Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática

LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA[1] e ELAINE CRISTINA FERRUZZI[2]
[1]Universidade Estadual de Londrina, lourdes@uel.br
[2]Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, elaineferruzzi@utfpr.edu.br

RESUMO: Neste trabalho enunciamos uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica. Com esta finalidade, inicialmente apresentamos um breve esboço sobre socioepistemologia. Na sequência fazemos uma caracterização da Modelagem Matemática sob este arcabouço teórico e apresentamos uma argumentação que coloca a aula com atividades de Modelagem Matemática como um espaço que envolve uma vertente investigativa, que remete a uma dimensão epistemológica, e um conjunto de práticas sociais que envolvem o aspecto relacional e comunicativo. Finalmente apresentamos a análise de uma atividade de modelagem desenvolvida por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática e explicitamos aspectos que sinalizam a possibilidade de trazer para aulas de matemática mediadas por atividades de modelagem esta perspectiva socioepistemológica.
ABSTRACT: In this paper we enunciated a socioepistemological approach for the Mathematical Modelling as a pedagogic alternative. With this purpose, initially we presented some considerations about socioepistemology. To proceed we characterized the Mathematical Modelling under this theoretical focus and we presented an argument that presents the class with Mathematical Modelling activities as a space that involves investigation, wich sends to an epistemologic dimension, and some social practices that involve the relational and communicative aspects. Finally we presented the analysis of a modelling activity developed by students of a course of Degree in Mathematics and we explain aspects that indicate the possibility of inserting in mathematics classes mediated by modelling activities this socioepistemological perspective.
Palavras-chave: educação matemática, modelagem matemática, socioepistemologia
Keywords: mathematics education, mathematical modeling, socioepistemology

INTRODUÇÃO

As pesquisas na área de Educação Matemática que tratam de relações da matemática com a realidade e com o contexto social e influências que estas relações exercem sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática têm crescido nas últimas décadas e parecem evidenciar uma diversidade de abordagens ou aproximações teóricas.

Todavia, em relação ao modelo didático para a atividade matemática na sala de aula, ainda vigente em muitas situações e instituições, um aspecto a ser considerado é de que a matemática escolar não apresenta considerações sobre o significado dos objetos matemáticos nem sobre situações e atividades em que estes conhecimentos se mostrem apropriados e passíveis de reconstrução. Neste encaminhamento o ensino está ligado à idéia de difusão de um conhecimento pronto e acabado e com certo caráter utilitário.

Segundo Costa et al (2008), os alunos, neste contexto, continuam apresentando dificuldades em reconhecer tanto a natureza sócio-histórica quanto provisória do conhecimento e dos métodos científicos associados, não sabendo assumir, em conseqüência, posturas problematizadoras e críticas sobre seus significados para a sociedade global e seus mundos particulares.

Em contraposição a este quadro, o encaminhamento do nosso texto se dá no sentido de defender que a aprendizagem escolar em matemática é também influenciada por aspectos sociais e epistemológicos que devem permear as atividades de ensino em sintonia com a idéia de Grespan et al (2007 ao afirmarem que a aprendizagem

> constitui-se por meio da apropriação e transformação do saber socialmente elaborado, não depende apenas do indivíduo, mas sim, da relação mediada pelo outro e pela cultura. Essa aprendizagem sistematizada ocorre dentro da sala de aula, na escola Grespan et al (2007, p.2).

Para abarcar as dimensões social, cultural e epistemológica para a aprendizagem, entendida como construção de conhecimento, no texto, nos remetemos ao uso de uma perspectiva que se inscreve na orientação da Socioepistemologia como aproximação teórica.

Para estabelecer a mediação com aspectos sociais e culturais na construção do conhecimento na escola consideramos as práticas educativas com perspectiva investigativa e, neste âmbito, tratamos da Modelagem Matemática. Sob este enfoque a aula de matemática com Modelagem Matemática pode ser entendida como um espaço investigativo, relacional e comunicativo no qual se pode construir conhecimento. Finalmente, para ilustrar este entendimento da Modelagem Matemática apresentamos uma situação-problema desenvolvida por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

A PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Segundo Cantoral (2003), a socioepistemologia é uma teoria que trata do conhecimento social, histórico e culturalmente situado, envolvendo os fenômenos de construção e difusão do conhecimento. Caracteriza-se por um estudo sistêmico do conhecimento em situações específicas e se interessa por enfatizar o papel da prática social na construção do conhecimento.

Trazendo este enfoque para a Educação Matemática, Cantoral et al (2006), consideram que nesta perspectiva teórica é necessário modificar o foco, passando dos objetos às práticas sociais. Para os autores a cognição deve ser entendida como a capacidade de fazer emergir o significado a partir de realimentações sucessivas entre o homem e seu meio de modo que a construção do conhecimento se dê a partir de uma perspectiva múltipla, articulando aspectos epistemológicos, a dimensão sociocultural e os processos cognitivos e estendendo esta articulação para os mecanismos de sistematização e institucionalização do conhecimento presentes nas atividades de ensino.

De modo geral, as práticas sociais se constituem como "determinadas coisas" que grupos sociais fazem para construir conhecimento (CANTORAL, et al, 2006). É neste sentido que a prática social regula a construção do conhecimento, ou seja, manifesta sua constituição social. Sob este ponto de vista, pode-se entender que a construção dos conhecimentos matemáticos não se dá somente no âmbito da matemática ou dos matemáticos, mas também ocorre em outras práticas de referência de modo que "novos" conhecimentos emergem de processos de síntese de "velhos" conhecimentos. Para Lave (1988), nas 'comunidades de aprendizagem' ocorrem interações sociais que utilizam o conhecimento anterior e as experiências vivenciadas pelos membros do grupo para a construção, a acumulação e transmissão do conhecimento. Neste contexto a socioepistemologia investiga como a incorporação, na matemática escolar, de marcos de referência permite resignificar o conhecimento escolar.

De acordo com Arrieta et al (2004) a perspectiva socioepistemológica é uma teoria ainda em construção e desde o seu início reconhece e investiga elementos presentes na construção do conhecimento como as ferramentas e argumentos utilizados em contextos interativos. Os autores enunciam três características fundamentais desta perspectiva: i) a superioridade das práticas sobre os objetos; ii) o caráter situado destas práticas, isto é, o contexto vem a ser uma componente inseparável das práticas e iii)o caráter discursivo da construção social do conhecimento, ou seja, as interações. No encaminhamento dos autores, no âmbito da Educação Matemática, a perspectiva permite conceber a matemática como um conhecimento com significados próprios, que se constroem e se reconstroem no contexto da atividade que se realiza e considera as práticas sociais como geradoras do conhecimento matemático.

Neste sentido Espinosa (2006) argumenta que:

> La incorporación de la práctica social modifica el centro de atención de la componente epistemológica, lo desvía de los conceptos u objetos matemáticos preestablecidos a la identificación de prácticas de referencia y actividades, ubicando a estas en contextos particulares. La componente cognitiva asume entonces al conocimiento como una serie de procesos sustentados por mecanismos cognitivos que se han desarrollado socialmente y la componente didáctica, finalmente se ocupa de explicar la difusión del conocimiento a través del discurso matemático escolar y examina sus efectos e implicaciones didáctica (ESPINOSA , 2006, p.818).

Vários pesquisadores têm se dedicado ao estudo do desenvolvimento do conhecimento matemático sob uma perspectiva socioepistemológica. Cabañas & Cantoral (2006 e 2007) e Osório (2005) têm investigado a conservação do estudo da área e o estudo da integral definida sob uma aproximação socioepistemológica; Cantoral et al (2006) percebem atividades como medir, predizer, modelar e ajustar, como cenários de construção social do conhecimento matemático. Ao abordar a teoria da propagação do calor, por exemplo, os autores mostram de que maneira antes do objeto e de sua representação, está a práxis e com ela a significação cultural:

> a propagação do calor resulta um assunto desafiante, pois não trata de um objeto matemático como tal, e sim de um contexto em que os cientistas e os engenheiros de uma época e em uma circunstância específica, deveriam exercer certas práticas (CANTORAL et al, 2006, p.90, tradução nossa).

Cantoral, Maldonado & Montiel (2004) apresentam um estudo sobre a construção social das funções trigonométricas. Buendia (2006) faz um estudo sobre a periodicidade das funções cujo aspecto principal é a relação predição-periodicidade no reconhecimento significativo desta propriedade. Lezama (2005) analisa um fenômeno didático, a reprodutibilidade, a partir de resultados obtidos ao repetir em diferentes cenários uma mesma situação didática.

No nosso trabalho, considerando que a Socioepistemologia propõe um estudo sistêmico do conhecimento matemático em situações específicas e, entendendo a Modelagem Matemática como um contexto específico onde algumas práticas são exercidas, enunciamos uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA SOCIOEPISTEMOLÓGICA: AS DIMENSÕES SOCIAL E EPISTEMOLÓGICA

Podemos dizer que, de modo geral, o termo ‘modelagem matemática’ refere-se à busca de uma representação matemática para um objeto ou um fenômeno que pode ser matemático ou não. Neste sentido, trata-se de um procedimento criativo e interpretativo que estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar as características essenciais do objeto ou fenômeno que pretende representar.

Considerando que a construção desta representação matemática pode ser realizada no âmbito de aulas de matemática, o entendimento de Modelagem Matemática que temos em mente é de que esta constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática (ALMEIDA e BRITO, 2005). Neste encaminhamento ela se configura como uma atividade que, para os envolvidos na atividade, implica em um conjunto de ações como a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não. Estas ações estão associadas ao envolvimento com:

a) a formulação de um problema: os envolvidos com a atividade de modelagem precisam se apropriar de um problema e definir metas para a resolução; compreender a situação-problema por meio da Matemática implica em procurar respostas para o problema suscitado por esta situação; neste contexto, Mendonça (1999) coloca que

> a formulação de um problema frente a um objetivo/evento/situação pressupõe alguma falta de compreensão, uma falta parcial de significado sobre tal situação, mas supõe também que alguma coisa já esteja compreendida e exista curiosidade sobre o assunto, pois caso contrário seria impossível despertar uma problematização, um processo quase espontâneo na direção da compreensão com significado (MENDONÇA, 1999, p. 24);

b) um processo investigativo: remete ao ato de investigar; 'investigar', segundo Ferreira (1986), significa 'seguir os vestígios', 'fazer diligências para achar', 'pesquisar'; ações como buscar informações, identificar e selecionar variáveis, definir hipóteses, fazer simplificações, constituem, portanto, elementos desse processo e requerem uma interpretação adequada e certo grau de intuição para superar a "falta de compreensão" a que se refere Mendonça (1999);

c) a busca por uma representação matemática (ou modelo matemático): de modo geral, a situação-problema se apresenta em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática; gera-se assim a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática); esta linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido; a busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente estas características; Kehle e Lester (2003) afirmam que o problema matemático adquire um sentido "muito seu", ou seja, torna-se um problema matemático particular, o que, por sua vez, não significa que os resultados encontrados e as análises realizadas só serão úteis para aqueles que problematizarem a situação e resolverem o problema;

d) a análise de uma resposta para o problema: a análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica em uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação;

e) a comunicação de resultados para outros: esta comunicação implica essencialmente em desenvolver uma argumentação que possa convencer aos próprios modeladores e àqueles aos quais estes resultados são acessíveis que a solução apresentada é razoável e é consistente, tanto do ponto de vista da representação matemática e dos artefatos matemáticos a ela associados quanto da adequação desta representação para a situação em estudo.

Assim caracterizada a Modelagem Matemática, a argumentação do nosso trabalho enuncia que ela constitui uma prática investigativa (para os envolvidos na atividade) que oportuniza abordagens inesperadas, ou até mesmo originais, e desenvolve a expressão criadora dos alunos. Esta caracterização está alinhada com as idéias de Goldenberg (1999) ao defender que os estudantes deveriam também, durante grande parte das aulas, dedicar-se a atividade de descobrir fatos. “(...) O objectivo propriamente dito é que o aluno aprenda como ser um investigador perspicaz, e para isso tem que fazer investigação” (GOLDENBERG, 1999, p. 37).

O entendimento da Modelagem Matemática como prática investigativa nos leva a considerar que a criatividade[1] e a curiosidade são aspectos que podem possibilitar (ou inviabilizar) a construção de conhecimento por parte dos alunos. A criatividade permite que o aluno defina os procedimentos que regem sua investigação; a curiosidade é uma espécie de energia, de motivação, que assegura o interesse do aluno pelo processo investigativo. Quando os envolvidos com a atividade de Modelagem não conseguem se munir de criatividade e de curiosidade, a construção de conhecimento, em geral, é inviabilizada.

A partir desta caracterização podemos considerar a aula com atividades de Modelagem Matemática como um espaço que envolve uma vertente investigativa, que remete à dimensão epistemológica, e um conjunto de práticas sociais que envolvem o aspecto relacional e comunicativo. Neste sentido se estabelece uma perspectiva socioepiestemológica em que, articulando aspectos epistemológicos e a dimensão sociocultural, podemos conceber a matemática como um conhecimento com significados próprios, que se constroem e se reconstroem no contexto da atividade que se realiza. O contexto em que estamos interessados nesta pesquisa é a Modelagem Matemática.

No âmbito das atividades de Modelagem Matemática entendemos como prática social o conjunto de interações que se estabelecem entre o aluno e seus pares, entre professores e alunos, entre alunos, professores e o contexto social. Consideramos também que associar ao problema em estudo experiências já vividas pode desencadear no estudante processos de intuição e de associação de idéias que igualmente constituem uma prática social.

As atividades de Modelagem Matemática são, de modo geral, desenvolvidas pelos alunos em grupos, proporcionando a interação do aluno com seus pares e com o professor, além da interação com pessoas de fora do ambiente escolar (profissionais da área do problema em questão, população em geral, professores de outras áreas, etc.). Além disso, essas atividades

[1] Entendida aqui como em Ferreira (1986): capacidade criadora; inventividade

constituem-se como práticas associadas à situações-problema cuja origem é 'social' e que oportunizam aos alunos conjecturar e fazer previsões a partir das representações matemáticas encontradas. Neste sentido a atividade dos alunos pode ser reconhecida como foco de construção de conhecimento.

Sobre este aspecto, Gómez, Dolores & Martínez, (2005) enfatizam que, a construção social do conhecimento em sala de aula é produzida mediante as interações entre professor e aluno, experimentando, compartilhando, confrontando, argumentando, convencendo, debatendo e negociando. Para os autores, é no conflito gerado pelas interações que os estudantes observam as semelhanças e diferenças de opiniões na resolução de um problema. Assim, considerando a caracterização das práticas sociais em atividades de Modelagem Matemática, as interações estabelecidas durante estas atividades podem contribuir para a construção do conhecimento.

Um aspecto relacionado com as práticas que permeiam a construção do conhecimento é a intencionalidade. Para Arrieta (2003) a Modelagem Matemática reflete a intencionalidade humana considerando que o uso de modelos matemáticos na interpretação e possível interferência na vida do homem, possui uma característica de intencionalidade. É exatamente essa intencionalidade que oferece ao modelo (representação matemática) um caráter social. Isto é, o homem utiliza o modelo com uma intenção, intenção esta que pode ser socialmente construída. Neste sentido entendemos a Modelagem como uma atividade que tem em uma de suas bases o aspecto social, pois a intencionalidade advém de fatores socialmente estabelecidos.

A dimensão epistemológica por sua vez, ganha destaque ao colocar a aula de matemática como um espaço de construção de conhecimento e não como momento de aceitabilidade ou de interação com a matemática como campo de conhecimento estabelecido. Esta dimensão permite, ao mesmo tempo, observar a evolução de certo conhecimento matemático e o processo de transformação que este tem sofrido até chegar à sala de aula. Com esta análise pode-se obter subsídios para entender as razões que pautam a forma como acontece a introdução, o desenvolvimento e o tratamento da referida noção matemática em sala de aula e em atividades de Modelagem Matemática.

Neste contexto Arrieta et al (2004, p.418), afirmam que a epistemologia entendida por meio da atividade humana permite tomar como objeto de estudo situações que não estão definidas em uma estrutura matemática e que, contudo, estão presentes quando se estuda o homem fazendo matemática e não apenas sua produção matemática.

Podemos considerar que, envolvidos em atividades de Modelagem Matemática, em determinadas circunstâncias, os alunos desenvolvem, durante o estudo da situação-problema, processos de matematização criativos e até mesmo originais no contexto do nível escolaridade em que estão inseridos. Sob este aspecto a Modelagem Matemática como prática investigativa privilegia esta dimensão epistemológica considerada pela socioepistemologia.

Do ponto de vista histórico, Oliveira (2007), citando Burton (1995), considera que a 'explosão' da produção matemática no século XX e o crescimento das especialidades matemáticas, põe em relevo os limites de verificabilidade do conhecimento produzido.

> A tentativa mais recente de demonstração do Último Teorema de Fermat fornece um exemplo da inverificabilidade, por parte da maioria dos matemáticos, das afirmações feitas e, conseqüentemente, tanto da sua potencial não unicidade como da fragilidade do seu [dos matemáticos] estatuto (BURTON, 1995, p. 284 apud Oliveira (2007)).

Segundo Oliveira (2007), habitualmente são os especialistas numa certa área que têm credibilidade científica para assegurar a verificação dos esquemas validativos usados ou decorrentes de determinada investigação. Naturalmente, a comunidade matemática como um todo, deve conceder 'autoridade científica' para estes especialistas.

Na aula de matemática mediada por atividades de Modelagem Matemática a análise do modelo encontrado constitui um processo analítico e avaliativo que sintetiza as diferentes ações desenvolvidas durante a atividade ao validar procedimentos matemáticos e a adequação do modelo à situação, e nestes termos, caracteriza fortemente a dimensão epistemológica. Compete ao professor desempenhar o papel de especialista que assegura a validade dos modelos encontrados. A confiabilidade e a credibilidade nestes modelos encontrados podem ser incrementadas, por exemplo, com a publicação dos resultados obtidos. Esta 'aceitação' (ou 'não aceitação') do professor (ao fazer o papel de especialista) não impede e não isenta os alunos de possíveis refinamentos nos modelos encontrados. Trata-se de tornar legítima, no ambiente da sala de aula, a solução apresentada para o problema.

Neste encaminhamento, Arrieta (2003) considera que a produção e validação do conhecimento é situacional, isto é, o conhecimento se constitui em contextos sociais onde os grupos desenvolvem determinadas práticas e estas construções não são únicas. De acordo com este autor, o conhecimento se constrói em estreita inter-relação com os contextos em que são usados e não é possível separar o contexto da prática geradora do conhecimento. Continuando suas argumentações neste sentido, Arrieta et al (2004), defendem que

> (...) uma epistemología basada en prácticas sociales favorecería un estudio de la construcción social de la matemática a través de la reconstrucción de significados asociado al saber matemático. De esta manera, se favorecería el carácter funcional del

> mismo. Una vez que se reconocen a las prácticas sociales como generadoras de conocimiento, las situaciones que se diseñan fundamentadas en dichas socioepistemologías permiten hacer evidente herramientas y argumentos en los contextos interactivos del salón de clases Arrieta et al (2004, p.419).

As considerações apresentadas sobre a Modelagem Matemática e a construção do conhecimento que as atividades viabilizam, representam uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica.

UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA QUE ILUSTRA A PERSPECTIVA

A atividade que apresentamos foi desenvolvida por um grupo de alunos do 4º ano de Licenciatura em Matemática no âmbito da disciplina de Introdução à Modelagem Matemática e diz respeito a uma problemática social altamente divulgada nos meios de comunicação no Brasil e mesmo em âmbito internacional - – o desflorestamento da Amazônia. Trata-se, portanto, de trazer para ambiente escolar uma situação que diz respeito ao Brasil e aos brasileiros.

Para o desenvolvimento da atividade o grupo de alunos interessado pelo tema, inicialmente, buscou as informações em sites da internet e em periódicos da área.

A extensão total aproximada da Floresta Amazônica é de 5,5 milhões de km² dos quais aproximadamente 60% estão em território brasileiro e o restante pertence a Bolívia, Colômbia, Equador, Guiana, Guiana Francesa, Peru, Suriname e Venezuela. A parte que está em território brasileiro, constitui a chamada Amazônia Legal, abrangendo os estados do Acre, Amazonas, Amapá, Mato Grosso, oeste do Maranhão, Pará, Rondônia, Roraima e Tocantins. A Amazônia Brasileira passou a ser chamada de Amazônia Legal pelo dispositivo legal (Lei 1.806 de 06/01/1953), fruto de um conceito político e não de um imperativo geográfico. Trata-se da necessidade do governo de planejar e promover o desenvolvimento da região.

Os dados usados para o desenvolvimento da atividade foram obtidos a partir do Projeto PRODES (Projeto de Estimativa de Desflorestamento da Amazônia) desenvolvido pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais). Este é um projeto de monitoramento da Floresta Amazônica Brasileira por satélite. Desde 1988, o INPE vem produzindo estimativas anuais das taxas de desflorestamento da Amazônia Legal. A partir do ano de 2002 estas estimativas estão sendo produzidas por classificação digital de imagens, seguindo a Metodologia PRODES. A principal vantagem deste procedimento está na precisão do geo-referenciamento dos polígonos de desflorestamento de forma a produzir um banco de dados geográfico multitemporal. A partir dos incrementos de desflorestamento identificados em cada imagem, as taxas anuais são estimadas para a data de 1º agosto do ano de referência. O projeto PRODES conta com a colaboração do Ministério do Meio Ambiente e é financiado pelo MCT (Ministério da Ciência e Tecnologia) por meio da Ação "Monitoramento Ambiental da Amazônia".

Ao escolher este tema, envolvendo-se nas ações que dizem respeito a uma atividade de Modelagem Matemática, o grupo de alunos que estudou o problema fez uma clara demonstração de intencionalidade – ou seja, havia a intenção de buscar respostas e conjecturas para uma problemática social. A criatividade e a curiosidade – aspectos associados à construção do conhecimento- definiram os procedimentos de busca de informações, matematização do problema, obtenção e análise dos modelos, a validação destes modelos, a interpretação da situação-problema a partir destes modelos associada ao processo de previsão.

A partir dos dados obtidos, os alunos organizaram a tabela 1 sobre as áreas desflorestadas da Amazônia Legal no decorrer da última década e apresentaram uma representação gráfica conforme mostra a figura 1.

Tabela 1 – Áreas desflorestadas na Amazônia

Ano (t)	Desflorestamento acumulado (Km^2) D(t)
1995	498 867
1996	517 028
1997	530 255
1998	547 638
1999	564 897
2000	583 123
2001	601 288
2002	624 554
2003	649 425
2004	676 787
2005	695 687

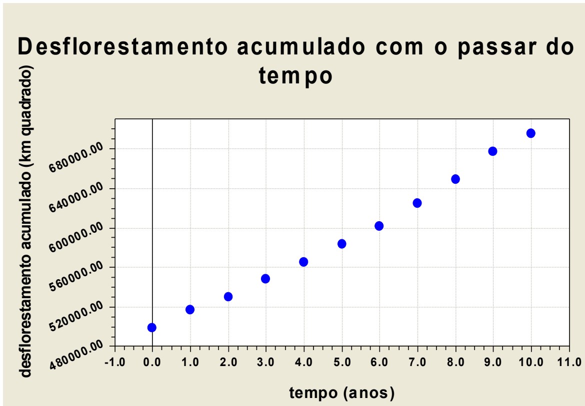

Figura 1: representação gráfica

Inicialmente, num primeiro estudo, os alunos consideraram como hipótese: a) a tendência dos dados; b) não há reflorestamento; c) a variação do desflorestamento acumulado é proporcional ao desflorestamento acumulado.

Para definir a hipótese (c) os alunos realizaram procedimentos de análise sobre os dados da tabela 1 e concluíram que:

$$\frac{D(t+1)-D(t)}{D(t)} \cong k$$

Usando uma linguagem matemática adequada para o tratamento dos dados como variáveis contínuas, definiram a equação diferencial

$$\frac{dD}{dt} = kD$$

cuja solução exponencial é dada por

$$D(t) = \alpha \ e^{\beta \ t}$$

Para determinar os parâmetros α e β desta equação usaram dos dados da tabela 1 e o método dos mínimos quadrados, obtendo o modelo

$$D(t) = 496455.93\, e^{0.03339\, t} \qquad (1)$$

A comparação dos dados observados com os dados estimados pelo modelo apresenta alto índice de correlação e sinaliza que as hipóteses definidas são consistentes. Todavia, uma análise do problema por meio do modelo configura uma situação em que, não havendo intervenções sociais ou governamentais mais severas, no ano de 2052 toda a área estará desflorestada. Esta previsão leva os alunos a refutar a aceitabilidade do modelo, considerando que o desflorestamento total pode não ocorrer.

Ao não aceitar o modelo obtido, o grupo, de certo modo, rompe com a idéia de que, tradicionalmente, o conhecimento é considerado como absoluto tendo o aprendiz que fazer um esforço de aproximação assintótica a esse absoluto. Embora o modelo obtido seja decorrente das ações dos próprios alunos de formular o problema, de definir hipóteses, a análise do modelo (validação) leva os alunos a perceber que precisam haver refinamentos. Ou seja, a hipótese usada, mesmo sendo definida a partir de uma análise cuidadosa sobre os dados da tabela, não conduz a uma solução aceitável. Ainda, embora os dados denotem um crescimento exponencial, os alunos ponderam que o modelo exponencial encontrado não é adequado para o estudo do problema uma vez que as práticas e normatizações sociais em vigor não estão alinhadas com um crescimento tão rápido e acentuado das áreas desflorestadas como indicado pelo modelo. Neste sentido é possível perceber a influência das práticas sociais sobre os conhecimentos matemáticos.

Assim, entendemos que a ação dos alunos de refutar o modelo, sinaliza uma confirmação da idéia de Oliveira (2007), que afirma que o conhecimento é 'coisificado' na sua imutabilidade. Ou seja, consideramos que, embora, idealmente, todos, em toda a parte, se apropriariam do mesmo conhecimento, de maneira isomorfa, é preciso considerar o caráter situacional do conhecimento. A não aceitação do modelo pelos alunos também sinaliza que não podemos defender a posição teórica de conhecimento como dado, como absoluto, mas argumentar por uma teoria em que o conhecimento é contextualizado e no seio da qual o significado é negociado, em sintonia com a idéia de Burton (1995) “conhecer, em matemática, não pode ser diferenciado daquele que conhece” (Burton, 1995, p. 286).

O entendimento de que o modelo não representa a melhor solução para o problema vem ancorado também em aspectos culturais e sociais, considerando que atualmente tem havido uma mobilização da sociedade e de diversas ONGs, como por exemplo, o Greenpeace (entidade não governamental e sem fins lucrativos), em torno das questões ambientais. Segundo informações obtidas pelos alunos, o Greenpeace está trabalhando por um novo modelo de desenvolvimento para a Amazônia que combine responsabilidade social e proteção ambiental, exploração dos recursos da floresta de maneira racional, proporcionando qualidade de vida para os 20 milhões de habitantes da região. Esta organização vem expondo a derrubada inescrupulosa de árvores feita pela indústria madeireira na Amazônia e exigindo das autoridades governamentais instrumentos eficientes de controle e fiscalização.

Para abarcar, do ponto de vista matemático, a questão social de que a floresta não poderá ser extinta, os alunos, conjuntamente, definiram outro elenco de hipóteses: a) a tendência dos dados (figura 1); b) não há reflorestamento; c) não haverá o desflorestamento total, o que na prática significa que haverá intervenções sócio-governamentais eficazes para isso; d) a tendência de crescimento exponencial começa a “enfraquecer” a partir do ano de 2004.

Neste caso, a definição da hipótese (d), exigiu do grupo negociações e interações com a finalidade de caracterizar elementos que, do ponto de vista matemático, possam representar este enfraquecimento. A partir destas interações, a tabela 2 foi construída pelos alunos com a finalidade de mostrar o entendimento desta hipótese.

Tabela 2: Análise do crescimento da área desflorestada

ano	t	Desflorestamento acumulado (km^2) (D(t))	Razão de crescimento do desflorestamento acumulado $\left(\frac{D(t)}{D(t-1)}\right)$
2001	6	601 288	1,03115
2002	7	624 554	1,03869
2003	8	649 425	1,03982
2004	9	676 787	1,04213
2005	10	695 687	1,02793

À mudança na razão de crescimento do desflorestamento acumulado observada do ano de 2004 para o ano de 2005 (veja na tabela 2) os alunos associaram a idéia de que, próximo deste ano deve ocorrer uma mudança de concavidade na curva (ponto de inflexão) que representa o modelo matemático que descreve a problemática. Nesta circunstância os estudantes percebem o modelo logístico como objeto matemático que pode ser eficaz para o estudo do problema de prever a área desmatada para as próximas décadas.

O grupo opta então pelo uso do modelo:

$$D(t) = \frac{L}{1 + \beta e^{-\lambda t}}$$

em que o parâmetro L representa o ponto de estabilidade da variável dependente e remete ao valor limite da área desflorestada; o parâmetro $\beta = \frac{L}{D_0} - 1$ onde D_0 é a área desflorestada inicial e λ representa a taxa de crescimento desta área.

Neste momento, os alunos, baseados nos dados da tabela 2, conjecturaram que o ponto de inflexão deve ocorrer entre os anos 2004 e 2005 e, usando a idéia de que no modelo logístico a curva muda de concavidade quando $D = \frac{L}{2}$, concluíram que

$$676787 < \frac{L}{2} < 695687 \Rightarrow 1353574 < L < 1391374$$

e, fazendo aproximações, determinaram L= 1 372 474 km^2. Usando esta informação determinaram β=1,7512 e obtiveram

$$D(t) = \frac{1372474}{1 + 1{,}7512 e^{-\lambda t}} \qquad (2)$$

Para determinar o valor de λ, o grupo partindo do modelo (2), escreveu:

$$-\lambda t = \ln\left(\frac{1372474 - D(t)}{1 + 1{,}7512 D(t)}\right)$$

A partir desta expressão construíram a tabela 3.

Tabela 3: Dados para o ajuste de λ

t	$-\lambda t$
0	-0,00001
1	-0,05678
2	-0,09762
3	-0,15073
4	-0,20291
5	-0,25749
6	-0,31145
7	-0,38004
8	-0,45291
9	-0,53276
10	-0,58784

Usando os dados da tabela ajustaram aos dados a função linear:

$$-\lambda t = -0{,}05888.t + 0{,}0189$$

Assim, o modelo (2) pode ser reescrito como:

$$D(t) = \frac{1372474}{1 + 1{,}7512.e^{-0{,}05888.t + 0{,}0189}} \qquad (3)$$

A análise comparativa entre os dados observados e os dados obtidos pelo modelo neste caso revela que se trata de uma solução cuja confiabilidade é elevada considerando que o percentual de diferença não ultrapassa 1,2%.

Nesta atividade a principal intenção dos estudantes é ter possibilidade de realizar previsões (relativamente seguras) sobre o problema do desmatamento a partir das informações hoje disponíveis. Neste contexto construíram a tabela 4 que apresenta previsões realizadas sobre a área desflorestada no decorrer do tempo usando o modelo encontrado. Vale observar que o limite da área desflorestada encontrado pelos alunos é L= 1 372 474 km^2 que corresponde a 41,5901% da área total aproximada de florestas contínuas na Amazônia Legal. Os dados da tabela sinalizam que por volta do ano de 2100 a área desflorestada estará próximo deste valor. (Cálculos mais precisos realizados pelos alunos indicam o ano de 2122).

Tabela 4: Previsões para a área desflorestada

ano	t	D(t) estimado	% da área total aproximada de florestas contínuas na Amazônia Legal
2010	15	789 749	23,93
2020	25	973 726	29,51
2030	35	1 118 311	33,89
2040	45	1 218 747	36,93
2050	55	1 282 681	38,87
2060	65	1 321 145	40,03
2070	75	1 343 505	40,71
2080	85	1 356 244	41,01
2090	95	1 363 419	41,32
2100	105	1 367 434	41,44

No que diz respeito à definição da hipótese de que o ponto de inflexão da curva ocorre entre os anos de 2004 e 2005 (observado pelos alunos a partir dos dados da tabela 3), os alunos estavam suficientemente motivados e envolvidos na atividade de modo que confirmaram estas informações no modelo encontrado por meio do uso da derivada D'(t) e da derivada de segunda ordem D''(t) do modelo D(t) encontrado.

Para a obtenção deste modelo, considerando a hipótese de que o desflorestamento não será total, os estudantes, de fato, construíram conhecimento. O trabalho investigativo dos alunos, pela sua riqueza e complexidade conceitual e matemática, fez com que descobertas significativas em relação ao conhecimento matemático e em relação à situação-problema fossem se efetivando. As produções dos alunos nesta atividade estão em sintonia com conceitos matemáticos importantes (na perspectiva da comunidade matemática que neste caso diz respeito ao ambiente de um curso de Licenciatura em Matemática) e que, de modo geral, não são contempladas em aulas nas quais as práticas investigativas não estão incluídas.

Imbuídos pela criatividade e pela curiosidade (como caracterizadas em seção anterior) os alunos efetivaram muitos dos procedimentos a partir de interações. Interações com os colegas, com o professor, com ferramentas socioculturais que subsidiaram a intencionalidade dos estudantes. Neste sentido as potencialidades cognitivas por si só não são suficientes quando se trata de práticas investigativas para a análise de uma situação problema. Práticas sociais também são fundamentais para estabelecer os diálogos necessários entre o contexto matemático e o setor social ao qual o problema está ancorado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho representa uma possibilidade de abarcar uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática quando considerada como alternativa pedagógica. Perceber na atividade de Modelagem práticas de investigação genuínas e que acomodem a criação de 'matemática nova' (para os envolvidos na atividade), ainda que circunscrita ao contexto escolar, representa uma vertente investigativa. Ao mesmo tempo, um conjunto de práticas sociais que envolvem o aspecto relacional e comunicativo inerente às atividades de Modelagem, remete ao aspecto social.

A partir de uma abordagem da socioepistemologia e de uma caracterização da Modelagem Matemática sob este arcabouço teórico, o texto procura evidenciar em atividade de Modelagem alguns aspectos que sinalizam a possibilidade de trazer para as aulas mediadas por atividades de Modelagem Matemática esta perspectiva socioepistemológica.

Uma dimensão epistemológica – considerando a possibilidade de produção de conhecimento pelos estudantes por meio de procedimentos inesperados e, em certa medida originais, e, uma dimensão social, aqui caracterizada por interações observadas, foram evidenciadas na atividade descrita.

Todavia a socioepistemologia como aproximação teórica sustenta a possibilidade e a necessidade de outras dimensões (didática e cognitiva) associadas às atividades de ensino desenvolvidas em diferentes níveis de escolaridade. Neste sentido, trabalhos futuros poderão abarcar a análise destas dimensões em atividades de Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. O conceito de função em situações de Modelagem. *Zetetiké*, Campinas, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.

ARRIETA, J. *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en El aula*. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav–IPN, 2003.

ARRIETA, J. BUENCIA, G. FERRARI, M. MARTINEZ, G & SUARÉZ, L. Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático. *Acta Latinoamericana de matemática Educativa.* Vol 17, CLAME. 2004. pp. 418-422, junho 2004.

BUENDIA, G. Uma socioepistemologia del aspecto periódico de lãs funciones. In: *Revista latinoamericana de investigacion em matemática educativa*. vol 9 n.2, pp. 227-251, julho, 2006.

BURTON, L. (1995). Moving towards a feminist epistemology of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 28, 275-291.

CABAÑAS, G., CANTORAL, R. La conservación en el estudio del área. In: R. Cantoral, Covián, O., Farfán, R., Lezama, J., Romo, A. (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. España: Ed. Díaz de Santos – Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC. 2006.

CABAÑAS, G., CANTORAL, R. La integral definida: Un enfoque socioepistemológico. En C. Dolores, Martínez, G., Farfán, R. M., Carrillo, C., López, I. y Navarro, C. (Eds.). *Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula.* España: Ed. Díaz de Santos, 2007.

CANTORAL, R. La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente. [CD-ROM] XI *Conferencia Interamericana de Educação Matemática.* Tema: Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas. Blumenau, Brazil: Universidade Regional de Blumenau, 2003. Disponível em http://cimate.uagro.mx/cantoral/, 2003.

CANTORAL, R. FARFÁN, R-M, LEZAMA, J, MARTINEZ-SIERRA, G. Socioepistemologia y representación: algunos ejemplos. In: *Relime*, número especial, pp 83-102, 2006.

CANTORAL, R., MALDONADO, S., MONTIEL, G. Construyendo la noción de función trigonométrica: estrategias de aprendizaje. En L. Díaz (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17(1), 371 – 376. Santiago de Chile, Chile, 2004.

COSTA, A. R.; OLIVEIRA, J.P. & ALVES, J. M. Analisando a construção de explicações individuais e coletivas em aulas sobre ligações iônicas, na 8a série. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciências,* vol. 7 nº1 (2008).

ESPINOSA, G.M. Construcción social de la función trigonométrica. In: *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, v.19 , pp-818-823, México, 2006.

FERREIRA, A. B. H, Novo Dicionário da língua portuguesa. Editora Nova Fronteira, 2ª edição, 7ª impressão, 1986.

GOLDENBERG, P. Quatro funções da investigação na aula de matemática. In: P. Abrantes, J. Ponte, H. Fonseca e L. Brunheira (org.), *Investigações Matemáticas na Aula e no Currículo* (pp. 35-49). Lisboa: Projecto "Matemática Para Todos" e APM, 1999.

GÓMEZ, E.J., DOLORES, C. y MARTINEZ, G. La Construcción Social de la Noción de Variable In: *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18(1), 517-522, México, 2005.

GRESPAN, F., SOARES, J.M., MIRANDA, P.R., O papel do professor na tríade: ensino, aprendizagem e desenvolvimento na perspectiva histórico-cultural. In *anais do II Congresso Internacional de Psicologia e IX Semana de Psicologia*. Maringá, Paraná, Brasil, Setembro de 2007.

KEHLE, P.; LESTER, F. K, Jr. A semiotic look at modeling behavior. In: Lesh, D. & Doerr, H., Beyond constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 2003, p.97-122.

LAVE, J. *Cognition in practice: mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

LEZAMA, J. Uma mirada socioepistemológica al fenômeno de la reproducibilidad. In: *Revista latinoamericana de investigacion em matemática educativa*, v. 8, n. 3, pp. 339-362, 2005.

MENDONÇA, M. C. D. Resolução de problemas pede (Re)formulação. In: ABRANTES, P. ET AL (ORG). Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: Grafis, Coop de artes gráficas, 1999, p. 15-33.

OSÓRIO, F.C. El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. In *Relime*, v. 8, n.3, pp 265-286, 2005.

OLIVEIRA, P. A. J. A aula de matemática como espaço epistemológico forte. *Encontro de Investigação em Educação Matemática* – SPCE, 2007.

Lourdes Maria Werle de Almeida: Professora da Universidade Estadual de Londrina desde 1985, estando atualmente na categoria de professor associado. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, ensino de matemática, ensino de cálculo. Foi coordenadora do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Mestrado e Doutorado da UEL de março de 2005 até junho de 2007. Atualmente é vice-coordenadora do referido programa. Como membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, compõe também a Comissão Editorial da SBEM Paraná.

Elaine Cristina Ferruzzi: Doutoranda do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná., onde, além das atividades docentes foi coordenadora do I e II Curso de especialização em Instrumentalização para o ensino de Matemática. Tem experiência na área deMatemática, com ênfase em Modelagem Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, educação matemática, investigação matemática e Matemática para graduação. Atualmente é Coordenadora da I Turma do Programa Especial de Formação pedagógica da UTFPR, campus Londrina.