



## MODELOS MATEMÁTICOS PARA PRUEBAS DE BOMBEO EN ACUÍFEROS. CASO DEL CAMPO EXPERIMENTAL DE LA UNISON

PEDRO IGNACIO LOERA BURNES\*, EVA LOURDES VEGA GRANILLO

### RESUMEN

Entre los principales métodos de estudio en la hidráulica subterránea están las pruebas de bombeo y el análisis de las ecuaciones derivadas por condiciones particulares de frontera. De estas pruebas se obtienen parámetros hidrogeológicos, como la conductividad hidráulica, transmisividad y coeficiente de almacenamiento, que definen el comportamiento de un acuífero ante la acción de un pozo dentro del marco de una teoría determinada.

Esta investigación tiene como objetivo hacer una revisión de algunas de esas técnicas para construir modelos matemáticos que describan la hidrodinámica de un acuífero. Particularmente del parámetro transmisividad; así como su aplicación a un caso específico, el del Campo Experimental de la Unison (Universidad de Sonora) ubicado en la parte alta del acuífero de la Costa de Hermosillo.

**Palabras-clave:** Prueba de bombeo, modelos matemáticos, parámetros hidrogeológicos, Campo Experimental Unison, acuífero Costa de Hermosillo.

### ABSTRACT

Among the main methods of study in hydrogeology are the pumping tests and analysis of the equations derived by individual boundary conditions. From these tests hydrogeological parameters are obtained, as hydraulic conductivity, transmissivity and storage coefficient, which define the behavior of an aquifer to the action of a well and within the framework of a given theory.

This research aims to make a review of some of these techniques to build mathematical models describing the hydrodynamics of an aquifer, particularly, the transmissivity parameter; and their application to a specific case of the Campo Experimental de la Unison (University of Sonora), located in the upper part of the Costa de Hermosillo aquifer.

**Keywords:** Pumping test, mathematical models, hydrogeological parameters, Campo Experimental Unison, Costa de Hermosillo aquifer.

M.C. PEDRO IGNACIO LOERA BURNES  
Departamento de Matemáticas,  
Universidad de Sonora  
Correo: pilbour@mat.uson.mx  
M.I. EVA LOURDES VEGA GRANILLO  
Departamento de Geología, Universidad de Sonora  
Correo: eva.vega@ciencias.uson.mx

\*Autor para correspondencia: M.C. Pedro Ignacio Loera Burnes  
Correo electrónico: pilbour@mat.uson.mx  
Recibido: 27 de Marzo del 2015  
Aceptado: 18 de Mayo del 2015



## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene el objetivo de mostrar la fundamentación matemática de algunos de los modelos aplicados a la hidráulica de pozos para determinar los parámetros hidrogeológicos de un acuífero. Mediante pruebas de bombeo realizadas en los pozos de una zona, se estimula al acuífero para conocer su respuesta. Los valores obtenidos en campo a través de las pruebas de bombeo se introducen en modelos gráfico-numéricos para obtener las propiedades de transmisividad, conductividad hidráulica y coeficiente de almacenamiento; de acuerdo a estas propiedades cada reservorio subterráneo responderá suministrando un cierto volumen de agua.

La metodología seguida en la investigación inicia mostrando las ecuaciones matemáticas con las cuales se obtienen los parámetros hidrogeológicos. Posteriormente describe los modelos matemáticos enfocados al flujo transitorio a pozos en acuíferos confinados. Desglosa matemáticamente los modelos de Thiem, Theis y Jacob. Finalmente en el estudio de caso, se aplica el modelo de Theis a un pozo del Campo Experimental de la Unison, ubicado en la parte alta del acuífero de la Costa de Hermosillo.

La importancia del estudio actual, que sirvió para obtener el título de licenciatura de uno de los autores, estriba en mostrar el desarrollo matemático de los modelos, su aplicación en un área tan relevante como lo es la hidrogeología. Así como estudiar el caso de un pozo en la parte alta de la Costa de Hermosillo para obtener los valores de los parámetros hidrogeológicos mencionados, que permitirán predecir en el futuro, el caudal de agua que se puede extraer del acuífero para los diversos usos previstos.

Se muestran las fuentes originales que los autores de los modelos publicaron, las cuales aunque son antiguas, se siguen usando por hidrogeólogos actuales. Asimismo, se comparan los valores aquí obtenidos con otros estudios del mismo tipo realizados recientemente en el acuífero de la Costa de Hermosillo, en cuya parte alta se encuentra el Campo Experimental de la Unison.

## Estudios previos

En su tesis profesional Larios [1] cita que de acuerdo a la bibliografía, el coeficiente de almacenamiento en acuíferos libres varía de 0.01 a 0.35, y que la transmisividad va de 0.0001 a 0.2 m<sup>2</sup>/s. Cuando ésta es menor que el primer valor sólo surtirá agua suficiente para usos domésticos, si es mayor que el segundo valor, la producción del pozo será adecuada para usos industriales, municipales o agrícolas. En su trabajo desarrolla los modelos de Theis y Jacob en dos pozos de bombeo y dos de observación de la Costa de Hermosillo. Obtuvo valores de transmisividad de 0.0024 a 0.0047 m<sup>2</sup>/s, y de coeficiente de almacenamiento de 2.25 X 10<sup>-5</sup>.

En el estudio realizado por la UNISON [2] se calculó la conductividad hidráulica del sistema mediante pruebas



de bombeo y geofísica. Se obtuvieron transmisividades variables de muy altas de 10<sup>-1</sup> m<sup>2</sup>/s en el paleocauce del Río Sonora, a bajas en sus zonas adyacentes y hacia las fronteras con valores de 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>/s. Dichos autores citan una transmisividad media en el acuífero de 4.5 X 10<sup>-2</sup> m<sup>2</sup>/s tomada de otros estudios; considerando un espesor medio de 200 m obtuvieron una conductividad hidráulica media de 2.25 X 10<sup>-4</sup> m/s, que multiplicada por el gradiente medio del orden de 0.0025 les da una velocidad de Darcy de 5.625 X 10<sup>-7</sup> m/s.

El INEGI [3] reporta dos acuíferos interconectados entre sí en la Costa de Hermosillo. El superior con transmisividad de 5 X 10<sup>-3</sup> a 4.2 X 10<sup>-1</sup> m<sup>2</sup>/s con espesor medio de 200 m y el segundo sin valores de parámetros, tiene espesores variables hasta de 700 m de profundidad. No cita la fuente de sus datos.

CONAGUA [4] cita que en un estudio geohidrológico, realizado en 1968 por Ariel Construcciones, se llevaron a cabo algunas pruebas de bombeo en pozos del acuífero de la Costa de Hermosillo, cuyos datos se introdujeron en el Modelo de Theis, obteniendo una transmisividad media de 4.5 X 10<sup>-2</sup> m/s y un coeficiente de almacenamiento de 1.1 x 10<sup>-3</sup>.

## HIDRÁULICA DE POZOS

Un acuífero es una formación o grupo de formaciones geológicas que contiene una cantidad significativa de agua y permite su transporte bajo condiciones de campo ordinarios. Los acuíferos pueden ser confinados y no confinados. Los primeros están acotados por formaciones impermeables; los segundos, también llamados acuíferos libres, tienen como frontera superior el nivel de agua o nivel freático, que es la superficie sobre la cual la presión del

fluido en el medio poroso es igual a la presión atmosférica.

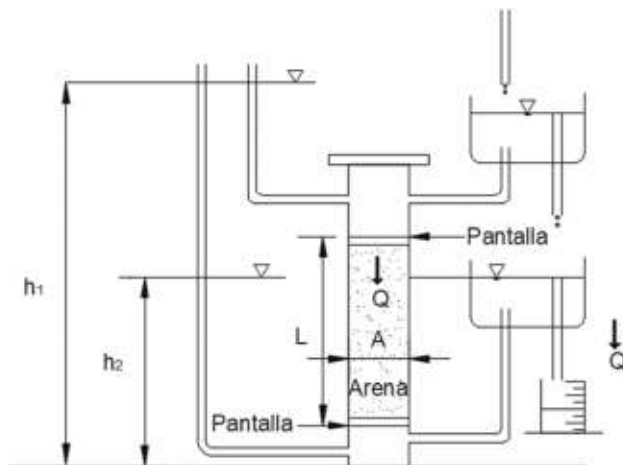
La Hidráulica de pozos es una herramienta que permite determinar los parámetros hidrogeológicos de un acuífero (transmisividad, conductividad hidráulica, coeficiente de almacenamiento) para poder determinar la producción que puede obtenerse de un pozo. Existen diversos métodos de análisis de pozos en los diferentes tipos de acuíferos existentes, así como varias ecuaciones que gobiernan el flujo de agua hacia un pozo. A continuación se describen algunas de ellas.

### Ley de Darcy

En 1856, Henry Darcy investigó el flujo de agua en filtros verticales homogéneos de arena conectados con las fuentes de la ciudad de Dijon (Francia). De su experimento (Figura 1), Darcy concluyó que la tasa de flujo o volumen de agua por unidad de tiempo  $Q$ , es:

- a) Proporcional a un área de sección transversal  $A$ ,
- b) Proporcional a  $(h_1 - h_2)$  e,
- c) Inversamente proporcional a la longitud  $L$ , o sea la separación entre los filtros.

Figura 1. Experimento de Darcy.



Fuente: Bear [5] Mod.

Cuando se combinan estas conclusiones obtenemos la Ley de Darcy:

$$Q = \frac{KA(h_1 - h_2)}{L} \quad (1)$$

Donde  $q$  es la carga piezométrica y  $(h_1 - h_2)$  es la diferencia entre las cargas piezométricas a través del filtro de longitud  $L$ . El coeficiente de proporcionalidad  $K$ , denota la conductividad hidráulica del medio poroso o coeficiente de permeabilidad [5]. La permeabilidad de una roca o suelo es una medida de su habilidad para transmitir fluido, tales como agua, bajo un gradiente hidráulico. La permeabilidad es aproximadamente proporcional al cuadrado del diámetro medio de los granos del medio poroso.

Debido a que la carga piezométrica describe (en términos de carga de agua) la suma de la presión y energía de potencial del fluido por unidad de peso, el término  $\frac{(h_1 - h_2)}{L}$  se interpreta como el gradiente hidráulico. Denotando este gradiente por  $J = \left(\frac{h_1 - h_2}{L}\right)$  y definiendo la descarga específica  $q$  como el volumen de agua que fluye por unidad de tiempo a través de un área transversal unitaria normal a la dirección de flujo, obtenemos:

$$q = KJ \quad (2)$$

Donde  $q = Q/A$  y  $J = \left(\frac{h_1 - h_2}{L}\right)$ . Esta expresión es otra forma de la Ley de Darcy [5].

Cuando el flujo es tridimensional, la Ley de Darcy se generaliza quedando:

$$\mathbf{q} = K\mathbf{J} = -K \text{ grad}\phi; \mathbf{V} = \mathbf{q}/\eta \quad (3)$$

Donde  $\mathbf{V}$  es el vector velocidad con componentes  $\langle V_x, V_y, V_z \rangle$ ;  $\eta$  es la porosidad volumétrica (razón entre espacios vacíos sobre espacio sólido) y la porción del área  $A$  disponible para el flujo es  $\eta A$ . De acuerdo a esto la velocidad promedio  $V$  de flujo a través de la columna es [5]:

$$V = Q/\eta A = q/\eta$$

Además la suma de la carga de presión y la carga de elevación es la carga piezométrica  $\phi$  y  $q$  es el vector de descarga específica cuyas componentes son  $\langle q_x, q_y, q_z \rangle$  en las direcciones del plano cartesiano  $xyz$ , respectivamente y  $\mathbf{J} = -\text{grad}\phi \equiv -\nabla\phi$  es el gradiente hidráulico con componentes  $J_x = -\partial\phi/\partial x$ ,  $J_y = -\partial\phi/\partial y$ ,  $J_z = -\partial\phi/\partial z$  (3) en las direcciones de los ejes  $xyz$  [5], [6].

Cuando el flujo toma lugar en un medio homogéneo isotrópico, la conductividad hidráulica  $K$  es un escalar y la ecuación (3) se puede escribir como [5]:

$$\left. \begin{aligned} q_x &= KJ_x = -K \partial\phi/\partial x = \eta V_x \\ q_y &= KJ_y = -K \partial\phi/\partial y = \eta V_y \\ q_z &= KJ_z = -K \partial\phi/\partial z = \eta V_z \end{aligned} \right\} \quad (4)$$



Para el flujo en la dirección que indique el vector unitario  $1s$ :

$$q_s = q \cdot 1s = -K \partial\phi/\partial s = \eta V_s \quad (5)$$

### Parámetro Transmisividad

Un medio poroso es homogéneo si su permeabilidad es la misma en todos sus puntos, de otra manera, el medio es heterogéneo o no homogéneo. Además, si la permeabilidad en un punto del medio poroso es independiente de la dirección el medio es isotrópico, si ésta varía de una dirección a otra el medio es anisotrópico. Consideremos un flujo a través de un acuífero confinado de espesor  $B$  como el mostrado en la figura 2. Si el acuífero es homogéneo e isotrópico con conductividad hidráulica  $K$ , entonces la descarga total en la dirección  $+x$ ,  $Q_x$ , a través del área  $WB$  normal al flujo está dada por la Ley de Darcy [5]:

$$Q_x = -KBW \partial\phi/\partial x \equiv KBW J_x; \mathbf{J}' \equiv -\text{grad}'\phi; J_x = -\partial\phi/\partial x \quad (6)$$

La descarga por unidad de ancho del acuífero  $Q'_x$ , normal a la dirección de flujo es:

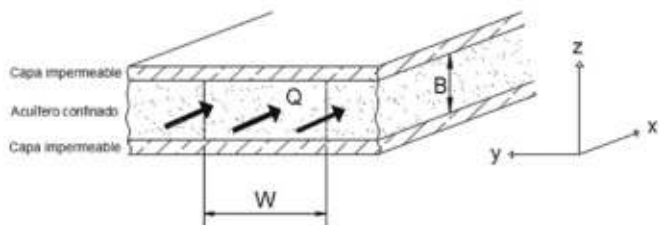
$$Q'_x \equiv Q_x/W = KB J_x \equiv T J_x; T = Q'_x/J_x \quad (7)$$

En forma vectorial podemos escribir:

$$\mathbf{Q}' = -T \nabla' \phi; \nabla'(\ ) = \frac{\partial(\ )}{\partial x} \mathbf{1x} + \frac{\partial(\ )}{\partial y} \mathbf{1y} \equiv \text{grad}'\phi \quad (8)$$

El producto  $KB$  denotado por  $T$ , es la transmisividad la cual se define como la tasa de flujo por unidad de ancho que cruza el espesor de un acuífero por unidad de gradiente hidráulico [5], [6].

Figura 2. Flujo a través de un acuífero confinado.



Fuente: Bear [6] Mod.

### Coefficiente de almacenamiento

El coeficiente de almacenamiento  $S$ , de un acuífero se define como el volumen de agua extraída (o recargada) en una unidad de volumen de acuífero por unidad de disminución (o aumento) en la presión o por unidad de cambio en la carga piezométrica  $\phi^*$  y se expresa mediante [5]:

$$S = \frac{\Delta U_w}{U_b \Delta p} = \frac{\Delta U_w}{U_b \Delta \phi^*} \quad (10)$$



Donde  $U_w$  es el volumen de una unidad de masa de agua,  $U_b$  es el volumen de una unidad de medio poroso,  $\Delta p$  es el cambio de una unidad de carga o  $\Delta \phi^*$  cambio en una unidad de carga piezométrica.

### MODELO MATEMÁTICO

Para empezar a estudiar los modelos matemáticos aplicados a acuíferos mencionaremos las suposiciones en las que están basados estos modelos [5], [6]:

- El flujo de agua en el acuífero obedece a la Ley de Darcy (Ecuación 1).
- El agua sale inmediatamente del acuífero y hay una disminución de la presión.
- El acuífero es homogéneo, isotrópico y con un área infinita.
- La base del acuífero es horizontal y en un acuífero confinado el espesor es constante.
- El nivel del agua o superficie piezométrica antes de iniciarse el bombeo es horizontal.

En la práctica antes de aplicar los resultados que se derivarán de esta sección se deben tomar en cuenta las condiciones de campo; pues algunas de ellas no se satisfarán y habrá que introducir otras.

Partiremos de la ecuación general de flujo para aguas subterráneas [7]:

$$\nabla \cdot (K \nabla \phi) = S \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

En [5] se presenta un análisis detallado de esta ecuación.

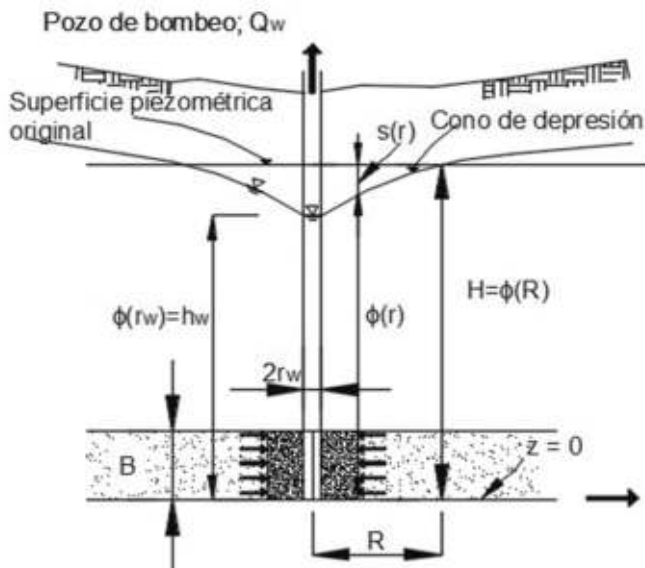
### Flujo transitorio a un pozo en un acuífero confinado

Existen varios modelos matemáticos para describir el flujo de agua hacia un pozo, pero debido a la limitante de espacio en el presente texto se explican sólo tres modelos: Thiem, Theis y Jacob, así como un caso de aplicación [8], [9], [10].

La figura 3 muestra un pozo completamente penetrante que bombea a una razón de flujo constante  $Q_w$  en un acuífero confinado. El acuífero es homogéneo, isotrópico, y con un espesor constante  $B$ . Asumimos que la capacidad de almacenamiento  $S$  del acuífero, resultante de

las propiedades del agua y la geología del manto acuífero, es constante (en espacio y tiempo) y que el agua se bombea instantáneamente del manto con una disminución de presión [5].

Figura 3. Pozo completamente penetrante en acuífero confinado.



Fuente: Bear [5] Mod.

Consideremos un dominio del acuífero entre dos cilindros concéntricos al pozo de radios  $r$  y  $r+\Delta r$ . El exceso de volumen de agua que sale de este dominio sobre el volumen que le entra, en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  es tomado desde el manto al dominio, causando una disminución en la presión  $\Delta\phi = \phi(t) - \phi(t + \Delta t)$  (Figura 4). Expresando esto matemáticamente tenemos:

$$\Delta t [Q_w(r) - Q_w(r + \Delta r)] = S \times 2\pi r \Delta r [\phi(t) - \phi(t + \Delta t)]$$

$$Q_w(r) = 2\pi r T \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (11)$$

$$\frac{[Q_w(r) - Q_w(r + \Delta r)]}{\Delta r} = 2S\pi r \left[ \frac{\phi(t) - \phi(t + \Delta t)}{\Delta t} \right]$$

$$Q'_w(r) = 2S\pi r \phi'(t) \quad (12)$$

De la ecuación (11) derivando:

$$Q'_w(r) = 2\pi r T \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + 2\pi T \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (13)$$

Sustituyendo en la ecuación (12):

$$2\pi r T \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + 2\pi T \frac{\partial \phi}{\partial r} = 2S\pi r \phi'(t)$$

Dividiendo por obtenemos:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (14)$$



Esta ecuación describe el flujo transitorio (convergente o no convergente) en un acuífero confinado [5]. Si el flujo se considera en estado estacionario la ecuación (14) queda:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (15)$$

Y aplicando las condiciones de frontera en el pozo  $r = r_w$  y  $\phi = h_w$ , obtenemos su solución [5]:

$$\phi(r_2) - \phi(r_1) = \frac{Q_w}{2\pi T} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (16)$$

La ecuación (16) se denomina Modelo de Thiem, desarrollado en 1906 [8].

Sustituyendo dos distancias  $r$  y  $R$ , en la ecuación (16) obtenemos:

$$s(r) = \phi(R) - \phi(r) = \frac{Q_w}{2\pi T} \ln \left( \frac{R}{r} \right) \quad (17)$$

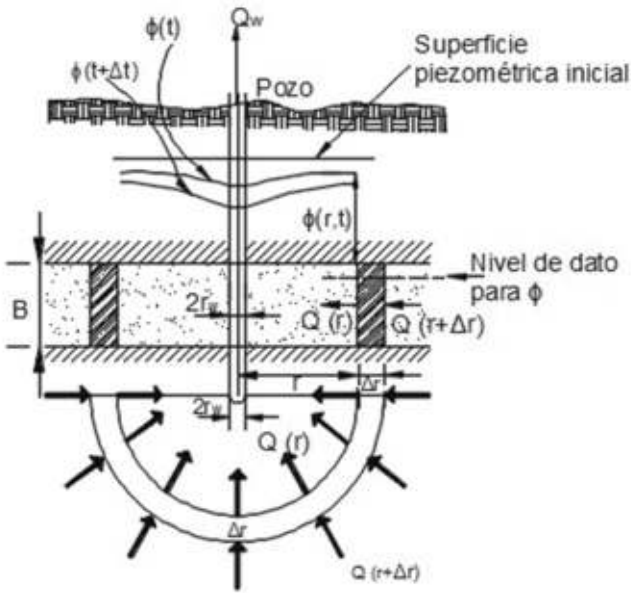
Esta ecuación nos define el abatimiento  $s$  a cualquier distancia  $r$  del pozo de bombeo en términos del radio de influencia del acuífero [5], [6].

La distancia  $R$  en la ecuación (17), cuando del abatimiento es cero, se llama radio de influencia del pozo. Como hemos establecido anteriormente, el flujo estable no puede prevalecer en un acuífero infinito. Así que la distancia  $R$  se puede interpretar como un parámetro que indica la distancia más allá de la cual el abatimiento es despreciable o no observable [5].

Para obtener la solución de la ecuación (14) para un acuífero con flujo transitorio y confinado consideraremos que el pozo (Figura 4) es infinitesimalmente angosto y las condiciones de frontera e iniciales son [5]:

$$\left. \begin{aligned} \phi(r, 0) &= \phi_0, \quad r_w \leq r \leq \infty \\ \phi(\infty, t) &= \phi_0, \quad t \geq 0 \\ \lim_{r=r_w \rightarrow 0} 2\pi r T \frac{\partial \phi}{\partial r} &= Q_w = \text{constante}; \quad t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Figura 4. Flujo transitorio en un pozo en un acuífero confinado.



Fuente: Bear [5] Mod.

Escribiendo la ecuación (14) en términos del abatimiento  $s(r, t) = \phi_0 - \phi(r, t)$  nos queda:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial s}{\partial t} \quad (19)$$

Y las condiciones de frontera para esta ecuación son:  $s(r, 0) = 0$ ,  $s(\infty, t) = 0$  y  $\lim_{r=r_w \rightarrow 0} 2\pi r T \frac{\partial s}{\partial r} = -Q_w$  [5]. La solución de la ecuación (19) se obtiene haciendo el cambio de variable  $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$  y la transformación de Boltzman  $s(u, (r, t))$ ; ver detalles en [11]:

$$s = \frac{Q_w}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (20)$$

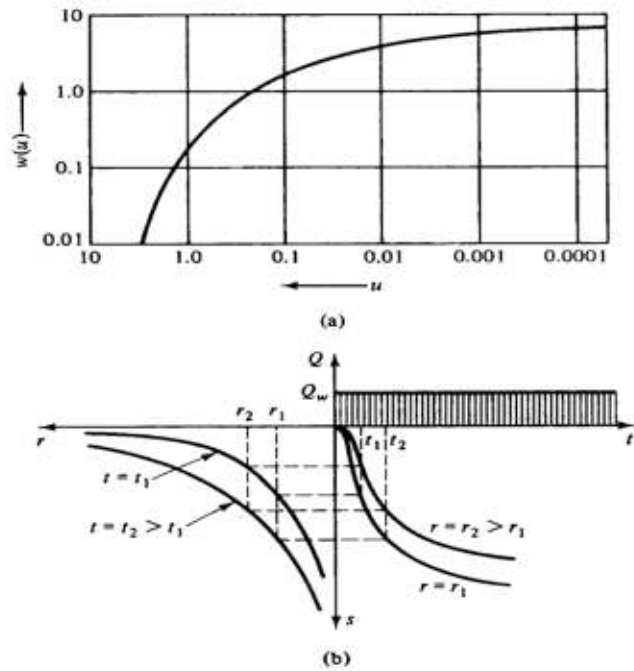
La solución para la ecuación (19) dada por Theis [9] tiene la forma:

$$s(r, t) = \phi_0 - \phi(r, t) = \frac{Q_w}{4\pi T} W(u) \quad (21)$$

$$W(u) = \int_{x=u}^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx$$

Donde  $W(u)$  es la función de pozo de  $u = S r^2 / 4tT$  para un acuífero confinado [5], [9], [11]. La figura 5 muestra la curva de abatimiento  $s(r, t)$ . A la ecuación (21) se le llama Modelo de Theis.

Figura 5. (a) Abatimiento  $s(r, t)$  en un acuífero confinado infinito. (b) Curva tipo para un acuífero confinado.



Fuente: Bear [5].

Existe un punto de inflexión cuando  $u=1$  (esto es  $t = S^2 / 4T$ ). De allí en adelante la razón del abatimiento  $\partial s / \partial t (= -\partial \phi / \partial t)$  decrece, pero teóricamente nunca desaparece [5], [12], [13].

La función de pozo o integral exponencial se obtiene de la serie:

$$W(u) = -0.5572 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \times 2!} + \frac{u^3}{3 \times 3!} - \frac{u^4}{4 \times 4!} \dots$$

Para valores pequeños de  $u$ , por decir  $u < 0.01$ , la serie puede aproximarse con los primeros dos términos [12], [13] obteniendo:

$$s(r, t) \cong \frac{Q_w}{4\pi T} \left( -0.5572 - \ln \frac{r^2 S}{4Tt} \right) = \frac{Q_w}{4\pi T} \ln \frac{2.25 Tt}{r^2 S} \quad (22)$$

A esta ecuación se le llama Modelo de Jacob [5], [6].



## CASO DE ESTUDIO: EL ACUÍFERO DEL CAMPO EXPERIMENTAL DE LA UNISON

Con la metodología previamente citada, se realizó una prueba de bombeo en el Campo Experimental del Departamento de Agricultura y Ganadería de la Universidad de Sonora [11], ubicado en la parte alta del acuífero de la Costa de Hermosillo; los datos de campo: abatimiento (m) contra tiempo (min) se introdujeron en las ecuaciones de los modelos de Theis y de Jacob para acuíferos confinados.

Finalmente se compararon los valores obtenidos en esta investigación con otros publicados por diversos autores en fechas más recientes, y se elaboraron las conclusiones.

### Localización del sitio en estudio

Las coordenadas geográficas del pozo donde se realizó la prueba son 29°00'50" Latitud Norte y 111°07'55" Longitud Oeste y tiene una altitud de 149 msnm. Debido a que se tienen siembras experimentales en el sitio, se cuenta con 3 pozos. Uno se utilizó como el pozo de bombeo y los otros dos, como pozos de observación.

El llamado en este trabajo Pozo de Observación 1 se construyó en Agosto de 1980 y tiene una profundidad de 251.0 m, se ubica a 33.6 m del pozo de bombeo. El Pozo de Observación 2 se perforó en Abril de 1955, cuenta con una profundidad de 213.4 m, y está a una distancia de 159.6 m del pozo de bombeo. El nombrado aquí como Pozo de Bombeo se perforó en 1985 y en él se realizó la presente prueba.

El equipo de bombeo tiene una potencia de 250 HP; cuenta con una columna de 8" de diámetro, con tazones de 12" de diámetro y longitud de 140 m. La zona de estudio se localiza en el antiguo lecho del Río Sonora y constituye la parte alta del acuífero de la Costa de Hermosillo, cuya cuenca pertenece a la Región Hidrológica No. 9, Sonora Sur [11].

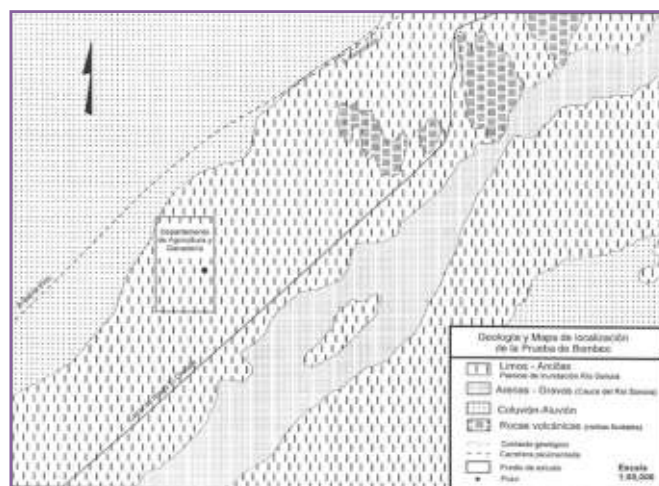
El balance hídrico subterráneo del acuífero de la Costa de Hermosillo resulta negativo, debido a que se cuenta con 498 pozos profundos que extraen 566 millones de m<sup>3</sup> de



agua por año, habiéndose estimado la recarga en un rango de 250 a 350 millones de m<sup>3</sup> por año [14]. Como el bombeo excede a la recarga natural, el nivel freático ha descendido más de 40 m en las últimas cuatro décadas.

En lo que respecta a la geología alrededor del Campo Experimental de la Unison, se localizan afloramientos terciarios de rocas volcánicas, específicamente riolitas fluidales. Sobre éstos se observan sedimentos cuaternarios aluviales, constituidos de arenas y gravas predominantemente en el cauce del Río Sonora, intercalados con limos y arcillas de la antigua planicie de inundación [15]. Es precisamente en esta planicie de inundación donde se encuentra localizado el pozo de bombeo en estudio (Figura 6).

Figura 6. Localización y geología del Campo Experimental de la Unison.



Fuente: Elaboración propia.

Los datos de tiempo contra abatimiento obtenidos en el ensayo por bombeo y su análisis se muestran más adelante. Los datos de campo se introdujeron en el programa Excel. Se elaboraron las gráficas correspondientes y se obtuvieron los valores de los parámetros hidrogeológicos. Se bombeó a una razón de descarga de 75 L/s. El nivel estático inicial fue de 107 m en el Pozo de Observación 1 y de 105 m en el Pozo de Observación 2. Se calculó la transmisividad ( $T$ ) y el coeficiente de almacenamiento ( $S$ ) del acuífero aplicando los modelos de Theis y Jacob (Ecuaciones 21 y 22).

### Modelo de Theis

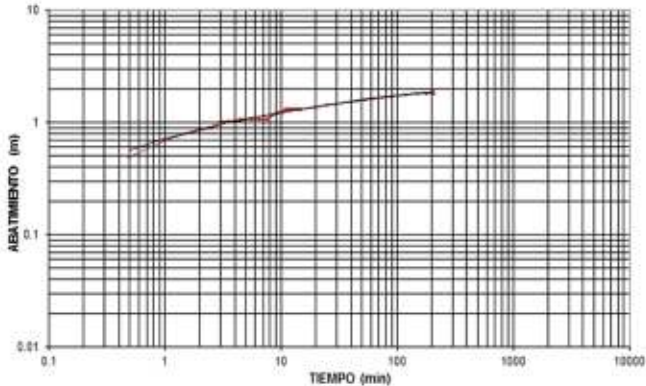
Para el Pozo de Observación 1 la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento se calcularon de la siguiente manera (Ecuaciones 17 y 21):

$$T = \frac{Q_w}{4\pi s} W(u) = \frac{4.5 \text{ m}^3/\text{min}}{4\pi(0.24 \text{ m})} \approx 1.5 \text{ m}^2/\text{min} = 0.025 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$S = \frac{4Tt}{r^2} u = \frac{4(1.5 \text{ m}^2/\text{min})(0.33 \text{ min})}{(33.6 \text{ m})^2} \approx 1.75 \times 10^{-3}$$

La figura 7 muestra la curva de campo del Pozo de Observación 1. La gráfica muestra el comportamiento de la curva de abatimiento contra el tiempo en una hoja doble logarítmica.

Figura 7. Curva de campo del Pozo de Observación 1.



Fuente: Elaboración propia.

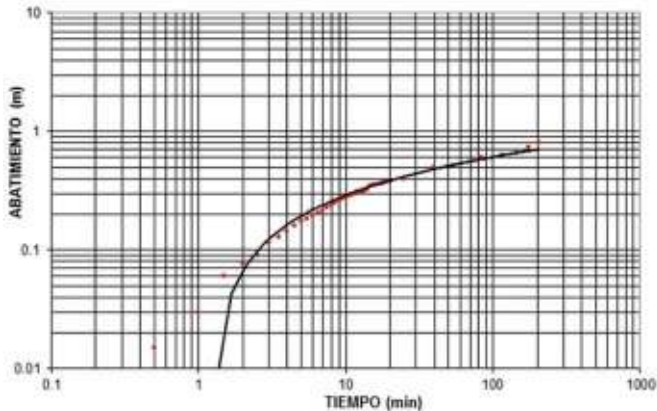
Para el Pozo de Observación 2, la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento fueron:

$$T = \frac{Q_w}{4\pi s} W(u) = \frac{4.5 \text{ m}^3/\text{min}}{4\pi(0.18 \text{ m})} \approx 2.0 \text{ m}^2/\text{min} = 0.033 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$S = \frac{4Tt}{r^2} u = \frac{4(2.0 \text{ m}^2/\text{min})(1.0 \text{ min})}{(159.6 \text{ m})^2} \approx 3.14 \times 10^{-3}$$

La figura 8 muestra la curva de campo del Pozo de Observación 2. La gráfica muestra el comportamiento de la curva de abatimiento contra el tiempo.

Figura 8. Curva de campo del Pozo de Observación 2.



Fuente: Elaboración propia.

### Modelo de Jacob

Los mismos datos de campo obtenidos en la prueba de bombeo en el Campo Experimental de la Unison, se introdujeron en el programa Excel para obtener los valores de transmisividad y coeficiente de almacenamiento por

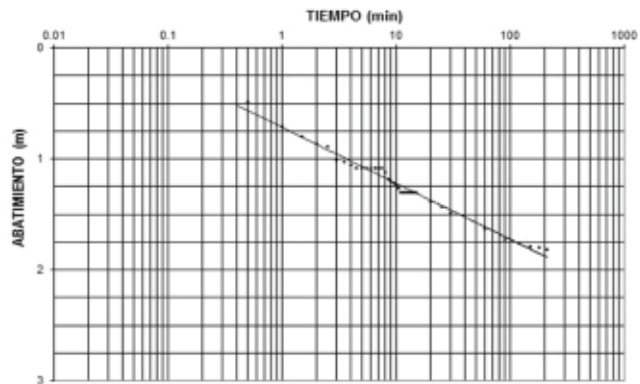
el Modelo de Jacob. Estos valores fueron para el Pozo de Observación 1 (aplicando la ecuación 22, y el valor aproximado de  $p$  de la curva de campo en la figura 9):

$$T = \frac{0.183 Q_w}{p} = \frac{(0.183)(4.5 \text{ m}^3/\text{min})}{0.51 \text{ m}} = 1.614 \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \approx 0.027 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$S = \frac{2.25Tt}{r^2} = \frac{2.25(1.614 \text{ m}^2/\text{min})(0.038 \text{ min})}{(33.6 \text{ m})^2} = 1.222 \times 10^{-4}$$

La figura 9 muestra la curva de campo del Pozo de Observación 1. Se puede observar que este modelo utiliza hojas semi-logarítmicas. De esta curva determinamos el valor de la pendiente  $p$ .

Figura 9. Curva de campo del Pozo de Observación 1.



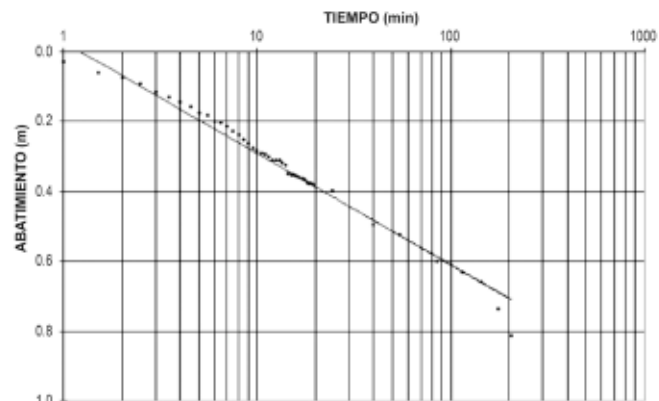
Fuente: Elaboración propia.

Para el Pozo de Observación 2, la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento de acuerdo al Modelo de Jacob fueron:

$$T = \frac{0.183 Q_w}{p} = \frac{(0.183)(4.5 \text{ m}^3/\text{min})}{0.3 \text{ m}} = 2.745 \frac{\text{m}^2}{\text{min}} \approx 0.045 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$S = \frac{2.25Tt}{r^2} = \frac{2.25(2.745 \text{ m}^2/\text{min})(1.4 \text{ min})}{(159.6 \text{ m})^2} = 3.394 \times 10^{-4}$$

La figura 10 muestra la curva de campo del Pozo de Observación 2. En esta figura se puede notar que conforme el tiempo va pasando, el abatimiento va decayendo.



Fuente: Elaboración propia.



## CONCLUSIONES

Las pruebas de bombeo son una herramienta de campo mediante las cuales se estimula al acuífero a través del bombeo de pozos, para conocer su respuesta (descenso del nivel del agua), registrándose el abatimiento (m) contra el tiempo (min).

En el presente trabajo se analizaron datos obtenidos en el Campo Experimental de la Unison, ubicado en la parte alta del acuífero de la Costa de Hermosillo, usando los modelos de Theis y de Jacob.

Asimismo se consultaron otros estudios donde se aplicaron los mismos modelos matemáticos en la misma zona acuífera. Los resultados obtenidos con el Modelo de Theis, que es el más comúnmente usado, se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Valores de transmisividad obtenidos con el Modelo de Theis.

Autor	Transmisividad (m <sup>2</sup> /s)	Coefficiente de almacenamiento (adimensional)	Conductividad hidráulica (m/s)
Larios (1968)	$2.4 \times 10^{-3}$ a $4.7 \times 10^{-3}$	$2.25 \times 10^{-5}$	
UNISON (2001)	$4.5 \times 10^{-2}$		$2.25 \times 10^{-4}$
INEGI (2007)	$5 \times 10^{-3}$ a $4.2 \times 10^{-1}$		
CONAGUA (2009)	$4.5 \times 10^{-2}$	$1.1 \times 10^{-3}$	
Loera y Vega (2015); presente trabajo	$2.5 \times 10^{-2}$ a $3.3 \times 10^{-2}$	$1.75 \times 10^{-3}$ a $3.14 \times 10^{-3}$	

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla 1 se puede concluir que los valores de transmisividad están en el rango de  $10^{-1}$  a  $10^{-3}$ , y los de coeficiente de almacenamiento varían de  $10^{-3}$  a  $10^{-5}$ . Valores típicos para este tipo de acuíferos, como lo menciona Larios [1].

En la misma tabla 1 se puede ver que en esta investigación, se obtuvo con el Modelo de Theis, una transmisividad de 0.025 y 0.033 m<sup>2</sup>/s en los pozos de observación 1 y 2 respectivamente; con el modelo de Jacob los valores fueron de 0.027 y 0.045 m<sup>2</sup>/s respectivamente.

El coeficiente de almacenamiento calculado con el Modelo de Theis fue de  $1.75 \times 10^{-3}$  y  $3.14 \times 10^{-3}$  para los pozos 1 y 2 respectivamente. Con el Modelo de Jacob se obtuvo  $1.22 \times 10^{-4}$  y  $3.39 \times 10^{-4}$ .

Analizando lo anterior se puede concluir que en las pruebas de bombeo los resultados más confiables son los obtenidos por el Modelo de Theis, ya que en la interpretación de estas pruebas se aplica la "función de pozo" como modelo matemático para representar el comportamiento del flujo del agua subterránea, el cual sugiere que es lo más parecido a lo que en realidad ocurre.

Otro factor que interviene en el cálculo de estos parámetros es la distancia a la que están los pozos de observación respecto al de bombeo, porque el abatimiento en los pozos más cercanos será mayor que en los más

alejados, como se puede apreciar en las figuras que se presentan.

Asimismo se concluye que las pruebas de bombeo determinan los parámetros hidrogeológicos de transmisividad, coeficiente de almacenamiento y conductividad hidráulica de un acuífero, los cuales al introducirse en un modelo matemático de flujo, muestran el comportamiento del reservorio a futuro o en otras palabras, se puede predecir con cuánta agua se podrá contar en el acuífero.

## BIBLIOGRAFÍA

- 1) J.A. Larios Gaxiola. Estudios hidrogeológicos en la Costa de Hermosillo. Tesis profesional. Escuela de Ingeniería. Universidad de Sonora. 108 p. 1968.
- 2) Universidad de Sonora (UNISON). Estudio de cuantificación de la recarga del acuífero "Costa de Hermosillo", Municipio de Hermosillo, Sonora. Contrato sgt-grno-son-01-026-ce-13. Tomos I y II. 12 capítulos. 2001.
- 3) Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). Estudio hidrológico del Estado de Sonora. 183 p. 2007.
- 4) Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). Actualización de la disponibilidad media anual de agua subterránea Acuífero (2619) Costa de Hermosillo Estado de Sonora. 2009. Recuperado el 01 de mayo de 2015 de: <http://www.conagua.gob.mx/OCNO07/Noticias/2619%20Costa%20de%20Hermosillo.pdf>, 22 p.
- 5) J. Bear, *Hydraulics of groundwater*. U.S.A.: Mc Graw-Hill, 1979.
- 6) J. Bear, A. Verruijt, *Modeling Groundwater Flow and Pollution*. U.S.A.: Springer Science and Business Media, 1987.
- 7) B. E. Flores Soto, *Discretización en Diferencias Finitas de Modelos de Acuíferos*. Tesis profesional. Depto. de Matemáticas Universidad de Sonora. México, 1990.
- 8) G. Thiem, *Hidrologische methoden*. Germany, Leipzig: J.M. Gebhardt, p. 56, 1906.
- 9) C.V. Theis, The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. *Trans Amer. Geophys. Union*. 2:519-524, 1935.
- 10) C.E. Jacob, On the flow of water in an elastic artesian aquifer. *Trans Amer. Geophys. Union*, 2:574-586, 1940.
- 11) P.I. Loera Burnes, *Modelos matemáticos para pruebas de bombeo con aplicación al cálculo de transmisividad de acuíferos*. Tesis profesional. Depto. de Matemáticas Universidad de Sonora. México, 1999.
- 12) H.H. Cooper Jr. y C.E. Jacob, A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history. *Trans Amer. Geophys. Union*. 27:526-534, 1946.
- 13) C.E. Jacob, *Flow of groundwater*. Engineering Hydraulics, New York, U.S.A.: H. Rouse. John Wiley & Sons, 1950.
- 14) W. G. Matlock, M. Fogel, C.D. Bush, Utilization of Water Resources in a coastal ground water basin. *J. Soil and Water Conserv.* 21(5), 1966.
- 15) B. Steinich, I. Simon, A. Chavarría, L. Marín, Geophysical Investigations of the vadose zone in the Valley of Hermosillo Aquifer, Sonora, México. *Geofísica Internacional*, Vol. 36, Num. 3. 1997.