

# ANÁLISIS NO LINEAL DE UNA JUNTA EXPERIMENTAL DE COLUMNA Y VIGAS DE CONCRETO ARMADO-COLUMNA DE ACERO PARA PÓRTICOS

## NON-LINEAR ANALYSIS OF AN EXPERIMENTAL JOINT OF COLUMN AND BEAMS OF ARMED CONCRETE-STEEL COLUMN FOR FRAME

Nelson López<sup>1</sup>, Ronald Ugel<sup>2</sup>, Reyes Indira Herrera<sup>3</sup>

Recibido 11/09/2017; Aprobado: 30/10/2017

### RESUMEN

En esta investigación se estudia el comportamiento no lineal de una junta (nodo) experimental a escala real, conformada por tres elementos de concreto reforzado, 1 columna y 2 vigas unidos a una columna de acero estructural en el nivel superior. En el análisis numérico el modelo de la unión fue analizado en el rango inelástico, dicho modelo se elaboró con el programa de elementos finitos basado en fibras SeismoStruct, para analizar en función del tiempo, los esfuerzos de tracción y compresión en las zona confinadas y no confinadas de la columna de concreto y en el acero de refuerzo longitudinal, así como también la verificación del diseño de la placa base que une a las dos columnas. Los resultados mostraron que los esfuerzos de tracción en la zona no confinada sobrepasaron el límite de rotura del concreto, presentándose agrietamiento justo debajo del borde inferior de las vigas; en la zona confinada los esfuerzos de tracción fueron mucho menores, presentándose agrietamientos más tardíos que en la zona no confinada. La junta columna de concreto-columna de acero se comportó como nodo rígido, por lo que el diseño elástico estuvo acorde a la metodología de cálculo de placas base para columnas de acero.

**Palabras clave:** *Nodo rígido, estudio inelástico, placa base.*

---

<sup>1</sup>Nelson López. Ingeniero Civil. Magister Scientiarum en Mecánica Aplicada a la Construcción, Especialista en Recursos Hidráulicos, Docente investigador en la Universidad Politécnica Salesiana. Ecuador. Correo: nlopez@ups.edu.ec

<sup>2</sup>Ronald Ugel. Doctor en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Docente investigador Decanato de Ingeniería Civil, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Correo: rugel@ucla.edu.ve

<sup>3</sup>Reyes Indira Herrera Doctora en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Docente investigadora Decanato de Ingeniería Civil, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Correo: hreyes@ucla.edu.ve.

## ABSTRACT

In this research, the nonlinear behavior of a real-scale experimental joint (node) is studied, consisting of three reinforced concrete elements, one column and two beams joined to a structural steel column at the upper level. In the numerical analysis the model of the union was analyzed in the inelastic range, this model was elaborated with the finite element program based on fibers SeismoStruct, to analyze as a function of time, the traction and compression efforts in the confined area and not confined area of the concrete column and in the longitudinal reinforcement steel, as well as verification of the design of the base plate that joins the two columns. The results showed that tensile stresses in the unconfined zone surpassed the concrete breaking point, with cracking occurring just below the lower edge of the beams; in the confined area the traction efforts were much lower, with cracks occurring later than in the non-confined area. The concrete column-steel column joint behaved as a rigid node, so the elastic design was consistent with the calculation methodology of base plates for steel columns.

**Keywords:** *Rigid node, inelastic study, base plate*

## 1. INTRODUCCIÓN

En la investigación que a continuación se expone, se tiene una probeta en escala real de una junta de una columna de concreto armado con una de acero estructural, a fin de estudiar el comportamiento de la junta bajo cargas cíclicas, incursionando en el rango elástico e inelástico. Para ello, se elaboró y calibró un modelo matemático de la junta para analizar el comportamiento de cada elemento estructural con mayor detalle, y poder determinar valores de interés como momentos máximos, desplazamientos del nodo de control y rotaciones. La junta se diseñó con métodos y normativas vigentes en Venezuela para el rango elástico; observando el comportamiento en el rango inelástico como satisfactorio considerando que elementos estructurales como vigas de concreto y la columna de acero, no presentaron fallas evidentes ante las cargas aplicadas; pero si se presentaron fuertes agrietamientos en la columna de concreto, unos centímetros por debajo de la viga, alcanzando el eje neutro de la sección de la columna.

El modelo matemático en cuestión se realizó con el programa SeismoStruct [1], el cual permite realizar un análisis pseudo-estático para una historia de desplazamientos como dato de entrada. En este caso, la historia de desplazamientos se aplicó a una probeta construida en escala real, compuesta por una columna y dos vigas de concreto armado, y una columna de acero estructural unida a la de concreto, mediante una placa base de acero estructural. Esta probeta fue construida y ensayada por Ugel [2], revelando que la causa de la falla de la misma, fue el agrietamiento producido debajo de las vigas, en la columna de concreto armado.

## 2. DESARROLLO

El diseño de juntas entre una estructura de acero y una de concreto generalmente se orienta al

de vigas de acero-columnas de concreto, o vigas de acero-muros de concreto, o columnas de acero (superestructura) con fundación de concreto (infraestructura). Para cualquiera de estos casos, estas juntas poseen una configuración similar, como se muestra en la Figura 1.

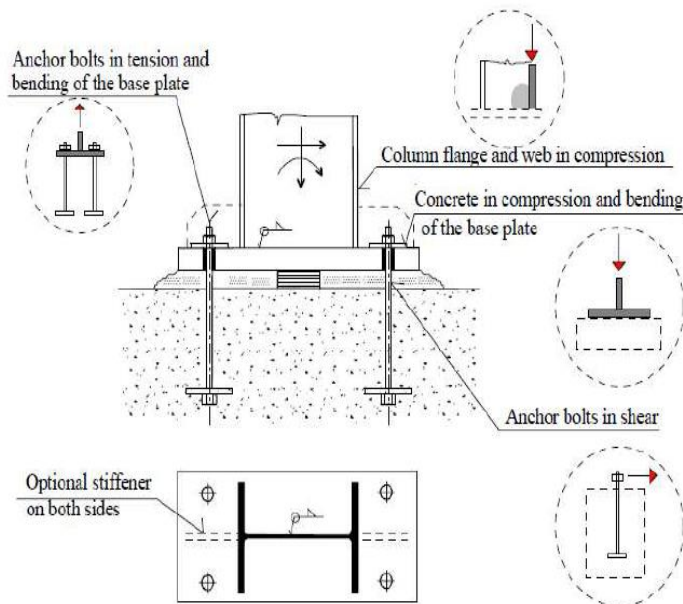


Figura 1. Configuración de una conexión entre concreto y acero. Fuente: [3]

## 2.1. Elementos que constituyen la junta.

Entre los elementos que constituyen una junta, se encuentran principalmente:

### 2.1.1. Placa Base

Se entiende como placa base, al elemento de transición existente entre un elemento de concreto y uno de acero. Generalmente se diseña sometida a esfuerzos de flexión, corte y axial, con lo cual se determina el espesor de la placa, número de pernos de conexión y longitud de los mismos. El diseño de dicha placa dependerá en parte, de la capacidad de soporte del concreto, que a su vez se encuentra relacionado con el cociente de las áreas de la placa base y del apoyo de concreto. El espesor de la placa varía de acuerdo a las solicitaciones; si sólo se encuentra sometida a cargas axiales, la expresión que permite calcular su espesor  $t$  es la mostrada en la (1).

$$t_{min} = l * \sqrt{\frac{2 * P_u}{\phi * f_y * B * N}} \quad (1)$$

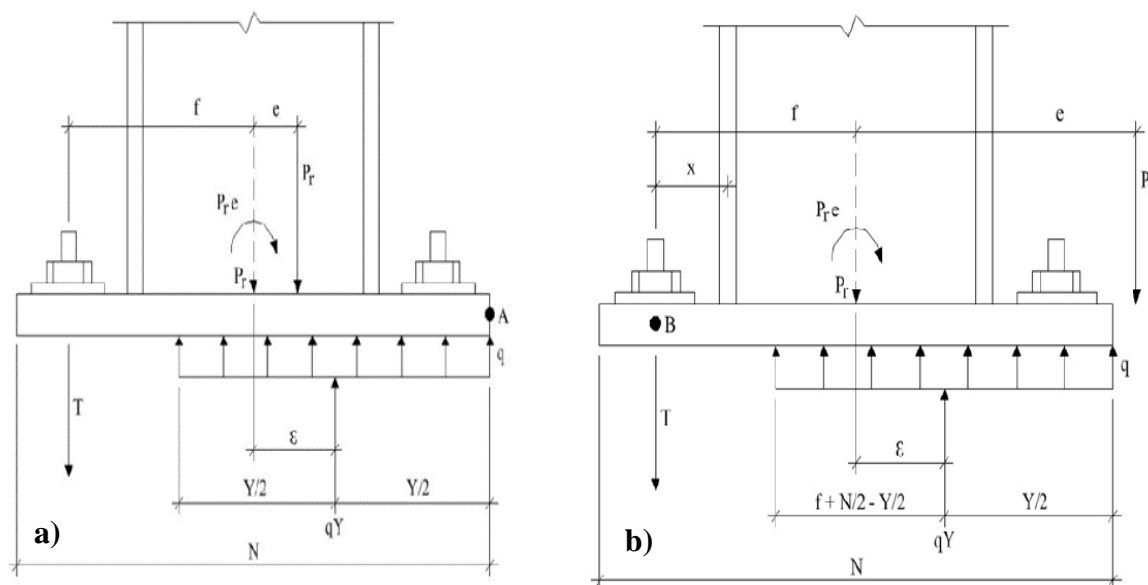
Especificándose:

$P_u$ : carga axial máxima

$\phi$ : coeficiente de minoración de resistencia a flexión

$l$ : coeficiente dependiente de la forma de la placa  
 $f_y$ : esfuerzo de cedencia del acero de la placa base  
 $B$  y  $N$ : ancho y largo de la placa

Si la placa se encuentra sometida a cargas axiales y momentos de flexión, su espesor se verá aumentado de acuerdo a las excentricidades debidas a las sollicitaciones [4], como se observa en la Figura 1.



**Figura 1.** Placas base sometidas a: a) Momentos pequeños, b) Momentos grandes. Fuente: [4]

Las expresiones que permiten calcular el espesor  $t$  de la placa son las mostradas en la Ecuación 2 (Momentos pequeños) y Ecuación 3 (Momentos grandes).

$$t_{min} = 2.11 * \sqrt{\frac{P_u * Y * (m - 0.5 * Y)}{f_y}}; \text{ si } Y < m \quad (2)$$

$$t_{min} = 2.11 * \sqrt{\frac{T_u * X}{B * f_y}} \quad (3)$$

Especificándose:

- $f_p$ : esfuerzo último de los pernos
- $f_y$ : esfuerzo de cedencia del acero de la placa.
- $T_u$ : fuerza de tracción aplicada en la placa.
- $X$ : distancia entre el eje del perno y la cara del perfil de columna
- $m$ : distancia del punto de momento máximo hasta el extremo de la placa
- $Y$ : longitud de reacción distribuida del suelo sobre la placa
- $B$ : ancho de la placa

### 2.1.2. Pernos de anclaje

Los pernos de anclaje son los que garantizan la adherencia entre la placa y el soporte de

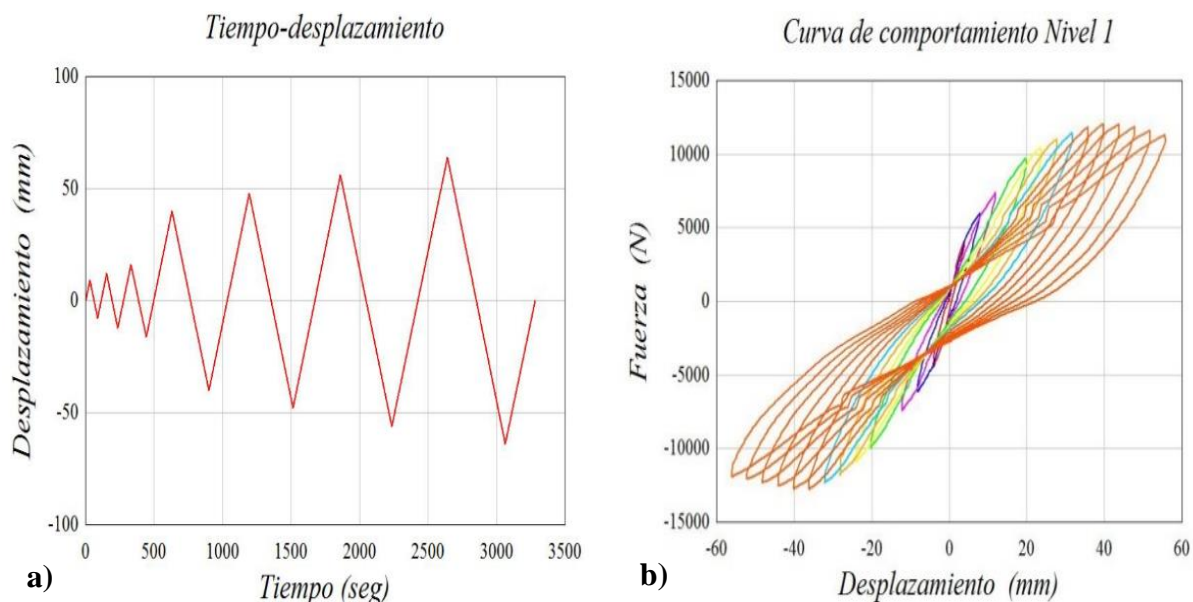
concreto, además de resistir los esfuerzos de corte y de tracción [3]. Se deben diseñar para soportar la mayor fuerza tracción generada en la junta, que en la mayoría de los casos proviene de los momentos generados por acciones laterales como vientos y sismos. Los momentos que se generan debido a éstas acciones, generan fuerzas de tracción en un grupo de pernos y fuerzas de compresión en otro grupo de pernos. La norma COVENIN 1618-1998 [6], establece longitudes de anclaje para algunos tipos de pernos (ver Tabla 1).

**Tabla 1.** Longitudes de pernos según COVENIN 1618-1998. Fuente [6]

Tipo de perno	Longitud mínima de anclaje
A307, A36	12*d
A325, A490	17*d

## 2.2. Ensayo cíclico

Este ensayo consiste en aplicar una carga que simule acciones dinámicas sobre la probeta, definiendo para ello, sentido, valor y frecuencia de aplicación de la carga. En la Figura 3 se observa el gráfico resultante de la aplicación incremental de un desplazamiento a través del tiempo que se traduce en carga aplicada lateralmente a un pórtico mixto de acero-concreto en el trabajo de investigación de Ugel [2], generando un comportamiento histerético en el pórtico, como se observa en la Figura 3.



**Figura 2.** Ejemplo de: a) Ensayo cíclico, b) Comportamiento histerético. Fuente [2]

## 2.3. Modelos de Histéresis empleados

Se refiere a aquellos modelos matemáticos capaces de representar la relación entre la resistencia de un elemento y su deformación en base a ensayos de laboratorio, con

excitaciones de cargas denominadas historias de cargas. Éstas historias generalmente poseen una fase de carga, una de descarga y una de recarga, generando ciclos. La primera curva que se crea debido a estos ciclos se denomina “curva primaria” o “curva esqueleto” [7], ya que es la que la que otorga una aproximación de la forma de la curva de histéresis y del comportamiento de resistencia-deformación del elemento estructural. La fase de carga se identifica cuando la deformación aumenta en la curva primaria; la fase de descarga se observa cuando la deformación disminuye en la curva primaria; la fase de recarga se produce inmediatamente después de la descarga, y se evidencia cuando la deformación comienza a aumentar su valor (Ver Figura 3).

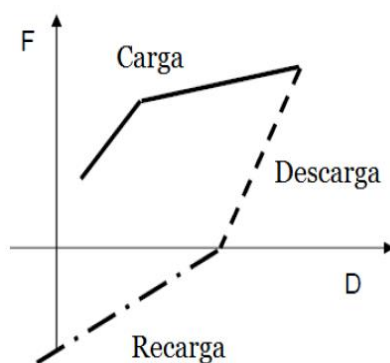


Figura 3. Comportamiento histerético. Fuente: [8]

### 2.3.1. Modelo bilineal

Un modelo de histéresis para elementos de acero estructural o de refuerzo, puede ser el modelo bilineal, el cual simula el comportamiento del acero describiendo una línea recta con pendiente positiva hasta que el límite elástico es alcanzado, y una vez lograda la fluencia, se comporta como una línea recta con pendiente positiva (rama de endurecimiento) casi igual a cero hasta que se inicia la descarga. Este modelo no considera la pérdida de rigidez en el elemento estructural (ver Figura 5).

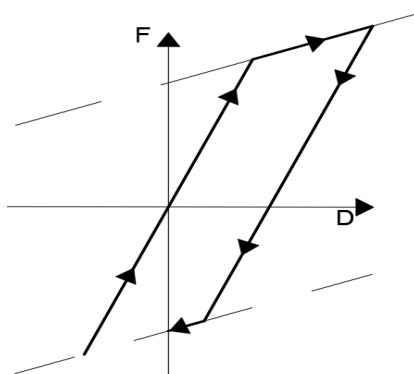


Figura 4. Modelo bilineal. Fuente: [8]

### 2.3.2. Modelo elasto-plástico perfecto

El modelo elasto-plástico perfecto, es un modelo parecido al bilineal, con la variación de que la pendiente del gráfico después de la fluencia no es positiva sino igual a cero, lo que implica que no se considera el endurecimiento debido a la deformación. Al igual que el bilineal, no considera la degradación de la rigidez (ver Figura 6).

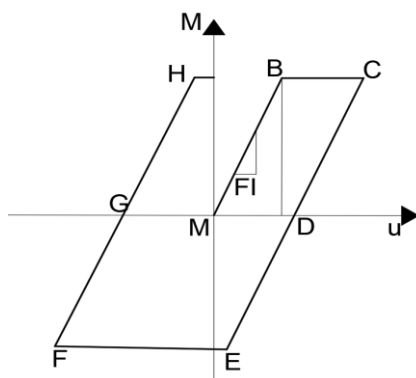


Figura 5. Modelo elasto-plástico perfecto. Fuente: [8]

### 2.3.3. Modelo de Takeda.

Un modelo más sofisticado es el modelo de Takeda et al [7]. Este si incluye la degradación de la rigidez en agrietamiento debido a flexión y características de endurecimiento por deformación. El modelo consiste de una curva envolvente de forma trilineal, con cambios de pendiente en los puntos de agrietamiento A, A', y en los puntos de cedencia B,B'. En el tramo de descarga C-D, se tiene una pendiente a partir de la rama que representa la post-fluencia, similar al tramo A-B, que conecta el punto de fluencia con el punto de agrietamiento, mientras que la recarga se orienta hacia el punto en que la deformación previa es máxima (ver Figura 7).

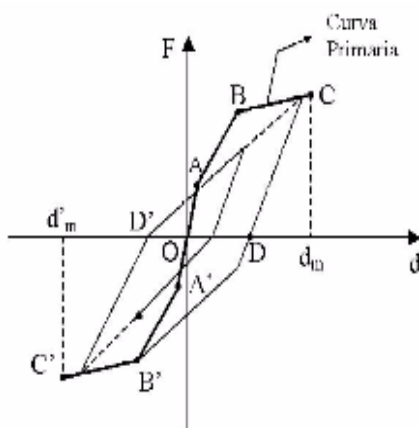


Figura 6. Modelo de Takeda et al. Fuente: [8]

### 2.3.4. Modelo de Menegotto-Pinto

Entre los modelos más empleados para la simulación de acero estructural, se encuentra el de

Menegotto y Pinto [9], que representa el comportamiento uniaxial del material y describe el comportamiento del acero de refuerzo, por fibras en la sección transversal sujetas a esfuerzos normales (ver Figura 8).

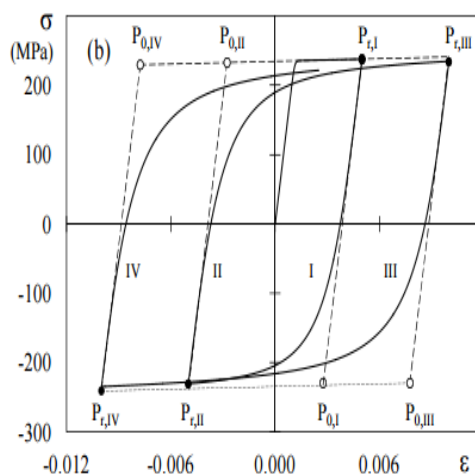


Figura 7. Modelo de Menegotto y Pinto. Fuente: [9]

### 2.3.5. Modelo de Mander

El modelo de Mander [8], es un modelo no lineal que representa el comportamiento del concreto. Desarrollado para elementos de concreto, confinados por varios tipos de refuerzo transversal, asemeja mucho el comportamiento del concreto sobre todo en columnas. Además, éste modelo acepta cargas estáticas o dinámicas, aplicadas monotónicamente o por ciclos, en secciones de concretos rectangulares, cuadradas o circulares (ver Figura 9).

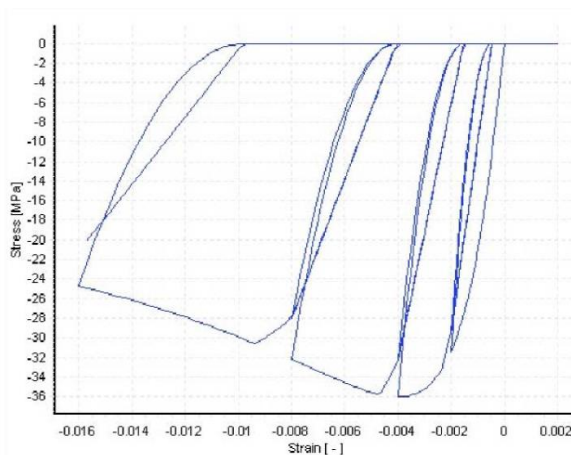


Figura 8. Modelo de Mander. Fuente: [1]

## 3. METODOLOGÍA

La investigación llevada a cabo es de tipo analítica, debido a que sólo se realizaron simulaciones con modelos matemáticos que fueron calibrados en base a ensayos experimentales realizados en el trabajo de Ugel [2]. La probeta ensayada se muestra en la Figura 10.



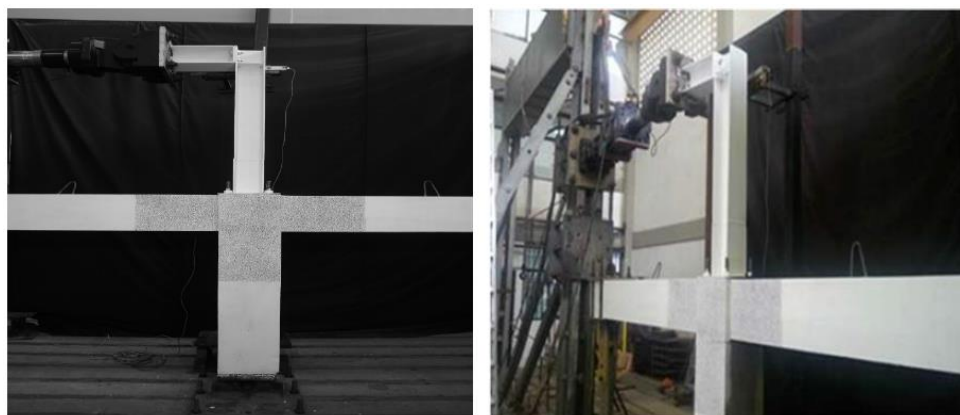


Figura 9. Probeta ensayada por Ugel [2]. Fuente:[5]

Las características de los materiales se muestran en la **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.**

Tabla 2. Geometría de la probeta. Fuente [2]

	Concreto armado		Acero estructural	
	Viga	Columnas	Viga	Columnas
Sección transversal	25x30 cm <sup>2</sup>	30x30 cm <sup>2</sup>	HEA 160	HEA 160
Longitud	2.00	1.30	2.00	1.30

La resistencia del concreto armado es de 300,00 Kg/cm<sup>2</sup>, de los perfiles de acero HEA 160 es de 2530,00 Kg/cm<sup>2</sup>, de los pernos de anclaje 4750,00 Kg/cm<sup>2</sup> con diámetro de 12,00 mm, del acero de refuerzo 4200,00 Kg/cm<sup>2</sup>, de la placa base 3.515,00 Kg/cm<sup>2</sup> con espesor de 9,00 mm. La probeta fue sometida a la historia de desplazamientos mostrada a la izquierda (a) de la Figura 11, y su respuesta histerética se muestra a la derecha (b) de la misma figura.

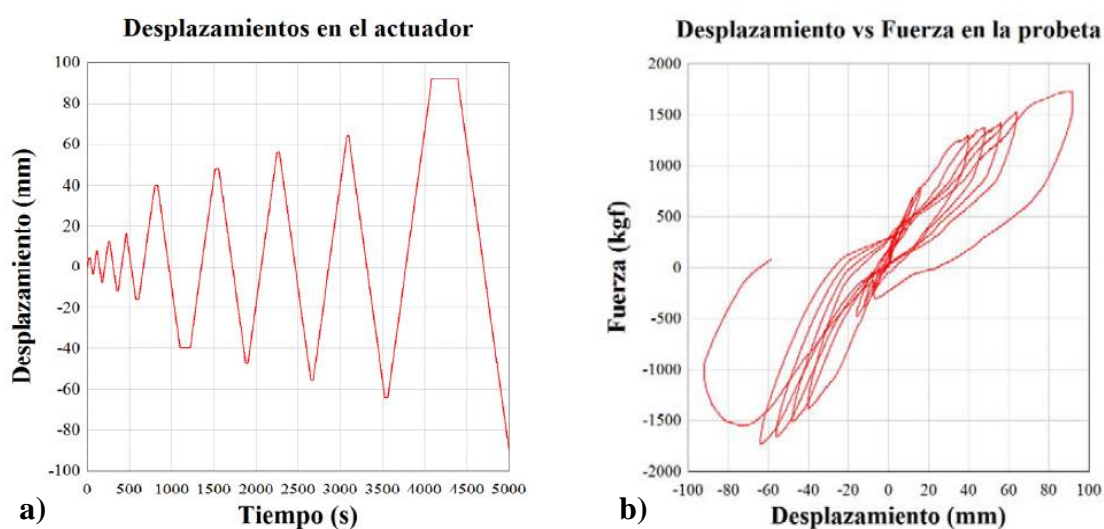


Figura 10. a) Historia de desplazamientos, b) Histéresis de la probeta. Fuente [2]

Para tratar de reproducir el comportamiento de la probeta, se utilizó el programa SeismoStruct

[1], utilizando elementos de tipo link en las uniones viga-columna, como se muestra en la Figura 12.

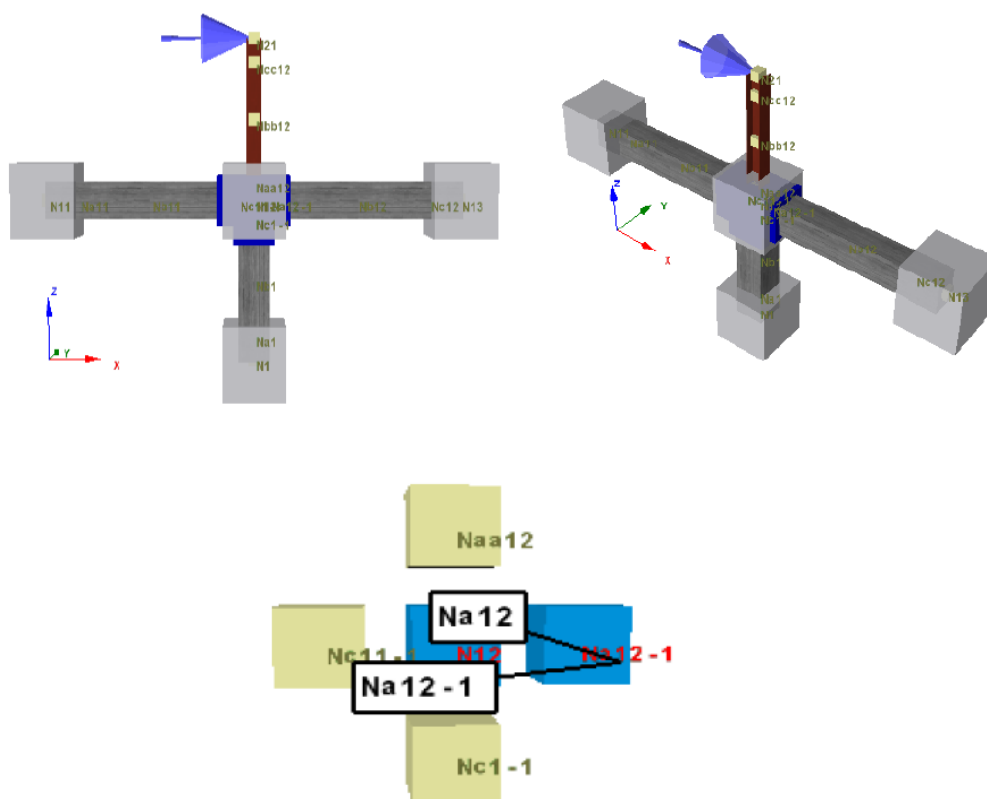


Figura 11. Modelo matemático. Fuente: los autores

Estos elementos links, permiten otorgar características distintas al nodo de unión entre vigas columnas, distintas a las de cada elemento estructural, pudiendo otorgarle o restarle más rigidez al nodo. Las condiciones de apoyo se muestran en la Figura 13, donde las vigas se apoyan con rodillos en sus extremos, y la columna con un apoyo articulado en la base de la columna de concreto armado.

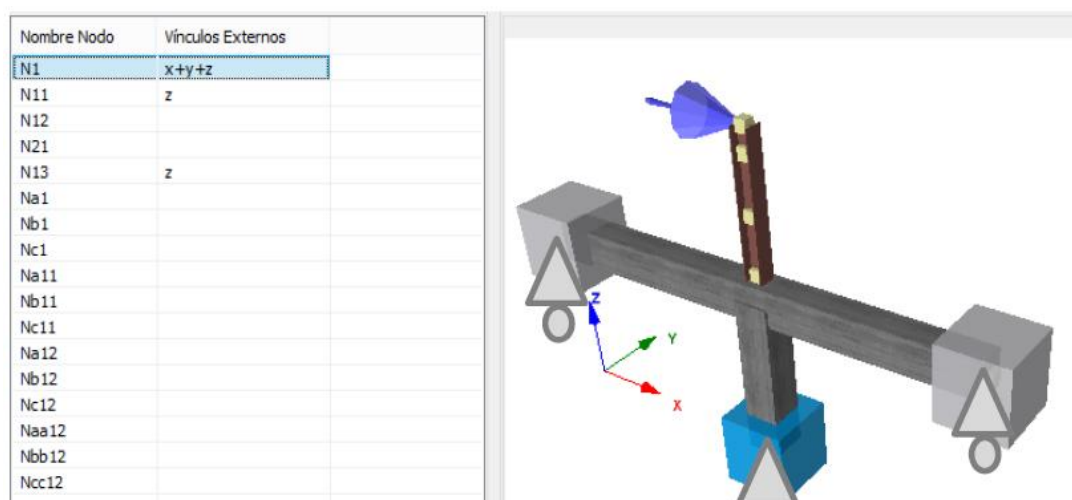


Figura 12. Condiciones de apoyo en el modelo matemático. Fuente: los autores

El modelo matemático usado para el concreto, fue el modelo Mander (ver Figura 14), y para el acero estructural el modelo bilineal (ver Figura 15). Para el de refuerzo, el modelo de Menegotto y Pinto [9] (ver Figura 16), obteniéndose la curva de histéresis mostrada en la Figura 17.

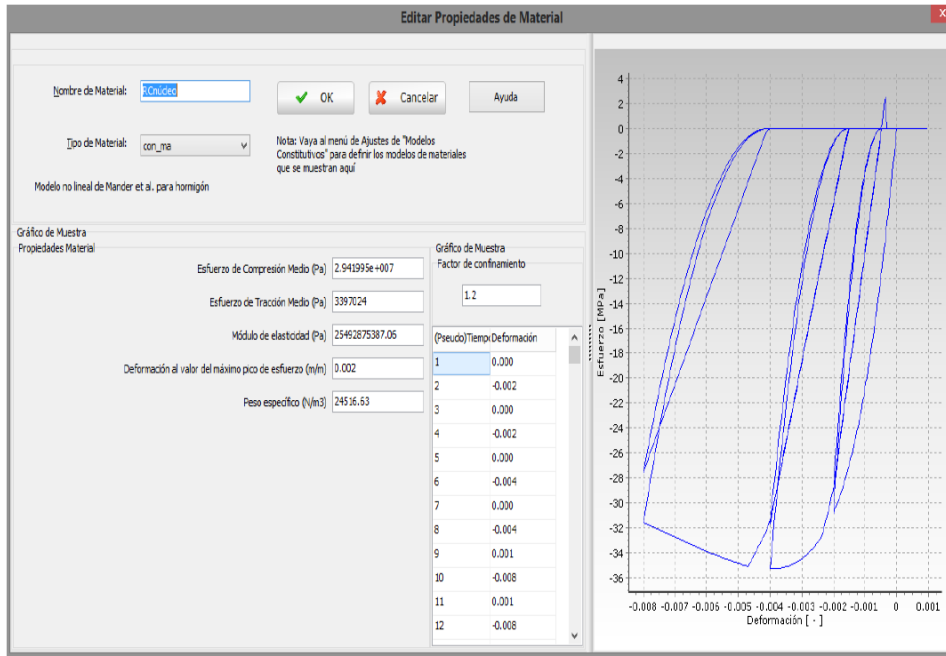


Figura 13. Modelo de Mander para en concreto. Fuente: los autores

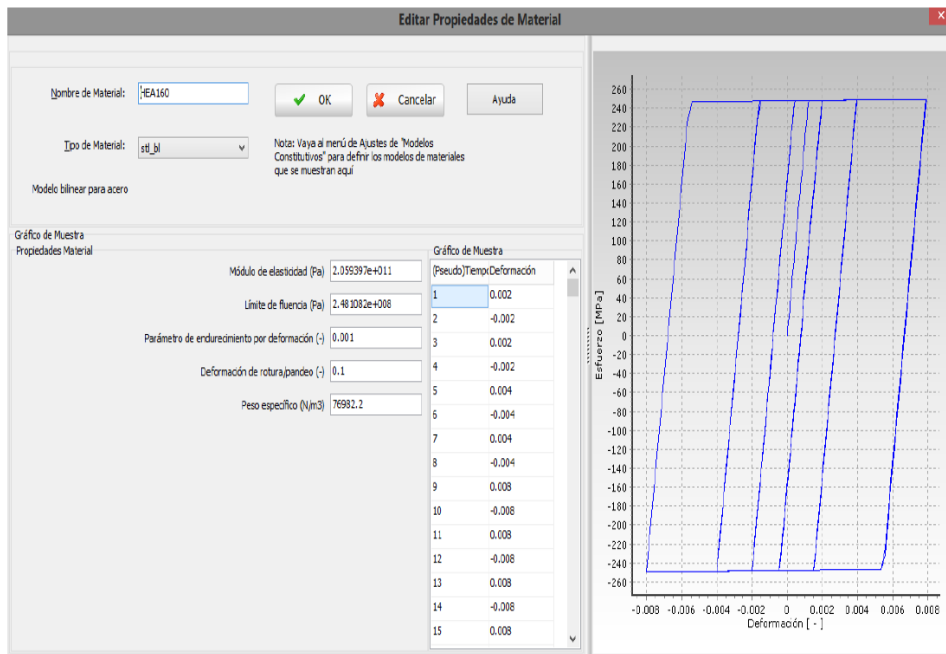


Figura 14. Modelo bilineal para el acero de perfiles estructurales. Fuente: los autores

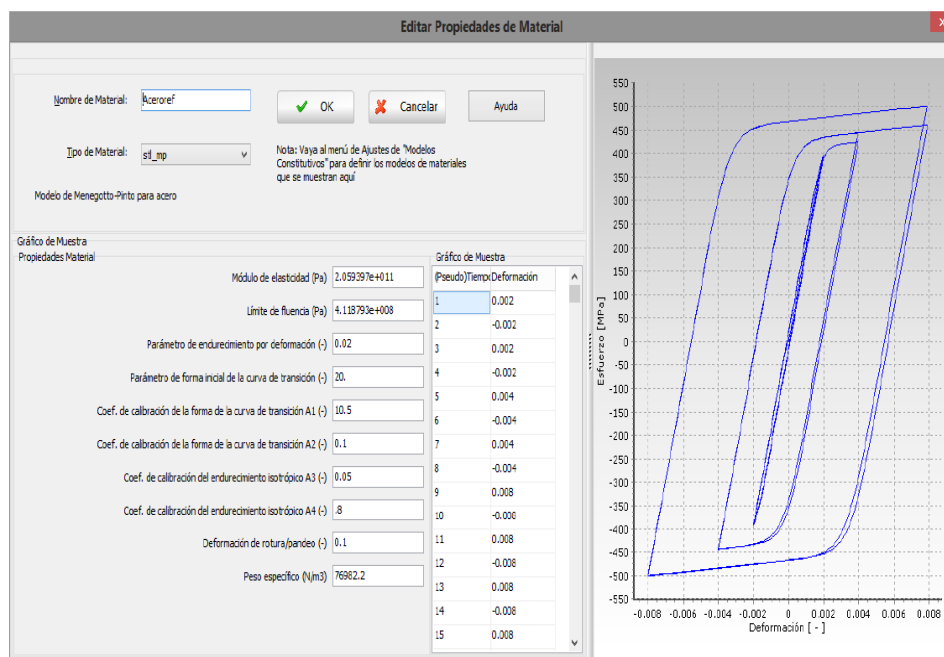


Figura 15. Modelo de Menegotto-Pinto para acero de refuerzo. Fuente: los autores

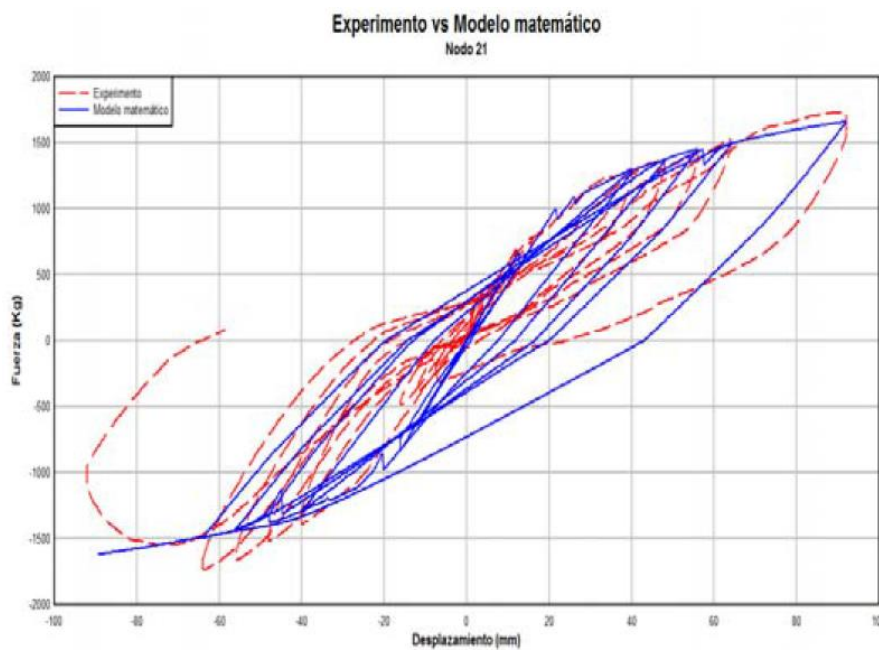


Figura 16. Histéresis del modelo matemático vs experimento. Fuente: los autores

En esta simulación se observa que los ciclos de histéresis se cierran un poco más que en el modelo sin links, además de representar el cambio de pendiente entre la descarga-recarga. El efecto de *Pinching* no pudo ser reproducido con los modelos matemáticos utilizados disponibles en el programa. Con esta simulación, fue posible determinar los valores de fuerzas y momentos que produjeron las fallas en la probeta mostradas en la Figura 18.



Figura 17. Agrietamiento debajo de las vigas de concreto. Fuente [2]

#### 4. RESULTADOS

Definido el modelo matemático en el rango inelástico, es necesario determinar el comportamiento del nodo columna de concreto-columna de acero mediante los diagramas de momento flector y fuerza cortante para verificar zonas en tracción y compresión en el nodo que originen la falla por agrietamiento. Según los datos experimentales, las fallas por agrietamiento se produjeron para 3 desplazamientos en la junta, como lo muestra la Tabla 3, y es para estos valores que resulta conveniente el estudio del comportamiento de los elementos de la junta.

Tabla 3. Longitudes de grietas para los desplazamientos que produjeron fallas

Desplazamiento (cm)	Longitud de grieta (cm)	Espesor de grieta (cm)
3,84	16,46	0,16
4,13	16,86	0,47
-4,75	21,35	0,63

Para estos desplazamientos, se determinó en la histéresis del modelo matemático, los diagramas de momento flector y fuerza cortante (ver Figura 18, Figura 19 y Figura 20)

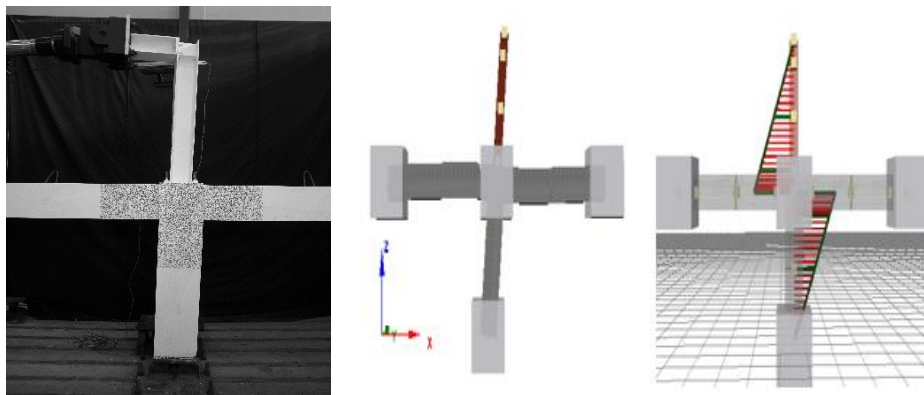


Figura 18. Diagramas y deformada para  $t=4066$  s. Fuente: los autores

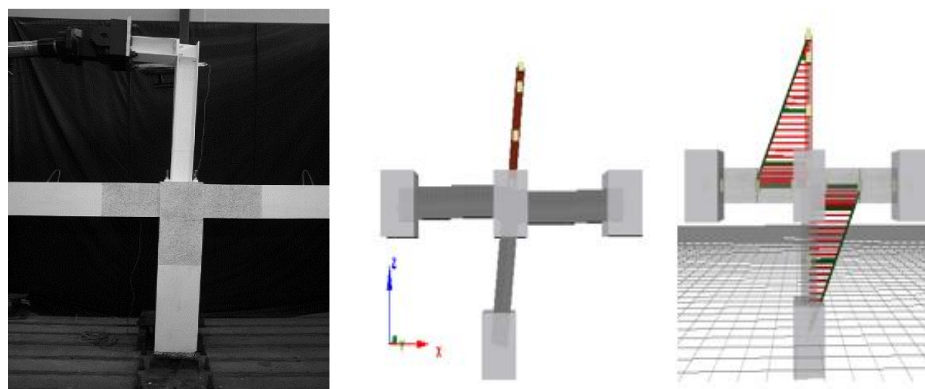


Figura 19. Diagramas y deformada para  $t=4375$  s. Fuente: los autores

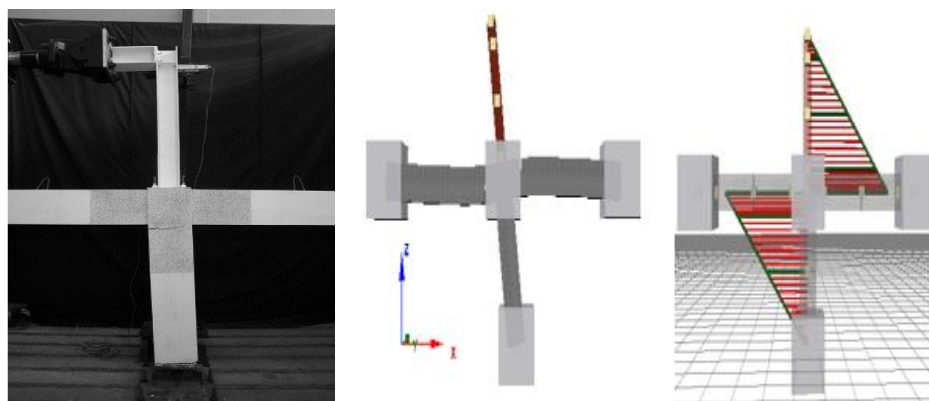


Figura 20. Diagramas y deformada para  $t=5001$  s. Fuente: los autores

Artículo de Investigación

48

A manera de verificación de diseño de la placa base y pernos, se determinaron sus dimensiones en base a las fuerzas y momentos presentes en el modelo matemático para los instantes de tiempo estudiados. (Ver Tabla 4, Tabla 5 y Tabla 6).

Tabla 4. Espesores de placa exigidos a través del tiempo

Tiempo (s)	Momento último (N.m)	Carga Axial (N)	Excentricidad (m)	Espesor (cm)
4066	20779,07	42603,00	0,49	0,79
4375	21145,00	53343,00	0,40	0,80
5001	21612,00	42231,00	0,51	0,80

Se observa que el espesor requerido a lo largo del ensayo es menor al colocado y diseñado por el método analítico en el rango elástico.

Tabla 5. Área requerida de pernos en tracción

Tiempo (s)	Momento último (Kgf.m)	Fuerza de tracción (Kgf)	As requerido (cm <sup>2</sup> )
4066	2118,15	8472,61	1,78
4375	2155,45	8621,81	1,82
5001	2203,06	8812,23	1,86

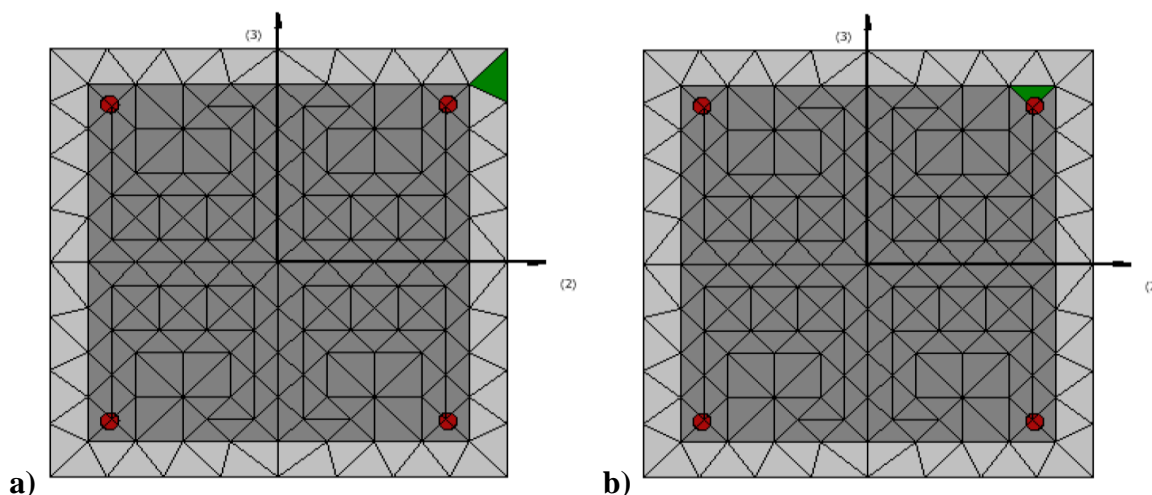
Se observa que el área requerida para pernos a tracción es menor a la colocada y diseñada en

el rango elástico.

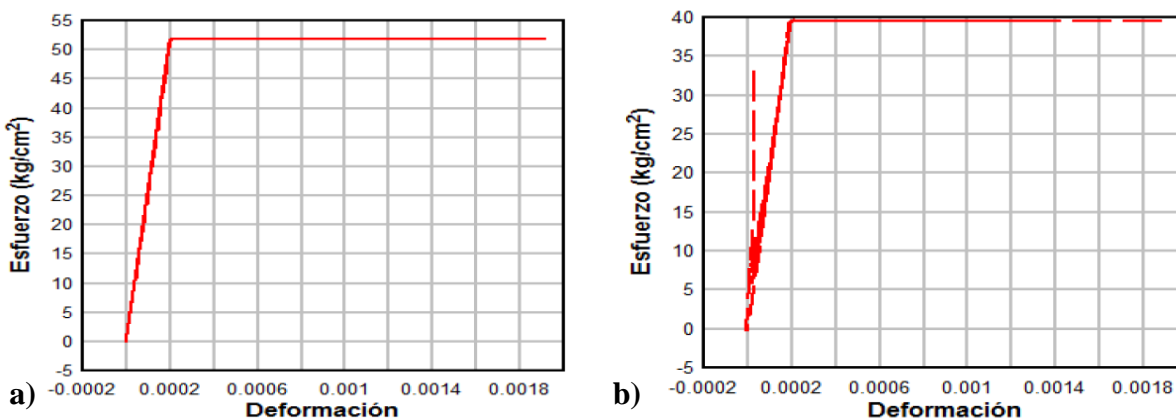
**Tabla 6.** Fuerzas cortantes máximas

Tiempo (s)	Cortante último (N)	Cortante último (Kgf)	Esfuerzo de corte (Kgf/cm <sup>2</sup> )
4066	15965,99	1627,52	719,52
4375	16261,00	1657,59	732,82
5001	15894,99	1620,28	716,32

El esfuerzo a corte permisible para el perno utilizado es de 3160,00 Kgf/cm<sup>2</sup> comprobándose que el perno fue capaz de resistir este esfuerzo a lo largo del ensayo. Otro punto importante fue la verificación de los esfuerzos en el concreto y el acero de refuerzo, para la comprobación de momentos de agrietamiento y fluencia del acero de refuerzo. Para ello, se seleccionó un nodo del mallado de elementos finitos en la zona confinada y en la zona no confinada, obteniéndose el grafico de esfuerzo-deformación (ver Figura 22, Figura 23 y Figura 24)



**Figura 21.** Nodo en estudio para zona: a) no confinada, y b) confinada. Fuente: los autores



**Figura 22.** Gráfico esfuerzo-deformación para nodo en zona: a) no confinada, y b) confinada. Fuente: los autores

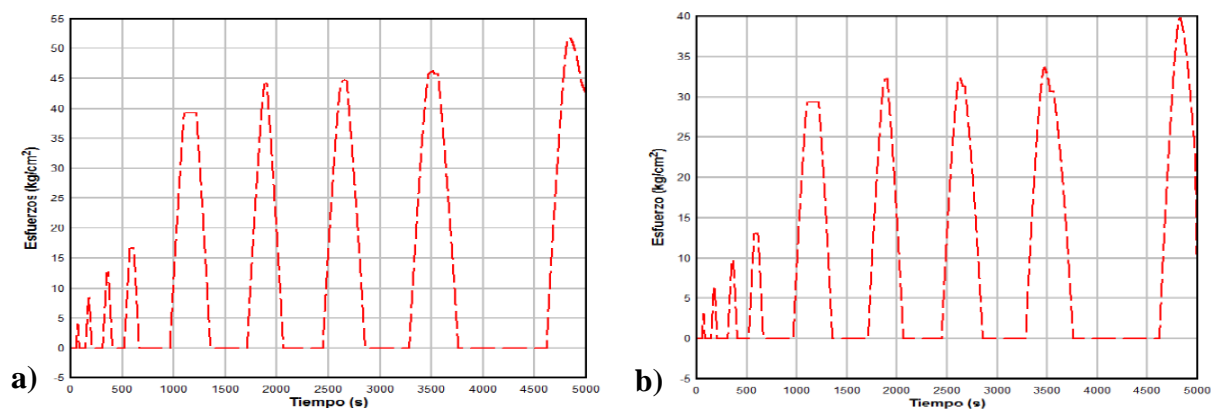


Figura 23. Esfuerzos en función del tiempo para nodo en zona: a) no confinada, y b) confinada. Fuente: los autores

Según la Figura 24, el máximo esfuerzo de tracción fue alcanzado a los 1050 s para la zona no confinada, comenzando a agrietarse la sección de la columna a partir de este punto, produciendo desplazamientos cada vez mayores en ambos lados de la misma. Para el nodo en la zona confinada, se observa que el esfuerzo máximo de tracción del concreto, fue alcanzado a los 1900 s aproximadamente, y en comparación con el nodo en la zona no confinada, los esfuerzos de tracción son menores para los mismos intervalos de tiempo, como se muestra en la Figura 25.

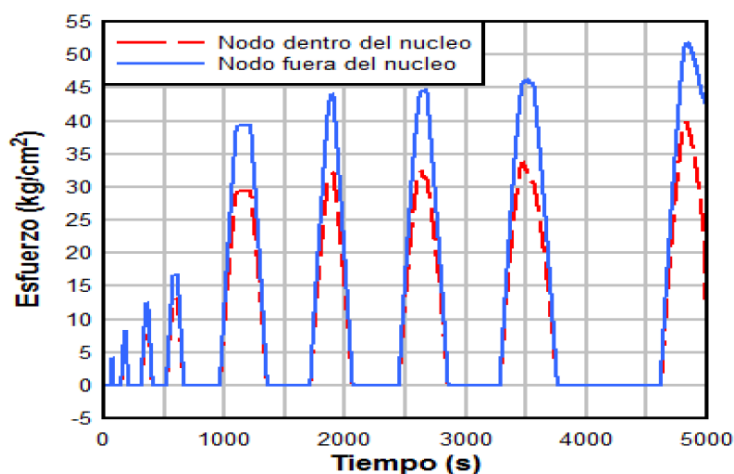


Figura 24. Comparación de esfuerzos en nodos evaluados. Fuente: los autores

Se determinó que el concreto alcanzó el momento de agrietamiento y superó al esfuerzo de tracción máximo, y debido al agrietamiento ocurrido, se verificó si el acero de refuerzo longitudinal logró el límite de fluencia. Para ello se seleccionó el acero en la zona confinada entre los dos nodos evaluados anteriormente, y se obtuvo su curva esfuerzo-deformación (ver Figura 26). Se observa en la figura que el acero de refuerzo no alcanzó el límite de plastificación, obteniendo sólo un esfuerzo de  $3590,00 \text{ Kg/cm}^2$ , viéndose exigido solo en la rama elástica.



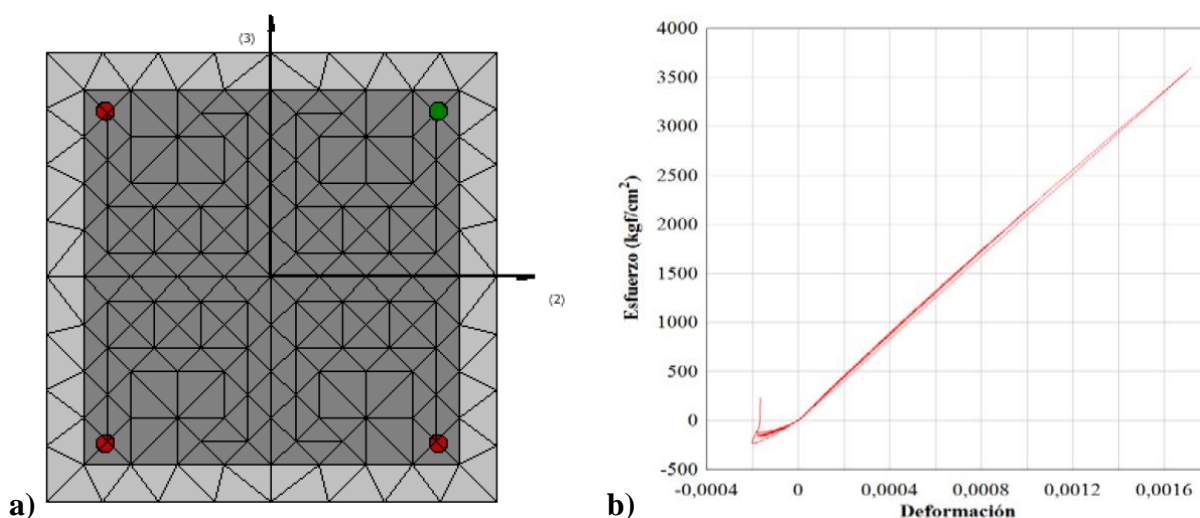


Figura 25. Esfuerzos en el acero de refuerzo

## 5. CONCLUSIONES

El diseño de la placa base y pernos de anclaje propuesto por el manual AISC [4], para el rango elástico y deducido para uniones de columna de acero y pedestales, funcionó para el diseño de ésta unión columna de concreto-columna de acero, ya que los esfuerzos en los elementos de unión (placa y pernos) no superaron los esfuerzos últimos del material, por lo que no hubo aplastamiento en el concreto, ni deformaciones permanentes en los pernos debido a fuerzas de tracción. Los desplazamientos que ocurrieron en la junta, afectaron sólo al concreto, logrando el módulo de rotura hasta agrietarlo.

En el diseño de uniones para placa base, el pedestal se encuentra confinado por suelo y los movimientos del mismo son menores a los de la junta columna-columna que no se encuentra bajo esa misma condición, sin embargo, el diseño de la placa realizado en [2], satisface los requisitos de resistencia para la placa base en cuanto a aplastamiento, y a los pernos en tracción y corte. La unión de la columna concreto-acero se comporta como rígida, ya que la calibración de la curva de comportamiento histerético del modelo matemático en el rango inelástico se asemejó a la curva de comportamiento histerético del ensayo, conservando la transmisión de momentos flectores a lo largo del ensayo, por lo que se concluye que esta junta ensayada se comporta como rígida.

El cono de tracción no fue observado durante el ensayo, y una de las razones es que la profundidad de los pernos es de 30,00 cm incluyendo la tuerca, que es igual a la profundidad de la viga, por lo que el área de propagación de la grieta por arrancamiento en sentido del empuje del actuador, era mucho mayor que en el otro sentido, y la grieta no se propagó hasta el tope de la viga.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Seismosoft, SeismoStruct v7.0 –A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structure. SeismoStruct Disponible en: <http://www.seismosoft.com>, 2014.
- [2] R. Ugel, Vulnerabilidad sísmica en edificaciones porticadas compuestas de acero y hormigón armado, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya. Departament d'Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica Catalunya, 2015, Disponible en: <http://upcommons.upc.edu/handle/2117/95825>
- [3] N. Chavez, Revisión de los criterios de diseño de pernos de anclaje, Santiago de Chile, Chile: Universidad de Chile - Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, 2011 2001. Disponible en: <http://www.repositorio.uchile.cl/handle/2250/104309>
- [4] AISC, Manual of steel construction. Load and Resistance Factor Design, 2003.
- [5] N. López, Análisis de una junta columna de concreto-columna de acero en pórticos, en el rango elástico e inelástico, Trabajo de Grado, Universidad centroccidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, 2017.
- [6] Normas COVENIN. 1618-1998, Estructuras de acero para edificaciones. Método de los estados límites. (1era revisión), Caracas, 1998.
- [7] M. Cerrolaza y J. Flórez-López, Modelos matemáticos en ingeniería moderna, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 2000.
- [8] R. Purca, Modelos de histéresis-Otani, traducción de Bach: Ronald J., Disponible en: <https://www.slideshare.net/ronaldpurca3/modelos-de-histeresis-drotani-traduccin-personal-2012>.
- [9] M. Menegotto y P. Pinto, Method of analysis for cyclically loaded R.C. plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending. Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, International Association for Bridge and Structural Engineering. Zurich, Switzerland: 15-22, 1973
- [10] M. Bosco, E. Ferrara, A. Ghersi, E. Marino y P. Rossi, Improvement of the model proposed by Menegotto and Pinto, Second European Conference On Earthquake Engineering and Seismology, Istanbul, Disponible en: [http://www.eaee.org/Media/Default/2ECCES/2ecces\\_eaee/2278.pdf](http://www.eaee.org/Media/Default/2ECCES/2ecces_eaee/2278.pdf), 2014.