El mono infinito y la Biblioteca Total
El azar y el infinito en Borges y Aristóteles
Francisco Garza del Valle Prieto

Un número infinito de monos teclea frenética y caóticamente por toda la eternidad. ¿Cuáles son las probabilidades de que uno de ellos, en algún momento, escriba aunque sea el principio de una gran obra maestra? Nuestro autor lo sabe calcular.

I have taught thee all the Law of the Jungle for all the peoples of the jungle —except the Monkey-Folk who live in the trees. They have no law. They are outcasts. They have no speech of their own, but use the stolen words which they overhear when they listen...
R. Kipling, "Kaa's Hunting"

Nadie puede articular una sílaba que no esté llena de ternuras y de temores; que no sea en alguno de esos lenguajes el nombre poderoso de un dios. Hablar es incurrir en tautologías.
J.L. Borges, *La biblioteca de Babel*

Jorge Luis Borges y las secuencias aleatorias de caracteres

En el relato *La biblioteca de Babel*, Borges imagina una biblioteca eterna que contiene una cantidad enorme de libros de cuatrocientas diez páginas, cada una compuesta de cuarenta renglones, que a su vez contienen alrededor de ochenta letras. Cada libro es único y contiene variaciones de veinticinco signos ortográficos distintos, incluyendo el espacio, el punto, la coma y veintidós letras. Por lo tanto, en la biblioteca existen todas las combinaciones posibles de letras en cada libro. En palabras de Borges, contienen "todo lo que es dable expresar, en todos los idiomas". Algunos libros contienen la misma letra repetida en todas las páginas; otros contienen combinaciones incomprensibles; otros, absolutamente todos los textos escritos y por escribir.[1] Son recurrentes el tema del azar y el infinito en la literatura borgeana en general.

Borges esboza el origen de *La biblioteca de Babel* en el ensayo "La biblioteca total", en donde introduce la noción de "Biblioteca Total" como el conjunto de variaciones de los veinticinco símbolos ortográficos elementales, producto de haber eliminado todos los símbolos que considera superfluos o meras abreviaciones —como los números arábigos; la *q* y la *x*, en el caso de las letras, cuyo número se reduce a veintidós; los acentos; y todos los signos ortográficos excepto el espacio, el punto y la coma. Además, rastrea los orígenes del tema del texto aleatorio hasta el atomismo, particularmente la cosmogonía de Leucipo que Aristóteles expone en el primer libro de la *Metafísica*. Escribe Borges:

> El escritor [Aristóteles] observa que los átomos que esa conjetura [el atomismo] requiere son homogéneos y que sus diferencias proceden de la posición, del orden o de la forma. Para ilustrar esas distinciones añade: "A difiere de N por la forma, AN de NA por el orden, Z de N por la posición". En el tratado *De la generación y corrupción*, quiere acordar la variedad de las cosas visibles con la simplicidad de los átomos y razona que una tragedia consta de iguales elementos que una comedia —es decir, de las veinticuatro letras del alfabeto.[2]

Una vez ubicado el origen de la Biblioteca Total en la historia de la filosofía —tema cuyas "conexiones son ilustres y múltiples: está relacionada con el atomismo y con el análisis combinatorio, con la tipografía y con

FRANCISCO GARZA DEL VALLE PRIETO (Ciudad de México, 1993) es estudiante de Filosofía; apasionado por la música, la ciencia, el campismo, la cerveza y el humor negro. En sus ratos libres le gusta encontrar cosas extrañas en libros e internet y escribir acerca de ellas.

el azar"— realiza un recorrido histórico del tema. Primero pasa por una refutación a lo fortuito hecha en un diálogo del estoico determinista Marco Tulio Cicerón (*De la naturaleza de los dioses*):

> No me admiro que haya alguien que se persuada de que ciertos cuerpos sólidos e individuales son arrastrados por la fuerza de la gravedad, resultando del concurso fortuito de estos cuerpos el mundo hermosísimo que vemos. El que juzga posible esto, también podrá creer que si arrojan a bulto innumerables caracteres de oro, con las veintiuna letras del alfabeto, pueden resultar estampados los *Annales* de Ennio. Ignoro si la casualidad podrá hacer que se lea un solo verso.[3]

Este recorrido histórico culmina con la mención de tres autores del siglo XIX que refutan el escepticismo determinista de Cicerón y defienden a Demócrito y la posibilidad de la Biblioteca Total: Lewis Carrol en la novela *Sylvie and Bruno*, Lasswitz en el conjunto de cuentos *Traumkristalle* (es Lasswitz quien reduce el conjunto de símbolos ortográficos básicos a veinticinco) y Thomas Henry Huxley, en quien nos detendremos un poco más: según Borges, Huxley "dice que media docena de monos, provistos de máquinas de escribir, producirán en unas cuantas eternidades todos los libros que contiene el British Museum".

Esta idea, aunque pueda parecer una figura meramente literaria, e incluso de carácter humorístico, ha tenido cierto impacto en las matemáticas y la estadística, como se verá a continuación. El objetivo de este texto es exponer algunas aplicaciones matemáticas de las secuencias aleatorias de texto para posteriormente indagar cómo este tema ya lo vislumbraba la filosofía griega, particularmente en la física aristotélica, siguiendo en la medida de lo posible los pasos de Borges, quien se maravillaba ante el enorme lapso de casi veinticuatro siglos transcurrido entre los primeros esbozos de la Biblioteca Total hechos por los atomistas y Aristóteles, hasta las formulaciones de los modernos Fechner y Lasswitz.

El mono infinito

En esta declaración de Huxley se cree que tiene origen el teorema del mono infinito, el cual afirma que un mono que tecleara en una máquina de escribir por un tiempo infinito, podría teclear cualquier combinación posible de caracteres. El mono casi seguramente podría escribir cualquier texto legible, por ejemplo, *Don Quijote de la Mancha*. El teorema es utilizado para ilustrar la noción de infinito y la dificultad de que ocurran eventos estadísticamente muy poco probables.

Este teorema es similar a otro conocido como la ley cero-uno de Kolmórogov, que dice que la probabilidad de cierto tipo de *evento de cola* es cero o uno. Un evento de cola es aquel definido por una sucesión infinita de eventos independientes, pero que son independientes de cualquier subconjunto finito de estos. Si dos eventos son independientes, la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es el producto de ambas probabilidades. Si usamos un teclado con el alfabeto castellano, sin acentos, números ni signos de puntuación, tenemos 27 teclas, es decir, la probabilidad de que se pulse cada una de ellas es 1/27. Bajo este supuesto de independencia, la probabilidad de escribir una palabra de n letras será de $(1/27)*(1/27)*...*(1/27) = 1/27^n$. Por ejemplo, aplicando esta fórmula, la probabilidad de escribir al azar la palabra *chango* al pulsar seis veces el teclado sería de 1/387,420,489.

Así, la probabilidad de *no* escribir una palabra de n letras en cada bloque de n pulsaciones es de $1-(1/27^n)$. Para el siguiente bloque de n letras, la probabilidad es exactamente igual y así sucesivamente. Cada bloque debe ser considerado independientemente, la probabilidad X de no escribir una palabra de n letras en los k primeros bloques de n letras es de $X=(1-(1/27^n))^k$ (siendo k el número de monos o de intentos de cada mono por escribir un bloque de n letras). Si n es acotado (es decir, tan grande como se necesite, pero no infinito), observamos que a medida que k aumenta, la probabilidad X se reduce. A medida que k se acerca a infinito, la probabilidad de no escribir el bloque de n letras tiende a cero. Por lo tanto, si k es lo suficientemente grande, X puede ser tan pequeño como se necesite. Es decir, entre más veces se intente conseguir un texto de n caracteres, será menos probable que no se consiga el resultado deseado. Así, un número infinito de monos podría, con toda probabilidad, producir inmediatamente cualquier combinación posible de letras, incluyendo cualquier combinación legible.

Evidentemente, se vuelve aún menos probable conseguir un texto que no solo incluya letras, sino también signos ortográficos, acentos y espacios. Por ejemplo, si el teclado más básico para escribir el *Quijote* debería contener los dígitos 0-9, las 27 letras del español, junto con las tildes [´ y ¨], los 12 signos ortográficos básicos en el género de la novela [. : ; ( ) ¡ ! ¿ ? ' y —] y la barra espaciadora. Es decir, necesitaríamos un teclado con al menos 51 teclas. Entonces la probabilidad de teclear la *E* con que empieza la novela es de 1/51; para teclear *En*, esta es de (1/51)*(1/51)=1/51^2= 1/2601. Así, las probabilidades de que un mono completara la frase *En un lugar de la mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme*, que contiene 59 caracteres, sería de 1/51^59=1/5.58x10^100. Esta probabilidad es similar a la que tendría una misma persona de ganar la lotería doce veces seguidas.[4]

Para apreciar la imposibilidad práctica de lograr un texto tan aparentemente corto como la primera frase del *Quijote*, alejémonos por un momento de las nociones de infinito formuladas en el teorema. Supongamos, pues, que tenemos tantos monos como partículas en el universo, capaces de teclear mil caracteres por segundo y que dispongan de cien veces la edad del universo y aún así las probabilidades de que escriban un libro completo son casi nulas.

Se ha intentado hacer un simulador en internet, llamado Monkey Shakespeare Simulator en el que cada vez que un usuario abre la página, se simula una secuencia de caracteres aleatorios a una velocidad 86,400 veces más rápida de lo normal (considerando que cada mono oprimiría una tecla por segundo). Si en un texto se obtiene una coincidencia con alguna obra de Shakespeare, se registra la coincidencia y el usuario la envía por correo electrónico a los directores del proyecto. Desde que inició el experimento en 2003, la coincidencia más larga obtenida fueron las primeras 24 letras de la segunda parte del *Rey Enrique IV*:

> 24 letters from "The Second Part of King Henry IV" after 2,737,850 million billion billion billion monkey-years. Sent in by Darren Eggett from Bountiful, Utah on 3 Jan 2005. "RUMOUR. Open your ears; 9r"5j5&?OWTY Z0d "B-nEoF.vjSqj[..." matched "RUMOUR. Open your ears; for which of you will stop The vent of hearing when loud Rumour speaks?...".[5]

En la página web del Monkey Shakespeare Simulator se trabaja con un teclado de 80 teclas, pues se incluyen todos los signos ortográficos y letras tanto mayúsculas como minúsculas. Esto quiere decir que la probabilidad de obtener esta coincidencia de 24 letras era de 1/80^24=1/4.72x10^45 aproximadamente. (Similar a la probabilidad de ganar la lotería cinco veces.)

El infinito aristotélico y el teorema

Comprender el infinito. La pretensión del teorema es casi un oxímoron: para comprender algo es necesario definirlo, es decir, establecer fines o límites. Los números de cien cifras como los que hemos utilizado más arriba son difíciles de comprender, pero no son infinitos. Sirven apenas para dar una noción de lo que por naturaleza es inconmensurable e inabarcable.

Sin embargo, aunque el infinito no puede ser abarcado en cuanto a su magnitud, sí puede ser delimitado por palabras, pues es posible y necesario saber qué es y qué no es. Aristóteles trata el tema del infinito (*ápeiron*) en los capítulos 4-8 del libro III de la *Física*, donde expresa que 'infinito' se puede decir de tres maneras: (a) lo que por naturaleza no puede ser recorrido; (b) lo que se puede recorrer, pero sin término (infinito privativo); y (c) lo que es infinito por composición, por división o por ambas cosas.

Las definiciones (a) y (c) son las que abarcan las dos nociones de infinito en matemáticas: la primera se refiere al infinito por adición o resta (∞ o -∞); la segunda al infinito en tanto que toda magnitud mayor que cero puede ser dividida un infinito número de veces, es decir, lo infinitesimal. En el caso del teorema que estamos estudiando, es más conveniente utilizar la primera definición aristotélica de infinito, en especial la del infinito por adición, puesto que estamos imaginando un número infinito de experimentos durante un tiempo infinito.

Aristóteles también argumenta que como ni siquiera es posible concebir el infinito como atributo de los entes naturales, habrá que concluir que existe solo en potencia y que lo está eternamente: es "aquello más allá del cual siempre hay algo". Por esto mismo, únicamente podemos calcular las probabilidades de que un mono teclee un texto de n letras en k bloques de n letras con números que *tienden a* infinito, pero no podemos utilizar el infinito como tal. Es importante también la distinción clásica entre física y matemáticas. La física se ocupa de objetos sensibles, en tanto que las matemáticas utilizan conceptos abstractos como objeto de estudio. Así, el infinito solo existe como concepto matemático, no puede ser físicamente en acto.

En cuanto a la definición (c), referente a lo infinitesimal, también se puede explorar el mono infinito, particularmente en los números irracionales. Tomemos por ejemplo al número π. Si los dígitos de π son infinitos y no siguen ningún patrón, entonces todas las combinaciones de números aparecerán eventualmente. Si a cada una de las combinaciones numéricas posibles entre 0 y 27 le asignamos una letra [0=espacio, 1=a,…, 27=z], con seguridad encontraremos eventualmente, en algún punto de la infinita cadena de dígitos, algún texto que sea legible. Así, por ejemplo de 3.141592658979323846, podríamos obtener "nañiyehigicvhdf", "adaeibfehigicbchdf", etcétera, según se elija la división de dígitos para la asignación de letras.

La *tychē*: entre el determinismo y el caos

Es claro que conseguir un texto legible en una serie de pulsaciones aleatorias de teclas sería una eventualidad extremadamente fortuita. En los capítulos 4-6 del libro II de la *Física*, para Aristóteles la existencia del azar o suerte (*tychē*) y la casualidad (*tò autómaton*) es clara, puesto que existen hechos excepcionales (*gignómena*) que no entran en la categoría de aquello que ocurre siempre o casi siempre, por más que parezcan tener un cierto carácter finalista. Los *gignómena* son aquellos resultados fortuitos y casuales que se producen ocasionalmente en cambios o acontecimientos no sustanciales.

Según la física aristotélica, la naturaleza está regida por tendencias. Sin embargo, hay ocasiones en las que determinado evento inesperado no cumple con dichas tendencias, al cual llamamos azaroso. "Las causas de lo que sucede como resultado de la suerte son, pues, necesariamente indeterminadas". Cuando se aceptan este tipo de fenómenos casuales en un sistema causal como la física aristotélica, es necesario admitir que han sido, en efecto, causados por algo. Pero cuando existen tantas variables (por

ejemplo, cada uno de los eventos de cola que pudieron haber causado que el mono escriba una frase legible), se vuelve difícil identificar todas y cada una de estas relaciones causales, entonces, ¿a qué causa habría que atribuir el evento? He aquí el origen de las teorías que defienden el caos como principio rector de la naturaleza. Ante esto, diría Aristóteles: "En cierto sentido hay hechos que provienen de la suerte, pues los hay que suceden accidentalmente, y la suerte es una causa accidental. Pero en sentido estricto la suerte no es causa de nada".

Aristóteles se opone al determinismo mecanicista —que sería la postura polarmente opuesta a la teoría del caos y con la cual estaría de acuerdo Cicerón en el pasaje citado por Borges—, ya que afirma que los fenómenos naturales acontecen en función de fines y, cuando la naturaleza no puede alcanzar estos fines, se generan monstruos. "El azar es una causa accidental que concurre en las cosas que se hacen para algo y que son objeto de elección". La suerte es causa accidental y es indeterminada, puesto que en una misma cosa pueden concurrir multitud de accidentes. Se deben al azar todos aquellos sucesos cuya causa es indefinida y que no se producen con el fin de algo ni siempre ni la mayoría de las veces ni de modo regular (lo que, por otra parte, es claro por la definición de azar).

La postura media entre la teoría del caos y el determinismo estoico es el punto donde concuerdan Aristóteles y los atomistas. En ambos sistemas físicos la causalidad es un concepto clave, pero por la presencia de eventos azarosos no podríamos decir que sean físicas deterministas, como sí lo es la estoica. En cuanto al azar, los atomistas consideraban a la suerte como algo que escapaba a la inteligencia humana. Para los atomistas, todo lo que tomamos como producto de la suerte respondería a un complejo entramado de causas necesarias, tantas que su determinación y predicción estarían fuera del alcance de la comprensión humana.[6] Así, los eventos azarosos y el hecho de que estos puedan ser causa (aunque accidental) de otros eventos tampoco significan que el caos sea el principio por el cual se rige la naturaleza.

La biblioteca del mono

Como pudo observar Borges, la posibilidad de encontrar textos legibles en secuencias aleatorias de caracteres resulta sumamente interesante. Solo unos cuantos temas en la historia del pensamiento son tan ricos como para poder ser vistos desde la literatura, las matemáticas y la filosofía. Quien se interese por distintas disciplinas encontrará provechoso este tipo de temas en los que se conjuguen sus distintas aficiones. El azar y el infinito son el *leitmotiv* de muchos de los cuentos de Borges, además del laberinto y la biblioteca, que también aparecen en *La biblioteca de Babel*. El argentino es un excelente ejemplo de cómo los intereses multidisciplinarios pueden conducir a crear cosas verdaderamente ricas.

Aristóteles tiende a buscar el punto medio entre dos posturas extremas. En esta ocasión las posturas extremas provienen de teorías posteriores a él, sin embargo, aceptar la casualidad en la causalidad permite estudiar la naturaleza como un sistema ni caótico ni predeterminado. Investigar la naturaleza del azar es verdaderamente importante en ciencia. El teorema del mono infinito explica las probabilidades extremadamente mínimas. En la naturaleza existen y son de crucial importancia algunos eventos extremadamente casuales, como la aparición de la vida en la Tierra, son puntos álgidos de discusión en la comunidad científica. El debate en torno a si la vida surgió meramente por azar o por obra de una entidad superior causa a la fecha muchos desconciertos y daña muchas susceptibilidades.

Así, una metáfora literaria aparentemente inofensiva ha servido para entender conceptos complejos como el infinito y la probabilidad mínima. A menudo la filosofía y la ciencia deben recurrir al lenguaje literario para poder hacer esto, y el mono infinito es un gran ejemplo para ello. Personalmente conocí el tema a partir de algunas conversaciones informales acerca de la búsqueda de patrones en los dígitos de π, en las que se discutió la posibilidad de encontrar en algún punto de la cadena de dígitos una secuencia que correspondiera a alguna obra maestra de la literatura. Algunas investigaciones posteriores me llevaron a conocer el teorema, que me parece tan interesante como cómica la imagen de los monos tecleando en máquinas de escribir. Estas investigaciones, junto con lo que he aprendido recientemente acerca de la física aristotélica, desembocaron en el presente texto, el cual, si se llegara a cuestionar su calidad, defendería calculando la probabilidad de que un mono lo escribiera. ~

1 Borges, Jorge Luis, "La biblioteca de Babel" en *Ficciones*, Random House Mondadori, México, 2012, pp. 87-100.

2 ——, *La biblioteca total*, <http://www.ciudadseva.com/textos/cuentos/esp/borges/la_biblioteca_total.htm>.

3 Jorge Luis Borges cita este pasaje de Marcelino Menéndez y Pelayo en *Obras completas de Marco Tulio Cicerón*, tomo tercero, p. 88.

4 Si se considera que la probabilidad de ganarla una vez es de 1/135,145,920.

5 <http://web.archive.org/web/20050815080814/http://user.tninet.se/~ecf599g/aardasnails/java/Monkey/webpages/>.

6 Aristóteles, *Física*, trad., intr. y notas de Guillermo R. de Echandía, Gredos, Madrid, 1982, libro II, nota 55.