CAPACIDAD VOLUMÉTRICA DE TAPAS Y FONDOS TORIESFERICOS.

Autores: DrC. Idalberto de la C. Mendoza Díaz*, Ing. Eusebio V. Ibarra Hernández**, Ing. Marlene Dupin Fonseca**, DrC. Yamill Campos Pérez*

*Facultad de Ingeniería Mecánica, UCLV

**Centro de Estudios de Química Aplicada, UCLV.

RESUMEN

Considerando a las tapas y los fondos toriesféricos como cuerpos de revolución, y sobre la base del Teorema de Pappus Guldinus, se presenta en el artículo una secuencia de trabajo que permite obtener las expresiones matemáticas a utilizar en el cálculo de la capacidad volumétrica de estos elementos, tanto con parámetros estandarizado por al código ASME como los no tipificados. Posteriormente se muestra una tabla comparativa con los resultados alcanzados mediante el cálculo de la capacidad volumétrica empleando el Mechanical Desktop, de tapas toriesféricas rebordeadas tipificadas y los de iguales parámetros pero calculados haciendo uso de la expresión desarrollada por los autores. Finalmente se muestran, en forma de tabla, otras formulas matemáticas desarrolladas y que podrán ser utilizadas en el cálculo de capacidad volumétrica de tapas elípticas, semiesféricas y casquetes esféricos.

SUMMARY

On the base of Pappus Guldinus theorem and considering the Torispherical heads and bottoms as revolution bodies the article present a work sequence to obtain the mathematics expressions that permit calculate the volumetric capacity of these elements, as much as the standardized or not elements by the ASME code. The volumetric capacity is calculate using two different methods, the first is taking as base a computational program, the Mechanical Desktop and the other is the development by the authors, the results are shown in a comparative table. Finally others mathematical formulations, development by the authors, and that could be used in the volumetric capacity calculus of elliptical , hemispherical and spherical heads and bottoms are shown in a table.

Palabras Claves: Tapas y fondos, capacidad volumétrica, tapa Toriesférica, tapa Elíptica

Key Words: Formed Heads and bottons, volumetric capacity, Torispherical heads, Elliptical heads.

Introducción.

Entre las instalaciones dedicadas a la ciencia en la Universidad Central de Las Villas se encuentra la Planta Piloto Experimental Azucarera José Martí. Recientemente y motivado por nuevas necesidades en la investigación, se desarrollaron varios e importantes trabajos de adecuación de una parte de su infraestructura. Uno de estas actividades estuvo orientada a comprobar la capacidad volumétrica de un recipiente a presión con tapa y fondo Toriesférico, comprobándose, después de una revisión bibliográfica exhaustiva, la no disponibilidad de expresión matemática alguna que permitiera calcular dicha capacidad. Por lo infructuoso de la revisión el colectivo reorientó el trabajo inicial hacia la obtención, mediante relaciones geométricas, de dicha fórmula matemática. En el artículo Ud. puede encontrar la secuencia seguida por los autores en el cumplimiento de esta tarea.

Desarrollo.

Tapas o fondos Toriesféricos.

Combinándose con un cuerpo cilíndrico son utilizadas en la industria de procesos variadas formas de tapas y fondos, unas planas y otras con determinado radio de curvatura. Entre estas últimas las nombradas Toriesfëricas son de gran aceptación en la industria debido a su bajo costo y a que soportan elevadas presiones manométricas.

En la figura 1 se muestra una representación en el plano de este tipo de tapa. Como se puede apreciar su contorno está limitado por un arco de circunferencia de radio R, dos transiciones de radio r, dos líneas rectas de longitud igual a la altura del reborde hc y una tercera de longitud igual al diámetro de la tapa, D. La transición entre la parte central abombada y el reborde de la tapa deviene en una zona de concentración de tensiones, razón por la cual se pretende, mediante un correcto diseño de la altura del reborde, alejar al cordón de soldadura que se realiza entre el cuerpo del aparato y la tapa, de esta zona peligrosa[3].

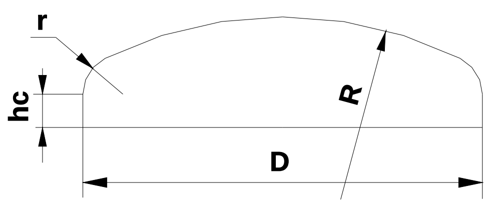


Figura 1. Tapa toriesferica rebordeada.

De acuerdo a la bibliografía especializada[3], las relaciones matemáticas generales planteadas para los parámetros de estas tapas son:

$$R \leq D \ (1)\ ; \quad r \geq 0{,}1.R \ \ (2); \quad H = R - A^{1} \ \ (3) \quad \text{y} \quad hc \geq 50mm \quad (4)$$

Siendo H la altura de la parte abombada de la tapa y $A^1 = \sqrt{(R-r)^2 - \left(\frac{D}{2} - r\right)^2}$. (5)

Por su forma, estos elementos pueden ser considerados como cuerpos de revolución, por tal razón, para obtener su volumen (capacidad) puede plantearse el Teorema de Pappus Guldinus[4], el cual se expresa matemáticamente mediante la ecuación 6.

$$V = 2.\pi.x.A \qquad (6)$$

Donde:

V- Volumen del cuerpo de revolución.

A- Área o superficie generatriz

x- Distancia desde el eje de revolución al centroide de la superficie generatriz.

Área generatriz y coordenadas de su centroide.

Para obtener por revolución la configuración de esta tapa, puede utilizarse un área generatriz compuesta por cuatro figuras simples (ver figura 2a): un sector circular aob de radio R y área positiva; un triángulo doe de área negativa; un sector circular bdc de radio r y área positiva; y el rectángulo cegf, también de área positiva .

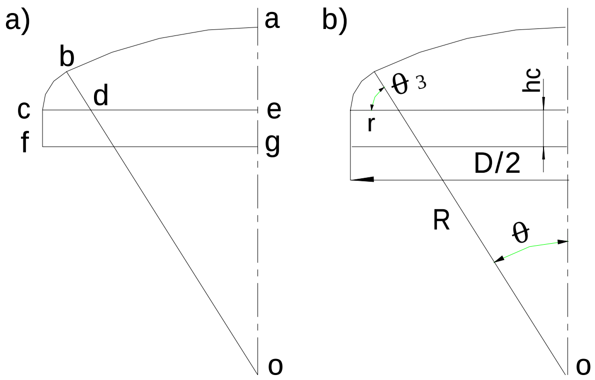


Figura 2. Superficie generatriz de tapa Toriesférica

Según Beer[4], el área de una superficie compuesta, A, y la coordenada de su centroide, X, pueden ser obtenidas mediante las expresiones 7 y 8:

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i \quad (7) \qquad x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i.A_i}{A} \quad (8)$$

Donde:

A_i- Área de cada figura simple en que se divide la compuesta

x_i- coordenada del centroide de cada figura simple.

Despejando de 8: $A.x = \sum_{i=1}^{n} x_i.A_i$ (9) y sustituyendo 9 en 6: $V = 2.\pi.\sum_{i=1}^{n} x_i.A_i$ (10)

Formula general para el cálculo de la capacidad volumétrica de la tapa toriesférica

Para efectuar la expresión 9 se puede tomar como referencia la división en figuras simples referidas anteriormente, así como los parámetros presentados en la figura 2.b. En las columnas 2 y 3 de la tabla 1 se muestran los resultados obtenidos por los autores para las A_i y x_i de cada figura simple, para ello se dispuso de las fórmulas matemáticas planteadas[4] para áreas y centroides de triángulos, rectángulos y sectores circulares planos. Para alcanzar estos resultados se ha considerado que:

$$\theta = sen^{-1}\frac{\left(\frac{D}{2}-r\right)}{R-r} \qquad y \qquad \theta_3 = \frac{\pi}{2}-\alpha$$

Tabla 1. Áreas y centroides del triángulo y sectores circulares.

Figura	A_i	x_i	$A_i{*}x_i$
aob	$\frac{\theta}{2}.R^2$	$\frac{2.R.sen^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{3.\frac{\theta}{2}}$	$\frac{2}{3}.R^3.sen^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$
doe	$-\frac{\left(\frac{D}{2}-r\right)A^1}{2}.$	$\frac{\left(\frac{D}{2}-r\right)}{3}$	$-\frac{\left(\frac{D}{2}-r\right)^2.A^1}{6}$
cefg	$\frac{D}{2}.hc$	$\frac{D}{4}$	$\frac{hc.D^2}{8}$
bdc	$\frac{\theta_3}{2}.r^2$	$\left(\frac{D}{2}-r\right)+ \frac{2.r.sen.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}{3.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}.\cos.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)$	$\frac{\theta_3}{2}.r^2\left[\left(\frac{D}{2}-r\right)+ \frac{2.r.sen.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}{3.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}.\cos.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\right]$

Sumando los términos de la columna derecha de la tabla y sustituyendo esta suma en (10):

$$V_1 = \pi\left\{\frac{4}{3}R^3sen^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+.r^2\left[\left(\frac{D}{2}-r\right).\theta_3+\frac{r.sen.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)}{3.}.\cos.\left(\frac{\theta_3}{2}\right)\right]+\frac{hc.D^2}{8}-\frac{A'.\left(\frac{D}{2}-r\right)^2}{3}\right\} \quad (11)$$

Considerándose a V_1 como la capacidad volumétrica de una tapa o fondo toriesférico rebordeado no tipificado.

Capacidad volumétrica de tapas toriesférica rebordeadas tipificadas por el código ASME

Generalmente el diseño de estas tapas se realiza aplicando las recomendaciones planteadas por las Normas o códigos. Según el código ASME[2] las relaciones entre los parámetros generales para un fondo toriesférico estándar son:

$$R = D \qquad \text{y} \qquad r = 0{,}1.D\,.$$

Si se sustituyen dichas relaciones en la expresión 11, se obtiene que:

$$V_2 = 0{,}1 * D^3 + 0{,}7854.hc.\left(D^2\right) \quad (12)$$

Considerándose a V_2 como el volumen de una tapa toriesférica rebordeada standar según código ASME.

Con la finalidad de comprobar la veracidad de las ecuaciones desarrolladas se decidió dibujar, con distintas medidas y haciendo uso del Mechanical Desktop, tapas rebordeadas standar, y determinar mediante este software los volúmenes de cada una de ellas. Posteriormente se calcularon, haciendo uso de la expresión matemática planteada por los autores, sus respectivas capacidades. En la tabla 2 se muestran algunos resultados de estas acciones y el porciento de diferencia entre ellas. Como se puede apreciar en la columna derecha, las diferencias no resulta significativa.

Tabla 2. Volúmenes en tapas o fondos Toriesféricos

D (mm)	**Hc (mm)**	**V_4 (mm^3)**	**V (software)***	**%Diferencia**
400	50	12683200.00	12617009	-0.52461721
600	50	35737200.00	35552123.7	-0.52057739
700	50	53542300.00	53248473.8	-0.55180209
900	50	104708700.00	104084105	-0.60008719
1000	50	139270000.00	138413226	-0.6189969
1200	50	229348800.00	227868322	-0.64970781

***** (mm^3)

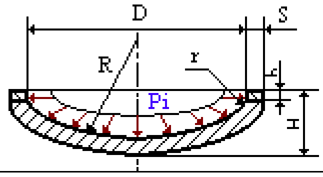
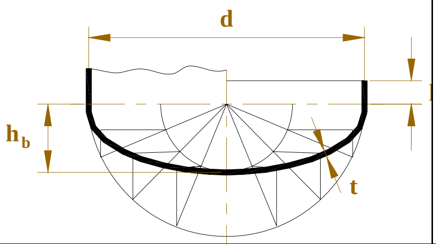
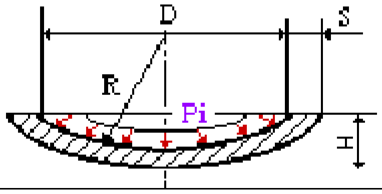
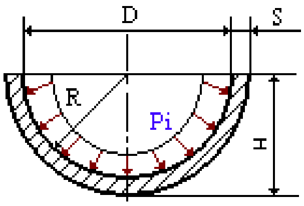
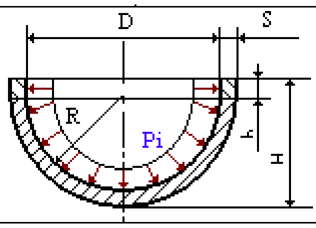
Capacidad volumétrica en otros tipos de tapas

Con igual finalidad que para las Torieféricas, se desarrolló una secuencia de pasos semejante a la planteada anteriormente, incluida la comparación entre los valores alcanzados mediante la expresión planteada y los obtenidos mediante el Mechanical Desktop, pero aplicada ahora a una tapa Elíptica estandarizada por el código ASME. En la tabla 3 se presenta dicha expresión, asociada a una representación plana y los parámetros principales de dicha tapa. Las condiciones de tipicidad utilizadas y planteadas por el código son:

$$R = d \qquad \text{y} \qquad H = 0{,}25.d$$

Para completar el trabajo sobre la capacidad de tapas conformadas, se le ha agregado a la tabla 3 las fórmulas de cálculo volumétrico de Casquetes esféricos[1] y fondos Semiesféricos[1].

Tabla 3. Capacidad volumétrica de tapas conformadas curvas.

Tipo	Representación	Volumen o capacidad
Toriesférica rebordeada standar.		$V = 0.1 * D^3 + 0,7854h\left(D^2\right)$
Elíptica rebordeada standar		$V = 0,7854 * d^2\left(\frac{d}{6} + h\right)$
Casquete esférico		$V = \pi * H^2\left(r - \frac{H}{3}\right) = \pi * H\left(\frac{D^2}{8} - \frac{H^2}{6}\right)$ $c = 2\sqrt{h(2R - H)}$
Semiesférica sin reborde		$V = 0,2618.D^3 = \frac{2.\pi}{3}R^3$
Semiesférica con reborde		$V = 0,7854.D^2\left(\frac{D}{3} + h\right) = \pi R^2\left(\frac{2.R}{3} + h\right)$

Bibliografía.

1- Anuriev, V. I: Manual del constructor de maquinaria, Tomo I. URSS 1987.

2- ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section 8, Division 1.New York: American Society of Mechanical Engineers, 1992.--560p.

3- Azbel, David S; Nicholas P: Chemical and Process Equipment Design. Vessel Design and Selection, Edición Revolucionaria, Cuba, 1986.-- 2t.

4- Beer, F. P: Mecánica Vectorial para ingenieros. Tomo I, Ediciones McGraw-Hill, México,1984.--446p.