COMPORTAMIENTO DE EXTREMOS RECORTADOS DE TRABES PRESFORZADAS

Óscar M. González Cuevas[1]; Julio M. Arteaga Ángeles[2]

RESUMEN

El método de puntales y tensores es una herramienta útil para el diseño de elementos de concreto en los que existen concentraciones de fuerzas o cambios bruscos de sección transversal. Un ejemplo de estos elementos son las trabes de concreto reforzado o presforzado con extremos recortados en las que se presentan ambas condiciones.

En este trabajo se estudia la aplicabilidad del método en trabes de concreto presforzado con extremos recortados, sobre las cuales hay poca información experimental. Para ello se diseñó con el método de puntales y tensores un modelo de laboratorio que simula los extremos recortados de una trabe tipo AASHTO. Asimismo, se ensayó para analizar su comportamiento en términos de resistencias, agrietamientos y fuerzas en los puntales y tensores que constituyen los modelos.

Se diseñaron y ensayaron dos modelos distintos propuestos por la AASHTO. En ambos las resistencias experimentales fueron similares a las teóricas y los patrones de agrietamiento definieron armaduras similares a las propuestas en los modelos que sirvieron de base para el diseño. Uno de los modelos tuvo un mejor comportamiento respecto al ancho de grietas bajo cargas de servicio. Se concluye que el método de puntales y tensores resulta conveniente para el diseño de este tipo de vigas.

Palabras clave: Concreto presforzado, extremos recortados, puntales y tensores, ensayes.

ABSTRACT

The strut-and-tie method is an useful tool to design concrete elements which have stress concentrations or abrupt changes in its cross section. Reinforced or prestressed concrete beams with dapped ends are example of these elements in which both conditions appear. This paper discusses the applicability of this method to prestressed concrete beams with dapped ends, of which there is little experimental information. To this end, a laboratory model that represents the dapped ends of an AASHTO type beam has been developed by means of the strut-and-tie method; it has been tested in order to analyze their behavior in terms of strength, cracking, and stresses in the struts and ties that constitute the models.

Two different models proposed by AASHTO were designed and tested. In both cases the measured strengths were similar to the theoretical strengths and the cracking patterns defined similar trusses to the ones proposed in the model which was the basis of the design. One of the models had a better behavior on the width of the cracks caused by service loads. It was concluded that the strut-and-tie method is advisable for designing this type of beam.

Keywords: Prestressed concrete, dapped ends, strut-and-tie, tests.

RESUMO

O método de bielas e tirantes é uma ferramenta útil para o desenho dos elementos de concreto nos quais existem concentrações de forças ou mudanças bruscas de seção transversal. Um exemplo destes elementos são as traves de concreto reforçado ou protendido com extremos recortados nas que apresentam ambas condiciones.

Neste trabalho estuda-se a aplicabilidade do método às traves de concreto protendido com extremos recortados, sobre as quais há pouca informação experimental. Para isso, se desenhou com o método de bielas e tirantes, um modelo de laboratório que simula os extremos recortados de uma trave tipo AASHTO e foi experimentada para analisar seu comportamento em termos de resistências, fissuras e forças nos bielas e tirantes que constituem os modelos.

Foram desenhados e experimentados dois modelos diferentes propostos pela AASHTO. Em ambos as resistências experimentais foram similares às teóricas e os padrões de fissuras definiram armaduras similares às propostas nos modelos que serviram de base para o desenho. Um dos modelos teve um melhor comportamento com respeito à espessura de gretas sob cargas de serviço. Conclui-se que o método de bielas e tirantes resulta conveniente para o desenho deste tipo de vigas.

Palavras chave: Concreto protendido, extremos recortados, bielas e tirantes, experimentos.

[1] Profesor-investigador de la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco. [2] Ingeniero consultor.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

En estructuras para puentes o en estructuras prefabricadas presforzadas de concreto, a menudo las trabes principales de soporte son recortadas en sus extremos, con el fin de darles estabilidad durante su montaje, así como para mantener un perfil continuo de la estructura por razones de estética y lograr estructuras menos altas (Ver Fig. 1). Estos extremos son zonas donde se concentran fuerzas de gran magnitud como son la reacción de la estructura, las fuerzas debidas a la introducción del presfuerzo, y las causadas por deformaciones impuestas en los apoyos y por el flujo plástico, contracción y cambios volumétricos del concreto por temperatura. Estas fuerzas tienen que ser resistidas en un espacio muy pequeño de la estructura por lo que las cantidades de acero de refuerzo resultan considerables.

Fig. 1. Trabes con extremos recortados.

En México se han usado ampliamente las trabes con extremos recortados especialmente para puentes de claros grandes. Es común un sistema estructural como el mostrado esquemáticamente en la Fig. 2, donde se observa una trabe apoyada sobre columnas o pilas con una ménsula en la parte inferior de su extremo. Esta trabe suele denominarse trabe portante. Sobre la trabe portante se apoya la trabe principal; es decir, la que permite salvar la parte más larga del claro. La trabe principal tiene una ménsula en la parte superior de su extremo.

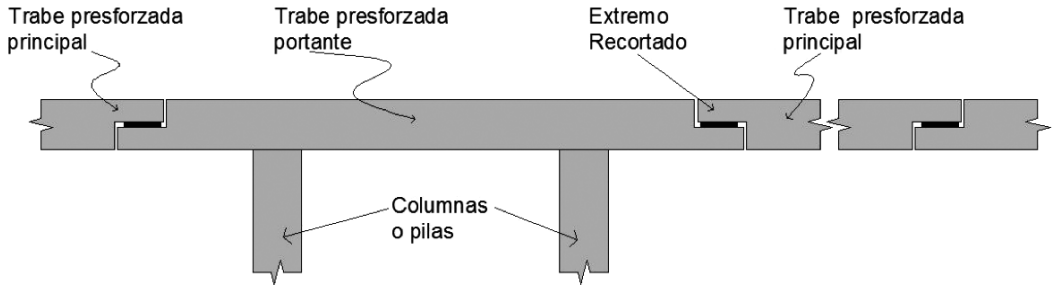

Fig. 2. Ejemplo de sistemas estructurales para puentes usados en México.

A pesar de su uso extendido, no existe en la normatividad mexicana una metodología precisa para diseñar los extremos recortados de estos elementos, por lo que se acostumbra basarse en recomendaciones diversas que no constituyen un diseño racional. En las "Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", del *Reglamento para Construcciones para el Distrito Federal*, se incluye un capítulo dedicado a "Concreto Presforzado"; dentro de éste hay una sección titulada "Zonas de Anclaje", la cual se refiere básicamente a zonas de anclaje macizas, del mismo peralte que el resto de la viga (Sección 9.6.1 de las Normas).

Una manera de analizar los extremos recortados es por medio de un análisis de elemento finito, el cual es poco usado en los despachos de ingeniería estructural ya que resulta muy elaborado si se desea modelar con precisión el compor-

tamiento del concreto reforzado. Por lo tanto, sería útil tener un método de diseño que reproduzca lo mejor posible el comportamiento real que sea sencillo de utilizar. Un método que cumple estas condiciones es el de puntales y tensores, que se presenta en forma resumida en la siguiente sección.

Las zonas de apoyo de las trabes presforzadas con extremos recortados requieren un diseño cuidadoso debido a que la falla de esta zona significa el colapso de la estructura o un agrietamiento generalizado en condiciones de servicio ante una deficiencia de refuerzo. Este agrietamiento, a su vez, puede ocasionar problemas importantes de corrosión en la estructura. Por lo tanto un diseño racional, junto con un detallado adecuado de la colocación del refuerzo, redundará en un mejor comportamiento de estas zonas, tanto en condiciones de servicio como en condiciones de resistencia última.

En este artículo se presentan los resultados de una prueba experimental sobre el comportamiento de extremos recortados en trabes presforzadas diseñadas por medio de un modelo de puntales y tensores recomendado por la FIP (FIP Recommendations, 2009). La prueba fue llevada a cabo en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad Autónoma Metropolitana. Los objetivos de la investigación fueron observar el comportamiento real de extremos recortados de trabes presforzadas y verificar la aplicabilidad del método de diseño recomendado por la FIP.

Se han realizado pocos estudios experimentales de trabes con extremos recortados. Algunos de los más importantes son los de Mattock y Chan (1979), y Mattock y Theryo (1986). Sin embargo, la gran mayoría se ha efectuado en trabes de concreto reforzado o en ménsulas, cuyo comportamiento es semejante al de los extremos recortados. En este trabajo se consideró importante estudiar el comportamiento cuando existen fuerzas de presfuerzo aplicadas en los extremos, ya que estas fuerzas son de una magnitud importante y pueden modificar sustancialmente el comportamiento. Muchas de las aplicaciones de trabes con extremos recortados usadas en la actualidad, sobre todo en puentes, son con trabes presforzadas.

MÉTODO DE PUNTALES Y TENSORES

Los elementos de concreto estructural –para fines de diseño– están constituidos por dos tipos de zonas. Las primeras son aquellas que se comportan como vigas esbeltas, en las cuales se cumple la hipótesis de las secciones planas; es decir, que la distribución de deformaciones unitarias es lineal después de que el elemento se deforma. En el método de puntales y tensores estas zonas se denominan regiones B (De viga, en inglés). Las segundas zonas son aquellas en que no se cumple la hipótesis de las secciones planas, por encontrarse cerca de apoyos o cargas concentradas, o por tener discontinuidades geométricas. En estas zonas generalmente hay concentraciones de esfuerzos que producen la no linealidad de las deformaciones unitarias. Se denominan –en la literatura del tema– regiones D (De disturbio). Estas regiones D se pueden modelar como armaduras virtuales o hipotéticas en las que el acero de refuerzo o de presfuerzo desempeña el papel de elementos a tensión y el concreto, el de elementos a compresión. Los primeros son los tensores y los segundos, los puntales.

La idea de modelar un elemento de concreto por medio de una armadura es muy antigua. Ritter la usó en 1899 y Mörsch en 1909. Schlaich *et. al.*, (1987) formalizaron la aplicación del método y ampliaron su alcance, en un trabajo que se considera fundamental. A partir de esta fecha se han realizado numerosas investigaciones para corroborar la validez del método y para establecer reglas sencillas sobre la resistencia de los puntales de concreto en distintas situaciones y sobre el diseño de los nodos en que se unen los puntales y tensores. En la edición 2002 del *Reglamento del American Concrete Institute* (ACI Comité 318, 2002), se incorporó el método en un apéndice, lo cual contribuyó a su mayor utilización en los países de América. En la actualidad, el método se aplica tanto para regiones D como para regiones B, y se han hecho esfuerzos por divulgarlo y promover su empleo (Reineck, 2002).

Los extremos recortados de trabes son un ejemplo típico de regiones D, ya que en ellas existen grandes fuerzas concentradas en las reacciones y discontinuidades geométricas en los cambios bruscos de peraltes (Fig. 1). Por esta razón se ha considerado al método de puntales y tensores como una herramienta idónea para su diseño.

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La metodología que se siguió para esta investigación se resume en los siguientes pasos. Cabe decir que cada uno es descrito con mayor detalle más adelante.

a) Se seleccionó una viga típica de concreto presforzado para un puente de 10 m de claro. Se denomina en este trabajo viga prototipo.

b) Se diseñó un espécimen de ensaye de dimensiones tales que pudiese ser manejado y probado con los equipos disponibles en el laboratorio y que tuviese esfuerzos en los extremos recortados similares a los de la viga prototipo.

Los extremos recortados del espécimen se diseñaron por el método de puntales y tensores con las recomendaciones de la FIP (*FIP Recommendations*, 1999). Se hicieron dos diseños, y cada extremo se construyó con uno de ellos, de tal manera que se estudiaron los dos diseños recomendados por la FIP.

c) Se ensayó un espécimen que difería de la viga prototipo original en la longitud, que era de 4 m, y en que la sección era rectangular en vez de ancho variable. Ya que los objetos de estudio eran únicamente los extremos de la viga, no era necesario ensayar la viga completa y el uso de un ancho uniforme es suficientemente preciso; de hecho, los extremos de las trabes son generalmente de sección rectangular. En el ensaye se midieron cargas, anchos de grietas, deflexiones y deformaciones unitarias en el acero de refuerzo; a partir de éstas se determinaron los esfuerzos. También se determinaron patrones de agrietamientos que se compararon con los modelos teóricos de puntales y tensores.

d) Se analizaron los resultados del ensaye y se compararon las resistencias experimentales de los extremos recortados con los valores teóricos usados en el diseño. A partir de estos análisis se establecieron recomendaciones para el diseño de extremos recortados por el método de puntales y tensores.

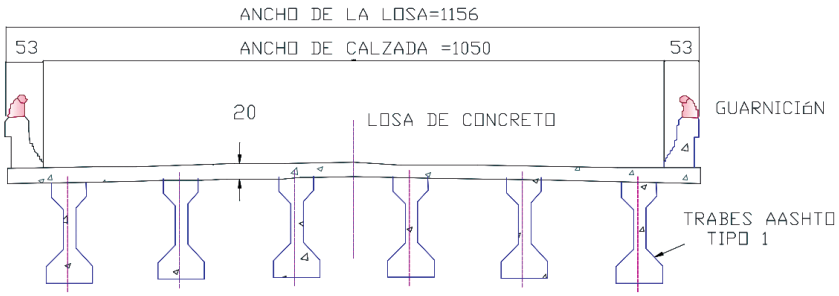

Fig. 3. Puente con la viga prototipo.

SELECCIÓN DE LA VIGA TÍPICA

Se seleccionó una viga típica con el objetivo de determinar los esfuerzos que se presentan en los extremos recortados de vigas reales. Se escogió una viga de un puente de 10 m de claro, ancho total de 11.56 m, con dos carriles de tránsito y carga viva HS-2044. Una trabe AASHTO tipo I, de sección I, con un peralte de 0.70 m, (AASHTO, 2004) es adecuada para un puente de estas características, figura 3. Para soportar la carga, la trabe requiere 2 cables 4-T13 (4 torones de ½" en cada cable), de los cuales, uno se ancla debajo del extremo recortado y el otro en el extremo recortado, figura 4. La sección transversal del extremo recortado es de 31 cm de ancho y 32.5 cm de alto, y los esfuerzos para las cargas de falla o últimas en la sección de cambio de peralte resultan de -190 kg/cm^2 (compresión) en la fibra superior del extremo recortado y 107 kg/cm^2 (tensión) en la fibra inferior. Estos esfuerzos son los correspondientes a una sección homogénea y elástica; desde luego se requiere acero de refuerzo para resistirlos, pero sólo se buscaba la magnitud de los esfuerzos elásticos para tener esfuerzos similares en el espécimen de ensaye.

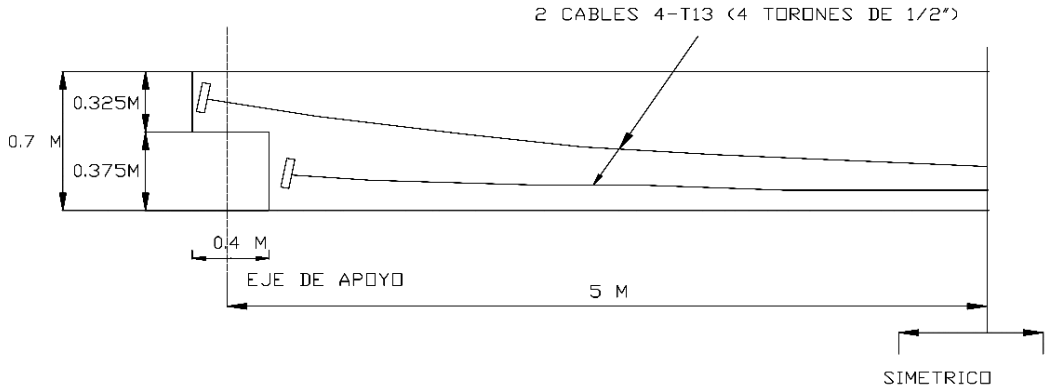

Fig. 4. Cables de presfuerzo en la viga prototipo.

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL ESPÉCIMEN DE ENSAYE

En primer término, se fijaron las dimensiones y las fuerzas de presfuerzo que actúan sobre los extremos recortados, de tal manera que los esfuerzos en los extremos del espécimen fuesen semejantes a los esfuerzos en la viga prototipo. Como se dijo, estos esfuerzos en la sección A-A de la viga prototipo, figura 5, resultaron de -190 kg/cm^2 en la fibra superior y de 107 kg/cm^2 en la fibra inferior. Analizando distintos tamaños de los extremos y distintas fuerzas de presfuerzo, y con una estimación preliminar de las reacciones en los apoyos del espécimen de ensaye de 14 ton, se determinó que los extremos en el espécimen de ensaye tuviesen una sección transversal de 20 por 20 cm y una fuerza de presfuerzo correspondiente a un cable 1-T13 (½") aplicada al centro del extremo recortado. Los esfuerzos en las fibras superior e inferior del extremo recortado del espécimen en la misma sección A-A resultaron de -142 kg/cm^2 y de 86 kg/cm^2, respectivamente.

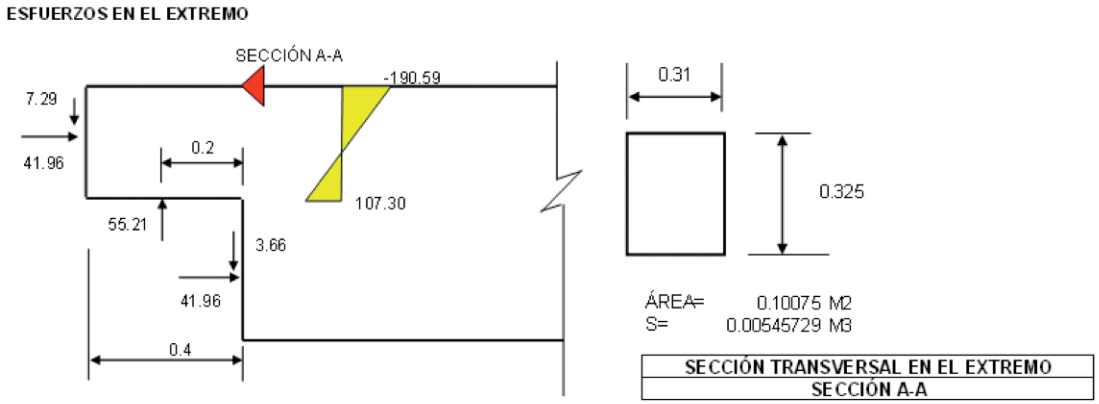

Fig. 5. Esfuerzos en los extremos recortados de la viga real.

A continuación se determinó la longitud del espécimen de ensaye. Éste podría ser lo más corto posible ya que la zona central no influye en el comportamiento de los extremos recortados, pero con un mínimo de longitud para que dicha parte central tuviese un comportamiento de región B, según el método de puntales y tensores. Por otra parte, en un espécimen muy corto las pérdidas de presfuerzo por penetración de la cuña de anclaje resultan muy elevadas, ya que las deformaciones unitarias en los cables por esta causa son iguales a la magnitud de la penetración dividida entre una longitud corta. Equilibrando ambos factores, se fijó un claro de 4 m, el máximo que se podía acomodar en el dispositivo de ensaye disponible. Aún así, las pérdidas de presfuerzo con un torón de ½" resultaron de 30 por ciento.

También se buscó que el espécimen no fallase por flexión o por fuerza cortante antes de la falla de los extremos recortados. El momento flexionante, M_n, que debía resistir la viga, con una carga concentrada al centro del claro de 50 t, que era la capacidad del gato, resultó de 50 t-m. Para resistir este momento, se requirió una sección de 20 cm de ancho y 70 cm de peralte total, reforzada con 3 cables T13 en la parte inferior de la viga y uno más en el extremo recortado, además de 5 barras del número 8, de refuerzo ordinario. Para resistir la fuerza cortante de 25 t se necesitaron estribos de dos ramas del No. 3 a cada 20 cm.

La siguiente etapa consistió en diseñar el refuerzo requerido en los extremos recortados, lo cual se hizo utilizando el método de puntales y tensores. Como ya se ha dicho, este método consiste en modelar un elemento de concreto reforzado por medio de una armadura constituida por elementos que trabajan a compresión (puntales) y elementos que trabajan a tensión (tensores), unidos en nodos que trabajan bajo distintas combinaciones de fuerzas de compresión y tensión. Las armaduras pueden plantearse de distintas maneras, pero deben seguir el flujo de fuerzas al interior de los elementos. Distintos diseñadores pueden, entonces, plantear distintos modelos de armaduras. Para el caso del diseño de extremos recortados, la FIP recomienda dos esquemas o modelos de armaduras, que son los usados en este trabajo (*FIP Recommendations*, 1999).

El primer modelo está representado en la Fig. 6. En éste, la fuerza cortante generada en la viga sube hacia el apoyo por medio de un mecanismo en el cual se consideran tres tensores verticales T_1, T_2 y T_3 los cuales tienen fuerzas de igual magnitud, pero que se colocan de acuerdo a la geometría del recorte. El tensor T1 es un refuerzo que se coloca

muy cercano a la cara vertical de la zona del recorte, en una longitud t_1 muy pequeña, de tal manera de reducir el ancho de la grieta que se forma en la esquina entrante del recorte de la viga.

El tensor T_2 se requiere porque la fuerza de tensión horizontal que se genera en el apoyo, se toma con un refuerzo horizontal que trabaja a tensión. Esta fuerza de tensión necesita equilibrarse por medio de un puntal de compresión inclinado y el tensor vertical T_2. Este tensor se coloca al centro de la longitud t_2 la que se obtiene, a su vez, de la longitud de la región D.

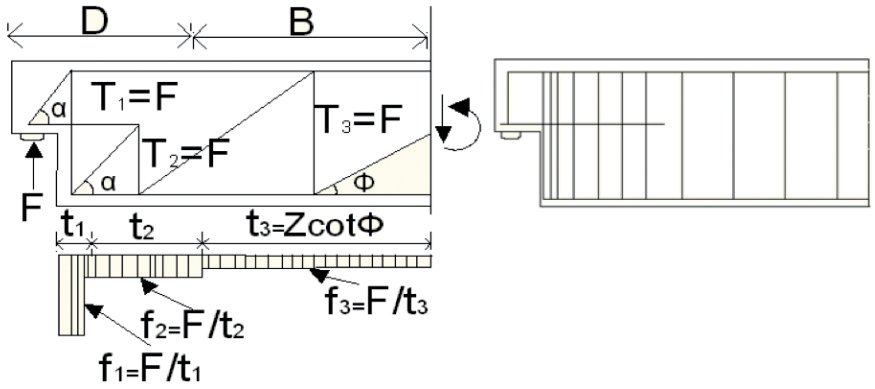

Fig. 6. Modelo 1 de la FIP.

El tensor T_3 se requiere para resistir la fuerza cortante que se genera en la zona B de la viga, desde el extremo de la región D, y equivale a los estribos de verticales requeridos para fuerza cortante. Si como es usual en este tipo de vigas, se tiene una fuerza horizontal en el apoyo, ésta aumentará la fuerza T2 y por ende la fuerza en los tensores T_1 y T_3. Este modelo es similar al propuesto por Schlaich *et. al.* (1987).

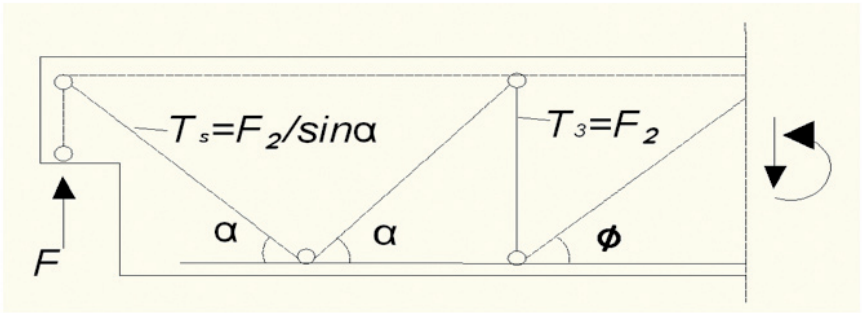

Fig. 7. Modelo 2 de la FIP.

El segundo modelo de la FIP está representado en la Fig. 7. La fuerza cortante F_2 sube al apoyo por medio de un tensor inclinado Ts. Esta fuerza es transmitida al apoyo por medio de un puntal de compresión. Por equilibrio del nodo situado en la parte superior del recorte, se requiere un puntal de compresión horizontal en la parte superior de la viga, como se muestra en la Fig. 7. La FIP recomienda utilizar una combinación de los modelos 1 y 2, de tal manera que un modelo tome el 50 por ciento de las fuerzas y el otro modelo el 50 por ciento restante.

Los extremos del espécimen de ensaye se diseñaron de tal manera que uno de ellos, denominado extremo NH, quedase armado como el Modelo 1 de la FIP, y el otro, denominado NI, como una combinación de los Modelos 1 y 2. Una vez planteados los modelos de puntales y tensores, se procedió a calcular las fuerzas en los miembros de las armaduras y en los nodos. En el método de puntales y tensores se debe verificar que estas fuerzas produzcan esfuerzos que no excedan los permisibles de acuerdo a los reglamentos, o bien, se debe verificar el ancho necesario de los puntales y el área de acero necesaria de los tensores para no exceder los esfuerzos permisibles. Si se exceden, se deben modificar las

dimensiones de las armaduras o inclusive plantear modelos diferentes[3]. Es necesario entonces proceder por un método de prueba y error. De esta manera se calcularon las fuerzas en las armaduras de los extremos recortados del espécimen de ensaye. Las fuerzas y anchos resultantes se muestran en la figura 8 para el extremo NH, y en la figura 9 para el extremo NI[4]. Los esfuerzos permisibles utilizados fueron los especificados en el Reglamento de la AASHTO (2004). A partir de las fuerzas en los tensores, se calculó el área de acero de refuerzo necesaria para resistirlas. Los armados resultantes se muestran en la figura 10 para el extremo NH y en la figura 11 para el NI. Todo el acero mostrado tiene un límite de fluencia de 4200 kg/cm^2.

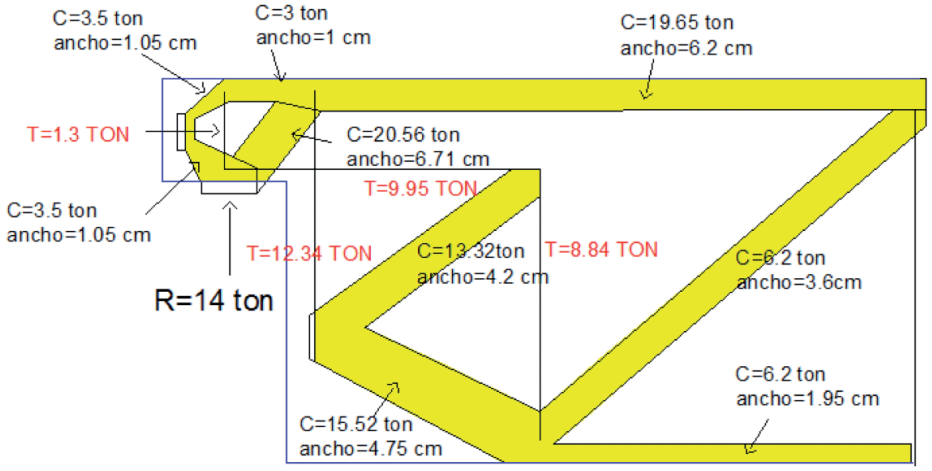

Fig. 8. Fuerzas y anchos en el extremo NH.

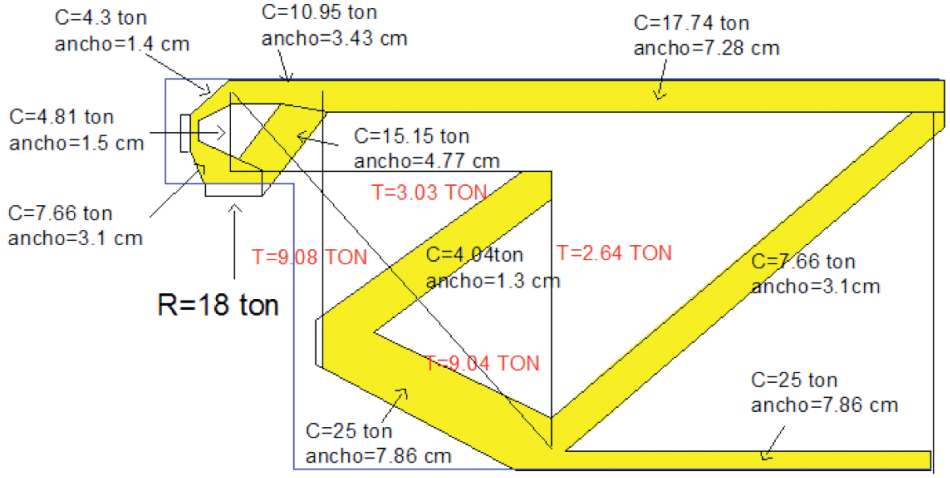

Fig. 9. Fuerzas y anchos en el extremo NI.

El espécimen se construyó en los laboratorios de la UAM con concreto fabricado en el sitio. La resistencia a la compresión obtenida fue de 303 kg/cm^2 y el módulo de elasticidad de 180000 kg/cm^2. Se usó acero de presfuerzo de acero de baja relajación con esfuerzo a la ruptura de 19000 kg/cm^2 y módulo de elasticidad de 2000000 kg/cm^2. La tensión inicial

[3] El lector que no esté familiarizado con el método de puntales y tensores puede consultar la referencia de Reineck (2002) en la que se presentan ejemplos desarrollados con detalle.
[4] Las secciones transversales de los puntales son iguales a los anchos mostrados en las figuras multiplicados por 20 cm de ancho de la viga.

aplicada al acero de presfuerzo fue de 15200 kg/cm^2. Se colocaron nueve deformímetros eléctricos en cada extremo del espécimen, en el acero de refuerzo, en puntos estratégicos para conocer las deformaciones unitarias y de allí calcular los esfuerzos en las barras. Externamente se instrumentó el espécimen con nueve transductores de carátula en la parte inferior de la viga y en las zonas inferior y lateral de los extremos recortados, para medir las deflexiones verticales y los desplazamientos horizontales. También se colocaron dos transductores de vástago en las zonas donde se esperaba tener el puntal inclinado de compresión en la parte inferior del extremo recortado. Mayores detalles sobre la construcción e instrumentación del espécimen pueden encontrarse en (Arteaga, 2008).

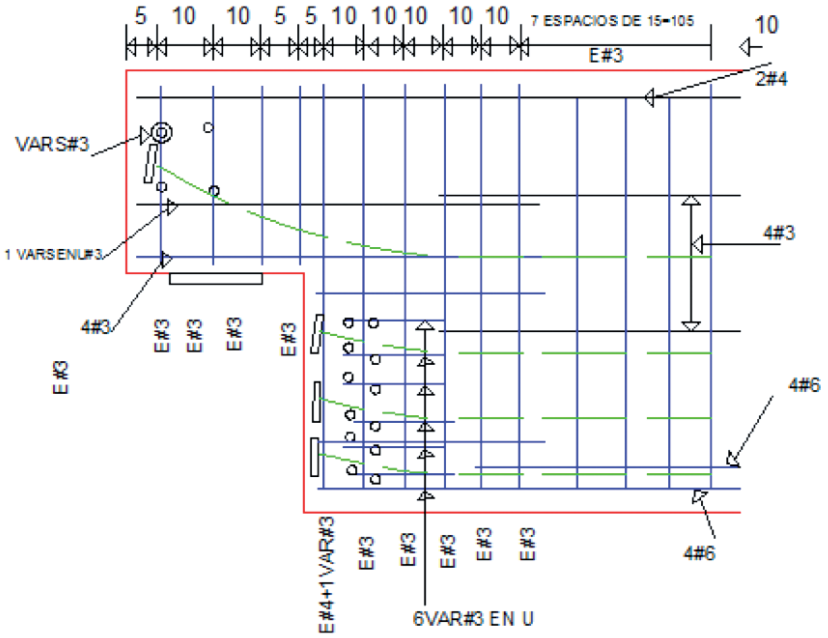

Fig. 10. Armado del extremo NH.

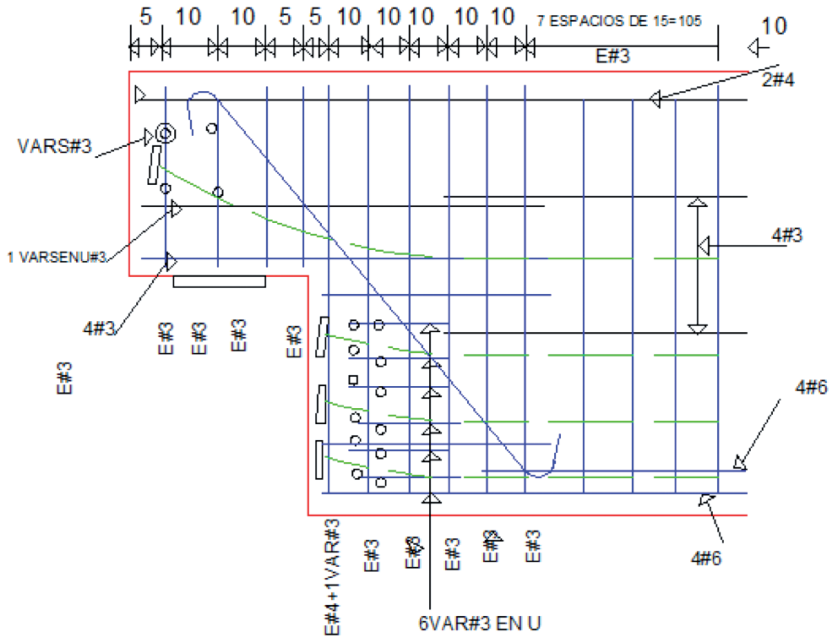

Fig. 11. Armado del extremo NI.

ENSAYE DEL ESPÉCIMEN

La trabe se ensayó en un dispositivo que consiste en un marco metálico sobre el que reacciona un gato hidráulico que transmite la carga al espécimen, en el centro del mismo, a través de una celda de carga (Fig. 12). La carga se aplicó en forma monótona por medio de incrementos que fueron de 1000 kg en la etapa de 0 a 6000 kg, de 500 kg entre 6000 kg y 17000 kg, y de 250 kg a partir de 17000 kg hasta la falla.

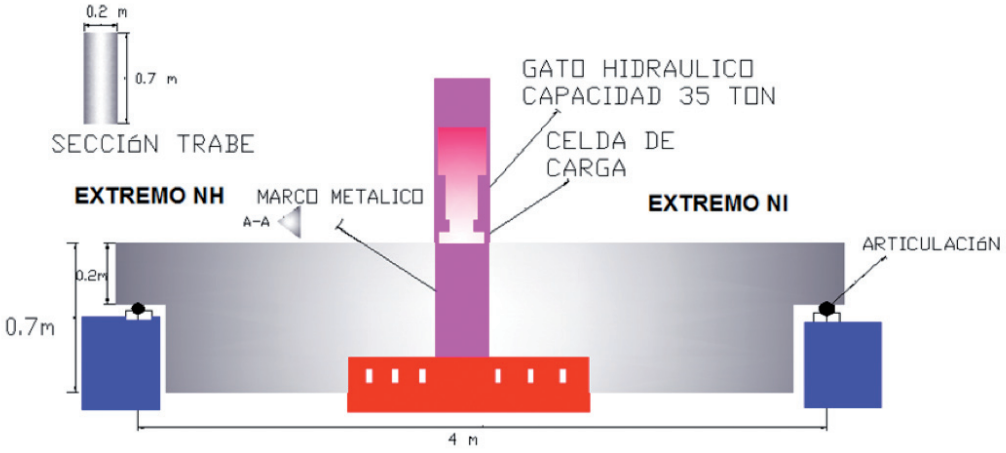

Fig. 12. Dispositivo de ensaye.

Los registros de agrietamiento y de cambios importantes en el modelo se hicieron en 13 etapas, de las cuales se tiene un historial (Arteaga, 2008). Los datos de cada uno de los instrumentos de medición, descritos anteriormente, se registraron en un dispositivo de adquisición de datos (TDS-300). Durante la prueba se utilizaron dos canales de control, los cuales fueron la celda de carga y el transductor de carátula colocado en la parte media inferior de la viga.

RESULTADOS OBTENIDOS

A continuación se presenta la historia de carga del espécimen con la descripción de las etapas importantes de carga y los registros de los parámetros de control, así como la evolución del agrietamiento hasta la falla del espécimen. Se denomina extremo NH al que tiene refuerzo horizontal y extremo NI al que tiene refuerzo inclinado. El extremo NH fue el primero en fallar. Cuando ocurrió esta falla, se descargó totalmente la viga, se apoyó el extremo NH en el cuerpo principal de la viga, ya no en el extremo recortado, y se volvió a aplicar la carga hasta la falla del extremo NI.

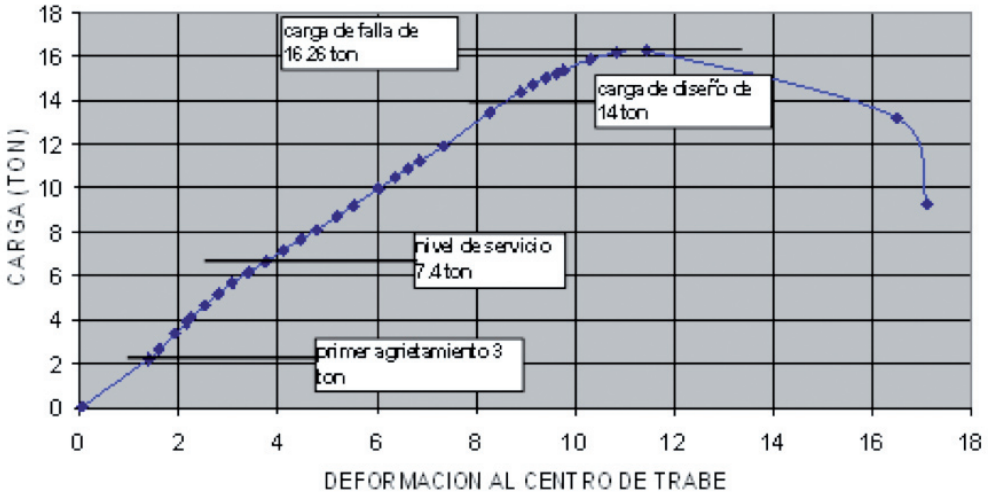

Fig. 13. Diagrama carga-deflexión extremo NH.

En la Fig. 13, titulada Diagrama carga-deformación extremo NH, se muestra la gráfica carga-deflexión en el centro del claro hasta la falla del extremo NH, y en la Fig. 14, que se denomina diagrama carga deformación extremo NI, la correspondiente al ensaye después de la falla del extremo NH, o sea, después de apoyar este extremo en el cuerpo principal de la viga. En ambas figuras las cargas corresponden a las reacciones en los apoyos. En la Fig. 13 equivalen a la mitad de la fuerza aplicada por el gato, y en la Fig. 14 la reacción es diferente a la mitad de la carga aplicada por el gato porque la viga ya no era simétrica.

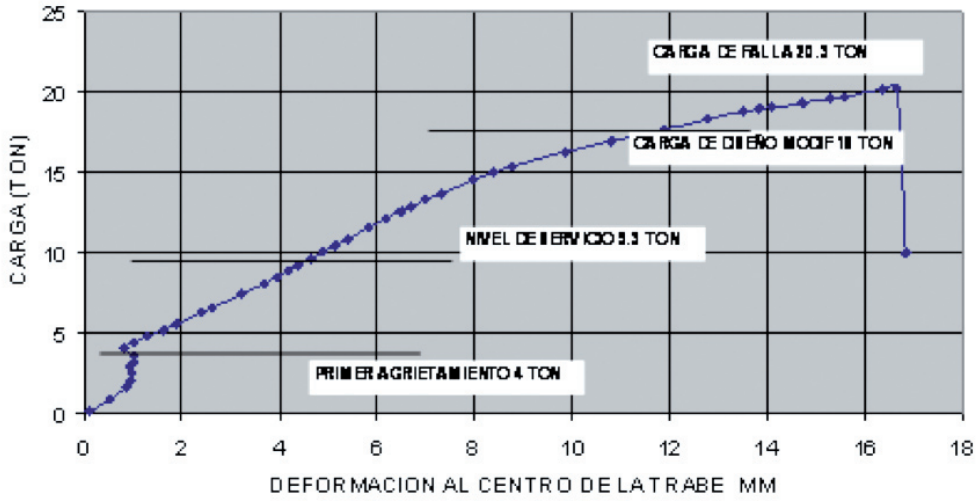

Fig. 14. Diagrama carga-deflexión extremo NI.

Se puede ver que las gráficas carga-deflexión son prácticamente lineales desde el origen hasta la falla. En la Fig. 14 se observa un inicio errático debido seguramente al reacomodo ocurrido al apoyar el extremo NH en el cuerpo principal de la viga. Después de alcanzarse la carga máxima, el extremo NH presenta una rama descendente menos pronunciada que la del extremo NI. Esto puede deberse a la misma razón de que ya estaba apoyado el extremo NH en el cuerpo principal de la viga.

Las cargas de falla o máximas en los extremos recortados también se muestran en la Fig. 13 y en la Fig. 14. El extremo NH falló cuando la reacción era de 16.26 t y el extremo NI, cuando era de 20.30 t. Según se mencionó anteriormente, los extremos se diseñaron con el método de puntales y tensores con una reacción en los apoyos de 14 t. Así que el extremo NH resistió una carga 16 por ciento mayor que la de diseño y el extremo NI, una carga 13 por ciento mayor. Como las cargas de las Figuras 13 y 14 son la mitad de las cargas aplicadas por el gato, que son las que se medían, en la Fig. 14 se ha hecho la corrección por la asimetría de la viga y la carga en el gato correspondiente a una reacción de 14 t sería el doble del valor mostrado de 18 t. Es interesante observar que el porcentaje de sobrerresistencia del extremo NH resulta mayor que el del NI, calculados con las correcciones por asimetría que se han comentado. Sin embargo, cuando se ensayó la viga en condiciones simétricas falló primero el extremo NH lo cual indica que el NI tenía obviamente mayor resistencia. Es posible que las resistencias de ambos extremos fuesen muy parecidas y que en un segundo ciclo de carga la resistencia del NI hubiese disminuido ligeramente.

En la Fig. 15 se muestra el perfil de la viga deformada para varias etapas de carga. Las cargas mostradas en la figura son las cargas aplicadas por el gato, o sea, el doble de las reacciones. Por lo tanto, la última etapa corresponde a una carga cercana a la que produjo la falla del extremo NH. Se puede ver que las deformaciones fueron asimétricas y fueron mayores hacia el lado de la trabe NH que es el extremo que falló primero. Esto fue indicio de la rigidez de cada extremo.

Las primeras grietas observables a simple vista aparecieron cuando las reacciones en los apoyos eran de 3 t para el NH y de 4 t para el NI. Los anchos correspondientes fueron de aproximadamente 0.1 mm, que es el mínimo que permite medir el grietómetro utilizado. En ambos extremos las primeras grietas se formaron en sus esquinas entrantes; es decir, donde se reduce el peralte del cuerpo principal de la viga. La deflexión en el centro del claro de la viga en ese momento era de 0.7 mm.

Fig. 15. Diagrama de deflexiones en la trabe.

Los patrones de agrietamiento para el extremo NH, antes y después de la falla, se muestran en la Figuras 16 y 17 respectivamente. En la Fig. 18 se muestra una fotografía del extremo después de la falla. El estado de agrietamiento bajo cargas correspondientes aproximadamente a la condición de servicio es el que incluye hasta las etapas 6 y 7 en la Fig. 16. El máximo grosor de grietas en ese momento era de 0.7 mm, mayor que el valor generalmente recomendado para vigas en flexión que varía entre 0.3 y 0.5 mm (González C., 2006). Antes de la falla de este extremo, el grosor máximo de grietas había aumentado a 1.7 mm.

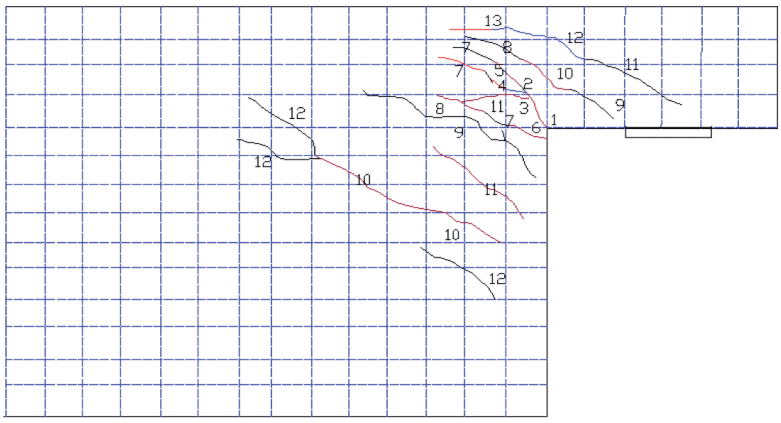

Fig. 16. Agrietamiento antes de la falla, extremo NH.

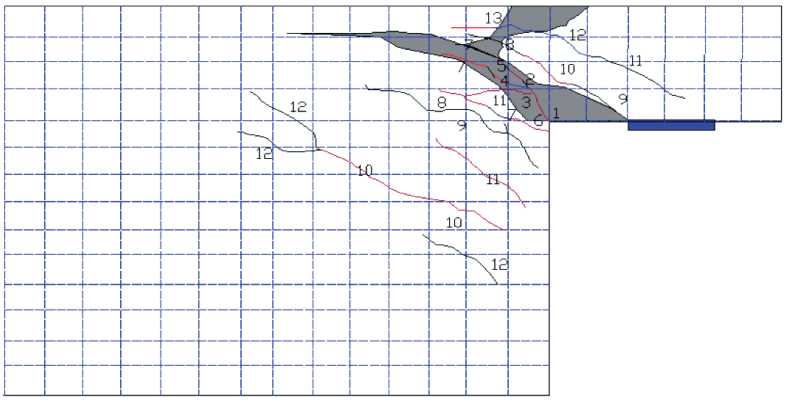

Fig. 17. Agrietamiento después de la falla; extremo NH.

Fig. 18. Falla del extremo NH.

Los estados de agrietamiento y la fotografía equivalentes para el extremo NI se muestran en las Figuras 19 a 21, respectivamente. El máximo grosor de grietas bajo condiciones de servicio era de 0.2 mm, valor que sí cae entre los recomendados. En el momento en que falló el extremo NH, el máximo grosor de grietas en el extremo NI era de 0.6 mm, y en el momento de su falla era también de 1.7 mm, aunque el número de grietas era menor que en el extremo NH. A pesar del extenso agrietamiento, sobre todo en el extremo NH, las fallas de ambos extremos fueron súbitas, de tipo frágil, como era de esperarse para este tipo de elementos.

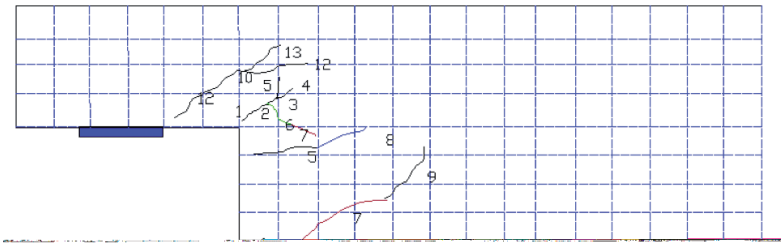

Fig. 19. Agrietamiento antes de la falla, extremo NI.

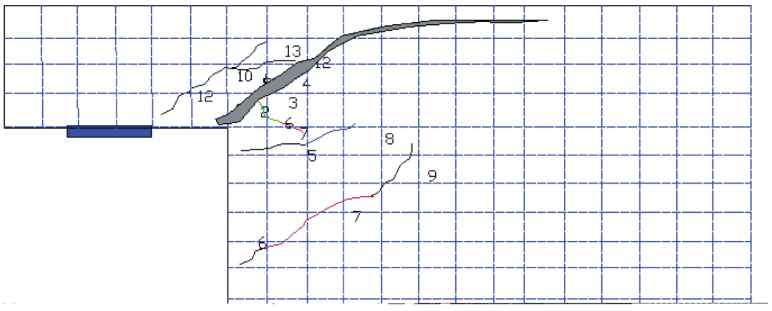

Fig. 20. Agrietamiento después de la falla, extremo NI.

partir de las deformaciones unitarias medidas. Fuera de los cuadros existen letreros con las leyendas FVERT ensaye y FVERT modelo, o bien, FHORIZ ensaye y FHORIZ modelo. Los valores alineados con FVERT ensaye o FHORIZ ensaye corresponden a las fuerzas de todas las barras en el plano de la barra señalada y los valores con FVERT modelo o FHORIZ modelo a las fuerzas en los tensores calculadas en el modelo de puntales y tensores. Se ilustra esta notación con un ejemplo. Considérense los tres estribos verticales NH-V3, NH-V4 y NH-V8 adyacentes al extremo recortado. La fuerza medida en el estribo V3 resultó de 8.41 t, en el estribo V4, de 0.255 t y en el estribo V8, de 2.03 t; estas fuerzas corresponden a las dos ramas de cada estribo. Su suma es la fuerza 10.695 t alineada con el letrero FVERT ensaye. Estos tres estribos están representados por el tensor T1 en el modelo 1 de la FIP mostrado en la Fig. 6. Ahora bien, la fuerza en el tensor T1 calculada con el método de puntales y tensores resultó de 12.34 (Véase Fig. 8), valor mostrado en el letrero de FVERT modelo en la Fig. 22. De esta manera pueden compararse todos los valores experimentales con los calculados para el extremo NH. Lo mismo es válido para el extremo NI en la Fig. 23.

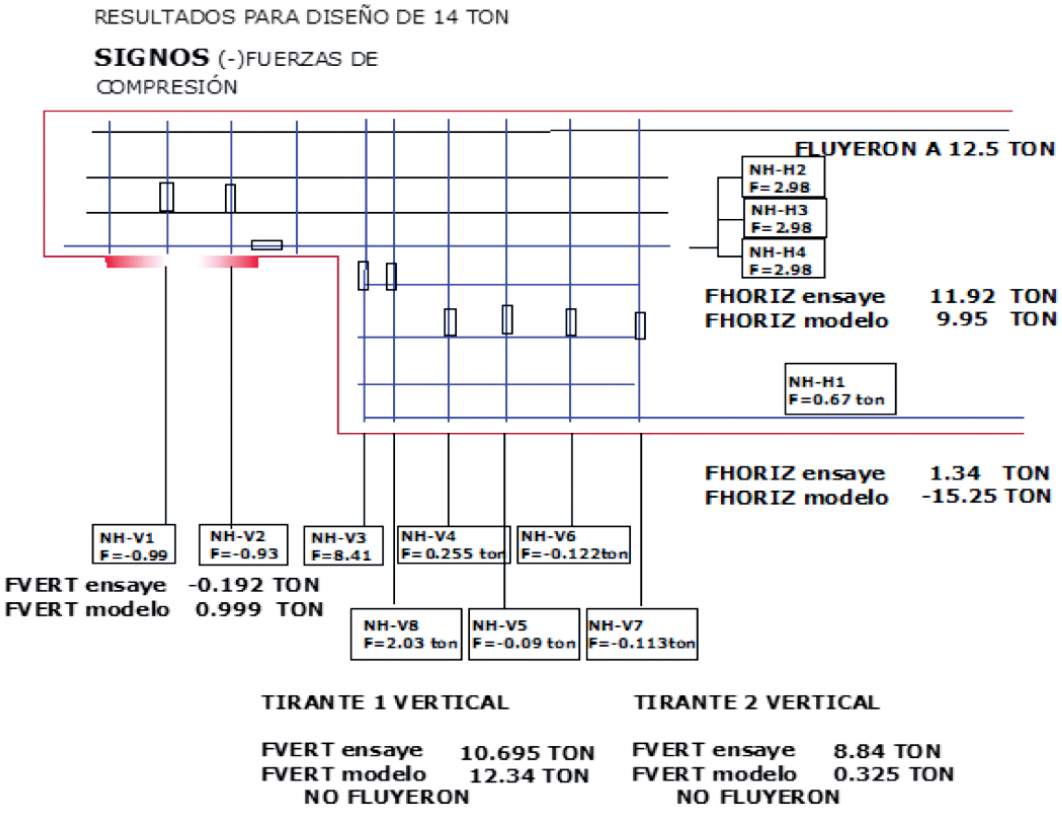

Fig. 23. Fuerzas teóricas y experimentales en el extremo NI.

Algunos comentarios importantes sobre la comparación entre fuerzas experimentales y teóricas en los tensores son los siguientes. Las fuerzas experimentales en los estribos NH-V5, NH-V6 y NH-V7 de la figura 22, que corresponden al tensor T2 del modelo en la figura 6, resultaron muy pequeñas y mucho menores que la fuerza teórica en el modelo. Lo mismo sucede con los estribos NI-V5, NI-V6 y NI-V7 de la figura 23 y el tensor correspondiente de la Fig. 9. Una explicación que se encontró a esta situación es la siguiente. Los deformímetros que se pegaron a los estribos 5, 6 y 7 en ambos extremos quedaron muy cerca de la rama inferior de los mismos, y es probable que al ser pequeña la distancia entre el deformímetro y el doblez del estribo, no se haya podido desarrollar la suficiente adherencia para que el estribo alcanzase esfuerzos significativos. También pudo suceder que la fuerza de presfuerzo aplicada por los tendones inferiores haya provocado esfuerzos de compresión en los medidores y afectado su funcionamiento. Éstas son desde luego explicaciones a posteriori, pero indican que hubiese sido mejor colocar los medidores en la parte superior de los estribos.

En el primer tensor vertical cercano a la esquina entrante y en las barras horizontales instrumentadas hay una buena concordancia entre valores experimentales y teóricos en ambos extremos. También la hay en el tensor inclinado del extremo NI. Las pequeñas diferencias se pueden atribuir a la resistencia a tensión del concreto que se desprecia en el modelo.

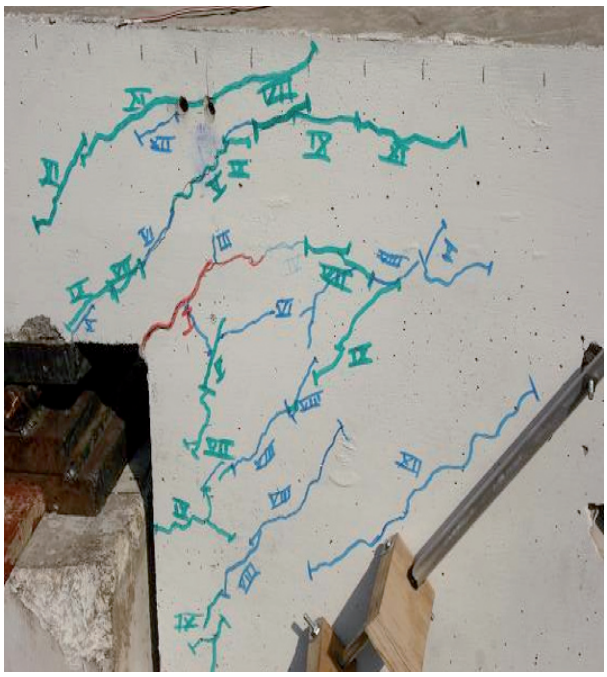

Fig. 24. Dirección de los puntales y del transductor.

Se mencionó anteriormente que se colocaron transductores de vástago para medir las deformaciones de compresión en dirección paralela a la que se supuso para los puntales inclinados. Como se puede ver en la Fig. 24, las direcciones son razonablemente coincidentes. Las deformaciones medidas se muestran en la Fig. 25 para los dos extremos de la viga y para cada cara. Las correspondientes al extremo NI resultaron muy pequeñas e inclusive disminuyeron al aumentar la carga; en una de las caras fueron prácticamente nulas. Las deformaciones del extremo NH aumentaron linealmente con la carga en una de las caras, mientras que en la otra se mantuvieron muy pequeñas hasta que en una etapa de carga aumentaron bruscamente. A partir de las deformaciones medidas con los transductores se calcularon las fuerzas en los puntales. La fuerza máxima calculada para el puntal del extremo NI resultó de 1.21 ton y la del puntal del extremo NH, de 7.27 t. Era de esperarse que fuera menor la fuerza en el puntal NI, porque en el modelo correspondiente este puntal toma el 50 por ciento de la fuerza, mientras que en el puntal NH toma el 100 por ciento. Las fuerzas teóricas correspondientes fueron de 3.11 t y de 13 t, respectivamente.

La dirección supuesta del puntal en el modelo de puntales y tensores, que fue la dirección en que se colocaron los transductores, coincidió adecuadamente con lo indicado con el patrón de agrietamiento. Cabe aclarar que en el modelo se tomó en cuenta que el puntal inferior horizontal es desviado por la fuerza de compresión del presfuerzo y se considera ubicado en el centroide de los cables de presfuerzo. En esta posición, el puntal en cuestión desvía, a su vez, al puntal inclinado a una nueva posición, en la cual se colocó el transductor.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Como se mencionó en la sección de Resultados obtenidos, las resistencias experimentales de ambos extremos resultaron parecidas entre sí y mayores que las calculadas con el método de puntales y tensores. No fue posible calcular con precisión la diferencia entre la resistencia de los dos extremos, ya que como se comentó, al fallar el primer extremo, el NH, fue necesario descargar la viga, apoyarla fuera del extremo recortado, y continuar el ensaye. La resistencia del extremo NI en esta segunda parte del ensaye, fue menor que la que había alcanzado en la primera parte, debido probablemente a que ya se encontraba dañado.

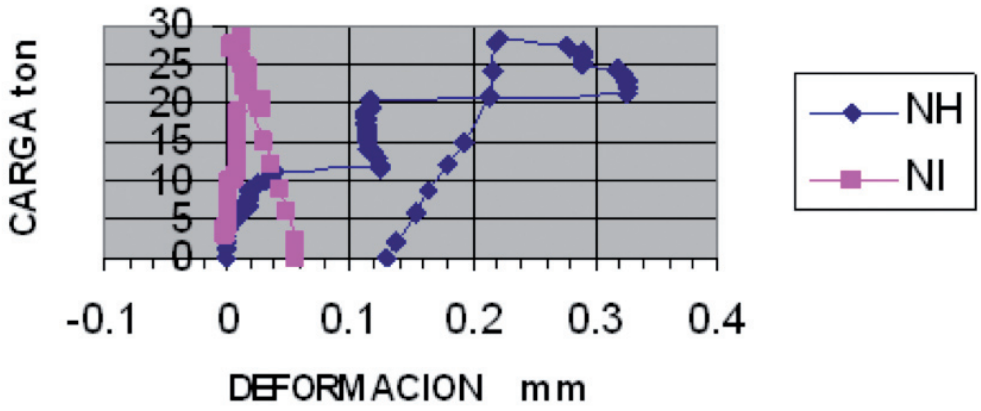

Fig. 25. Deformaciones medidas en los transductores.

Las diferencias entre las resistencias de falla experimentales y teóricas fueron de 16% para el extremo NH y 13% para el extremo NI, en ambos casos mayores las experimentales. Desde luego que el extremo NI había alcanzado también, sin fallar, una resistencia 16% mayor que la teórica. Esta diferencia se considera razonable dada la precisión que puede esperarse del método de puntales y tensores. Una característica de este método es que el planteamiento de la armadura que representa la zona de disturbio puede hacerse de distintas maneras y con distintas geometrías. Diferentes diseñadores pueden plantear armaduras distintas y llegar a resultados también distintos (Véase Reineck, 2002).

En cuanto al agrietamiento bajo cargas de servicio, el comportamiento del extremo NI resultó definitivamente superior al del extremo NH. Como se puede observar en los modelos de elemento finito, en las esquinas entrantes de los extremos recortados se presentan concentraciones de esfuerzos de tensión que producen el inicio prematuro de grietas. Las barras inclinadas que se colocaron en el extremo NI ayudaron de manera muy eficaz a controlar este agrietamiento prematuro. Por esta razón el ancho de grietas en el extremo NI fue menor al recomendado como máximo por varios autores.

La instrumentación que se colocó en el espécimen de ensaye tenía dos objetivos. Por una parte se quería comprobar si en el espécimen agrietado se podía observar en forma cualitativa la formación de puntales y tensores como se supone en el modelo teórico, principalmente los puntales que se pueden ver externamente. Por otra parte, medir en forma cuantitativa las fuerzas desarrolladas en ambos componentes del modelo.

Respecto al primer objetivo, sí se definió en cada uno de los extremos de la viga la formación de una armadura constituida por puntales y tensores, como se puede ver en las Figuras 17, 20 y 24. Respecto al segundo objetivo, las fuerzas en los puntales y tensores se pudieron determinar a partir de las deformaciones unitarias medidas con los deformímetros eléctricos y con los transductores de vástago. La concordancia entre valores experimentales y teóricos también fue razonablemente buena, aunque hubo algunas diferencias atribuibles principalmente a errores en la colocación de los medidores eléctricos. Esto sucedió en algunos estribos en los que se colocaron cerca de las esquinas por lo que aparentemente no se desarrollaron los esfuerzos en la distancia comprendida entre las esquinas y la sección en que se pegaron los deformímetros. También se tuvieron problemas con los transductores colocados para medir las deformaciones de compresión en las zonas en que se esperaba la formación de los puntales. Estos medidores registraron valores de deformaciones unitarias pequeños, a pesar de que la dirección de colocación coincidió con la de los puntales. Una explicación, no verificada, es que las fuerzas de presfuerzo afectaron su funcionamiento.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los patrones de agrietamiento observados en los dos extremos recortados que se ensayaron en esta investigación indican que los modelos de puntales y tensores propuestos por la FIP (*FIP Recommendations*, 2009) son adecuados para el diseño de estos elementos inclusive cuando existen fuerzas de presfuerzo importantes en los extremos de las vigas. Se recomienda usar estos modelos para el diseño en la práctica de extremos recortados.

Se considera que las resistencias experimentales obtenidas resultaron razonablemente parecidas a las teóricas y ligeramente superiores. Aunque parece que el extremo NH es más resistente que el NI por tener un mayor porcentaje de sobrerresistencia, cuando la viga se ensayó en condiciones simétricas falló primero el extremo NH.

El máximo grosor de grietas correspondiente a cargas de servicio en el extremo NH fue de 0.7 mm, valor un poco mayor al recomendado que varía de 0.3 a 0.5 mm en diversos reglamentos. En el extremo NI fue de 0.2 mm. Parece ser que el refuerzo inclinado colocado en este extremo ayudó de manera efectiva a controlar el agrietamiento. Se recomienda colocar este refuerzo como una manera sencilla de resolver el problema de concentraciones de esfuerzos en las esquinas entrantes de los extremos recortados. Por lo tanto, de los dos modelos recomendados por la FIP comparados en esta investigación, el segundo modelo, correspondiente al extremo NI, mostró un mejor comportamiento tanto desde el punto de vista de la resistencia a la falla como del agrietamiento bajo condiciones de servicio. Además, la cantidad total de acero de estribos resultó un poco menor en el extremo NI que en el NH, aunque el costo de este acero es muy pequeño en comparación con el costo de toda la viga.

Los autores recomiendan estudiar un mayor número de variables antes de generalizar las conclusiones de este estudio, ya que existen pocas investigaciones sobre extremos recortados de vigas presforzadas. La magnitud de la fuerza de presfuerzo y la relación entre el peralte del extremo y el del cuerpo principal de la viga podrían ser las variables que requieren mayor atención.

REFERENCIAS

1. AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials), published by American Association of State Highway and Transportation Officials, 2004.

2. ACI Committee 318, "Building code requirements for structural concrete", del American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.

3. Arteaga, Julio, "Comportamiento de extremos recortados de trabes de concreto presforzado", Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México, 2008.

4. "CEB–FIP Model Code (1990), Design Code", Comité Euro-International du Beto, Thomas Telfor, 1993.

5. Menn, Christian, "Prestressed concrete bridges", Birkhäuser Basel Boston Berlin, 1990

6. *FIP Recommendations,* "Practical Design of Structural Concrete, FIP Congress Amsterdam, may 1999", Federation Internationale de la Precontrainte, Published by Telford London, 1999.

7. Franz G. y H. Niedenhoff, "The reinforcement of brackets and short deep beams", en *Cement and Concrete Association,* Library Translation, no. 114, Londres, 1963.

8. González C., Oscar; F. Robles Fernández V., "Aspectos fundamentales del concreto reforzado", Limusa, México, 2006.

9. Gregor P. Wollmann; Carin L. Roberts-Wollmann, "Anchorage zone design", Chapter VIII, Post-tensioning Institute Manual, 1996.

10. *Guide specifications for design and construction of segmental concrete bridges* (AASHTO), published by American Association of State Highway and Transportation Officials, segunda edición, 1999, 2003 interim.

11. Kriz L. B.; C. H. Raths, "Connections in precast concrete structures–strength of corbels", en *Journal of the Prestressed Concrete Institute,* vol. 10, No. 1, febrero, 1965.

12. Muttoni, A; J Schwartz, "Design of concrete structures with stress fields", *Birkhäuser Basel,* Boston Berlin, 1996.

13. Mattock, Alan H.; Teddy S. Theryo, "Strength of precast prestressed concrete members with dapped ends", en *PCI Specially Funded R&D Program,* PCISFRAD, núm. 6, 1986.

14. Mattock, Alan H.; Timothy C. Chan, "Design and behavior of dapped end beams", en *PCI Journal,* noviembre–diciembre, 1979.

15. PCI *Design handbook-precast and prestressed concrete,* publicación del Prestressed Concrete Institute, Chicago, Illinois, tercera edición, 1985.

16. Reineck, Karl-Heinz (Editor), "Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models", publicado por el American Concrete Institute SP 208, 2002.

17. Schlaich, Jörg, Kurt Schäfer and Jennewein Mattias, "Toward a consistent design of structural concrete", en *PCI Journal,* mayo-junio 1987.