

# Relación entre Estudios de Capacidad de Proceso y Estudios de Repetibilidad y Reproducibilidad

Investigación

M.C. Leonardo Jaramillo Castro, M. C. Ofelia Rosales Hernández

Departamento de Ingeniería Industrial

Instituto Tecnológico de Aguascalientes Av. López Mateos 1801 Ote. Fracc. Bona Gens

Aguascalientes, Ags C.P 20256, Tel 01 (449) 9105002, Fax: 01 (449) 9700423

## Resumen

Este trabajo de investigación es de tipo correlacional ya que compara los estudios de capacidad de procesos por medio de índices y el estudio R&R por el método del rango. El trabajo pretende probar el efecto de la repetibilidad y la reproducibilidad de los datos, producto de mediciones realizadas por personal de inspección y que son empleados para calcular el índice de desempeño del proceso *Ppk en un mismo estudio*, ya que como sabemos, estos tipos de análisis se realizan de manera separada. Esta relación es muy importante, puesto que en un mismo estudio se puede determinar: el índice de capacidad que se deseé ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $P_p$ ,  $P_{pk}$  etc.) si los datos utilizados en el estudio, cumplen con los criterios descritos para el porcentaje de tolerancia (%GRR) de un estudio repetibilidad y reproducibilidad por el método del rango y además, se mide el impacto de esta variación en el índice de desempeño obtenido previamente. El estudio se llevó a cabo en una empresa local del ramo automotriz, utilizando a dos inspectores que midieron una característica de calidad, obteniéndose resultados muy interesantes por ejemplo, se obtuvo un índice  $P_{pk}$  mayor a la unidad, pero el %GRR del mismo estudio sobrepasa los límites permitidos de variación en el sistema de medición.

**Palabras clave:** Índices de capacidad de proceso  $P_p$ ,  $P_{pk}$ , Estudios R&R.

## Abstract

This work of investigation is of correlational type since it compares the studies of capacity of processes by means of indices and study R&R by the method of the rank. The work tries to prove, the effect of the repeatability and the reproducibility of the data, product of measurements made by inspection personnel and that is used to calculate the index of performance of the  $P_{pk}$  process in a same study, since as we know, these types of analysis are made of separated way. This relation is very important, since in a same study it is possible to be determined: the capacity index that is desired ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $P_p$   $P_{pk}$  etc), if

the data used in the study, fulfill the criteria described for the percentage of tolerance (%GRR) of a study repeatability and reproducibility by the method of the rank and in addition, is moderate the impact of this variation in the index of performance obtained previously. On the other hand, the study in a local company of the automotive branch was carried out, using two inspectors who measured a quality characteristic, obtaining itself very interesting results for example, was obtained greater a  $P_{pk}$  index to the unit, but %GRR of he himself study exceeds the allowed limits of variation in the measurement system.

What effect has the repeatability and reproducibility of the data, on the index of performance of the  $P_{pk}$  process? Our objective is to know: the effect of the repeatability and reproducibility of the data successfully obtained of a process of measurement to a quality characteristic on the index of performance of the  $P_{pk}$  process.

**Key words:** Indices of capacity of process  $P_p$ ,  $P_{pk}$ , Studies R&R.

## Introducción

El estudio de capacidad de un proceso, es un análisis sistemático del mismo, a fin de determinar su capacidad para elaborar productos dentro de especificaciones bajo condiciones normales de operación. *Victor Kane* (1986) proporcionó un estudio completo y claro de cuatro índices de capacidad básicos  $C_p$ ,  $C_{pu}$ ,  $C_{pl}$  y  $C_{pm}$ ; a estos les siguieron los índices  $P_p$ ,  $P_{pk}$ ,  $P_{pu}$  y  $P_{pl}$  desarrollados por Samuel Kotz (1989) y Johnson (1992). Por otro lado, el objetivo de un estudio R&R es cuantificar la variabilidad que aportan a los datos el instrumento de medición (repetibilidad) y los operadores (reproducibilidad). Como se sabe, muchos de los datos que se utilizan para evaluar los estudios de capacidad de proceso provienen precisamente de un proceso de medición, por ello es indispensable conocer la variabilidad que aportan tanto los operadores, como los instrumentos que utilizan con el fin de evitar un dictamen erróneo al realizar un estudio de capacidad por medio de índices. Por lo cual es importante

conocer ¿Qué efecto tiene la repetibilidad y reproducibilidad de los datos, sobre el índice de desempeño del proceso  $Ppk$ ? Nuestro objetivo es conocer el efecto de la repetibilidad y reproducibilidad de los datos recabados de un proceso de medición a una característica de calidad sobre el índice de desempeño del proceso  $Ppk$ .

### Fundamentos teóricos

El control estadístico de un proceso (CEP) es una herramienta, que ayuda a visualizar de manera ágil la variación natural de un proceso, detectando las causas especiales de variación, y permitiendo que solo varíe debido a causas comunes, pero a pesar de ello, no basta el hecho de que un proceso se encuentre en CEP, no es indicador de que las características de calidad de nuestros productos estén dentro de especificaciones. Para ello se requiere de evaluar su capacidad o habilidad. Se dice que un proceso es hábil, cuando elabora producto con características de calidad consistentemente dentro de especificaciones (Víctor Kane 1986). Cuando un proceso es hábil para  $\pm 3\sigma$ , se dice que todas las piezas incluidas dentro de este rango con respecto a la media caen dentro de especificaciones, esto deja únicamente  $1-0.9973 = 0.0027$  o sea, 0.27% de partes fuera de especificaciones. Existen diferentes métodos estadísticos de calcular la capacidad de un proceso, en este trabajo se utilizó el método por medio de índices de capacidad.

Por otro lado la calidad del proceso de medición, se puede ver afectada por causas del mismo tipo que las que afectan al proceso de producción. Al realizar una medición con cierto instrumento, creemos que el dato que nos genera siempre será el correcto y no se detiene a preguntar ¿Cual será el error que trae consigo ese dato numérico? Uno de los efectos inmediatos de las malas mediciones, es que un artículo considerado como defectuoso, sea en realidad bueno o que uno considerado como de buena calidad sea en realidad defectuoso, con el consecuente gasto del tiempo y recursos para darse cuenta del error si es que se detecta. Tres fuentes de variabilidad presentes en cualquier proceso de medición son los operadores, las partes o piezas y el instrumento de medición. De estas tres fuentes de variabilidad, las que se atribuyen propiamente al proceso de medición son los operadores y el instrumento de medición. Así pues el objetivo de un estudio R&R es, cuantificar la variabilidad que aportan a los datos el instrumento de medición (repetibilidad) y los operadores (reproducibilidad).

En el apéndice B del MSA (Measurement Systems Analysis), el  $GRR$  (Gauge of Repeatability and Reproducibility) puede ser expresado en términos de la

variación del proceso y del rango de tolerancia de las especificaciones de la característica de calidad de interés como sigue:

$GRR$  basado en la variación del proceso a 6 sigma:

$$GRR_p = \frac{\sigma_m}{\sigma_o}$$

$GRR$  basado en el rango de tolerancia a 6 sigma:

$$GRR_T = \frac{6\sigma_m}{|U - L|}$$

Esta misma relación, puede ser expresada en términos de índices de capacidad observada y actual del proceso como se presenta a continuación:

Con el  $GRR$  basado en la variación del proceso:

$$\hat{P}pk_{obs} = Ppk_{actual} * \sqrt{1 - GRR_p^2}$$

donde:

$Ppk_{actual}$  = Índice de desempeño del proceso actual

$Ppk_{obs}$  = Índice de desempeño del proceso observado.

Con el  $GRR$  basado en el rango de tolerancia:

$$Ppk_{obs} = Ppk_{act} \sqrt{1 - (\hat{P}pk_{obs} * GRR_T)^2}$$

donde:  $\hat{P}pk_{obs}$  = Índice de desempeño del proceso observado de la variación del proceso.

### Materiales y métodos

La hipótesis de trabajo a resolver es: La repetibilidad y reproducibilidad de los datos, resultado de un proceso de medición a una característica de calidad, tiene un efecto significativo sobre el índice de desempeño del proceso  $Ppk$ . El estadístico de prueba que se utilizó para probar la significancia estadística de la hipótesis, fue regresión lineal múltiple, del cual las variables fueron obtenidas de un proceso de simulación de 20 estudios de capacidad de proceso, de ellos se desprenden como variable dependiente el  $Ppk_{actual}$  y como variables independientes, el  $Ppk_{obs}$  debido a la variación del proceso,  $Ppk_{obs}$  debido al rango de tolerancia y % $GRR$ , que es el porcentaje de tolerancia consumido por las especificaciones MSA (2002).

En la etapa de simulación se generaron 20 estudios del desempeño del proceso, en los que se recolectaron 100 datos (50 por cada operador). Cada estudio está compuesto de dos partes principales; en la primera se muestran los datos recolectados, especificaciones o norma y el cálculo de los índices de desempeño  $Pp$ ,  $Ppk$ ,  $Ppk$  (superior) y  $Ppk$  (inferior) para los 2 operadores, (100 datos) se incluyó además, los intervalos de confianza con un nivel del 99% para los dos operadores, enseguida se calculó el  $Ppk$  para el

operador A y el  $Ppk$  para el operador B. También en esta parte, se realizó el estudio R&R por el método del rango y se determinó el impacto del  $GRR$  en el índice  $Ppk_{obs}$  considerando la variación del proceso y el rango de tolerancia MSA (2002). La prueba de campo, fue realizada en una empresa mexicana la cual se dedica a la fabricación de radiadores y sistemas de enfriamiento para algunos modelos de automóviles de marca conocida. En esta empresa, se llevan a cabo estudios de capacidad y R&R de manera frecuente a sus procesos, por lo que el campo de aplicación del trabajo es el idóneo. Las partes que se sometieron a medición para obtener el índice de desempeño  $Ppk$  y el  $\%GRR$  tiene por nombre *fin de radiador*, y son producidas en la línea “ensamble de radiador” por medio de un proceso de prensas neumáticas y de troquelado.

**Resultados**

A continuación se muestran los resultados de los 20 estudios de capacidad de procesos y de R&R por el método del rango.

Estudio	$Ppk_{actual}$	$\%GRR$	$Ppk_{obs}$ Var del proceso	$Ppk_{obs}$ Rango de Tol
1	1.70	33.48	1.35	1.36
2	1.73	35.64	1.39	1.38
3	1.20	38.58	1.14	1.11
4	2.31	32.80	1.68	1.74
5	2.80	15.66	2.48	2.50
6	3.11	31.70	2.03	2.06
7	2.47	11.65	2.34	2.34
8	2.02	17.57	1.86	1.87
9	1.71	11.82	1.67	1.67
10	3.03	22.85	2.63	2.66
11	3.82	29.35	2.28	2.39
12	3.75	31.78	2.15	2.27
13	3.96	30.03	2.04	2.81
14	2.65	21.71	2.15	2.22
15	1.66	27.70	1.45	1.47
16	1.18	13.41	1.16	1.16
17	1.53	20.13	1.44	1.44
18	1.70	27.69	1.48	1.49
19	1.98	38.62	1.45	1.49
20	2.07	48.91	1.32	1.36

Figura 1. Resultados de los 20 estudios de capacidad de procesos y de R&R por el método del rango.

Al aplicar el análisis de varianza a un 99% de nivel de confianza se obtuvo p-valor inferior a 0.01, por lo que existe relación estadísticamente significativa entre el  $Ppk_{actual}$  y las variables  $\%GRR$ ,  $Ppk_{obs}$  debida a la variación del proceso y el  $Ppk_{obs}$  debido al rango de tolerancia.

El coeficiente de determinación ajustado  $R^2$  resultó ser de 88.85 % lo que significa que existe una fuerte relación, entre la variable dependiente  $Ppk_{actual}$  que se explica por el  $\%GRR$ , y el  $Ppk_{obs}$  debido al rango de tolerancia.

En la tabla 1 se muestra los valores t de Student con un nivel del 99% de confianza, los cuales determinaron que dado su P valor, las variables  $\%GRR$  y  $Ppk_{obs}$  del rango de tolerancia son más significativas en el modelo.

Parámetro	Estadístico	
	T	P-Valor
Constante	-3.14866	0.0062
$\%GRR$	3.74071	0.0018
$Ppk_{obs}$ var del p	-0.55759	0.5848
$Ppk_{obs}$ rango de	4.42306	0.0004

Variable dependiente:  $Ppk_{actual}$

Tabla 1. Prueba t de Student a 99% de NC

Los gráficos de regresión de la figura 2 mostraron una fuerte correlación lineal positiva entre las variables que resultaron significativas en la prueba t-Student.

Gráfico de Componente+Residuo para  $Ppk_{actual}$

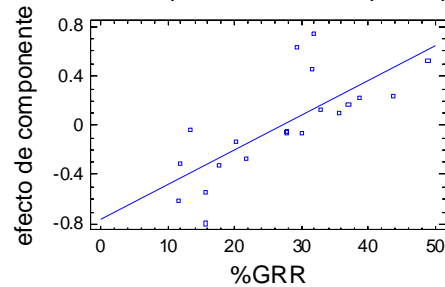


Gráfico de Componente+Residuo para  $Ppk_{actual}$

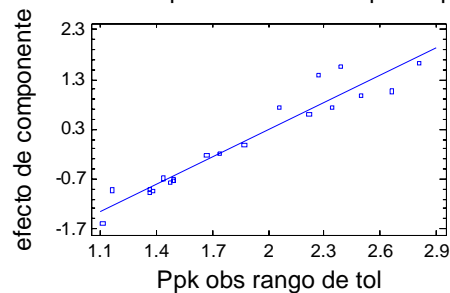


Figura 2: Gráficos de regresión para las variables significativas.

Se realizó el análisis residual para determinar la calidad del ajuste del modelo y la verificación de los supuestos de igualdad de varianzas e independencia. Los residuos mostraron un comportamiento aleatorio en ambas pruebas, lo cual supone que la calidad del

ajuste del modelo de regresión es adecuada para las variables significativas, y además cumple con los supuestos para un modelo de regresión.

En la prueba de campo los resultados para dos inspectores que midieron 2 veces la parte “fin de radiador” (30 partes) fueron los siguientes.

*Norma: 7.590 +/- 0.03 mm*

Partes	Operador A	Operador B	Rango
1	7.586	7.599	0.013
2	7.591	7.602	0.011
3	7.590	7.596	0.006
4	7.586	7.589	0.003
5	7.582	7.605	0.023
6	7.592	7.591	0.001
7	7.583	7.586	0.003
8	7.592	7.590	0.002
9	7.600	7.605	0.005
10	7.596	7.585	0.011
11	7.583	7.588	0.005
12	7.598	7.607	0.009
13	7.584	7.587	0.003
14	7.588	7.582	0.006
15	7.588	7.592	0.004
16	7.583	7.604	0.021
17	7.588	7.593	0.005
18	7.578	7.581	0.003
19	7.583	7.604	0.021
20	7.588	7.584	0.004
21	7.583	7.592	0.009
22	7.595	7.594	0.001
23	7.606	7.596	0.010
24	7.589	7.588	0.001
25	7.605	7.606	0.001
26	7.594	7.586	0.008
27	7.581	7.605	0.024
28	7.586	7.592	0.006
29	7.587	7.607	0.020
30	7.606	7.604	0.002

Figura 3. Resultados de las mediciones realizadas a la parte “fin de radiador” en una empresa automotriz.

Los cálculos de los índices capacidad y de R&R fueron los siguientes:

$$Pp = 1.21$$

$$Ppk = 1.1215$$

$$\text{Sigma R\&R estimada} = 0.00705514$$

$$\text{Varianza R\&R estimada} = 0.000049775$$

$$\text{Gage R\&R} = 0.036334$$

$$\text{Porcentaje de tolerancia (\%GRR)} = 60.5566$$

$$Ppk \text{ operador A} = 1.3212$$

$$Ppk \text{ operador B} = 1.00815$$

Como se observa, se tiene un índice de desempeño a largo plazo aceptable de 1.1215 (*Ppk actual*) pero, utilizando los mismos datos para calcular la precisión de las mediciones, se obtiene un porcentaje de tolerancia inaceptable de 60.57% (%GRR). Por lo tanto esto hace suponer, que existen problemas en la repetibilidad del equipo que se utilizó o en la reproducibilidad de los dos operadores que obtuvieron

los datos. Al verificar el impacto de la variación del *GRR* en el índice *Ppk* según el MSA (2002) se obtuvieron los siguientes resultados:

$$Ppk \text{ obs basado en la variación del proceso} = 0.8531$$

$$Ppk \text{ obs basado en el rango de tolerancia} = 0.8956$$

De acuerdo con esto se observa que efectivamente existe un impacto que disminuye el índice *Ppk* actual de 1.1215 a 0.8531 cuando se considera la variación debida al proceso de medición, mismo caso ocurre cuando se considera el rango de tolerancia de la norma o la especificación el cual, hace disminuir el índice *Ppk* actual de 1.1215 a 0.8956

### Conclusiones

Con los datos de los 20 estudios realizados, se obtuvo un valor un p-valor inferior a 0.01 (99% de nivel de confianza) en la tabla ANOVA, lo cual, significa una alta relación entre las variables *Ppk actual*, %*GRR*, *Ppk obs* debido a la variación del proceso y *Ppk obs* del rango de tolerancia. Por lo tanto, se considera estadísticamente significativo y cumple con el objetivo del trabajo que era precisamente medir la significancia estadística de este efecto sobre las variables mencionadas. En la prueba de campo los resultados obtenidos son muy interesantes por ejemplo, si se presentara el caso de que a estos dos inspectores se les encargara realizar un estudio de índices de capacidad de proceso de manera conjunta utilizando 30 partes, es decir que el operador A mida 15 unidades (del 1 al 15) y B las otras 15 (del 16 al 30) se obtendría un *Ppk* muy similar al obtenido en el estudio 21 (los datos figura 3) que fue de 1.12, si se realizara el estudio de manera individual, es decir el operador mide las mismas 30 partes, se obtendría para el operador A, un *Ppk* de 1.32 y un *Ppk* de 1.008 para el operador B. Hasta aquí se concluye, que si la meta para este proceso son índices mayores a la unidad, nuestro proceso para la altura del fin de radiador sería moderadamente aceptable para cualquiera de los inspectores A y B que tomaron las mediciones, pero si aplicamos la metodología propuesta, de calcular los índices midiendo la misma pieza una vez por cada operador involucrado en el estudio, se encuentra que su precisión (repetibilidad y reproducibilidad) es totalmente inadecuada, ya que se obtuvo un %*GRR* del 60.55% lo que hace suponer, que existen graves deficiencias que se tienen que investigar. Ahora bien, si se requiere conocer el verdadero valor del índice cuantificando esta variación existente, se utiliza la metodología propuesta en el MSA (2002) con la cual, se obtienen dos tipos de índices, uno que considera la variación del proceso y el otro que considera el rango de tolerancia. Para el caso de la altura del fin de

radiador, se obtuvo un 0.85 y 0.89 respectivamente, los cuales distan mucho de ser índices de desempeño aceptables.

Al utilizar esta metodología de cálculo de índices de capacidad, el trabajo de investigación no pretende sustituir los estudios R&R tradicionales, ni los estudios de capacidad que se lleven a cabo en las organizaciones, si no todo lo contrario. Al hacerlo de este modo, el estudio muestra una radiografía adicional a la del proceso que se está evaluando, esto es, la del personal que obtiene los datos para realizar los estudios de capacidad de proceso por medio de índices, pues a través de ella podemos tener la certeza de que las mediciones recabadas para tal estudio provienen de una fuente confiable y fidedigna. Al contar con esta información, se puede llevar a cabo una mejor planeación de los estudios R&R posteriores (tal vez un R&R por el método largo o por ANOVA) puesto que ya se conocen valores aproximados de variación en la precisión del sistema de medición, tanto de los instrumentos utilizados y del personal a cargo, e incluso tomar medidas de acción correctiva inmediatas en casos que así lo ameriten.

## Referencias

- [1] *Herramientas Básicas de Calidad versión 2.2.* (1999). División de estudios Graduados e Investigación del ITESM, Módulo 4, ITESM, Monterrey, N.L. p.58-70
- [2] Banks Jerry (2000). *Control total de Calidad.* Editorial Limusa Noriega Editores, México, D.F.
- [3] De la Vara Salazar, Ramón (1999). *Estudios R&R* CIMAT A.C. Guanajuato Gto., p 6-20
- [4] Juran, J.M. y M. Gryna, Frank. (1999) *Análisis y Planeación de la Calidad*, Capítulo 17 y 18. McGraw Hill, México D.F.
- [5] *Measurement Systems Analysis* (2002). AIAG, Automotive Industry Action Group. 3<sup>rd</sup> edición, Capítulo 1 y 3, Apéndice B.
- [6] [http:// www.ge6sigma.com/articulos.htm](http://www.ge6sigma.com/articulos.htm)
- [7] <http://www.qualityadvisor.com/sqc/capability-pr.htm>

**Artículo recibido:** 28 de marzo de 2007

**Aceptado para publicación:** 25 de mayo de 2007