Geometría fractal, Teoría del caos, y sus aplicaciones en la Industria Petrolera

Rodolfo Camacho Velázquez
Pemex E&P

Mario Vásquez Cruz
Pemex E&P/IPN ESIA-U. Ticomán

Información del artículo: recibido: noviembre de 2015-aceptado: diciembre de 2015

Resumen

La mayoría de los cuerpos en la naturaleza presentan comportamientos fractales, incluyendo los sistemas geológicos. Asimismo, en la naturaleza existe caos y orden conviviendo en diferentes proporciones.

En este trabajo se presenta una revisión de los fundamentos relacionados con Geometría fractal y una introducción a la Teoría del caos, entendiéndose la primera como la geometría de contornos irregulares de la naturaleza y la segunda como el estudio del caos determinista presente en fenómenos dinámicos de sistemas complejos no lineales. Asimismo, se presenta una breve reseña del surgimiento de la Teoría del caos como un rompimiento del determinismo Newtoniano-Laplaciano, así como las condiciones para que un sistema sea considerado caótico. Bajo esta situación, el sistema presenta una evolución con el tiempo errática, pero no aleatoria, pues se rige por normas de transición.

Las formas fractales se presentan tanto en las formas espaciales de los objetos naturales como en las trayectorias asociadas a la evolución temporal de los sistemas caóticos deterministas. La irregularidad de las trayectorias está asociada a la imposibilidad de predecir la evolución futura del sistema, aunque esta evolución sea determinista. La Geometría fractal es una herramienta necesaria para estudiar algunos sistemas dinámicos caóticos, mientras que la Teoría del caos se basa en una diversidad de herramientas que van más allá de los fractales.

En este trabajo se discuten algunas de las aplicaciones de Geometría fractal en la exploración y producción de hidrocarburos. Además, en lo que respecta a las aplicaciones de la Teoría del caos en la industria petrolera, se revisan los casos relacionados con el modelado de turbulencia y la mezcla de fluidos.

Con base en lo anterior, se concluye que tomando en cuenta que la aplicación de la Geometría fractal y la Teoría del caos es relativamente reciente en la industria petrolera para mantener una cierta ventaja competitiva, una posibilidad para que una compañía petrolera explore la aplicación de estas áreas del conocimiento, es desarrollar asociaciones con instituciones que actualmente abordan estos temas, promoviendo al mismo tiempo que los estudiantes de posgrado se involucren en los mismos, mediante cursos académicos y trabajo de tesis.

Palabras clave: Fractales, caos, sistemas no lineales.

Fractal geometry, Chaos Theory, and their applications in the Oil Industry

Abstract

Most bodies in nature present fractal behaviors, including geological systems. In nature there is also chaos and order in different proportions. This work presents a review of the basics of Fractal Geometry and an introduction to Chaos Theory, meaning the first as the geometry of irregular contours of nature and the second as the study of deterministic chaos in nonlinear complex dynamic phenomena. Likewise, it presents a brief overview of the emergence of Chaos Theory as an alternative to the Newtonian-Laplacian determinism, as well as the conditions so that a system is considered chaotic. Under this condition, the system presents an erratic evolution over time, but non-random, because it is governed by rules of transition.

Fractal forms are present both in the spatial forms of natural objects and the trajectories associated with the temporal evolution of deterministic chaotic systems. Irregularity of the paths is associated to the impossibility of predicting the future system evolution, even if this evolution is deterministic. Fractal geometry is a necessary tool to study some chaotic dynamical systems, while Chaos Theory is based on a variety of tools that go beyond Fractals.

This paper discusses some applications of Fractal Geometry in the exploration and production of hydrocarbons. In addition, with respect to the application of Chaos Theory in the oil industry, reviews the cases related to the modeling of turbulence and mixing of fluids.

Based on the above, it is concluded that taking into account that the application of Fractal Geometry and Chaos Theory is relatively recent in the oil industry to maintain a competitive advantage, a possibility for an oil company to explore the application of these areas of knowledge is developing partnerships with institutions that currently address these themes, promoting at the same time that graduate students be involved in them, through academic courses and thesis work.

Keywords: Fractals, chaos, non-linear systems.

Introducción a la Teoría del caos

La existencia de comportamientos caóticos se conoce desde el siglo antepasado, gracias los trabajos de Henri Poincaré[1]. Sin embargo, no es hasta la década de los 60's cuando Lorenz[2] inicia el campo de la Teoría del caos, después de escribir un modelo compuesto por un conjunto de tres ecuaciones diferenciales muy sencillas, no-lineales, aparentemente no muy difíciles de resolver. Sin embargo, este pequeño modelo cambió la dirección de la ciencia, ya que su solución genera lo que se conoce como *caos*, gobernado por leyes no aleatorias determinísticas. Este trabajo fue poco referenciado en principio pero al comienzo de lo que se conoce como *Revolución del caos* ocurrida en los años 70 y 80´s, generó más de 100 citas por año. Es conveniente mencionar, que el principal catalizador para el desarrollo de la Teoría del caos fue el auge en el uso de las computadoras.

La Teoría del caos es un campo de estudio de las Matemáticas, relacionado específicamente con la solución de ecuaciones no-lineales, y con aplicaciones en diversas disciplinas. La Teoría estudia el comportamiento de los sistemas dinámicos que son muy sensibles a las condiciones iniciales. Así, pequeñas diferencias en las condiciones iniciales (como las debidas a errores de redondeo en el cálculo numérico) producen resultados divergentes para tales sistemas dinámicos, lo cual dificulta la predicción a largo plazo[2]. Esto sucede a pesar de que estos sistemas son deterministas, es decir, el presente aproximado no determina aproximadamente el futuro.

El comportamiento caótico se puede observar en muchos sistemas naturales, como el clima[2]. Este comportamiento puede ser estudiado mediante el análisis de un modelo matemático caótico, o a través de técnicas analíticas como gráficas de recurrencia y mapas de Poincaré[3].

Los sistemas caóticos son predecibles por un tiempo y luego parecen tener un comportamiento aleatorio. La cantidad de tiempo durante el cual el comportamiento de un sistema caótico puede predecirse con eficacia depende de tres aspectos: cuánta incertidumbre estamos dispuestos a tolerar en el pronóstico; con cuanta precisión somos capaces de medir su estado actual y una escala de tiempo dependiendo de la dinámica del sistema, llamada el *tiempo Lyapunov*. Algunos ejemplos de los tiempos de Lyapunov son: circuitos eléctricos caóticos (~ 1 milisegundo), sistemas del tiempo climático (algunos días), el sistema solar (~50 millones de años), etc. En los sistemas caóticos la incertidumbre en la predicción aumenta exponencialmente con el tiempo transcurrido. Por lo tanto, duplicar el tiempo de predicción causa que se eleve al cuadrado la incertidumbre proporcional en el pronóstico. Esto significa que en la práctica una predicción significativa no puede realizarse en un intervalo de más de dos o tres veces el tiempo de Lyapunov[4].

Los estudiosos de la Ecología encontraron un comportamiento también caótico cuando usaron una ecuación no-lineal para modelar el crecimiento de la población, aun cuando no hay aleatoriedad en la ecuación. El mapa definido por $x_{n+1} = 4\, x_n\, (1 - x_n)$, $y_{n+1} = x_{n+1} + y_n$ muestra sensibilidad a las condiciones iniciales. Se tienen dos series de valores x e y que divergen notablemente con el tiempo a partir de una pequeña diferencia inicial.

La mayor parte de los estudios del caos consideran ecuaciones no-lineales en problemas dinámicos en diferentes campos de especialidad.

El Matemático Stanislav Ulam comentó que el llamar un problema *no-lineal*, era como ir al zoológico y hablar de los animales no-elefantes, su punto es que la mayoría de los animales no son elefantes, igual que la mayor parte de las ecuaciones son no-lineales[4]. Las ecuaciones lineales describen situaciones idealizadas donde los efectos son proporcionales a sus causas. Las ecuaciones lineales son tratables porque pueden dividirse en partes, y cada parte puede resolverse separadamente, y después combinarse las soluciones de cada sub-problema para obtener la solución del problema completo. En un sistema lineal el todo es igual a la suma de sus partes. Sin embargo, linealidad es una aproximación a una realidad más complicada.

En un sistema no-lineal, los componentes están cooperando o compitiendo entre sí, no solo sumando sus contribuciones. Así por ejemplo, en ingeniería petrolera las leyes utilizadas para flujo multifásico en tuberías o en ingeniería de yacimientos son no lineales.

El carácter sinergístico de sistemas no-lineales es precisamente lo que hace que estos sistemas sean difíciles de analizar. Además, el sistema debe analizarse completo al mismo tiempo, no por partes. Asimismo, conviene hacer mención que aun los sistemas no-lineales más sencillos pueden presentar comportamientos muy complicados.

Antecedentes de la Teoría del caos

En palabras coloquiales *caos* implica un completo desorden, sin embargo, técnicamente caos se refiere a un estado que parece aleatorio pero que es generado por leyes no-aleatorias. Ocupa un lugar intermedio entre orden y desorden, aparentemente es errático pero tiene patrones crípticos y es gobernado por leyes rígidas, es predecible a tiempos cortos, pero impredecible a tiempos grandes y nunca se repite a sí mismo. Además, su comportamiento no es periódico.

Las principales características del caos son: errático, comportamiento aparentemente aleatorio en un sistema determinístico, predecible a tiempos cortos por las leyes determinísticas e impredecible a tiempos grandes por el *efecto mariposa*.

Los casos de mayor interés surgen cuando el comportamiento caótico se lleva a cabo en un *atractor*, ya que un gran conjunto de condiciones iniciales dará lugar a órbitas que convergen a esta región caótica.

Los atractores que surgen de los sistemas caóticos, conocidos como atractores extraños, tienen un gran detalle y complejidad. Estos atractores ocurren en sistemas dinámicos continuos (como el sistema de Lorenz) y en algunos sistemas discretos (como el mapa de Hénon). Los atractores extraños suelen tener una estructura fractal.

En el diagrama de bifurcación del mapa logístico, **Figura 1**, $x_{n+1} = r\, x_n\, (1 - x_n)$, cada porción vertical muestra el atractor para un valor específico de r. El diagrama muestra el período de duplicación, conforme r aumenta, produciendo eventualmente caos.

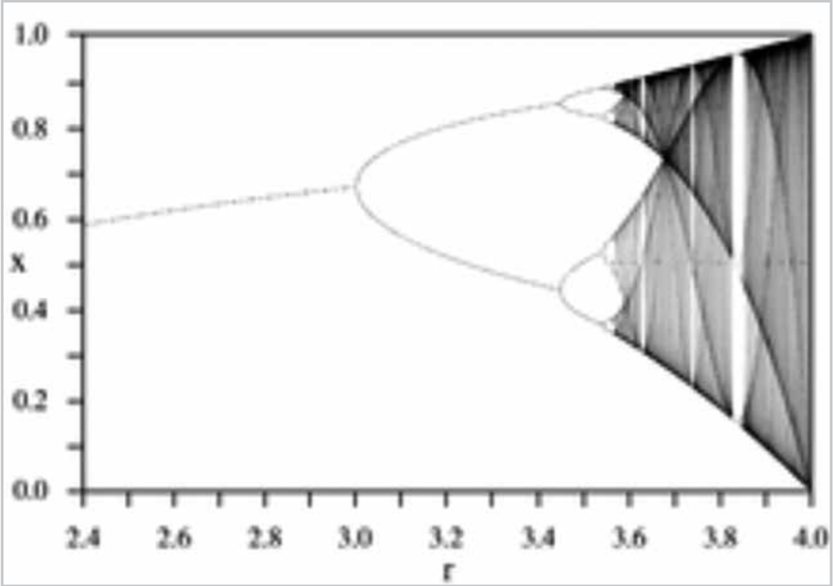

Figura 1. Curva logística, x es población, r constante de crecimiento.

Los sistemas caóticos discretos, como el mapa logístico, pueden mostrar atractores extraños cualquiera que sea su dimensión. En contraste, para sistemas dinámicos continuos un atractor extraño sólo puede surgir en tres o más dimensiones. Los sistemas lineales de dimensión finita nunca son caóticos; para que un sistema dinámico muestre un comportamiento caótico, tiene que ser no lineal o de dimensión infinita. El atractor de Lorenz mencionado anteriormente es generado por el siguiente sistema de tres ecuaciones mostrado en la **Figura 2**.

Donde *X*, *Y*, *Z* recuperan el estado del sistema, *t* es el tiempo, y σ, *s*, *b* son los parámetros del sistema. Cinco de los términos en el lado derecho son lineales, mientras que dos son cuadráticos.

La representación de valores que las variables X, Y, Z, adoptan con el tiempo a partir de valores iniciales dados y para unos valores de parámetros, da como resultado el atractor de Lorenz. Las órbitas configuran una imagen 3D asociada a la dinámica caótica del sistema que se denomina atractor extraño. Ejemplos de ecuaciones diferenciales no lineales son las ecuaciones de Navier-Stokes en la dinámica de fluidos.

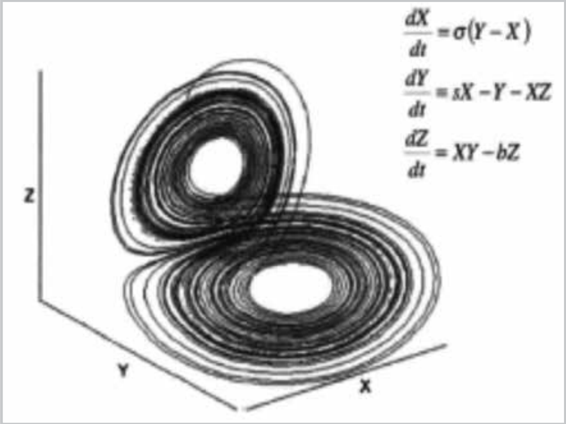

Figura 2. Atractor extraño de Lorenz.

Los estudios sobre la turbulencia de Kolmogorov[5] fueron importantes para la Teoría del caos, y por ello es considerado uno de los fundadores de la Teoría de la complejidad algorítmica, a menudo denominada *Teoría de la complejidad de Kolmogorov*. Ruelle y Takens predijeron que la turbulencia del fluido podría desarrollarse a través de un atractor extraño, un concepto central de la Teoría del caos[6].

En 1978, Coullet y Tresser, y Feigenbaum describieron la universalidad en el caos[7,8], lo que permite la aplicación de la teoría del caos a muchos fenómenos diferentes. Feigenbaum demostró que muchos sistemas pueden llegar a un comportamiento caótico siguiendo ciertas leyes, encontrando el orden oculto en el comportamiento caótico. En 1979, Libchaber presentó su observación experimental de la cascada de la bifurcación que conduce al caos y la turbulencia en los sistemas de convección, por lo que fue galardonado con el Premio Wolf de Física en 1986 junto con M. Feigenbaum, por sus logros en la Universalidad de la Teoría del caos.

El descubrimiento y formalización de esta teoría se ha dado en considerar como una nueva revolución en la Física del siglo XX, comparable a la que provocaron la Relatividad y la Mecánica Cuántica[6].

La Teoría del caos muestra que existe un orden subyacente en los aparentemente más desordenados e impredecibles comportamientos naturales.

Antecedentes de la geometría fractal

En 1963, Mandelbrot encontró patrones recurrentes en todas las escalas en los datos sobre los precios del algodón[9]. Previamente, había estudiado la teoría de la información, concluyendo que el ruido tenía un patrón similar al conjunto de Cantor, esto es, en cualquier escala, la proporción de los períodos que contienen ruido con respecto a los periodos libres de error era una constante, por tanto, los errores eran inevitables y debían ser planificados para la incorporación de la redundancia. Mandelbrot identificó a partir de estudios sobre flujo electrónico, jerarquías de fluctuaciones en todas las escalas. Asimismo, introdujo los conceptos de autosimilaridad estadística, **Figura 3**, y dimensión fraccional, mostrando que la longitud de una línea costera varía con la escala del instrumento de medición[10].

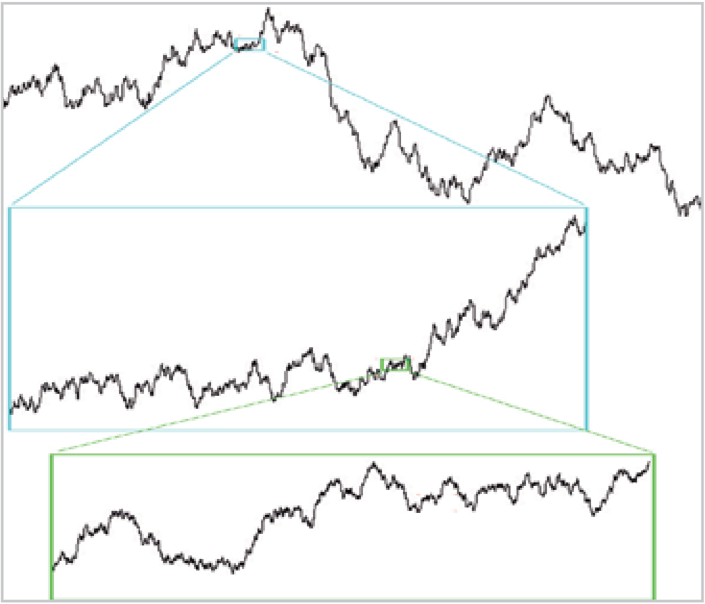

Figura 3. Autosimilaridad estadística.

Las dimensiones de un objeto son relativas al observador y pueden ser fraccionales. Un objeto cuya irregularidad es constante en diferentes escalas ("auto-similitud") es un fractal, como por ejemplo el tapete de Sierpinski y la curva de Koch (con dimensión fractal ~1.2619).

Geometría fractal es la geometría de los contornos irregulares de la naturaleza. Los fractales son los objetos matemáticos que constituyen la geometría de la Teoría del caos, aunque no todos los fractales son caóticos. Por tanto, dicha Teoría se sustenta, entre otras cosas, en la Geometría fractal.

Mandelbrot reconoció que las escalas poseían un patrón el cual las relacionaba, indicando que si bien no eran iguales a diferentes escalas, si eran similares de manera estadística. Esta es una de las características principales de los fractales.

La geometría fractal se ha trasformado en una herramienta multidisciplinaria utilizada por científicos, ingenieros, sociólogos, etc. Es conocida como la geometría de la naturaleza, y es un nuevo lenguaje; ya que objetos de la geometría tradicional son reemplazados por algoritmos iterativos computacionales que permiten describir sistemas naturales, caóticos y dinámicos[11]. Así por ejemplo, las fracturas naturales se presentan en las rocas en un rango variado de escalas, existiendo además zonas con agrupamientos de fracturas y otras donde su presencia es escasa, **Figura 4**.

Así, la geometría fractal es un método estadístico útil para describir la estructura de un medio naturalmente fracturado e identificado por una Ley de potencias, ya que el método Euclidiano convencional considera una distribución uniforme de fracturas, fracturas a una sola escala y que la red de fracturas está totalmente conectada. En contraparte, la geometría fractal considera que las fracturas existen a diferentes escalas, la red de las mismas no necesariamente tiene una conexión completa y su distribución no necesariamente es uniforme.

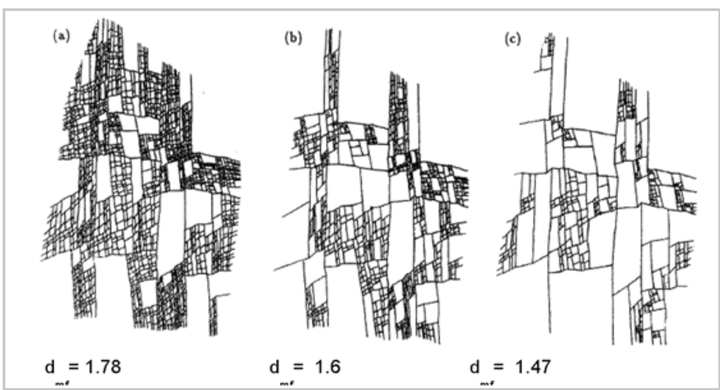

Figura 4. Redes fractales sintéticas de fracturas, según Acuña y Yortsos[12].

Aplicaciones de la Teoría del caos

Algunas de las áreas que se han beneficiado de la Teoría del caos son Geología, Matemáticas, Biología, Ingeniería, Computación, etc.[13]. Además, el análisis no lineal se ha aplicado a flujos bifásicos agua-gas y agua-petróleo a través de redes complejas de ductos. El comportamiento del flujo bifásico en un amplio rango de condiciones de flujo y ángulos de inclinación constituyen un problema interdisciplinario con aplicaciones importantes para la industria del petróleo. Además, la comprensión de la dinámica de los patrones de flujo es un asunto crucial. Debido a la interacción entre muchos factores complejos como la turbulencia del fluido y los movimientos relativos locales entre las fases, el flujo bifásico muestra una estructura de flujo altamente irregular, aleatorio e inestable[14]. Asimismo, otras de las aplicaciones de la Teoría del caos es la transición de fases e inteligencia artificial.

En la dinámica de fluidos, la turbulencia o flujo turbulento es un régimen de caudales que se caracteriza por cambios de propiedades caóticas. La turbulencia normalmente está presente en el flujo en tuberías, ductos, etc. El flujo turbulento juega un papel crítico en términos de socavación de sedimentos, así como en su acumulación y transporte en los ríos, lo cual es muy importante para entender algunos procesos sedimentológicos. Los modelos de generación y propagación de fallas en medios heterogéneos es otro ejemplo de aplicación de la Teoría del caos[15].

Aunado a lo anterior, es posible que los modelos económicos también puedan mejorar a través de una aplicación de la Teoría del caos[16-17].

La aplicación de la Teoría se extiende al comportamiento organizacional, toda vez que una organización es un ejemplo clásico de un sistema no lineal. Peters[18] ofrece una estrategia para ayudar a las empresas a hacer frente a la incertidumbre de los mercados competitivos a través de la capacidad de respuesta al cliente, la innovación de ritmo rápido, y aprendizaje para trabajar en un entorno de cambio.

Aplicaciones de la Geometría fractal

Entre las aplicaciones de la Geometría fractal se cuentan las siguientes: distribución de acumulaciones de hidrocarburos[19], descripción de secciones estratigráficas, análisis de registros geofísicos[20], **Figura 5**, análisis de imágenes de láminas delgadas, núcleos, afloramientos[21-22], y satelitales para determinar la densidad de fracturas naturales, distribuciones de porosidad y permeabilidad entre pozos, modelos de propagación de una fractura, análisis de pruebas de presión en yacimientos fracturados[23-25], **Figuras 6** y **7**, análisis de imágenes resistivas para identificación y modelado de fracturas naturales, en el tratamiento, manipulación, y compresión y descompresión de imágenes, digitación viscosa presente en la difusión de un fluido dentro del medio poroso, en el análisis de datos de producción[26] **Figura 8**, y en la simulación de procesos de karstificación.

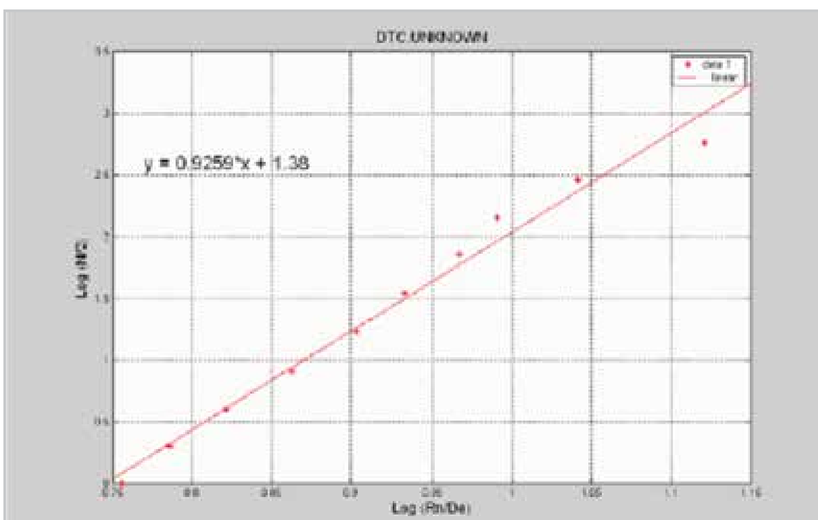

Figura 5. Geometría fractal aplicada al análisis de un registro sónico, según Arguello, G.V.[20]

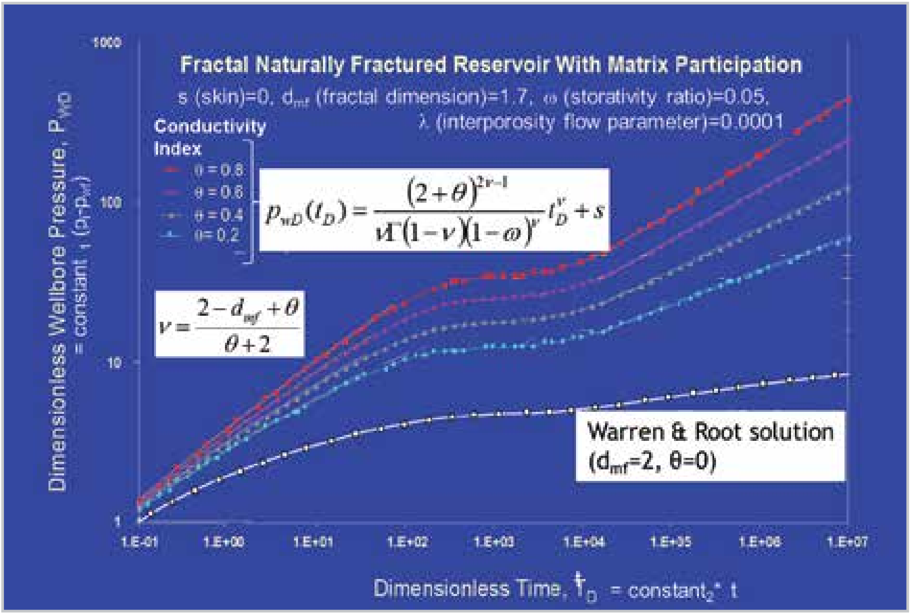

Figura 6. Comportamiento del incremento de presión, para un yacimiento fracturado con geometría fractal para diferentes valores del índice de conductividad, según Flamenco y Camacho[25].

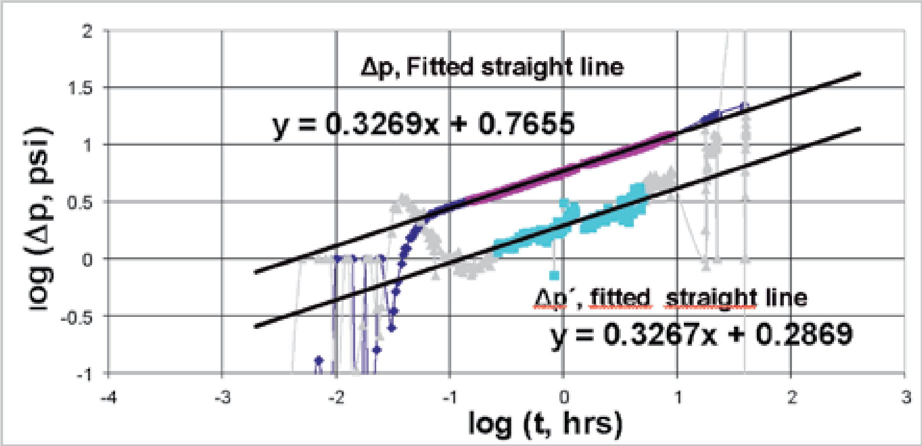

Figura 7. Comportamiento de una prueba de incremento y su derivada, para un yacimiento fracturado con geometría fractal del Sureste de México, según Flamenco y Camacho[25].

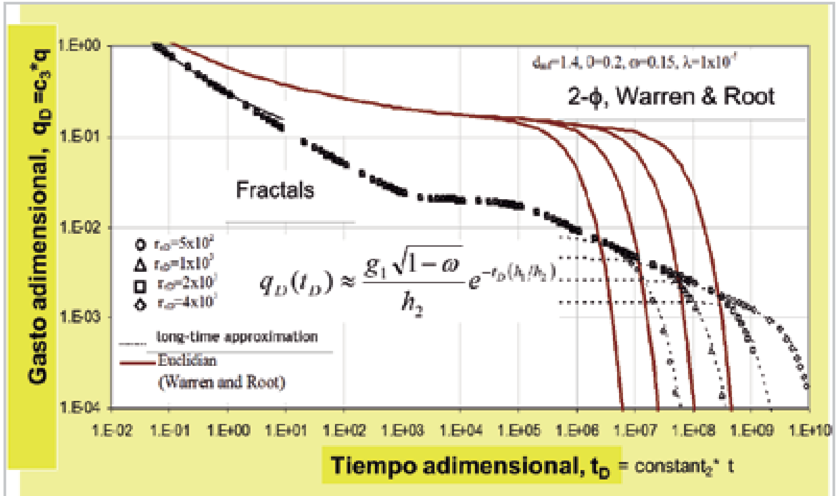

Figura 8. Comparación del gasto de un yacimiento fracturado con doble porosidad, para un modelo fractal y para un modelo tradicional de Warren y Root, según Camacho *et al*.[26]

Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo a Gleick[6], el Siglo XX será recordado por tres cosas: la Teoria de Relatividad, la Mecánica Cuántica y la Teoria del caos. La primera elimina la ilusión Newtoniana del espacio-tiempo absoluto, la segunda elimina el sueño Newtoniano de los procesos medidos y controlados, y el caos elimina la fantasía Laplaciana de la predicción determinista.

Considerando lo mencionado en este trabajo se tienen las siguientes observaciones:

- Los fractales abren la puerta a numerosas conjeturas sobre la complejidad del mundo. Las pautas de generación de fractales son extremadamente sencillas si se comparan con los resultados obtenidos. Los progresos de la Geometría fractal repercutirán en una creciente utilidad para el estudio de la realidad.

- Es necesario tener cautela y no intentar identificar estructuras fractales donde no existen.

- Gracias a los descubrimientos de la Teoría del caos y de la Geometría fractal, se han logrado comprender sistemas que anteriormente se creían totalmente caóticos, y ahora exhiben patrones predecibles.

- Para que una compañía se involucre en la aplicación de fractales y la Teoría del caos, es necesario implementar alianzas con instituciones con experiencia en estos temas y promover que los estudiantes de posgrado se involucren en los mismos.

- Incorporar en los planes y programas educativos de las universidades, el estudio de fractales y de la Teoría del caos.

Referencias

1. Acuña, J.A. y Yortsos, Y.C. 1991. Numerical Construction and Flow Simulation in Networks of Fractures Using Fractal Geometry. Artículo presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, octubre 6-9. SPE 22703-MS. http://dx.doi.org/10.2118/22703-MS.

2. Acuña, J.A., Ershaghi, I. y Yortsos, Y.C. 1995. Practical Application of Fractal Pressure Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs. *SPE Form Eval* **10** (3): 173-179. SPE-24705-PA. http://dx.doi.org/10.2118/24705-PA.

3. Argüello, G.V. 2005. *Diseño e Implementación de un Algoritmo con Base Fractal para realizar Análisis de Rango Re-Escalado en Registros de Pozo.* Tesis de Licenciatura, U. Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

4. Barton, C. y La Pointe, P., eds. 1995. *Fractals in Petroleum Geology and Earth Processes.* New York: Springer Science+Business Media.

5. Berger J.M. y Mandelbrot B. 1963. A New Model for Error Clustering in Telephone Circuits. *IBM Journal of Research and Development* **7** (3): 224–36.

6. Camacho-Velázquez, R.G., Fuentes-Cruz, G. y Vásquez-Cruz, M.A. 2008. Decline-Curve Analysis of Fractured Reservoirs with Fractal Geometry. *SPE Res Eval & Eng* **11** (3): 606-19. SPE-104009-PA. http://dx.doi.org/10.2118/104009-PA.

7. Chang, J. y Yortsos, Y.C. 1990. Pressure Transient Analysis of Fractal Reservoirs. *SPE Form Eval* **5** (1): 31-38. SPE-18170-PA. http://dx.doi.org/10.2118/18170-PA.

8. Coullet, P. y Charles, T. 1978. Iterations D'Endomorphismes et Groupe de Renormalisation. *Journal de Physique Colloques* **39** (C5): C5-25–C5-28.

9. Feigenbaum, M. 1978. Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations. *Journal of Statistical Physics* **19** (1): 25–52.

10. Flamenco-López, F. y Camacho-Velázquez, R.G. 2003. Determination of Fractal Parameters of Fracture Networks Using Pressure-Transient Data. *SPE Res Eval & Eng* **6** (1): 39-47. SPE-82607-PA. http://dx.doi.org/10.2118/82607-PA.

11. Gao, Z.-K., Jin, N.-D. y Wang, W.-X. 2014. *Nonlinear Analysis of Gas-Water/Oil-Water Two-Phase Flow in Complex Networks*. Heidelberg: Springer.

12. Gleick, J. 1987. *Chaos: Making a New Science.* London: Cardinal.

13. Hardy, H.H. y Beier, R.A. 1994. *Fractals in Reservoir Engineering.* Singapore: World Scientific Publishing Co.

14. Juárez, F. 2011. Applying the Theory of Chaos and a Complex Model of Health to Establish Relations Among Financial Indicators. *Procedia Computer Science* **3**: 982–986. http://dx.doi.org/10.1016/j.procs.2010.12.161.

15. Katz, J.I. 1986. A Model of Propagating Brittle Failure in Heterogeneous Media. *Journal of Geophysical Research* **91** (B10): 10412-10420. http://dx.doi.org/10.1029/JB091iB10p10412.

16. Kellert, S.H. 1993. *In the Wake of Chaos: Unpredictable Order in Dynamical Systems*. Chicago: University of Chicago Press.

17. Kolmogorov, A.N. 1941. On Degeneration of Isotropic Turbulence in an Incompressible Viscous Liquid. *Doklady Akademii Nauk* SSSR **31** (6): 538–540.

18. Lorenz, E.N. 1963. Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the Atmospheric Sciences* **20** (2): 130–141.

19. Mandelbrot, B. 1963. The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business* **36** (4): 394–419.

20. Mandelbrot, B. 1977. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H. Freeman.

21. Peters, E.E. 1994. *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. New York: J. Wiley.

22. Peters, T. 1988. *Thriving on Chaos: Handbook for a Management Revolution*. New York: Harper & Collins.

23. Poincaré, J.H. 1890. Sur le Problème des Trois Corps et les Équations de la Dynamique. Divergence des Séries de M. Lindstedt. *Acta Mathematica* **13**: 1–270.

24. Sahimi, M. y Yortsos, Y.C. 1990. Applications of Fractal Geometry to Porous Media: A Review. Society of Petroleum Engineers. SPE-20476-MS.

25. Strogatz, S.H. 2003. *Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order.* New York: Hyperion.

26. Wikipedia. 2015. Chaos Theory. https://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory (Fecha de acceso 15 de enero de 2015).

Semblanza de los autores

Rodolfo G. Camacho Velázquez

En 1979 obtuvo el grado en la carrera de Ingeniería Geofísica en la Universidad Nacional Autónoma de México. En 1983 realizó estudios de Maestría en Ingeniería Petrolera en la Universidad de Tulsa, Oklahoma; y en 1987 obtuvo el grado de Doctor en Ingeniería Petrolera en la misma Universidad.

De 1979 a 1981 laboró en el Instituto Mexicano del Petróleo. De 1987 a 1988 trabajó como Investigador Asociado en el Departamento de Ingeniería Petrolera de la Universidad de Tulsa. En 1988 se desempeñó como Investigador en el Instituto Mexicano del Petróleo, hasta 1991. Fue Asesor de la Subdirección de Planeación y Coordinación en Petróleos Mexicanos a partir de 1991 hasta 1992. De 1992 y hasta 1999 estuvo comisionado en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería por Pemex Exploración y Producción, desarrollando actividades docentes y de investigación en el programa de Posgrado en Ingeniería Petrolera. De 2000 a 2002 estuvo a está cargo en forma interina de la Gerencia de Productividad de Pozos de la Subdirección de Tecnología y Desarrollo Profesional. De 2002 a 2005 fue Gerente de Desarrollo Tecnológico de Exploración y Producción en las Direcciones Corporativas de Planeación Estratégica y Operaciones. De 2005 a 2008 fue Gerente de Información Técnica de Explotación. De 2008 a 2011 estuvo a cargo de la Gerencia de Tecnología de Explotación en la Subdirección Técnica de Explotación en PEP. De 2011 a 2015, es Asesor de la Dirección de Pemex Exploración y Producción. Finalmente, de noviembre de 2015 a la fecha es Asesor de la Dirección Corporativa de Investigación y Desarrollo Tecnológico de Pemex.

Ha realizado actividades docentes en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, en la UNAM y en la Escuela de Ciencias de la Tierra del Instituto Politécnico Nacional.

Ha presentado y publicado más de 100 trabajos técnicos en diferentes foros y revistas, principalmente aquellos patrocinados por la Society of Petroleum Engineers (SPE). También ha publicado varios artículos en la revista Ingeniería Petrolera de la Asociación de Ingenieros Petroleros de México (AIPM), y en la revista de Water Resources Research. Ha colaborado en el desarrollo del capítulo VII del libro: Computational Methods for Free and Moving Boundary Problems in Heat and Fluid Flow.

Es miembro de La Academia Nacional de Ingeniería, y de la Academia Mexicana de Ciencias. Fue Presidente del SPE-Sección México en el periodo 2004-2006 y Vicepresidente del Programa Técnico de la SPE Sección México en el periodo 2002-2004. También ha participado, entre otros cargos, como Technical Editor en la SPE Editorial Review Committee en 1996, y hasta 1999 fue Review Chairman de la revista SPE Reservoir Evaluation and Engineering.

Es Conferencista Distinguido de la SPE para el periodo 2015-2016. En 2008, recibió del SPE la distinción Lester Uren Award. En 2000 recibió la distinción "Instituto Mexicano del Petróleo" por parte de la AIPM, por logros en investigación y desarrollo tecnológico en ingeniería petrolera. Ha recibido la Medalla "Juan Hefferan", otorgada por la AIPM, al mejor trabajo técnico, en 1990 y 1993; el "Premio Nacional de la Administración Pública", otorgado por el Gobierno Mexicano, en 1990; la Medalla "Academic Excellence" otorgada por la Atlantic Richfield Company, Tulsa, en 1982; la Medalla "Gabino Barreda", otorgada por la UNAM en 1979; y Mención Honorífica otorgada al término del examen profesional por la Facultad de Ingeniería, UNAM, en 1979.

Mario Alberto Vásquez Cruz

Es Ingeniero Petrolero egresado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, con grados de Maestro en Ingeniería por la DEPFI de la UNAM y de Maestro en Ciencias de la Ingeniería por la Universidad de Texas en Austin, EUA.

Actualmente labora en Pemex Exploración y Producción, en la Gerencia de Identificación, Selección y Evaluación de Oportunidades de la Subdirección de Gestión de Alianzas, en donde participa en la formulación de los casos de negocio para monetizar los activos de desarrollo y producción a través de la incorporación de socios, entre otras actividades.

Previamente, desde el año 2004, ha colaborado en estudios de certificación de reservas, simulación numérica de yacimientos para el mismo propósito, documentación del portafolio de proyectos de inversión y en la administración de los Portafolios de Proyectos de Exploración y Explotación.

En septiembre de 1984 ingresó como becario al Instituto Mexicano del Petróleo colaborando en estudios relacionados con evaluación de formaciones. A partir de 1986, contratado en la misma institución, participó durante 18 años en estudios de caracterización de yacimientos y en investigaciones relacionadas con el tema.

Por otra parte, desde 1992 desarrolla actividades docentes en el Departamento de Ingeniería Petrolera de la ESIA-Unidad Ticomán del IPN. Estas mismas actividades también las ha realizado de manera intermitente en la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

Ha recibido distinciones del Instituto Mexicano del Petróleo, de la Academia Nacional de Ingeniería, de la AIPM, de la Society of Petroleum Engineers (SPE) y de la Academia Mexicana de Ciencias.

Es miembro del Colegio de Ingenieros Petroleros de México, en donde ha sido designado Perito en Ingeniería de Yacimientos, de la AIPM, de la Sociedad Geológica Mexicana y de la Society of Petroleum Engineers, agrupación en la que se ha desempeñado como responsable de la Secretaría y de los Programas Técnicos de la Sección México. Actualmente, es Editor Técnico de las publicaciones tituladas SPE Reservoir Evaluation and Engineering y hasta el presente año del Journal of Canadian of Petroleum Technology de la SPE.