + q_g b_g)_{P,i,j,k}^{n+1} = \frac{V_{r,i,j,k}}{\Delta t} \Delta_t [\phi b_o R_s (1 - S_g - S_w) + \phi b_g S_g]_{i,j,k} \quad (5)$$

Agua:

$$\Delta \cdot [T_w^n (\Delta p_o^{n+1} - \Delta p_{cwo}^n - \gamma_w^n \Delta D^n)]_{i,j,k} - (q_w b_w)_{P,i,j,k}^{n+1} = \frac{V_{r,i,j,k}}{\Delta t} \Delta_t [(\phi b_w S_w)]_{i,j,k} \quad (6)$$

Formulación TI

Aceite:

$$\Delta \cdot [T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)]_{i,j,k}^{n+1} - (q_o b_o)_{P,i,j,k}^{n+1} = \frac{V_{r,i,j,k}}{\Delta t} \Delta_t [(\phi b_o (1 - S_g - S_w))]_{i,j,k} \quad (7)$$

Gas:

$$\Delta \cdot [T_o (\Delta p_o - \gamma_o \Delta D)]_{i,j,k}^{n+1} - (q_o b_o)_{P,i,j,k}^{n+1} = \frac{V_{r,i,j,k}}{\Delta t} \Delta_t [(\phi b_o (1 - S_g - S_w))]_{i,j,k} \quad (8)$$

Agua:

$$\Delta \cdot [T_w (\Delta p_o - \Delta p_{cwo} - \gamma_w \Delta D)]_{i,j,k}^{n+1} - (q_w b_w)_{P,i,j,k}^{n+1} = \frac{V_{r,i,j,k}}{\Delta t} \Delta_t [(\phi b_w S_w)]_{i,j,k} \quad (9)$$

Una vez que se linealiza el sistema de ecuaciones que integra un modelo de simulación, se procede a resolverlas primeramente con el método directo de eliminación gaussiana de matrices dispersas con pivoteo parcial, (NSPIV). Subsiguientemente con uno de los métodos iterativos usado comúnmente en los simuladores comerciales de la industria petrolera, residuo mínimo generalizado, (GMRES) y finalmente por los métodos multimalla.

Los métodos multimalla se introdujeron como una alternativa para mejorar el ritmo de convergencia u optimizar el rendimiento computacional de los métodos iterativos clásicos para la solución de ecuaciones diferenciales parciales elípticas en dominios robustos, (entiéndase por dominio robusto una malla de simulación muy fina). En la **Figura 1** se presenta de forma esquemática la discretización de solución del sistema de ecuaciones $Ax=b$, para uno de los métodos multimalla, el algebraico.

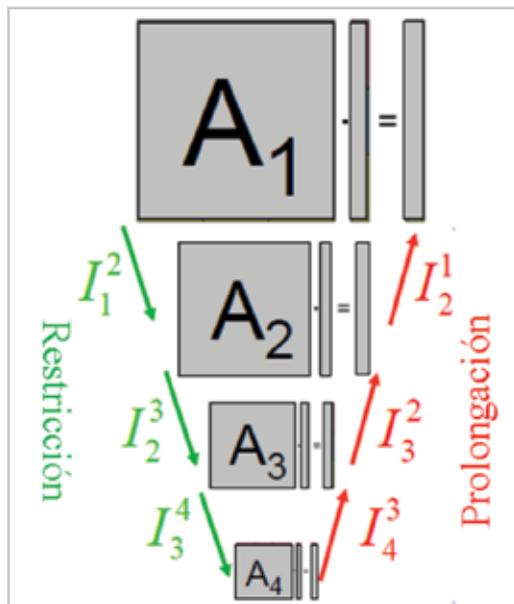


Figura 1. Representación esquemática de uno de los métodos multimalla, el algebraico, (Stüben, K. 2009).

Aplicación

La validación del simulador numérico de yacimientos denominado Chamula, desarrollado con la opción de flujo monofásico (aceite), bifásico (aceite y agua) y multifásico, se hizo a través del simulador comercial llamado Eclipse, considerando la formulación TI como la solución lineal de la aproximación en diferencias finitas de las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo de fluidos a través de un medio poroso, el yacimiento; asimismo contempla y valida la formulación IMPES que representa un sistema elíptico. Independientemente de la formulación empleada en la linealización de las ecuaciones aproximadas, el resultado final es un sistema algebraico de ecuaciones lineales y para la solución, contempla los métodos siguientes:

1. Eliminación gaussiana de matrices dispersas con pivoteo parcial, (NSPIV).
2. Residuo mínimo generalizado, (GMRES).
3. Multimalla algebraico, (MMA).
4. Multimalla algebraico como preconditionador de gradiente conjugado, (MMACG).
5. Multimalla algebraico como preconditionador de residuo mínimo generalizado, (MMAGMRES).

Estos métodos se emplearon para demostrar la eficiencia de solución al sistema lineal de diferentes magnitudes de

la malla de simulación numérica, considerando los medios porosos siguientes:

- Homogéneo e isotrópico.
- Homogéneo y anisotrópico.
- Heterogéneo e isotrópico.
- Heterogéneo y anisotrópico.

Resultados

Con el simulador Chamula, se hicieron diferentes modelos mecánicos de explotación.

Medio heterogéneo e isotrópico, con una malla de simulación de 50 x 50 x 22

El yacimiento modelado está separado en dos bloques por medio de una falla prácticamente impermeable ($k=0.5mD$), de diferentes propiedades petrofísicas, uno respecto del otro. Se sitúan tres pozos productores en bloque occidental y tres en bloque oriental.

En las Figuras 2 y 3 se muestra el comportamiento de la producción de aceite y la saturación de agua para cada pozo respectivamente. De estas figuras se observa mayor potencial de flujo e irrupción de agua para el conjunto de pozos ubicados en el bloque occidental, por tener

mayor porosidad y permeabilidad con respecto al bloque oriental. Por otra parte, en la **Figura 4** se muestra el comportamiento de presión del yacimiento al final del

período de simulación, en donde claramente se evidencia mayor depresionamiento en el bloque con mayor calidad de sus propiedades petrofísicas.

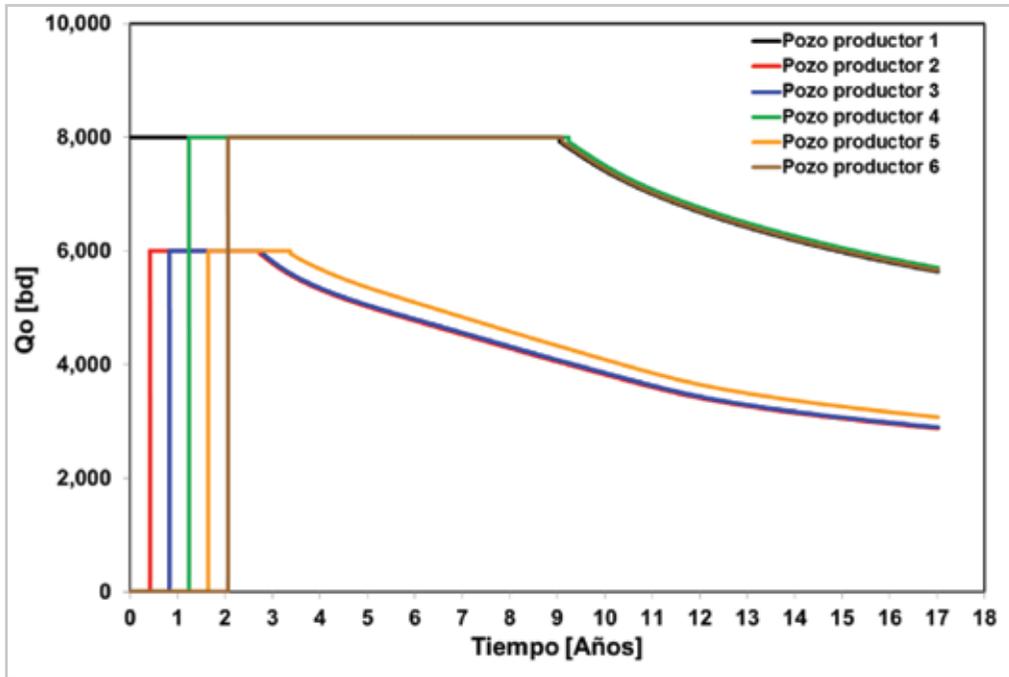


Figura 2. Comportamiento de producción de aceite por pozo, considerando la entrada a producción de uno con respecto al otro de 150 días.

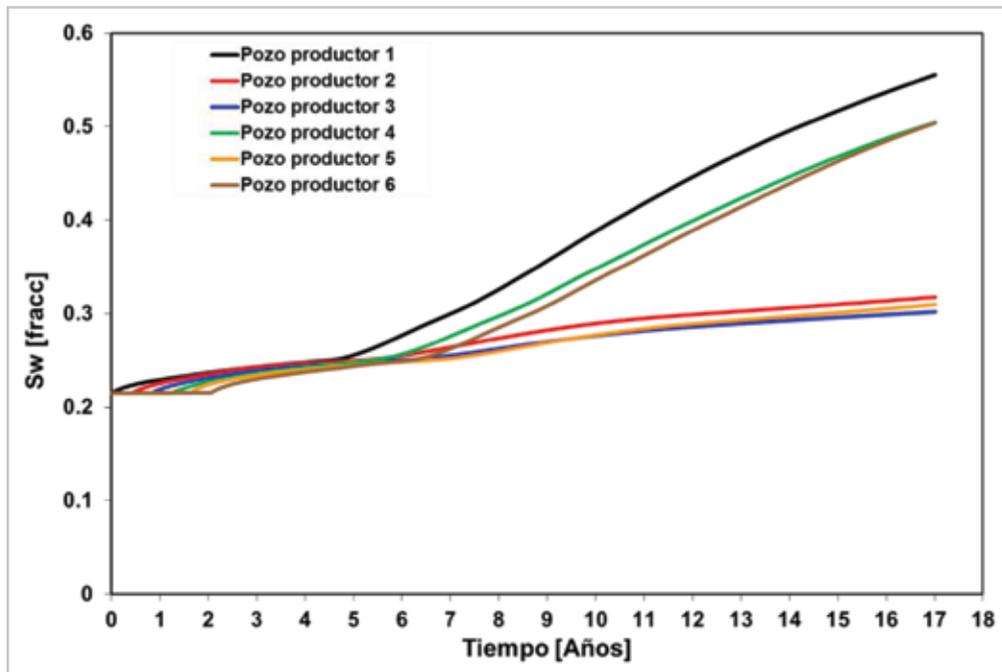


Figura 3. Comportamiento de saturación de agua por pozo, cercanas al contacto agua aceite del yacimiento.

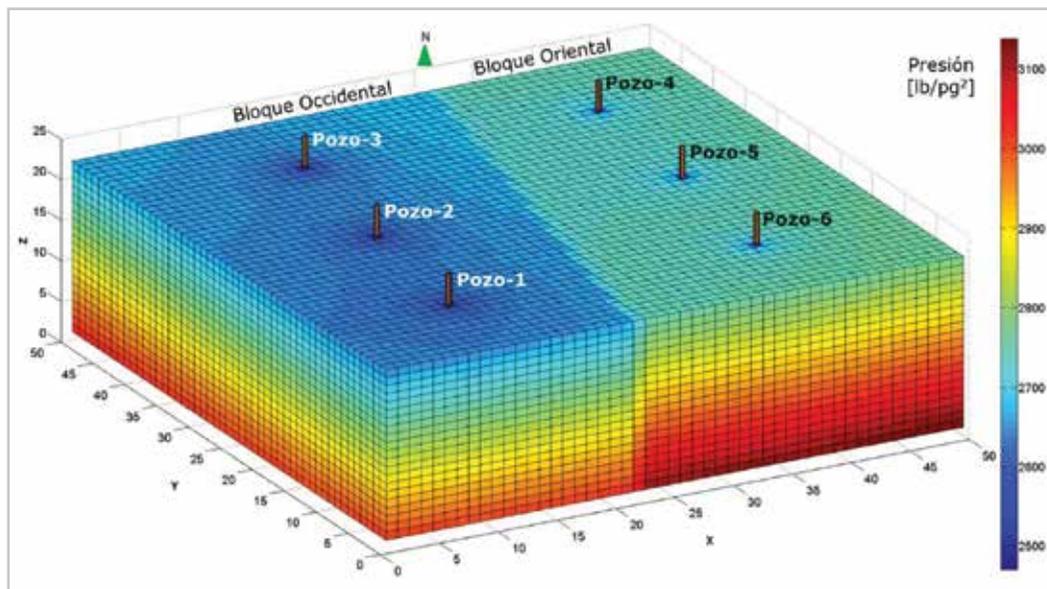


Figura 4. Comportamiento de presión del yacimiento a los 6,210 días. Dimensión de la malla de simulación en X=50, Y=50, Z=22.

Si bien se esperaba una ganancia en el ahorro de los tiempos de procesamiento, resulta verdaderamente notable la

eficiencia de los métodos multimalla con respecto al método GMRES, como se muestra en la Figura 5.

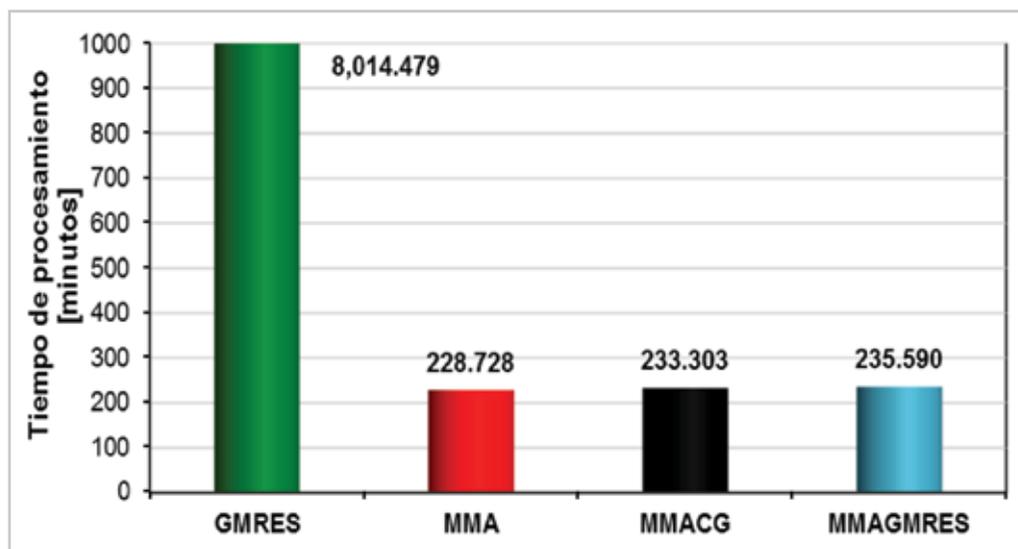


Figura 5. Resultados del tiempo de procesamiento, para cada uno de los métodos de solución del sistema lineal en un periodo de 6,210 días, utilizando una malla de simulación de 50 x 50 x 22.

Medio poroso heterogéneo y anisotrópico con una malla de simulación de 30 x 30 x 08

Se plantean dos estrategias de explotación, una por agotamiento natural mediante cuatro pozos productores

de aceite y una segunda por un proceso de recuperación secundaria, inyectando 10mbd de agua a través de dos pozos inyectores, aproximadamente cuatro años después de haber iniciado su explotación.

Es evidente que cuando un yacimiento es sometido a un proceso de recuperación secundaria, en este caso por medio de un proceso de la inyección de agua debidamente

planeado y ejecutado, es favorecido en la atenuación de su presión, en otras palabras se le conoce como mantenimiento de presión, como se muestra en la **Figura 6**.

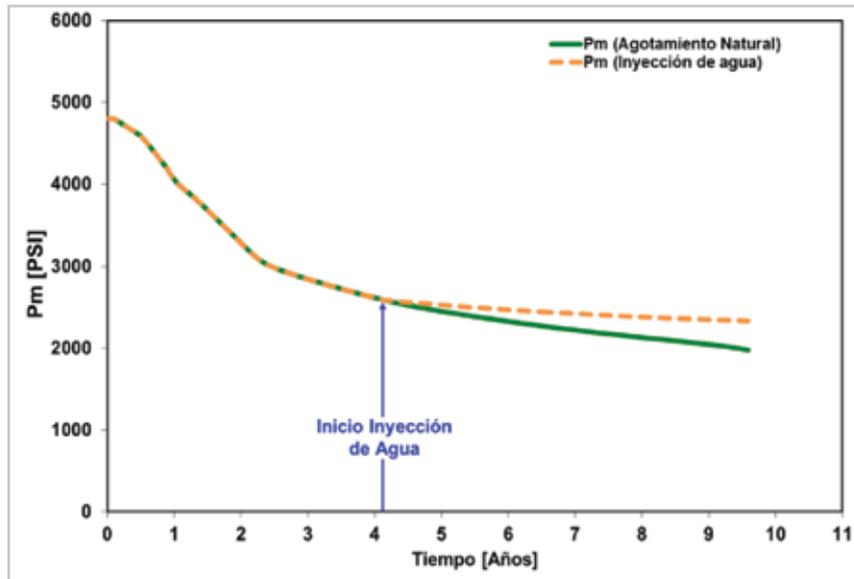


Figura 6. Comportamiento de la presión media del yacimiento, por agotamiento natural y por medio de un proceso de recuperación secundaria, inyección de agua aproximadamente cuatro años después de haber iniciado la explotación.

El mantenimiento de presión a través de la inyección de agua, se traduce en un beneficio de mayor potencial de flujo de los pozos que por agotamiento natural, es decir,

contribuye una menor declinación en la producción de aceite, como se muestra en la **Figura 7**.

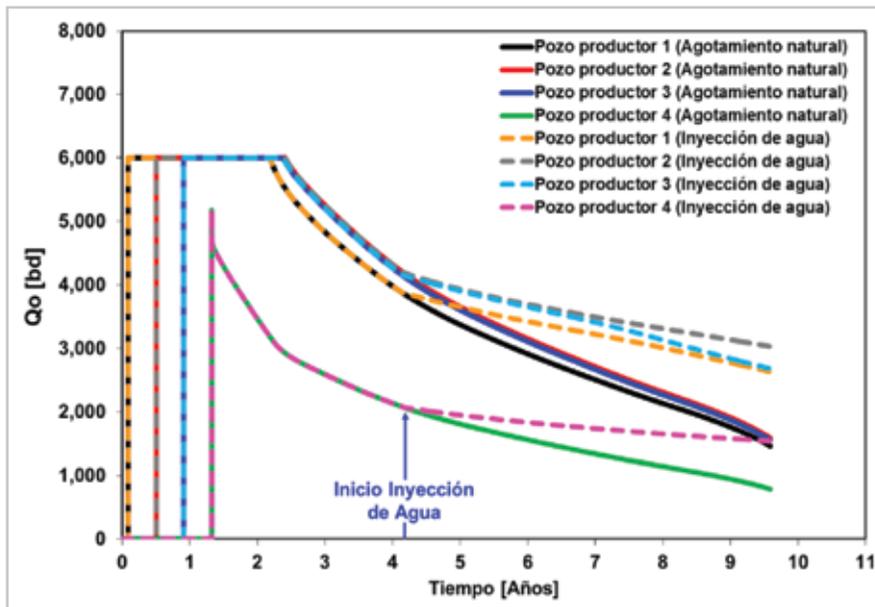


Figura 7. Comportamiento de producción de aceite de cada uno de los pozos productores, por agotamiento natural y por medio de un proceso de recuperación secundaria, inyección de agua.

Si bien la estrategia del proceso de inyección de agua representa un beneficio en la producción de aceite, también es clara una acelerada irrupción de agua, como se muestra en la **Figura 8**.

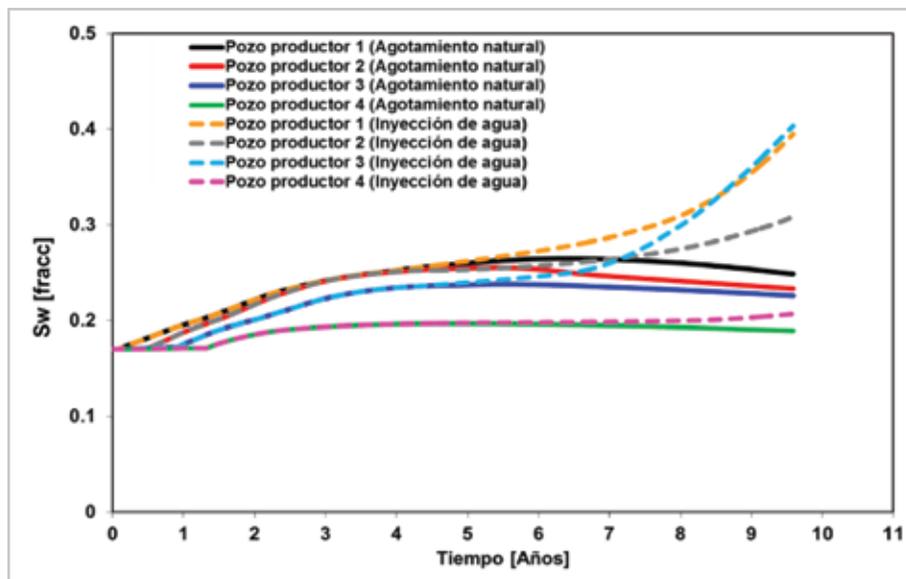


Figura 8. Comportamiento de saturación de agua de cada uno de los pozos, cercanas al contacto agua aceite, por agotamiento natural y por medio de un proceso de recuperación secundaria, inyección de agua.

Así mismo, se presenta el comportamiento de saturación de agua de los pozos inyectoros, **Figura 9**.

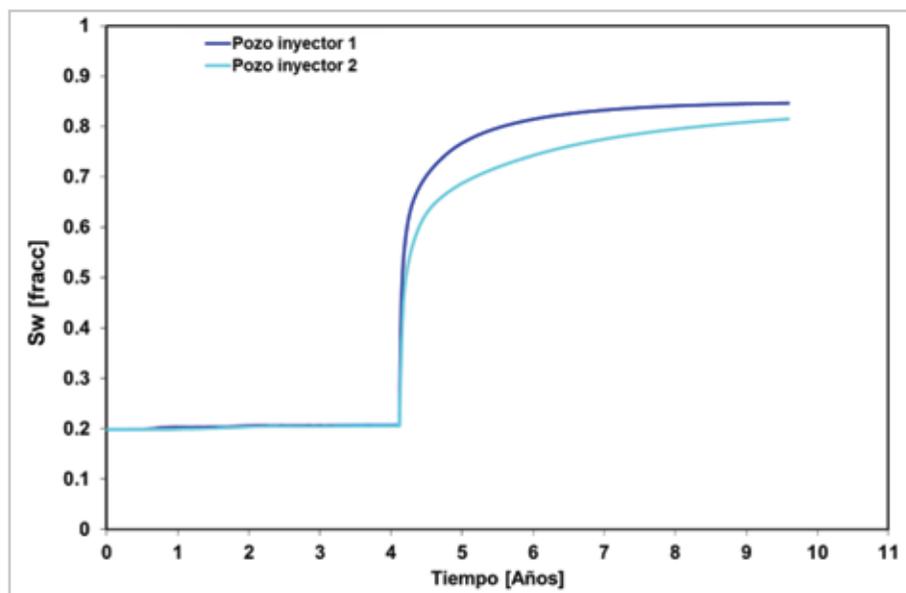


Figura 9. Comportamiento de saturación de agua de los pozos inyectoros 1 y 2.

En la **Figura 10** se muestra el comportamiento de presión en la malla de simulación por agotamiento natural, donde se puede observar una mayor caída de presión en la vecindad de los pozos productores.

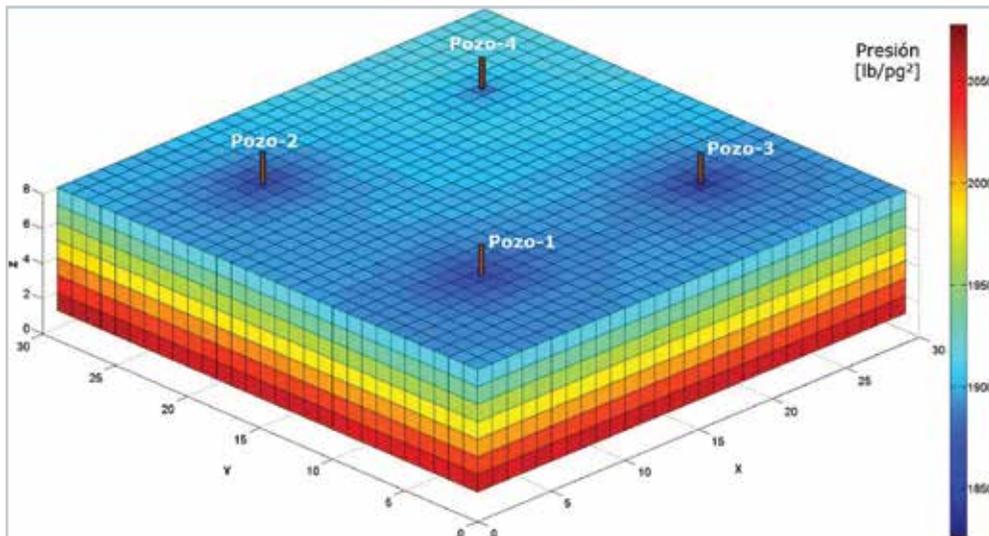


Figura 10. Comportamiento de presión del yacimiento a los 3,500 días. Dimensión de la malla de simulación en X=30, Y=30, Z=08. Agotamiento natural.

Por otra parte, en la **Figura 11** se muestra el comportamiento de presión en la malla de simulación por inyección de agua, donde se puede observar en la vecindad de los pozos

inyectores un incremento de presión, llevando una menor caída de presión en todo el sistema, comparado con la estrategia por agotamiento natural mostrado en la **Figura 10**.

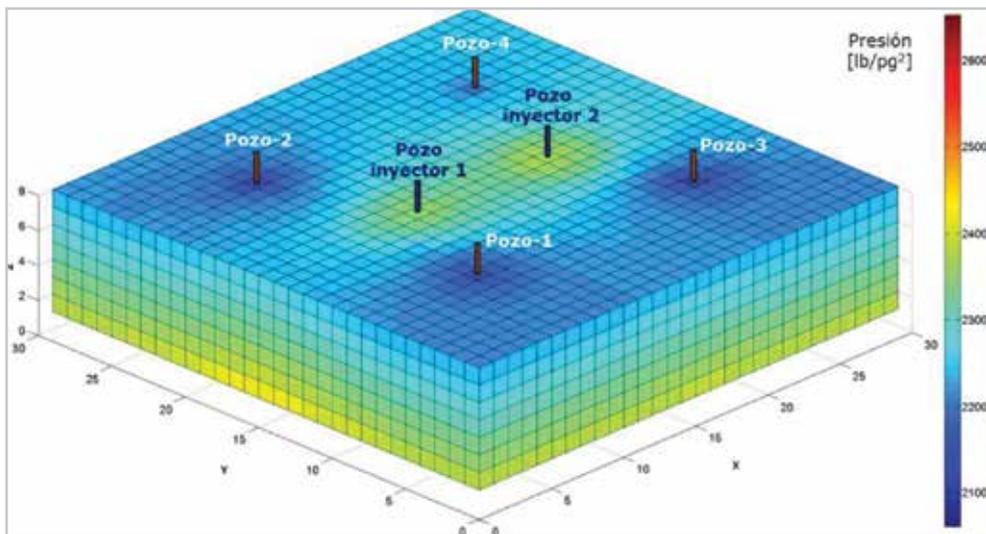


Figura 11. Comportamiento de presión del yacimiento a los 3,500 días, sometido a un proceso de inyección de agua mediante dos pozos inyectoros. Dimensión de la malla de simulación en X=30, Y=30, Z=08.

En la **Figura 12** se muestra el comportamiento de la saturación de agua, donde se puede observar una mayor saturación de agua en la vecindad de los pozos inyectoros.

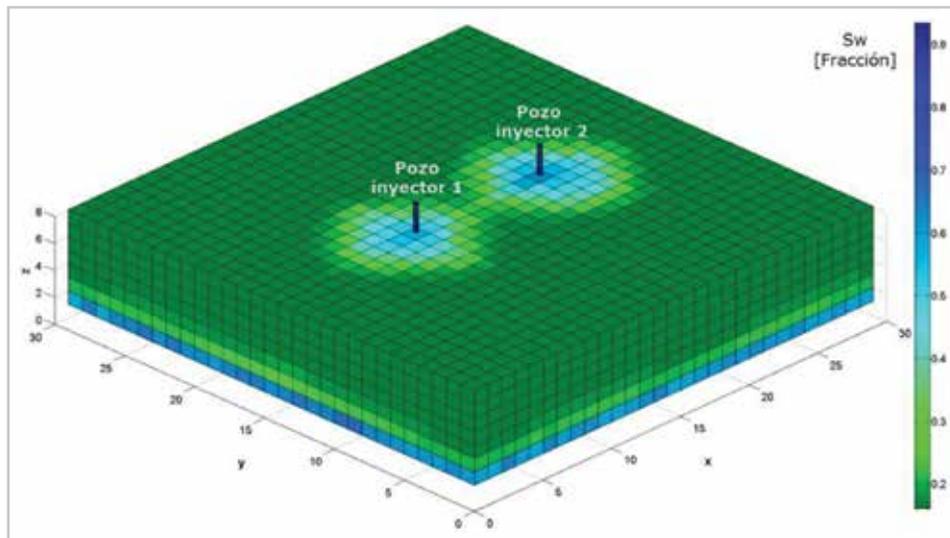


Figura 12. Comportamiento de saturación de agua del yacimiento a los 3,500 días, sometido a un proceso de inyección de agua, mediante dos pozos inyectoros. Dimensión de la malla de simulación en X=30, Y=30, Z=08.

Los resultados de la solución del sistema de ecuaciones lineales usando los métodos multimalla (MMA, MMACG y MMAGMRES), presentan la misma solución numérica que el método GMRES, **Figura 13**, pero con una diferencia sustancial en los tiempos de procesamiento.

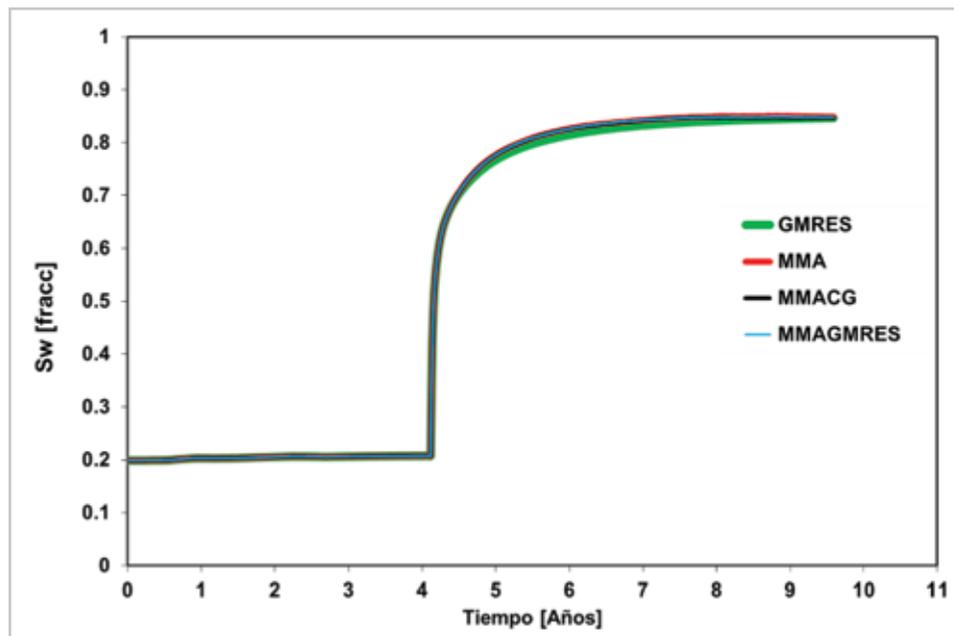


Figura 13. Comportamiento de saturación de agua del pozo inyector 1, del resultado de la solución del sistema lineal, otorgada por los métodos iterativos GMRES y multimalla.

El caso demuestra que los métodos multimalla presentan una sustancial eficiencia en los tiempos de procesamiento en relación al método GMRES, como se muestra en las **Figuras 14 y 15**, para agotamiento natural e inyección de agua, respectivamente.

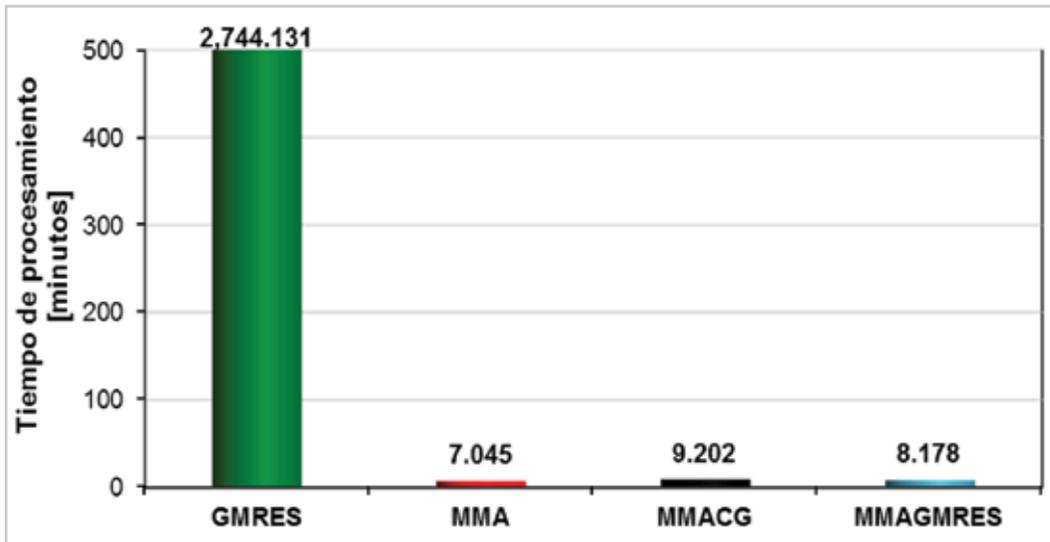


Figura 14. Resultados del tiempo de procesamiento para cada uno de los métodos de solución del sistema lineal de ecuaciones, en un periodo de 3,500 días, utilizando una malla de simulación de 30x30x08. Agotamiento natural.

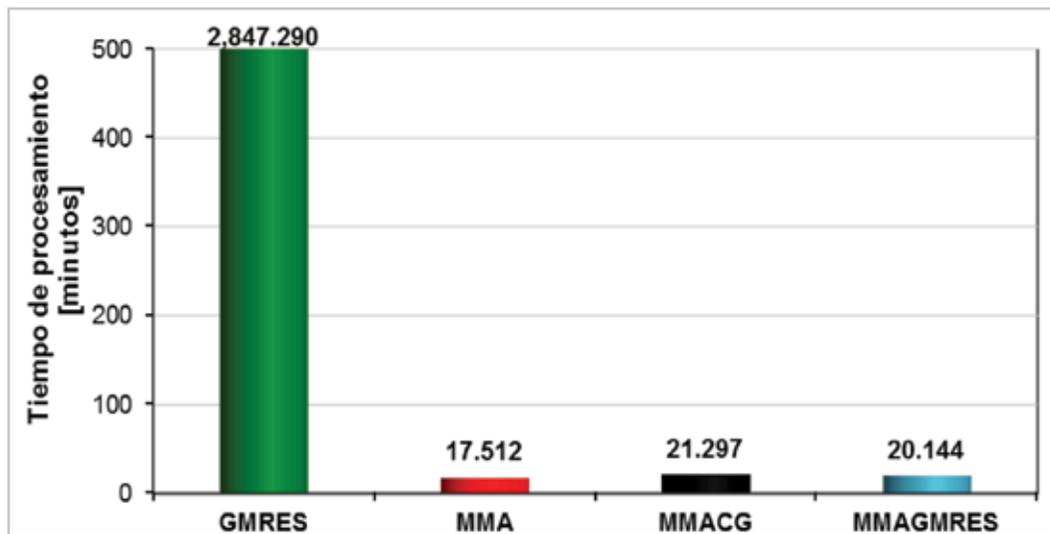


Figura 15. Resultados del tiempo de procesamiento para cada uno de los métodos de solución del sistema lineal de ecuaciones, en un periodo de 3,500 días, utilizando una malla de simulación de 30x30x08. Inyección de agua.

En la **Tabla 1** se muestran los tiempos de procesamiento para los diferentes modelos realizados.

Malla de simulación X, Y, Z	Pozos productores/inyectores (núm.)	Propiedades de la roca	Procesamiento (min)		
			NSPIV	GMRES	Multimalla
18x18x08	5/0	Φ y K cte.	660	148	2
30x30x10	5/0	Φ y K variable	---	13,263	36
50x50x22	6/0	Φ y K variable	---	---	229
70x50x16	9/0	Φ y K variable	---	---	110
80x60x22	11/0	Φ y K variable	---	---	207
15x15x06*	1/1	Φ y K cte.	---	7.29	1
30x30x08	4/0	Φ y K variable	---	2,744	7
30x30x08*	4/2	Φ y K variable	---	2,847	18

Tabla 1. Modelos analizados para flujo multifásico.

---Demasiado lento. *Modelos con inyección agua

La eficiencia en el tiempo de procesamiento del método GMRES se ve afectado proporcionalmente al número de celdas, en otras palabras, el método GMRES es considerablemente lento para mallado robusto en comparación con los métodos multimalla.

Agradecimientos

De manera muy especial al Dr. Víctor Hugo Arana Ortiz y al M.I. Agustín P. Galindo Nava por compartirme sus conocimientos y orientación en la realización de este proyecto.

A mi amigo, M.I. Sergio García Reyes por brindarme su apoyo en todo momento para concretar este proyecto.

Referencias

Arana Ortiz, V.H. 2009. *Apuntes de Simulación Numérica de Yacimientos*. México, D.F.: UNAM, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería,

Aziz, K. y Settari, A. 1979. *Petroleum Reservoir Simulation*. London: Applied Science Publishers.

Briggs, L.W., Henson, V.E. y McCormick, S.F. 2000. *A Multigrid Tutorial*, second edition. Philadelphia, Pennsylvania: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Ertekin, T., Abou-Kassem, J.H. y King, G.R. 2001. *Basic Applied Reservoir Simulation*, Vol. 7. Richardson, Texas: Textbook Series, SPE.

Galindo Nava, A.P. 1998. Un Simulador Numérico del Flujo Multifásico Tridimensional hacia un Pozo Naturalmente Fracturado. Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, DEPI, México, D.F.

Rodríguez de la Garza, F. y Bonet-Cunha, L. 1995. A General Formulation of Linearization Methods Used in Reservoir Simulation with Applications to Adaptive Implicit Methods. SPE Advanced Technology Series 4 (1): 165-170. SPE-27051-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/27051-PA>.

Rodríguez de la Garza, F. y Galindo Nava, A.P. 2000. *Fundamentos de Simulación Numérica de Yacimientos*. México, D.F.: UNAM, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Stüben, K. 2007. Solving Reservoir Simulation Equations. 2007. 9th International Forum on Reservoir Simulation, Abu Dhabi, Emiratos Árabes Unidos, diciembre 9-13.

Semblanza de los autores

Oscar Orozco Aguilar

Ingeniero Petrolero egresado de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura del Instituto Politécnico Nacional. Estudió la Maestría en Ingeniería Petrolera en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, obteniendo el título de Maestro en Ingeniería Petrolera.

Ingresó a Pemex Exploración y Producción en el año 2002, en la Superintendencia de ingeniería de yacimientos del Activo Ku-Maloob-Zaap, participando en la actualización del modelo de simulación del campo Ku, y en la elaboración de tablas hidráulicas de sus pozos para el ajuste histórico del modelo de simulación.

En el año de 2004 se integró a la Superintendencia de ingeniería de yacimientos del Activo Abkatun-Pol-Chuc, participando en los estudios denominados: elaboración e inicialización de los modelos de simulación de los campos exploratorios Alak, Kach y Kastelan, estudio integral del campo Caan, efectuado en el Centro Regional de Estudios de Explotación (CREE), Ciudad del Carmen, Campeche y en la actualización del estudio de inyección de gas natural bloque este del campo Chuc.

Es autor de artículos técnicos presentados en congresos de la AIPM, CMP y ARPEL. Es miembro de la Red de especialistas de simulación numérica de yacimientos en PEP.

Víctor H. Arana Ortiz

Estudió la Licenciatura y la Maestría en Ingeniería Petrolera en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México y División de Estudios de Posgrado, respectivamente, obteniendo el título de Licenciatura y de Maestro en Ingeniería Petrolera. Tiene el título de Doctor por la Universidad de Colorado en Boulder, Estados Unidos.

Líder de la red de especialistas en recuperación mejorada en PEP.

Ha impartido cursos de simulación numérica de yacimientos en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y es autor y coautor de varios artículos nacionales e internacionales.

Agustín P. Galindo Nava

Ingeniero Petrolero egresado de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura del Instituto Politécnico Nacional. Estudió la Maestría en Ingeniería Petrolera en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, obteniendo el título de Maestro en Ingeniería Petrolera.

Ingresó a Petróleos Mexicanos en la Gerencia de administración de yacimientos en el año de 1998 en el área de simulación numérica de yacimientos, para dar soporte técnico a nivel nacional en el modelado dinámico de yacimientos naturalmente fracturados. Actualmente es coordinador de modelado dinámico de la SGRT en apoyo a los activos de la RMNE y en particular, encargado del nuevo modelo dinámico del campo Akal del Activo de producción Cantarell.

Líder de la Red de especialistas de simulación numérica de yacimientos en PEP, desde el año 2004.

Ha impartido cursos de recuperación secundaria y de simulación numérica en la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura del IPN, en la DEPI-UNAM y a personal de Pemex en las diferentes regiones.

Es coautor de varios artículos técnicos presentados en congresos de la SPE y de la AIPM.