## MODELO NUMÉRICO CON INTERACCIÓN **CORTEFLEXION EN ELEMENTOS** DE CONCRETO ARMADO

En este trabajo se propone un modelo numérico basado en la teoría del daño y de la mecánica de la fractura para simular el comportamiento histerético de elementos de concreto armado sometidos a altas fuerzas de corte y/o flexión. Se realizaron ensayos de comportamiento en vigas, columnas y muros sometidos a carga lateral cíclica reversible. Para establecer la validez del modelo propuesto, se simularon las curvas de comportamiento de los espécimenes ensayados experimentalmente. Los resultados analíticos, en general, muestran una buena correlación con los resultados experimentales. El modelo de comportamiento propuesto también fue validado con un ensayo de una viga con doble claro de cortante (corta-esbelta) obteniéndose una adecuada correlación entre los valores numéricos y experimentales.

PALABRES CLAVES: Concreto armado, Daño, Plasticidad, Mecánica de la fractura, elementos finitos.

This paper presents a numerical model based on damage theory and fracture mechanics to simulate the cyclic behavior of reinforced concrete elements subjected to high shear forces and / or bending. Numerous tests were conducted on beams, columns and shear walls under cyclic loading. To establish the validity of the proposed model, are simulated the behavior curves of the specimens tested. The analytical results generally show a good correlation with experimental results. The proposed finite element was also validated by a test on a beam with double shear span (short-slender) subject cyclical lateral load. An adequate correlation was obtained between the numerical and experimental values

KEYWORDS: Reinforced concrete, Damage, Plasticity, Fractures Mechanics, Finite Elements.

I.S.N.N.Nro. 1856-9560 / Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012

## Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E. mariaperdomo@ucla.edu.ve - iflorez@ula.ve - rpicon@ucla.edu.ve - emarante@ucla.edu.ve

#### RESUMEN

## ABSTRACT

13

#### INTRODUCCIÓN

La ocurrencia de sismos importantes ha permitido poner de manifiesto la necesidad de evaluar el comportamiento estructural de edificaciones que han presentado un desempeño sísmico inapropiado a nivel local o global, ver figura 1. En las últimas tres décadas, a partir del análisis de resultados experimentales, se han desarrollado modelos constitutivos con la finalidad de evaluar estructuras existentes de concreto armado. La eficiencia de estos modelos depende de la capacidad para representar los principales efectos inducidos por sismos, tales como: deformaciones permanentes, pérdidas de rigidez y de resistencia por agrietamiento del concreto, estrangulamiento por deslizamiento del concreto y/o de deslizamiento a través de las grietas y fatiga de bajo ciclaje.



Figura 1. Falla en edificio de apartamentos, Terremoto de Chile febrero del 2010 (Arqchile.cl, 2001ISSN 0718-431Xversión en línea) [1]

Desde 1976 se han propuestos modelos de comportamiento inelástico para elementos con falla dominante a flexión y a corte. Los efectos inelásticos en estos modelos, como pérdida de rigidez, resistencia, deformaciones permanentes o estrangulamiento, se representan por reglas que definen cambios de pendientes en las cargas y descargas. Pocos modelos incluyen la evaluación de la respuesta inelástica con interacción corte-flexión [2-5].

Los modelos propuestos en la literatura presentan como principal limitación la incertidumbre en la selección de los parámetros que represente adePerdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.

cuadamente el comportamiento inelástico. En este trabajo se desarrolla un elemento finito para vigacolumna-muro de concreto armado capaz de representar en función de las características geométricas de las secciones y propiedades del material el comportamiento inelástico considerando la interacción corte-flexión. A diferencia de los modelos propuestos en la literatura se basa en conceptos de la mecánica de la fractura y la teoría del daño.

#### FORMULACION DEL MODELO

La formulación de modelos de comportamiento no lineal se basa en estudios experimentales que permitan caracterizar los mecanismos de disipación de los elementos estructurales cuando son sometidos a cargas severas como en el caso de los sismos. Para caracterizar el patrón de agrietamiento de elementos con comportamiento dominante a flexión, a corte y de tipo combinado se diseña un programa experimental, ver Perdomo [6].

En el estudio se usa el algoritmo de correlación de imágenes digitales correli-q4 desarrollado por Besnardet al [7]. En los ensayos se toma una secuencia de fotografías a las probetas para la historia de desplazamiento impuesta. Las deformaciones principales a tracción, obtenidas con el algoritmo correli-q4, son utilizadas de forma cualitativa para describir el patrón de agrietamiento.

Los resultados de grietas en probetas muestran que los mecanismos de disipación con falla a corte dominante y a flexión dominante pueden ser considerados de forma independiente y en el caso combinado no parecen estar acoplados, lo que permite proponerun modelo de disipación ensamblando un elemento de disipación concentrada en los extremos por flexión o rótulas y de disipación distribuida en toda la longitud por corte como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Elemento de disipación combinada

Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012 / I.S.N.N.Nro. 1856-9560

#### Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.

El método de los elementos finitos usado en el análisis estructural es una aproximación numérica con el cual se transforma sistemas continuos a discretos. En el análisis basado en este método una estructura puede considerarse como una disposición de elementos conectados capaz de soportar cargas de manera estable bajo ciertas condiciones de deformaciones. En cada elemento se definen variables en los nodos que representen los mecanismos de disipación observados experimentalmente. Para formular el elemento finito propuesto vigacolumna-muro con interacción corte-flexión es necesario definir las variables que represente el problema planteado. A continuación se describen brevemente las variables utilizadas en el modelo de comportamiento inelástico como son los desplazamientos nodales, los esfuerzos generalizados y las variables internas que representan la degradación de rigidez y las deformaciones plásticas para esfuerzos de corte y flexión.

Los desplazamientos nodales de un elemento que une los nodos "i" y "j", como se muestra en la figura 3, están dados por el vector  $\{q_i^{j_\ell}=(q_{i'}q_{2'}q_{3'},\ldots,q_{6'}\}$ .

Estos desplazamientos nodales están relacionados con los grados de libertad globales de la estructura.



Figura 3. Desplazamientos nodales de un elemento cualquiera

I.S.N.N.Nro. 1856-9560 / Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012

Las deformaciones generalizadas que caracterizan el cambio de forma de un elemento cualquiera entre los nodos "i" y "j", considerando las rotaciones por flexión, las rotaciones por corte y el alargamiento de la cuerda (ver figura 4a) se expresan en forma matricial como:  $\{\Phi\}^t = (\phi_i, \phi_i, \delta)$  (1)

Para pequeños desplazamientos la ecuación cinemática que relaciona las deformaciones generalizadas con los desplazamientos de nodos en los extremos "i" y "j" del elemento viene dada por la expresión:  $\{\boldsymbol{\Phi}\}^t = [B] \cdot \{q\}$  (2)

donde: [B] es la matriz de transformación de coordenadas locales a coordenadas globales del elemento.

Los esfuerzos generalizados (figura 4b) asociados a las deformaciones generalizadas para un elemento cualquiera se expresan en forma matricial como:  $\{M\}^t = (m_i, m_i, n)$ . Las fuerzas cortantes son determinadas equilibrio estático.

Figura 4. a) Deformaciones generalizadas. b) Esfuerzos generalizados



En la teoría del daño para medios continuos se usa el concepto de variable de daño para medir la intensidad de microfisuras y/o microgrietas en el elemento. Esta variable puede tomar valores en el intervalo [0,1]. El valor cero corresponde a un material intacto y el valor uno a un material completamente dañado. En el elemento propuesto se consideran dos variables internas de daño por flexión en los extremos "i" y "j" y una variable de daño por

corte para la viga-columna-muro (figura 5).



#### Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.

El criterio de Griffith, que es la base de la Mecánica de la Fractura, establece que solo puede haber propagación de una grieta si la tasa de restitución de energía es igual a la resistencia al agrietamiento del elemento.

$$\Delta d > 0$$
 si sólo si  $G = R(d)_{(7)}$ 

La tasa de restitución de energía del elemento se obtiene al derivar la energía de deformación complementaria con respecto al daño, la cual se define como:

$$G = -\frac{\partial W^*}{\partial d}$$
 (8)

La función de resistencia al agrietamiento debe ser identificada con la ayuda de resultados experimentales ver Cipollina et al [8] y Thomson et al [9]. En el modelo elastoplástico degradable por efectos de fuerzas cortantes y de flexión la función de resistencia al agrietamiento viene dada en forma general por la expresión indicada:

$$R(d) = Gcr + q \frac{ln(1-d)}{(1-d)}$$
 (9)

donde: Gcr es la tasa de restitución de energía del elemento cuando se produce la primera grieta a corte y/o flexión y q un parámetro de identificación del modelo.

En el modelo propuesto se definen cuatro parámetros de identificación para corte y cuatro para flexión, los cuales permiten representar la degradación de rigidez por agrietamiento del concreto, las deformaciones plásticas debidas a la cedencia del acero de refuerzo y el endurecimiento por deformaciones plásticas.

Estos parámetros no tienen significado físico, se calculan considerando las propiedades resistentes de las secciones como son: las dimensiones de las secciones transversales, la resistencia nominal especificada del concreto, las características del armado de las secciones y la resistencia nominal del refuerzo de acuerdo a las siguientes condiciones:

- Cuando el esfuerzo actuante es igual al esfuerzo resistente de agrietamiento del concreto implica que el daño es igual a cero.
- Cuando el esfuerzo actuante es igual al esfuerzo

Figura 5. Representación del de daño por flexión y corte

La matriz de flexibilidad para el elemento finito considerando rotaciones en los extremos por flexión y corte y el alargamiento de la cuerda "i-j", viene dada por el ensamblaje: (3)

		T	, ( <i>)</i> ,	1	
[F(d)]=	$\frac{L}{3EI(1-di)}$	$-\frac{L}{6EI}$	$0 \qquad   \qquad \frac{1}{GAvL(1-ds)}$	$\frac{1}{GAvL(1-ds)}$	0
	$\frac{L}{6EI}$	$\frac{L}{3EI(1-di)}$	$0 + \frac{1}{GAvL(1-ds)}$	$\frac{1}{GAvL(1-ds)}$	0
	0	0	$\frac{L}{EA}$	ò	0

Donde di y dj son variables internas correspondientes a los daños por flexión en los extremos "i" y "j" y ds es la variable interna correspondiente al daño por corte en la viga-columna-muro [6].

Las deformaciones plásticas del refuerzo longitudinal y del refuerzo transversal, son tomadas en cuenta en el elemento finito a través de un conjunto de variables internas adicionales:  $\{\boldsymbol{\Phi}^{p}\} = (\phi_{i}^{p}, \phi_{i}^{p}, 0) \forall \{\boldsymbol{\Phi}^{p}_{s}\} = (\phi_{s}^{p}, \phi_{s}^{p}, 0)$ respectivamente. En la figura 6 se representan las deformaciones plásticas por flexión y corte para el elemento finito propuesto.

La ley de estado expresada como la relación entre deformaciones y esfuerzos para comportamiento elastoplástico degradablequeda definida como:  $\{ \boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Phi}^p - \boldsymbol{\Phi}^p_s \} = [F(d)] \{ M \} \{ \mathbf{A} \}$  donde  $\{ \boldsymbol{\Phi}^p \}$  y  $\{ \boldsymbol{\Phi}^p_s \}$ son variables internas correspondientes a las deformaciones plásticas del refuerzo longitudinal por flexión y del refuerzo transversal por corte respectivamente. Las variables internas (deformaciones

Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.

plásticas y daño) son determinadas a partir de leyes de evlución.



Figura 6. Rotaciones plásticas: a) Flexión y b) Corte

Cuando las acciones en una viga-columna-muro exceden un cierto valor crítico aparecen deformaciones plásticas. En este modelo sólo se considera la fluencia del refuerzo longitudinal por flexión en las rótulas "i" y "j" y del refuerzo transversal por corte a lo largo del elemento. En los modelos elastoplásticos se define la deformación plástica como una variable interna adicional en la ley de estado que para ser determina requiere de una relación adicional o ley de evolución. Sólo se produce un incremento de las deformaciones plásticas cuando la función de fluencia es igual a cero, es decir que:

 $\Delta \phi^P > 0$  si sólo si fluencia = 0 (5)

## La función de fluencia en el modelo se define como:

$$fluencia = \left| \frac{f}{(1 - da\tilde{n}o)} - X \right| - R \quad (6)$$

donde: f es el esfuerzo actuante para cada mecanismo considerado (flexión y corte);  $X = \alpha c \phi_{\mu}^{p}$  es el endurecimiento cinemático y  $R = (1-\alpha)c p - fy$  el endurecimiento isótropo.

En la ecuación (6) c y fy son parámetros de identificación del modelo, los cuales se obtienen a partir de las propiedades resistentes de la sección del elemento. La variable (p) representa la rotación plástica máxima acumulada durante toda la historia de carga. El parámetro  $\alpha$  es una constante que toma valores entre cero y uno, se interpreta como el porcentaje de endurecimiento plástico que corresponde a endurecimiento cinemático.

Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012 / I.S.N.N.Nro. 1856-9560

- resistente que hace fluir el refuerzo implica que la rotación plástica es nula.
- Cuando el esfuerzo actuante es igual al esfuerzo resistente último implica que la tasa de restitución de energía es máxima y la rotación plástica corresponde a la rotación plástica última.
- Los esfuerzos resistentes al agrietamiento, de fluencia del refuerzo, último y la rotación plástica última a corte y flexión (ver figura 7), pueden ser calculadas de la teoría concreto armado [6]. La influencia de la carga axial es considerada en el cálculo de los esfuerzos resistentes a corte y flexión.



Figura 7. Capacidad resistente de las secciones de concreto armado

Para representar el efecto de abertura y cierre de grietas para cargas cíclicas reversibles (figura 8) se definen variables de daño unilateral para acciones positivas y negativas en las rótulas y en la viga-columna-muro, ver Perdomo [6].



Figura 8. Representación del daño unilateral

El modelo de comportamiento inelástico con interacción corte-flexión se implementa como un nuevo elemento finito en un programa comercial de análisis estructural basado en este método [10].

I.S.N.N.Nro. 1856-9560 / Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012

## SIMULACIONES NUMERICAS

En esta sección se muestran los resultados de las simulaciones numéricas con el modelo propuesto de las curvas carga-desplazamiento de seis probetas ensayadas. Se obtienen las curvas de evolución de los daños de las seis probetas que permiten representar el comportamiento bajo carga lateral cíclica de un muro(SWH2), una viga corta(SBH1), una viga esbelta(BH1), una columna corta (SCH180), una columna esbelta (CH250) y una viga con doble claro de cortante.

#### Probeta SWH<sub>2</sub>

El muro SWH2 de dimensiones 150 x 450mm con relación de aspecto igual a 1.27 se refuerza longitudinalmente con 5 cabillas de diámetro 1/2" de resistencia cedente igual a 412 MPa. El acero de refuerzo transversal consiste en estribos cerrados de diámetro 3/8" espaciados a cada 200mm en toda la longitud (figura 9).



Figura 9. Detalle del muro SWH2 con relación de aspecto igual a 1.27

En la figura 10 se muestran los resultados del muro SWH2, se observa una excelente correlación entre la simulación y el ensayo. En la curva de evolución de daño se puede identificar que el modelo predice el efecto combinado y cuantifica valores de daño para flexión y corte consistente con el patrón de grietas.

Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.



Figura 10. Resultado experimental y numérico del muro SWH2

#### Probeta BH1

La viga esbelta BH1 de dimensiones 200 x 200mm con relación de aspecto 8.11 se refuerza longitudinalmente con 6 cabillas de diámetro 1/2" de resistencia cedente igual a 412 MPa. El acero de refuerzo transversal consiste en estribos cerrados de diámetro 3/8" espaciados a cada 100mm en toda la longitud (figura 11).



Figura 11. Detalle de la viga BH1 con relación de aspecto igual a 8.11

Para la viga esbelta BH1 con relación de aspecto 8.11 la simulación y el ensayo muestran una excelente correlación. En la curva de evolución de daño se puede identificar que el modelo predice el efecto dominante a flexión y cuantifica valores de daño para flexión y corte consistente con el patrón de grietas (figura 12).

Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.



Figura 12. Resultado experimental y numérico de la viga BH1

#### Probeta BH1

La columna esbelta CH250de dimensiones 250 x 250mm con relación de aspecto 7.11se refuerza longitudinalmente con 8 cabillas de diámetro 5/8" de resistencia cedente igual a 412 MPa. El acero de refuerzo transversal consiste en estribos cerrados de diámetro 3/8" espaciados a cada 100mm en toda la longitud, ver figura 13.



Figura 13. Detalle columna CH250 con relación de aspecto igual a 7.11

Para la columna esbelta CH250 con relación de aspecto 7.11 y un nivel de carga axial de 250kN la simulación y el ensayo muestran una excelente correlación. En la curva de evolución de daño se puede identificar que el modelo predice el efecto dominante a flexión y cuantifica valores de daño para flexión y corte consistente con el patrón de grietas, ver figura 14.

Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012 / I.S.N.N.Nro. 1856-9560

Figura 14. Resultado experimental y numérico de la columna CH250

La viga corta SBH1 y la columna corta SCH180 (ni-

vel de carga axial = 180kN) de dimensiones 250 x

250mm con relación de aspecto 1.78 se refuerzan

longitudinalmente con 8 cabillas de diámetro 5/8"

de resistencia cedente igual a 412 MPa. El acero de

refuerzo transversal consiste en estribos cerrados

de diámetro 3/8" espaciados a cada 100mm en toda

Probetas SBH1 y SCH180

la longitud, ver figura 15.



Figura 15. Detalle de viga SBH y columna SCH180 con relación de aspecto 1.78

Para la viga corta con relación de aspecto 1.78 la simulación y el ensayo muestran una excelente correlación. En la curva de evolución de daño que se muestra en la figura 16 se puede identificar que el modelo predice el efecto dominante a corte de este elemento y cuantifica valores de daño para flexión y corte consistente con el patrón de grietas.

iencias Aplicae

19

# alores de daño para ± 30 mm d, = 0.74 $d_i = 0.48$

Figura 16. Resultado experimental y numérico de la viga SBH1

Para la columna corta con relación de aspecto 1.78 y un nivel de carga axial de 180kN la simulación y el ensayo muestran una excelente correlación. En la curva de evolución de daño se puede identificar que el modelo predice el efecto combinado de este elemento y cuantifica valores de daño para flexión y corte consistente con el patrón de grietas, ver figura 17.



Figura 17. Resultado experimental y numérico de la columna SCH180

## Viga con doble claro de cortante

Una viga con doble claro de cortante compuesta por dos elementos conectados a través de una junta rígida se somete a carga cíclica no reversible. Uno de los elementos de 800 mm de longitud (corto)con relación de aspecto de 3.78 y el otro elemento de 1600 mm de longitud (esbelto)con relación de aspecto de 7.18 se refuerza como se indica en la figura 18.



Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E. Figura 18. Detalle de la viga con doble claro de cortante

En la figura 19 se muestra la curva carga-desplazamiento experimental y la simulación numérica de la probeta V-Mo1 La caída de los ciclos se produce para una carga máxima de 214.05 kN en el ensayo y de 201.70 kN en la simulación. Se observa una adecuada correlación entre resultados experimentales y analíticos.



Figura 19. Curva experimental y numérica de la viga con doble claro de cortante

En la curva de evolución de daño que se muestra en la figura 20 se puede identificar que el modelo predice el efecto dominante (a corte) en el tramo corto y el efecto dominante (a flexión) en el tramo largo. Cuantifica valores de daño para flexión y corte consistente con el patrón de grietas.



Figura 20. Curva de evolución de daños de la viga con doble claro de cortante

## CONCLUSIONES

Las curvas de comportamiento numérico representan, para efectos dominantes a flexión y corte o combinados, la respuesta inelástica de los elementos ensayados. Indicando que el modelo de daño propuesto puede ser considerado como un modelo

Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012 / I.S.N.N.Nro. 1856-9560

#### Perdomo, M.E., Flórez-López, J., Picón R., Marante, M.E.

general de comportamiento inelástico. pérdida de resistencia, y degradación de rigidez por agrietamiento del concreto y fluencia del refuerzo. El modelo general de comportamiento inelástico puede predecir y cuantificar los daños envigas, co-El algoritmo de correlación de imágenes digitales lumnas cortas, muros. Logrando realizar análisis CORRELI-Q4 es una herramienta poderosa que perinelásticos de estructuras de sistemas duales. Los mite caracterizar patrones de grietas a partir de las deformaciones principales por tracción en elemencoeficientes de las funciones que representan los efectos inelásticos no necesitan ser calibrados extos de concreto armado sometidos a cargas. Los patrones de agrietamiento obtenidos con este perimentalmente.

algoritmo permitieron sustentar la hipótesis básica El modelo permite realizar análisis no lineales para usada en la formulación del modelo simplificado estudios de evaluación estructural, en sistemas de disipación combinada para representar un fenóduales o sistemas que combinan elementos con meno complejo como es la respuesta inelástica de diferentes relaciones de aspectos en concreto arestructuras en las que se inducen deformaciones mado, a partir de las características geométricas y importantes por corte y/o flexión. propiedades mecánicas de las secciones sin que el usuario deba definir parámetros para representar

#### **REFERENCIAS BIBLIOGÁFICAS**

[1] Harris, J., Harris, C. (2010) "Terremoto en Ch 2010." Argchile.cl, 2001 ISSN 0718-431X versión en línea.

[2]D'Ambrisi A, Filippou FC. (1999) "Modeling cyclic shear behavior in RC members".Journal of Structural Engineering; V.125, No 10, pp .1143-50.

[3]Miao ZW, Lu XZ, Jiang JJ and Ye LP. (2006) "Nonlinear FE Model for RC Shear Walls Based on Multilayer Shell Element and Microplane Constitutive Model."Computational Methods in Engineering And Science, EPMESC X, Aug. 21-23, Sanya, Hainan, China.

[4]Mohr, S., Bairán J. and Marí, A. (2010)"A frame element model for the analysis of reinforced con-[9]Thomson, E., Perdomo, M., Picón, R, Marante, crete structures under shear and bending". EngS-M., Flórez-López, J. (2009) "Simplified Model for truct, Elsevier Science, V. 32, pp. 3936-54. Damage in Squat RC Shear Walls." Engineering Structures, Elsevier Science, V.31, Issue 10, pp. 2215-[5] Mergos, P.E. and Kappos, A.J. (2008)"A distributed shear and flexural flexibility model with shear-2223.

flexural interaction for R/C members subjected to [10]Abaqus user's manual - Version 6.2, Hibbitt, seismic loading."EarthquakeEngngStruct. Dyn; V. Karlson& Sorensen, Inc., Pawtucket, R.I. (2001). 37, pp.1349-70.

```
I.S.N.N.Nro. 1856-9560 / Volumen Nro. 9 Enero - Diciembre 2012
```

21

ile	[6] Perdomo, M.E., (2010)"Fractura y daño en es-
	tructuras duales de concreto armado."Tesis Docto-
	ral, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela,
	рр. 340.
of	

## [7]Besnard, G., Hild, F., and Roux, S.(2006) "Finite-Element.Displacement fields analysis from digital images: Applications to Portevin-Le ChâtelierBands. "ExperimentalMech, V.46, pp.789-803.

[8]Cipollina A., López-Inojosa A. and Flórez-López J., "A Simplified Damage Mechanics Approach to Nonlinear Analysis of Frames", Computer& Structures, V. 54, No 6, (1995), pp. 1113-1126.