



# Predicción del calentamiento global mediante el desarrollo de un modelo de series de tiempo\*

## Predicting Global Warming by Developing a Time Series Model

Juan Bacilio Guerrero Escamilla,\*\* Yamile Rangel Martínez,\*\*\*  
Sócrates López Pérez\*\*\*\*

*Recibido: 2016-08-18 // Aprobado: 2016-10-12 // Disponible en línea: 2017-01-30*

Cómo citar este artículo: Guerrero Escamilla J. B., Rangel Martínez, Y. y López Pérez, S. (2017). Predicción del calentamiento global mediante el desarrollo de un modelo de series de tiempo. *Ambiente y Desarrollo*, 21(40), 125-139. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.ayd21-40.pcgm>  
doi:10.11144/Javeriana.ayd21-40.pcgm

### Resumen

Las alteraciones en los ecosistemas debido al cambio climático han ocasionado que se hagan estudios globales sobre la temperatura promedio del planeta. Se desarrolla un modelo probabilístico de series de tiempo para observar la dinámica de la temperatura en el tiempo y determinar el calentamiento global. Se analiza un periodo de 165 años, desde 1850 a 2015, con base en los reportes de temperatura global de la APA de Estados Unidos, y se observa que desde 1963 esta se ha incrementado en 0.29° C. Sin embargo, es hasta 1996 cuando los efectos negativos sobre el planeta se hacen presentes, ya que la temperatura promedio oscila por arriba de los intervalos establecidos por el modelo. Por otro lado, se realiza una proyección al año 2030, producto de lo cual se obtiene un parámetro entre 14.55 y 16.33° C.

**Palabras clave:** modelo de series de tiempo; calentamiento global

---

\* Este artículo es resultado del proyecto de investigación *Predicción de gases efecto invernadero del estado de Hidalgo (México)*, financiado por la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat), México.  
\*\* Doctor en Ciencias Sociales; investigador, Área Académica de Sociología y Demografía de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México. Correo electrónico: guerreroescamilla@yahoo.com.mx  
\*\*\* Doctora en Ciencias Ambientales; investigadora, Área Académica de Sociología y Demografía, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Correo electrónico: yamilerangelm@gmail.com  
\*\*\*\* Doctor en Desarrollo Regional; investigador, Área Académica de Sociología y Demografía, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Correo electrónico: lopezsoc@gmail.com

**Abstract**

Changes in ecosystems due to climate change have led to global studies on the average temperature of the planet. We developed a probabilistic model of time series to observe the dynamics of temperature over time and determine global warming. We analyzed a 165-year period, from 1850 to 2015, based on the global temperature reports of the APA (in the United States). We could observe that since 1963 temperature has increased by 0.29° C. However, only until 1996 the adverse effects on the planet became evident, given that the average temperature fluctuates above the intervals established by the model. On the other hand, we projected up to the year 2030, from which we obtained a parameter between 14.55 and 16.33° C.

**Keywords:** time series model; global warming

## Introducción

En la actualidad el cambio climático está afectando al planeta, pues se ha hecho presente mediante fenómenos atmosféricos y oceánicos. Para los especialistas en medio ambiente (Panel intergubernamental de cambio climático, IPCC), estos fenómenos han sido resultado del aumento de la temperatura del planeta, ya que en los últimos cien años se ha incrementado en 0.74° C. Es muy probable que dicho incremento sea resultado de las emisiones de gases de efecto invernadero generadas por las actividades humanas, de las cuales se desglosan las económicas y sociales (GreenFacts, 2007).

Una de las discusiones actuales sobre la crisis ambiental se encuentra enmarcada por la *irracionalidad económica* (Baran y Sweezy). En ese contexto, la libertad humana ha hecho que cada individuo satisfaga sus intereses mediante la búsqueda de beneficios, sin darse cuenta de los *efectos colaterales o externalidades* que ha ocasionado en el medio ambiente, pues la acumulación de riqueza en una nación se cuantifica a partir del grado de explotación de los recursos renovables y no renovables.

Para los ecologistas, el crecimiento económico —acumulación de la riqueza mediante el PIB— lleva a una sobreexplotación del hábitat. Para las economías emergentes, que pelean por conseguir estatus a la altura de los países desarrollados, hace que el consumo de bienes y servicios se incremente. Por lo tanto, están desarrollando un crecimiento insostenible, es decir, se están aglutinando en lo material, lo cual no es condición precisa para experimentar el desarrollo social (López, 2012).

Como se puede observar, es fundamental que se hagan estudios globales, ya que al existir grandes alteraciones en los ecosistemas es fundamental que se prediga el incremento que va a tener la temperatura promedio, y con ello, ejecutar determinadas medidas que amortigüen los embates del cambio climático global.

Desarrollar un modelo de series tiempo probabilístico sobre el calentamiento global, a partir de la temperatura promedio del planeta, es novedoso, ya que dichos modelos se utilizan para economía e ingeniería financiera. Algunos modelos similares para cuestiones ambientales son los modelos de corte transversal, como la ecuación IPAT. De Barry Commoner, biólogo, profesor universitario y político estadounidense, y sus colegas Paul R. Ehrlich y John Holdren, estudiaron que el impacto humano sobre el medio ambiente es una función del producto de la cantidad de población, el consumo de esta —o de su afluencia— y la tecnología empleada.

El presente modelo de series de tiempo se desarrolla con la finalidad de observar la dinámica de la temperatura promedio en el tiempo y determinar el calentamiento global en periodos de tiempo. Se analizó un periodo de 165 años, de 1850 a 2015, con base en los reportes de temperatura global de la Agencia de Protección al Ambiente (APA) de Estados Unidos.

Se entiende por *dinámica de la temperatura*, las consecuencias de la emisión de gases a la atmósfera debido a las actividades humanas, lo cual da origen al efecto invernadero. El mecanismo de este último calienta la atmósfera de la tierra, la cual se compone de una delgada capa de gases que rodea al planeta y que son fundamentales para el desarrollo de la mayor parte de la vida. Su composición química se conforma en gran parte por dos gases: nitrógeno en 79% y oxígeno en 20%, el 1% restante se forma por diversos gases como argón y dióxido de carbono (Caballero, Lozano y Ortega, 2007).

Para los expertos en medio ambiente, el calentamiento global ha ido de la mano con una tendencia hacia el aumento de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>). Este comportamiento puede estar asociado con procesos naturales, sin embargo, hay un mecanismo humano (actividad humana) explicativo: la tala de árboles y la quema de combustibles fósiles (carbón y petróleo), actividades estas que han ocasionado un aumento del CO<sub>2</sub> atmosférico, pues al estar por encima del que requiere el planeta, se genera el calentamiento global, cuyo principal indicador es el incremento de la temperatura promedio.

La mayoría de las afirmaciones sobre el calentamiento global se respaldan en la construcción de modelos matemáticos y estadísticos, los cuales asumen que el CO<sub>2</sub> generado por la actividad humana es

la base fundamental del cambio climático. Los resultados arrojados por estos trabajos de investigación aseguran que duplicar la radiación por gases de efecto invernadero con respecto a lo que se conoce, hace previsible que en el futuro haya más calentamiento que en la actualidad (Ferrero, 2010).

Dichos trabajos también predicen la temperatura en el futuro —de cincuenta a cien años—. La impresión que generan es la de ser una ciencia rigurosa, en la cual la principal aportación es la especulación climática, donde la teoría del calentamiento global es el resultado de la actividad humana (Ferrero, 2010).

Este trabajo tiene la finalidad de construir y desarrollar un modelo probabilístico de series de tiempo sobre el calentamiento global, a partir de un rigor científico, con la premisa de que la dinámica de la temperatura es un fenómeno aleatorio y, por lo tanto, existe incertidumbre sobre su comportamiento.

Asimismo, en esta investigación se hace una comprobación de dicho incremento y, aunado a esto, se pronostica la temperatura promedio del planeta para el año 2030, límite para evaluar las acciones estipuladas en la Agenda 2030 (según el acuerdo de París, que entró en vigor en noviembre de 2016).

Para desarrollar el estado referencial y geográfico del modelo de series de tiempo del calentamiento global, es necesario basarse en la metodología de Box-Jenkins, considerando la demarcación geográfica a escala planetaria. Sus orígenes se encuentran en la década de los setenta, y sus principales precursores fueron G. P. E. Box y G. M. Jenkins. El objetivo central de esta metodología es crear un modelo estadístico que pronostique el comportamiento de un fenómeno —social, económico o ambiental, entre otros— en el tiempo, tomando como herramienta la inferencia estadística (Rosales, 2009).

El calentamiento global se expresaría de la siguiente forma:

$$T_p = f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + u_i$$

Donde:

- $T_p$  es la temperatura promedio global
- $\beta_0$  es la temperatura promedio global cuando el tiempo es constante
- $\beta_1$  es tasa de cambio instantánea que experimenta la temperatura promedio global por cada año transcurrido
- $t$  es tiempo en años (1850-2015)
- $u_i$  es el margen de error que no puede ser explicado por el modelo

A partir de esta expresión algebraica, el modelo de series tiempo estará determinado por un objetivo general, una justificación y sus alcances y límites.

En el contexto anterior, el objetivo general de este trabajo es *pronosticar la dinámica de la temperatura promedio del planeta, a partir de los registros de cambio climático global de la Agencia de Protección del Ambiente de los Estados Unidos, en el periodo de 1850 a 2015*. En cuanto a los alcances y limitaciones de esta investigación, se encuentran los siguientes:

Alcances

- Mediante el desarrollo del modelo de series de tiempo se podrá pronosticar el incremento de la temperatura durante los últimos cien años.
- Se obtendrá la predicción de la temperatura promedio del planeta para el año 2030.

Limitaciones

- La información obtenida de la Agencia de Protección del Ambiente de los Estados Unidos en el periodo de 1850 a 2015 es anual, lo cual solamente proporciona 165 observaciones. Lo deseable sería que se obtuviera información mensual de esos 165 años, con ello se tendría una mejor representatividad del fenómeno.

- Sería recomendable, posteriormente, construir un modelo de datos panel, ya que se podrían incluir otras variables que influyen en la dinámica de la temperatura promedio del planeta, pues el tomar solamente el tiempo como variable independiente no da mucha certeza de la dinámica del fenómeno.

En síntesis, el desarrollo de este modelo de series tiempo de la temperatura promedio del planeta únicamente va a pronosticar la dinámica del calentamiento global en el tiempo.

## Metodología del modelo de Box-Jenkins

Las etapas que se deben seguir en la construcción de un modelo de Box-Jenkins son las siguientes (Rosales, 2009):

- 1.<sup>a</sup> etapa: se detecta el tipo de proceso estocástico que han de seguir los datos. Esto conlleva formar una serie estacionaria, para lo cual se efectúan las pruebas de estacionariedad a la serie original. En caso de que esta no sea estacionaria, la variable en estudio puede diferenciarse  $n$  veces, hasta que lo sea.
- 2.<sup>a</sup> etapa: en esta etapa se estiman los coeficientes de los términos autorregresivos y de media móvil incluidos en el modelo. Algunas veces la estimación se efectúa por medio del método de mínimos cuadrados o máxima verosimilitud.
- 3.<sup>a</sup> etapa: se evalúa la eficiencia del modelo de series tiempo, lo cual se realiza mediante el análisis de los coeficientes o parámetros del modelo, la evaluación de la bondad de ajuste y el análisis de los residuales.
  - Análisis de los coeficientes: el modelo estimado debe cumplir con las condiciones de estacionariedad e invertibilidad y que exista significancia estadística en los rezagos incorporados.
  - Bondad de ajuste: es fundamental identificar cuál de los modelos presenta mejor ajuste. Para hacer esa verificación se utiliza  $R^2$  ajustado, el Drubin-Watson y el Akaike.
  - Análisis de los residuales: se grafican los residuales en función del tiempo, con la finalidad de que sean homocedásticos y que tengan varianza constante. Para esto se hacen pruebas de autocorrelación serial de orden superior y de heterocedasticidad.
- 4.<sup>a</sup> etapa: se predice un periodo futuro a partir del modelo seleccionado, es decir, aquel que es mejor resultante de las etapas anteriores.

El área geográfica del modelo de series de tiempo sobre el calentamiento global está enmarcada por el planeta. La delimitación temporal del presente trabajo de investigación está demarcada en un periodo de 165 años (1850 a 2015). Los datos que proporciona la organización de cambio climático global de la Agencia de Protección del Ambiente de los Estados Unidos son anuales. Por ende, el modelo de series de tiempo de la temperatura promedio del planeta es anual.

## Modelamiento del calentamiento global

### Identificación y selección del modelo

En este apartado se debe seleccionar el modelo más adecuado para pronosticar la serie de tiempo, lo cual se hace mediante la evaluación de la estacionariedad. Esta debe cumplir con lo siguiente (Villavicencio, 2008):

- Media:  $E(Y_t) = \mu$
- Varianza:  $\text{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$
- Covarianza:  $\gamma_t = E[(X_t - \mu)(X_{t+1} - \mu)]$

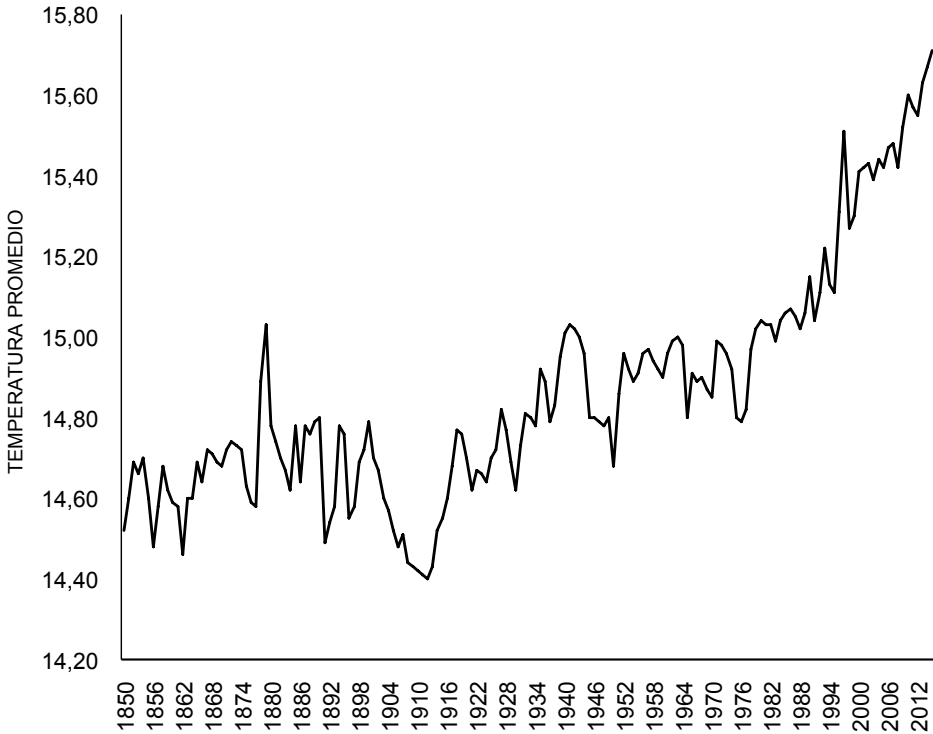
El objetivo central es validar que la serie no presenta tendencia, lo cual se realiza mediante tres herramientas: la primera, a través de la visualización del gráfico de la serie; la segunda, con los correlogramas; y la tercera, con la prueba de raíz unitaria (Dickey-Fuller o Phillips-Perron).

Para el análisis de los datos se utilizó el software EViews, un paquete estadístico de lenguaje propio, para Microsoft Windows, usado principalmente para análisis econométrico y que ha sido desarrollado por Quantitative Micro Software (QMS).

Con base en lo anterior, el comportamiento de la serie se muestra en la figura 1.

Con base en la figura 1, se puede observar que la serie de tiempo tiene tendencia. Por tanto, existe la sospecha de no estacionaridad. Esto también se puede corroborar mediante el correlograma de la temperatura de la tabla 1, en la cual se puede ver que la serie tiene un decrecimiento suavizado, lo que quiere decir que no tiene estacionaridad.

A partir de la tabla 1, una opción más formal es mediante la prueba de raíces unitarias de Dickey-Fuller. En el recuadro de las raíces unitarias se puede observar que con un P-valor de 0.9652 no hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula. Por tanto, hay raíz unitaria y no existe estacionaridad. Mediante una serie de diferenciaciones, el modelo más adecuado es el Arima.



**Figura 1.** Comportamiento de la serie de tiempo del calentamiento global

Fuente: Agencia de Protección del Ambiente de los Estados Unidos

**Tabla 1.** Primera corrida de series de tiempo

Correlogram of TEMPERATURA

Data: 08/24/16

Sample: 1850 – 2015

Included observations: 166

<i>Autocorrelación</i>	<i>Partial correlation</i>	<i>AC</i>	<i>PAC</i>	<i>Q-Stat</i>	<i>Prob</i>	
		1	0.927	0.927	145.13	0.000
		2	0.862	0.022	271.41	0.000
		3	0.823	0.156	387.37	0.000
		4	0.799	0.102	497.23	0.000
		5	0.773	0.025	600.77	0.000
		6	0.736	-0.053	695.27	0.000
		7	0.707	0.047	783.03	0.000
		8	0.679	-0.018	864.52	0.000
		9	0.653	0.004	940.29	0.000
		10	0.626	-0.007	1010.4	0.000
		11	0.599	-0.007	1074.9	0.000
		12	0.568	-0.044	1133.4	0.000
		13	0.543	0.026	1187.2	0.000
		14	0.521	-0.002	1237.1	0.000
		15	0.502	0.022	1283.6	0.000
		16	0.478	-0.029	1326.2	0.000
		17	0.451	-0.030	1364.2	0.000
		18	0.428	0.001	1398.7	0.000
		19	0.396	-0.082	1428.4	0.000
		20	0.361	0.077	1455.9	0.000
		21	0.338	-0.016	1481.0	0.000
		22	0.307	-0.030	1503.1	0.000
		23	0.297	-0.066	1521.6	0.000
		24	0.287	0.126	1538.9	0.000
		25	0.266	-0.033	1555.2	0.000
		26	0.249	-0.044	1569.2	0.000
		27	0.235	0.044	1581.7	0.000
		28	0.229	-0.004	1592.8	0.000
		29	0.219	0.034	1603.5	0.000
		30	0.205	-0.001	1613.4	0.000
		31	0.193	-0.025	1622.1	0.000
		32	0.192	0.006	1629.8	0.000
		33	0.183	0.071	1637.5	0.000
		34	0.180	-0.049	1644.6	0.000
		35	0.176	0.052	1651.6	0.000
		36	0.170	0.003	1658.2	0.000

Fuente: elaboración propia

*Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TEMPERATURA*

Null Hypothesis: TEMPERATURA has a unit root  
 Exogenous: Constant  
 Lag Length: 2 (Automatic-based on SIC, maxlag=13)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller	test statistic	0.104479	0.9652
Test critical values:	1% level	-3.470679	
	5% level	-2.879155	
	10% level	-2.576241	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(TEMPERATURA)

Method: Least Squares

Date: 08/24/16 Time: 11:31

Included observations: 163 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TEMPERATURA(-1)	0.002525	0.024170	0.104479	0.9169
D(TEMPERATURA(-1))	-0.075290	0.078597	-0.957931	0.3396
D(TEMPERATURA(-2))	-0.266787	0.077956	-3.422278	0.0008
C	-0.028954	0.358958	-0.080661	0.9358

R-squared	0.074171	Mean dependent var	0.006258
Adjusted R-squared	0.056703	S.D. dependent var	0.085122
S.E. of regression	0.082674	Akaike info criterion	-2.123598
Sum squared resid	1.086754	Schwarz criterion	-2.047678
Log likelihood	177.070	Hannan-Quinn criter.	-2.092775
F-statistic	4.245994	Durbin-Watson stat	2.087012
Prob(F-statistic)	0.006448		

Fuente: elaboración propia



**Tabla 2.** Análisis de coeficientes del modelo Arima

Correlogram of Residuals

Date: 08/25/16 Time: 10:06

Sample: 1850 2015

Included observations: 131

Q-statistic probabilities adjusted for 3 ARMA terms

<i>Autocorrelation</i>	<i>Autocorrelation</i>		<i>AC</i>	<i>PAC</i>	<i>Q-Stat</i>	<i>Prob</i>
		1	-0.058	-0.058	0.4494	
		2	0.140	0.137	3.1066	
		3	0.008	0.024	3.1155	
		4	-0.026	-0.045	3.2080	0.073
		5	0.204	0.201	8.9816	0.011
		6	-0.222	-0.204	15.7020	0.001
		7	0.113	0.052	17.5030	0.002
		8	-0.052	0.007	17.8810	0.003
		9	-0.086	-0.114	18.9430	0.004
		10	0.094	0.065	20.2130	0.005
		11	-0.154	-0.054	23.6610	0.003
		12	0.094	-0.004	24.9640	0.003
		13	0.011	0.098	24.9820	0.005
		14	0.002	-0.001	24.9830	0.009
		15	0.092	0.025	26.2620	0.010
		16	0.017	0.119	26.3070	0.015
		17	0.186	0.101	31.5690	0.005
		18	0.002	0.001	31.5690	0.007
		19	0.040	0.038	31.8220	0.011
		20	0.072	0.024	32.6390	0.013
		21	-0.067	-0.063	33.3530	0.015
		22	0.058	0.014	33.8820	0.019
		23	-0.090	-0.043	35.1860	0.019
		24	0.002	-0.025	35.1870	0.027
		25	0.010	0.039	35.2030	0.037
		26	-0.102	-0.065	36.9360	0.033
		27	-0.020	-0.079	37.0030	0.044
		28	-0.102	-0.017	38.7630	0.039
		29	0.040	0.005	39.0310	0.048
		30	-0.019	-0.037	39.0910	0.062
		31	-0.066	-0.030	39.8390	0.068
		32	0.045	-0.031	40.1950	0.081
		33	0.039	0.063	40.4620	0.096
		34	0.024	-0.031	40.5660	0.117
		35	-0.006	-0.027	40.5730	0.142
		36	-0.083	-0.087	41.8460	0.139

Fuente: elaboración propia



Dependent Variable: D(TEMPERATURA, 1)

Method: Least Squares

Date: 08/24/16

Time: 21:09

Sample (adjusted): 1885 2015

Included observations: 131 after adjustments

Convergence achieved after 8 iterations

MA Backcast: 1883 1884

<i>Variable</i>	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-Statistic</i>	<i>Prob.</i>
C	0.006303	0.002173	2.90024	0.0044
AR(32)	-0.215325	0.081230	-2.650808	0.0091
AR(34)	-0.174549	0.080281	-2.174236	0.0315
MA(2)	-0.553907	0.074275	-7.457513	0.0000
R-squared	0.175266	Mean dependent var		0.008321
Adjusted R-squared	0.155784	S.D. dependent var		0.081864
S.E. of regression	0.075218	Akaike info criterion		-2.306795
Sum squared resid	0.718533	Schwarz criterion		-2.219002
Log likelihood	155.0951	Hannan-Quinn criter.		-2.271121
F-statistic	8.996354	Durbin-Watson stat		2.094264
Prob(F-statistic)	0.000019			
Inverted AR Roots	.97+.09i	.97-.09i	.93+.27i	.93-.27i
	.86+.44i	.86-.44i	.76+.60i	.76-.60i
	.63-.73i	.63+.73i	.47-.83i	.47+.83i
	.30+.89i	.30-.89i	.13+.91i	.13+.91i
	.00-.87i	-.00+.87i	-.13-.91i	-.13+.91i
	-.30-.89i	-.30+.89i	-.47-.83i	-.47+.83i
	-.63+.89i	-.63-.73i	-.76+.60i	-.76-.60i
	-.86+.44i	-.86-.44i	-.93-.27i	-.93+.27i
	-.97-.09i	-.97+.09i		
Inverted MA Roots	0.74	-0.74		

Todos los parámetros son significativos (Akaike: -2.309, Durbin-Watson: 2.162). Aunado a esto, el modelo es invertible. Con el cumplimiento de los anteriores indicadores, el modelo Arima es el más adecuado, sin embargo, es fundamental que cumpla con otros supuestos —que los residuales no estén correlacionados y que sean homocedásticos—. Cuando se cumpla con ellos se podrá hacer proyecciones.

### Validación del modelo

Esta sección consiste en validar la eficiencia de lo modelo, lo que se realiza mediante apartados:

1. Análisis de los coeficientes: el modelo debe cumplir con la estacionaridad e invertibilidad y que sus parámetros sean estadísticamente significativos, con un P-valor mayor a 0.05.
2. Bondad de ajuste: el ajuste del modelo debe ser analizado mediante la utilización del  $R^2$  ajustado y el Durbin-Watson.
3. Análisis de los residuales: estos no deben ser incorrelacionados y deben tener varianza constante.

En el correlograma del modelo Arima se puede observar que las autorrelaciones no tienen un decrecimiento suavizado. Esto corrobora que, mediante la primera diferenciación, el modelo tiene estacionaridad.

A través de la prueba de raíces unitarias, la primera diferenciación del modelo presentaría estacionaridad, ya que su P-valor es inferior a 0.05. Por tanto, hay evidencia estadística para afirmar que no existen raíces unitarias. Por otro lado, el modelo de primera diferenciación es invertible.

- Bondad de ajuste: a partir de que el modelo Arima tiene estacionaridad y es invertible, su  $R^2$  ajustado es de 0.1557. Esto significa que el modelo conserva el 15.57% de la variabilidad de los datos, es decir, el modelo de series de tiempo explica en un 15.57% el calentamiento global.
- Por otro lado, el Durbin-Watson mide el grado de autocorrelación entre los residuos correspondientes de cada observación y la anterior. El Durbin-Watson del modelo es de 2.09 2, lo cual indica la incorrelación de los residuales del modelo Arima.
- Análisis de los residuales: como se vio anteriormente, el Durbin-Watson del modelo IV indica que sus residuales están incorrelacionados. Esta afirmación se puede corroborar mediante la prueba de Breusch-Godfrey.

En la tabla 3 se puede ver que el F estadístico y la Chi-cuadrada se encuentran por arriba de 0.05. En consecuencia, los residuales son incorrelacionados, es decir, no hay suficiente información en los últimos 36 retardos para que pueda mejorar el modelo Arima.

Por otro lado, en la tabla 5 se puede observar que a través de la prueba ARCH de heterocedasticidad, el modelo Arima presenta probabilidades en F y por arriba de 0.05. Por consiguiente, existe evidencia estadística para asegurar que los residuales del modelo IV son homocedásticos, es decir, tienen varianza controlada.

En el histograma de normalidad (tabla 4), se puede ver que los residuales se aproximan a una normal, lo que se puede corroborar mediante P-valor: si este es inferior a 0.05, no habría normalidad en los residuales. En el modelo Arima, el P-valor es superior a 0.05, en consecuencia, sus residuales se aproximan a una normal.

En síntesis, el modelo Arima de series de tiempo cuenta con los elementos necesarios para poder pronosticar el calentamiento global, ya que tiene estacionaridad y es invertible. Asimismo, sus residuales están incorrelacionados, son homocedásticos y se aproximan a una normal.

**Tabla 3.** Análisis de los residuales del modelo Arima

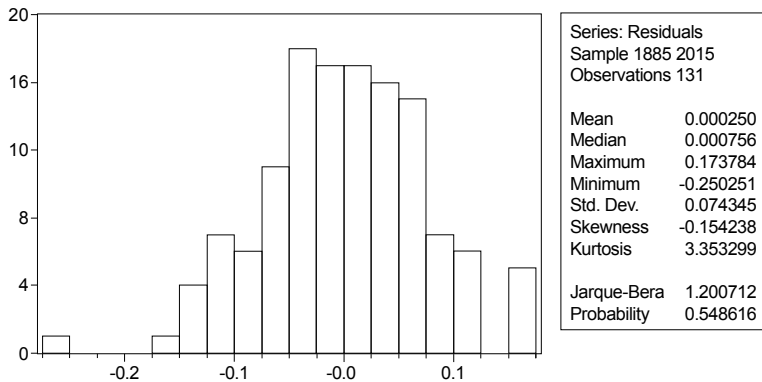
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:				
F-statistic	0.831664	Prob. F(36,91)	0.729	
Obs*R-squared	32.42926	Prob. Chi-Square(36)	0.6392	
Dependent Variable: REDID				
Sample: 1885 2015				
Included observations: 131				
Presample missing value lagged residuals set to zero.				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000533	0.002549	-0.208942	0.8350
AR(32)	-0.043284	0.151649	-0.285426	0.7760
AR(34)	-0.076090	0.149455	-0.509117	0.6119
MA(2)	-0.758406	0.318855	-2.378530	0.0195
RESID(-1)	0.047604	0.103386	0.460450	0.6463
RESID(-2)	0.848816	0.322247	2.634053	0.0099
RESID(-3)	-0.042064	0.102968	-0.408517	0.6839
RESID(-4)	0.430344	0.201121	2.139727	0.0351
RESID(-5)	0.179413	0.102701	1.746944	0.0840
RESID(-6)	0.014014	0.139892	0.100178	0.9204
RESID(-7)	0.121037	0.106796	1.133345	0.2600
RESID(-8)	0.105230	0.116751	0.901316	0.3698
RESID(-9)	-0.121094	0.107395	-1.127558	0.2625
RESID(-10)	0.161863	0.112567	1.437927	0.1539
RESID(-11)	-0.047989	0.108279	-0.443197	0.6587
RESID(-12)	0.012838	0.111165	0.115483	0.9083
RESID(-13)	0.107445	0.108043	0.994466	0.3226
RESID(-14)	0.024768	0.109832	0.225510	0.8221
RESID(-15)	-0.012428	0.108672	-0.114361	0.9092
RESID(-16)	0.167633	0.111571	1.502479	0.1364
RESID(-17)	0.080186	0.110675	0.755035	0.4522
RESID(-18)	0.001891	0.116314	0.016262	0.9871
RESID(-19)	0.080186	0.113853	0.704293	0.4830
RESID(-20)	0.012463	0.122233	0.101962	0.9190
RESID(-21)	-0.073365	0.123172	-0.595632	0.5529
RESID(-22)	0.031081	0.123916	0.250825	0.8025
RESID(-23)	-0.028180	0.127671	-0.233556	0.8159
RESID(-24)	-0.043905	0.126784	-0.346301	0.7299
RESID(-25)	0.044356	0.130373	0.340228	0.7345
RESID(-26)	-0.033435	0.132605	-0.252139	0.8015
RESID(-27)	-0.110207	0.133456	-0.825790	0.4111
RESID(-28)	-0.065362	0.133700	-0.488872	0.6261
RESID(-29)	0.053100	0.134021	0.396207	0.6929
RESID(-30)	-0.043512	0.136550	-0.318654	0.7507
RESID(-31)	-0.090695	0.133754	-0.677756	0.4996
RESID(-32)	0.050927	0.198825	0.256139	0.7984
RESID(-33)	0.087456	0.127413	0.686401	0.4942
RESID(-34)	0.022657	0.194077	0.116745	0.9073
RESID(-35)	-0.047765	0.121657	-0.392622	0.6955
RESID(-36)	-0.081654	0.123434	-0.661519	0.5100
R-squared	0.247552	Mean dependent var	0.000250	
Adjusted R-squared	-0.074926	S.D. dependent var	0.074345	
S.E. of regression	0.077079	Akaike info criterion	-2.041611	
Sum squared resid	0.540653	Schwarz criterion	-1.163688	
Log likelihood	173.725500	Hannan-Quinn criter.	-1.684871	
F-statistic	0.767655	Durbin-Watson stat	1.968384	
Prob(F-statistic)	0.820883			

Fuente: elaboración propia

**Tabla 5.** Homocedasticidad y normalidad los residuales del modelo IV

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	1.078829		Prob.F(1,128)	0.3009
Obs*R-squared	1.086528		Prob.Chi-Square(1)	0.2972
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 08/25/16 Time: 11:40				
Included observations: 130 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.0049	0.0009	5.5822	0.0000
RESID^2(-1)	0.0912	0.0088	1.0387	0.3009
R-squared	0.008358	Mean dependent var		0.00544
Adjusted R-squared	0.000611	S.D. dependent var		0.00846
S.E. of regression	0.008458	Akaike info criterion		-6.69206
Sum squared resid	0.009158	Schwarz criterion		-6.64794
Log likelihood	463.9837	Hannan - Quinn criter		-6.67413
F-statistic	1.078829	Durbin - Watson stat		2.03577
Prob(F-statistic)	0.300918			

Fuente: elaboración propia



**Tabla 4.** Histograma de normalidad

Fuente: elaboración propia

## Proyecciones

Para hacer las proyecciones de cualquier modelo es fundamental que se analicen los siguientes conceptos:

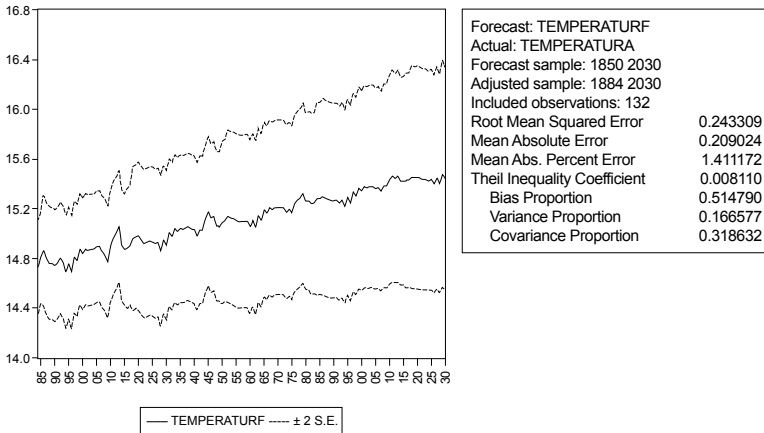
- Sesgo de proporción: describe la magnitud de equivocación del modelo en estudio.
- Variancia de proporción: puntualiza la diferenciación de la varianza generada por el modelo en estudio con la varianza de la serie de tiempo original.
- Covarianza de proporción: mide la magnitud de lo no sistemático de la serie de tiempo que explica el modelo.
- Coeficiente de Theil: resume qué tan bueno es el modelo para pronosticar. Toma valores entre 0 y 1.

- 0 es buen ajuste.
- 1 es mal ajuste.

El mejor modelo, es aquel que cumpla con lo siguiente:

- Sesgo de proporción 0
- Variancia de proporción 0
- Covarianza de proporción 1
- Coeficiente de Theil 0

Con base en lo anterior, en la figura 2 se puede observar lo siguiente:



**Figura 2.** Predicción de la temperatura promedio del modelo IV

Fuente: elaboración propia

Si se realizan proyecciones con el modelo IV, sus indicadores serían los siguientes:

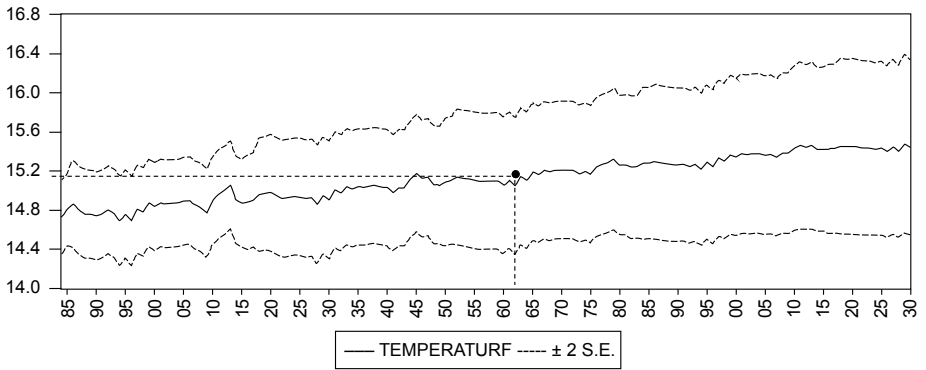
- Sesgo de proporción = 0.5147 ----- (regular)
- Variancia de proporción = 0.1665 ----- (bueno)
- Covarianza de proporción 0.3186 ----- (regular)
- Coeficiente de Theil = 0.008 ----- (excelente)

Con este resultado se podría decir que el modelo es bueno para hacer predicciones sobre el calentamiento global.

A través de esta evaluación, podríamos decir lo siguiente: con un nivel de significancia del 95 %, un margen de error del 5 % y un R2 ajustado del 15,57 %, la temperatura promedio del planeta oscilaría entre 14.55 y 16.33° C, pues para ese año se espera que la temperatura promedio del planeta fuese en promedio de 15.44° C.

Por otro lado, en el modelo se puede ver que en el año 1850 la temperatura era de 14.71° C y que en la actualidad (2016) sería de 15.43° C, con lo cual se diría que la temperatura promedio del planeta durante 166 años se ha incrementado en 0.72° C.

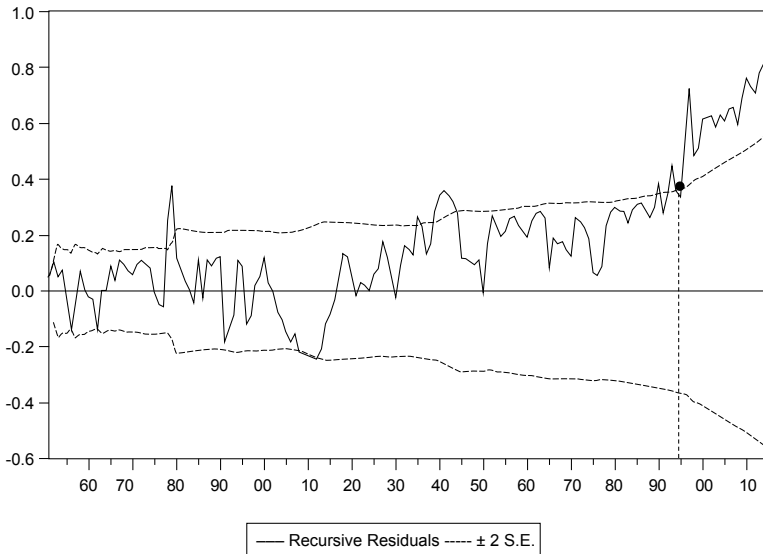
En la figura 3 se puede observar que en el año 1963 la temperatura promedio del planeta presentó fuertes aumentos: era de 15.14° C. Si se compara con la de la actualidad (15.43° C), en 53 años la temperatura promedio se ha incrementado en 0.29 °C.



**Figura 3.** Comportamiento de la temperatura promedio

Fuente: elaboración propia

Por otro lado, en la figura 4 se observa que en el año 1995 la temperatura promedio del planeta se ha salido fuertemente de sus intervalos. Ello indica que hay sobreexplotación de los recursos, lo cual ha provocado el sobrecalentamiento global, y este a su vez a dado lugar al efecto invernadero.



**Figura 4.** Descompensación de la temperatura promedio

Fuente: elaboración propia

## Conclusiones

Este modelo permite tener un panorama general de las variaciones que ha experimentado el fenómeno del cambio climático, como un fenómeno aleatorio, con un manejo de incertidumbre.

Con este modelo probabilístico se pudo demostrar que la temperatura promedio del planeta se ha incrementado en  $0.72^{\circ}\text{C}$  en 165 años, de 1850 a diciembre de 2016, muy cercano a lo estipulado por el IPCC, con sus modelos estadísticos, que es de  $0.74^{\circ}\text{C}$ .

Adicionalmente, desde 1963, la temperatura promedio del planeta ha tenido un comportamiento creciente, tanto que se ha incrementado en  $0.29^{\circ}\text{C}$ , sin embargo, es hasta 1996 cuando los efectos del incremento de la temperatura promedio han generado efectos negativos sobre el planeta, ya que a partir de esa fecha la temperatura promedio ha oscilado por arriba de los intervalos establecidos por el modelo, posiblemente esto se debe a la sobre explotación de los recursos naturales y a las altas emisiones de gases de efecto invernadero (principalmente el dióxido de carbono y el metano) como resultado de la actividad humana.

Con este modelo de series de tiempo se pudo pronosticar la temperatura promedio del planeta para el año 2030, la cual va a oscilar entre los  $14.55$  y  $16.33^{\circ}\text{C}$ . La temperatura promedio es de  $15.44^{\circ}\text{C}$ . A modo de comparación, la temperatura en el año 1850 era de  $14.71^{\circ}\text{C}$  y en 2016 fue de  $15.43^{\circ}\text{C}$ . Contando con que las actividades humanas no cambien —pero podemos asegurar que las actividades humanas se irán incrementando, aun exponencialmente—, el modelo nos da un escenario de hasta  $16.33^{\circ}\text{C}$ .

En este contexto, se puede decir que el acelerado crecimiento que ha experimentado la temperatura promedio del planeta a partir del 1963, y que se ha agudizado desde 1996, es resultado de la forma en que han crecido las economías de todo el mundo, las cuales se han sustentado en la sobreexplotación de los recursos naturales.

El medio ambiente, los modelos matemáticos estadísticos y la presente propuesta sobre un modelo matemático probabilístico contribuyen a comprender los fenómenos ambientales, a medir los resultados y a tomar decisiones sobre ellos. Para los ambientalistas, estos modelos no son la solución definitiva sobre un fenómeno, sin embargo, pueden constituir una buena herramienta para conocer los procesos medioambientales y, si es necesario, intervenir en ellos.

## Referencias

- Arya, J. y Lardner, R. (2009). *Matemáticas aplicadas a la administración y la economía*. s. l.: Prentice Hall.
- Caballero, M., Lozano, S. y Ortega, B. (2007). *Efecto invernadero, calentamiento global y cambio climático: una perspectiva desde las Ciencias de la Tierra*. México: Revista Digital Universitaria.
- Collazo, A. (2010). *Apuntes sobre el método simplex de programación lineal*. San Juan: Universidad de Puerto Rico.
- Costeau, J. (1992). *Impacto ambiental. El planeta herido*. Recuperado de <http://assets.mheducation.es/bcv/guide/capitulo/8448167155.pdf>
- Eschenhagan, M. (2006). Las cumbres ambientales internacionales y la educación ambiental. *OASIS*, (12), 39-76.
- Ferrero, J. (20 10). *Del calentamiento global al cambio climático ¿una teoría más?* Recuperado de [file:///C:/Users/DELL/Downloads/DialnetDelCalentamientoGlobalAlCambioClimaticoUnaTeoriaMa-3800498%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/DELL/Downloads/DialnetDelCalentamientoGlobalAlCambioClimaticoUnaTeoriaMa-3800498%20(1).pdf)
- García, J. y Maheut, J. (2015). *Modelado y resolución de problemas de organización industrial mediante programación matemática lineal (modelos y métodos de investigación de operaciones. Procedimientos para pensar)*. s. l.: Universidad Politécnica de España.



- Gitay, H., Suárez, A. y Watson, R. (2002). *Cambio climático y biodiversidad*. s. l.: Grupo Intergubernamental de Expertos Sobre el Cambio Climático.
- Green Facts. (2007) *Página web*. Recuperado en abril del 2017, de <https://www.greenfacts.org/es/dosieres/cambio-climatico.htm>
- López, C. (2012). *Los países emergentes ante el reto de la sostenibilidad*. Recuperado de <http://www.profesiones.org/var/plain/storage/original/application/5bee201e55097ef4e954620cfdb07c87.pdf>
- Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J. y Barquín, J. (2010). Modelos matemáticos de optimización. *Publicación Técnica*, (1).
- Rosales, R. (2009). *Metodología Box-Jenkins*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Villavicencia, J. (2008). *Introducción a series de tiempo*. Recuperado de [http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4\\_BxecUaZmg%3D](http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4_BxecUaZmg%3D)