

# Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica

**JONEI CERQUEIRA BARBOSA**

Universidade Estadual de Feira de Santana, <http://www.uefs.br/nupenun>

**Resumo:** Neste artigo, discuto o papel que os modelos matemáticos podem desempenhar na educação científica. Partindo do debate mais geral sobre modelos e modelagem, desenvolvo o argumento de que os modelos matemáticos são partes do discurso pedagógico das ciências e, assim, figuram nas práticas pedagógicas como argumentos para justificar conceitos/leis, como conceitos em si mesmos ou como estruturas que ordenam o estudo dos fenômenos científicos. Como implicação, sublinho a necessidade da educação científica abordar os modelos matemáticos para além da idéia de “retrato da realidade”.

**Abstract:** In this paper, I discuss the role that mathematical models may play in science education. Drawing on the wider debate on models and modelling, mathematical models are characterised as part of the pedagogic discourses of science. Such models appear in pedagogic practices as arguments to support concept/laws, as concepts themselves, and as structures that fit phenomenon. As a result, science education should approach mathematical models beyond the idea of “a picture of reality”.

**Palavras-chave:** modelagem, modelo matemático, educação científica, discurso pedagógico

**Keywords:** modelling, mathematical model; science education; pedagogic discourse

## 1. Introdução

Este artigo é um ensaio teórico no qual desenvolvo uma análise preliminar sobre o papel dos modelos matemáticos na educação científica. Estou ciente de que a expressão “educação científica” possui muitas acepções, mas, para os propósitos deste artigo, considerarei como práticas<sup>1</sup> socialmente organizadas com o propósito de ensinar versões das disciplinas que compõem as chamadas ciências naturais. Particularmente, sustentarei o argumento de que os modelos matemáticos são partes constitutivas do discurso pedagógico<sup>2</sup> das ciências.

Inicialmente, localizarei o debate na ampla discussão sobre modelos na educação científica e matemática. A seguir, utilizarei três exemplos do discurso pedagógico das ciências para apresentar três diferentes papéis que os modelos matemáticos podem desempenhar. Finalmente, apresentarei algumas conclusões e implicações para o campo mais amplo da Educação em Ciências e Matemática, os quais poderão servir de plataforma para futuros estudos empíricos e/ou outros desenvolvimentos teóricos.

## 2. Modelagem e modelos nas ciências

A enunciação da palavra “modelo” pode dar margem a diferentes sentidos, conforme o

---

<sup>1</sup> A noção de prática tem sido muito discutida nos últimos anos, em razão do estabelecimento das perspectivas situadas para a ação humana (WATSON; WINBOURNE, 2008). Não pretendo agendar tal debate neste artigo, apenas irei enunciar a definição que tenho em mente quando cito a palavra prática: “O conceito de prática refere-se ao fazer, mas não somente ao fazer em si mesmo. Ele refere-se ao fazer num contexto histórico e social o qual dá estrutura e significado ao que nós fazemos” (WENGER, 1998, P. 47)

<sup>2</sup> A noção de discurso pedagógico será definida adiante. Por ora, tomemos no seu sentido intuitivo.

universo da vida humana em que ela seja enunciada. Do latim *modulus*, originalmente significava “pequena medida” (CUNHA, 1989). Atualmente, a palavra possui diferentes usos, mas a que nos interessa, neste texto, é aquela em que a palavra modelo é empregada como “representação de alguma coisa” (CUNHA, 1989). D’Ambrósio (1996) considera modelo numa ampla acepção, denotando as representações simplificadas, mentais ou não, que os seres humanos fazem sobre realidade (ou a suposta realidade). Chamemos de modelagem ao processo de produzir um modelo. A idéia de modelo praticamente caminha junto com a trajetória das ciências (BASSANEZI, 2002; D’AMBRÓSIO, 1996; GILBERT, 2004; MATTHEWS, GAULD, STINNER, 2005). Em termos simples, refere-se à representação dos fenômenos científicos, o que pode ser encontrado deste os tempos aristotélicos (MATTHEWS, GAULD, STINNER, 2005). Entretanto, como anotado por estes autores supracitados, é com o advento da ciência moderna que os modelos idealizados, aquelas representações de sistemas em termos ideais, passaram a ser aceitos e utilizados. Em suma, os modelos são partes substanciais das práticas científicas.

Os modelos podem ter diferentes características nas diferentes disciplinas. Para ilustrar, cito apenas a Física e a Química. Segundo Greca e Santos (2005), “o modelo físico é, em geral, a descrição resultante quando os enunciados da teoria se referem a um sistema ou fenômeno simplificado e idealizado” (p. 5). Na Química, devido à complexidade dos fenômenos, os cientistas tendem a usar diversas representações pictóricas e matemáticas para enfatizar diferentes propriedades das partículas (GRECA, SILVA, 2005; ROQUE, SILVA, 2008).

Uma vez que a prática dos cientistas – o que envolve a produção de novos resultados e sua discussão/socialização com seus pares - é permeada por modelos, diversos autores têm reforçado o argumento de que a educação científica também deve abordar os modelos como parte das práticas pedagógicas<sup>3</sup> (BARBOSA, 2006; BASSANEZI, 2002; D’AMBRÓSIO, 1996; GILBERT, 2004; GRECA, SANTOS, 2005). Com o propósito de teorizar o uso de modelos e modelagem na educação científica, alguns autores têm se ocupado em classificar os diversos tipos de modelos na educação científica. Gilbert, Boulter e Elmer (2000), por exemplo, classificaram os modelos em termos de sua representação: concreto, o qual envolve materiais manipuláveis; verbal, que consiste de descrições de um sistema; visual, o que envolve gráficos, diagramas, animações, etc.; gestual, o que envolve uso do corpo ou partes do corpo; e finalmente, a simbólica, que consiste de representações pictóricas, fórmulas, expressões matemáticas.

Neste artigo, estou particularmente interessado em um tipo de modelo simbólico, os chamados modelos matemáticos, ou seja, aqueles que empregam símbolos matemáticos, sejam

---

<sup>3</sup> Prática pedagógica é uma noção importante na discussão teórica que estou desenhando neste artigo, de modo que a definirei em termos mais precisos nas próximas páginas.

tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., ou, em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos.

### 3. Modelo matemático

Em diversas ciências, os modelos matemáticos são partes essenciais das teorias e/ou dos modelos científicos. À primeira vista, talvez o caso mais visível, para nós, seja o da Física. Apesar da forte presença dos modelos matemáticos nas teorias desta disciplina, Greca e Santos (2005) sublinham que não se pode reduzir o modelo matemático à teoria, porque o primeiro somente possui sentido à luz do segundo.

Outras ciências, como Biologia, Geologia, Química, também possuem modelos matemáticos como parte de suas teorias. Por exemplo, segundo Erduran (2001) e Roque e Silva (2008, p. 921), a Química faz vasto uso de fórmulas estruturais, equações e figuras para expressar o entendimento dos cientistas sobre os fenômenos identificados nesta Área. Assim, os modelos acabam participando da rede de relações entre conceitos e leis em uma teoria. No caso da Biologia, o estudo de populações, em particular a dinâmica presa-predador, tem os modelos matemáticos como parte substancial de sua teorização (BASSANEZI, 2002). O último século assistiu ao surgimento de campos interdisciplinares devotados especificamente a utilizar matemática para descrever certos fenômenos, como, somente para citar dois exemplos, Biomatemática e Econometria (BASSANEZI, 2002).

A estreita relação entre ciência e modelos matemáticos não é recente, mas remonta-se à fundação da ciência moderna (D'AMBRÓSIO, 1996; MATTHEWS, GAULD, STINNER, 2005). Entretanto, o desenvolvimento das tecnologias de informação deu impulso ao uso de modelos matemáticos em diversos campos científicos (D'AMBRÓSIO, 1996; JABLONKA, GELLERT, 2007), inclusive resultando em mais prestígio ao chamado campo da Matemática Aplicada, o qual antes era considerado menos nobre perante os estudos de Matemática Pura (BASSANEZI, 2002)

Neste ponto, podemos fazer um paralelo entre o impacto dos resultados científicos baseados em matemática nos primórdios da ciência moderna e o impacto dos resultados tecnológicos no nosso tempo. Em ambos casos, o uso dos modelos matemáticos resultou na ênfase da matemática para o estudo dos fenômenos agendados pela ciência. Como resultado, não raro encontramos uma “euforia exacerbada” sobre o papel da matemática na “descrição” dos fenômenos.

Por conseguinte, há diversas iniciativas de “modelar” o processo de Modelagem Matemática. Matemáticos aplicados tendem a representar o processo de modelagem em termos de relação entre o “mundo real” e a matemática, como, por exemplo, no diagrama proposto por Edwards e Hamson (1990). Este “modelo” da modelagem matemática enfatiza a existência de dois

reinos, aquele da matemática e o real, sendo que o primeiro é o caminho para desvendar as leis inscritas no segundo.

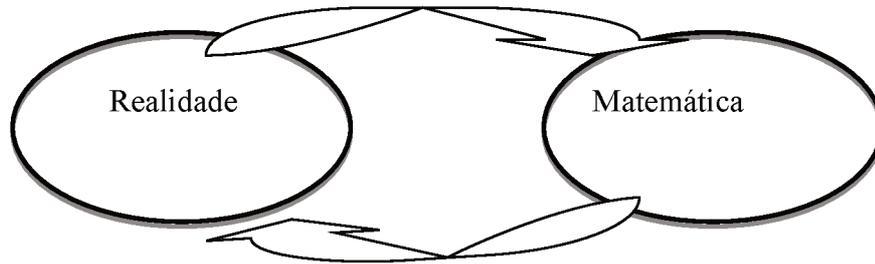


Figura 1. Esquema representando a modelagem matemática, adaptado de Edwards e Hamson (1990)

Este entendimento traz consigo pressupostos ontológicos e epistemológicos. Ela pressupõe uma possível separação entre o reino da matemática e o de uma suposta realidade independente a qual, por sua vez, revela seus padrões através da matemática. Em certa medida, trata-se de uma visão com raízes platonistas, pressupondo um mundo visível, a realidade, e o universo das formas ideais, a matemática (ARAÚJO, 2007). Para Platão, as verdades eternas estão no mundo da matemática, de onde se pode inferir que a matemática é o mais adequado instrumento para buscar os padrões, as leis e a estabilidade num mundo que se mostra, por vezes, instável.

Este entendimento acaba por sustentar a visão de modelo matemático como um retrato aproximado da realidade. Entretanto, muitos estudos têm desafiado esta visão, argumentando que a matemática é parte da realidade e os modelos matemáticos são necessariamente enviesados (BORBA, SKOVSMOSE, 1997; JABLONKA, GELLERT, 2007; SKOVSMOSE, 1994, 2001).

A idéia de modelo matemático como um retrato aproximado da realidade parece ser amplamente reforçada por professores de ciências e matemática (BORBA, SKOVSMOSE, 1997; MALCOLM, 2007). Não raro, ouvimos, nos ambientes escolares, frases como “a matemática é a rainha das ciências”, “os números governam o mundo”, “de acordo com a matemática, podemos dizer que...”, “a matemática prova que...”, etc. Para capturar esta propagada crença no poder descritivo da matemática de forma inquestionável, Borba e Skovsmose (1997) desenvolveram o conceito de ideologia da certeza. Ele refere-se à idéia de que a matemática é a melhor maneira para abordar qualquer fenômeno, porque as regularidades da realidade são cognoscíveis pela matemática. Os autores argumentam que, na ideologia da certeza, os resultados matemáticos possuem *status* acima de outros tipos de argumentos. Nesta visão, os objetos matemáticos não são passíveis de crítica, mas são posicionados como uma espécie de “linguagem” (ou instrumento, se preferir) acurada para descrever a realidade.

Assim, ao abordar modelos matemáticos na educação científica, ao mesmo tempo, as

práticas pedagógicas podem fertilizar certas visões sobre a relação entre matemática e realidade. Não apenas os professores de matemática nutrem tais visões, mas também aqueles das demais disciplinas que fazem uso de modelos matemáticos.

Como consequência, o uso de modelos matemáticos na educação científica requer reflexão. De fato, este debate não é novo no campo na Educação Matemática, tal como exemplificado nos estudos mencionados acima. Em geral, estes estudos partem de uma análise sobre o papel dos modelos matemáticos nas ciências e na sociedade, de onde extraem implicações para as práticas pedagógicas. Neste artigo, quero abordar a problemática de um ponto de vista diferente, realizando uma análise em termos da dinâmica interna da educação científica. Tal enfoque tem inspiração na sociologia de Basil Bernstein (2000), o qual enfatiza a necessidade de análise das práticas pedagógicas em termos de sua dinâmica interna. Nas próprias palavras de Bernstein (2000, p. 4), o propósito é gerar “uma explicação da lógica interna do discurso pedagógico e suas práticas”. Permita-me, neste ponto, definir prática pedagógica como o conjunto de ações desenvolvidas por agentes posicionados num espaço social devotado para ensinar e aprender determinados conteúdos. Desenvolvendo uma análise dos modelos matemáticos em termos de seus papéis na educação científica, talvez tenhamos condições de ganhar novas compreensões para a questão.

#### **4. Modelos Matemáticos no discurso pedagógico da ciência**

Gilbert (2004) faz uma distinção entre os modelos científicos, aqueles utilizados pelo grupo social dos cientistas, e os modelos curriculares e modelos de ensino, para denotar aqueles utilizados na educação científica. A meu ver, o autor está sugerindo que os modelos possuem uma natureza particular nos contextos pedagógicos.

Tal como dito nos argumentos pela inclusão de modelos na educação científica, a proposta é fortemente baseada no reconhecimento da presença dos modelos nas práticas científicas (BARBOSA, 2006; BASSANEZI, 2002; D’AMBRÓSIO, 1996; GILBERT, 2004; GRECA, SANTOS, 2005). Entretanto, ao mover os modelos para a prática pedagógica, há um processo de seleção sobre o que mover e o como. Não se trata apenas de um “tratamento pedagógico” para que os alunos possam acessar os conceitos científicos, mas de re-focalização em termos dos discursos já constituídos na prática pedagógica. É o que Bernstein (2000) chama de recontextualização pedagógica<sup>4</sup>. O autor utiliza o caso da Física para exemplificar:

---

<sup>4</sup> Marandino (2004) compara o conceito de recontextualização pedagógica com o de transposição didática. Segundo a autora, este último mostra-se limitado como instrumento teórico de análise, por manter a referência apenas no “saber sábio”. Para a autora, a idéia de recontextualização pedagógica mostra-se mais apropriada para capturar a especificidade da prática pedagógica.

“Há uma seleção em como a Física é relacionada com outros assuntos e em seu seqüenciamento e organização... mas estas seleções não são derivadas da lógica do discurso da Física ou suas várias atividades no campo de produção do discurso [o científico]” (p. 34)

Segundo o autor, a recontextualização é operada para atender a lógica das práticas pedagógicas. Este processo é operado por agentes posicionados no chamado *campo de recontextualização pedagógica*, tais como autores de livros didáticos, formadores de professores, divulgadores científicos, etc., ou seja, aqueles socialmente posicionados para conduzir a recontextualização. Entretanto, outra dimensão é levada a cabo pelos professores que, por sua vez, movem os conteúdos para a prática pedagógica.

Esta argumentação proposta por Bernstein (2000) reforça a posição de Gilbert (2004) sobre a necessidade de distinguir os modelos no campo da ciência e nas práticas pedagógicas. De fato, evidências têm apontado as diferenças entre a modelagem matemática conduzida pelos cientistas e profissionais e aquela que ocorre na arena escolar (BARBOSA, 2006; GAINSBURG, 2006). Se o uso de modelos matemáticos na educação científica é fruto do processo de recontextualização, é possível identificarmos um conjunto de princípios operando sua apropriação e re-focalização face aos princípios que já operam na prática pedagógica. A este conjunto de princípios que operam seletivamente, Bernstein (2000) chama de *discurso pedagógico*. Assim, na educação científica, podemos identificar diferentes discursos pedagógicos, como o da Física, da Química, da Biologia, enfim, de qualquer disciplina, os quais não se confundem com os discursos originais de seus campos científicos.

Portanto, a partir deste ponto, passarei a basear-me sobre o pressuposto de que os modelos matemáticos são posicionados na educação científica pelos discursos pedagógicos das disciplinas que se apropriam deles. Eles figuram nas práticas pedagógicas como fruto do processo de recontextualização e, como tal, são relacionados aos critérios de validade constituídos social e historicamente nas práticas pedagógicas. Este entendimento permite-nos analisar a posição dos modelos matemáticos em termos da dinâmica interna das práticas pedagógicas.

Tenho dito que a compreensão da modelagem matemática na educação matemática deve ocorrer em termos do contexto em que isto ocorre (BARBOSA, 2001; BARBOSA, 2006). Assim, estendo meu argumento, sublinhando a necessidade de compreendermos o papel dos modelos matemáticos na educação científica em termos da educação científica. A seguir, farei um exercício preliminar nesta direção, analisando três casos em que modelos matemáticos jogam diferentes papéis na educação científica. Apesar de não terem sido resultantes da observação de sala de aula, penso que o leitor poderá os reconhecer como modelos usados na prática pedagógica de ciências.

Utilizarei-os para ilustrar os argumentos que desenvolverei na sequência.

### 5. Um exemplo extraído do discurso pedagógico da Física

Consideremos o caso de um grupo de alunos trabalhando num experimento de sala de aula organizado para introduzir o princípio da inércia. O experimento consiste em fazer uma bola de boliche rolar através de uma plataforma (Figura 2). Este tipo de bola é ideal para este tipo de experimento, porque a fricção com a superfície é mínima. A plataforma possui posições adequadamente marcadas a cada, por exemplo, 2 metros. A tarefa dos alunos consiste em fazer a bola rolar na plataforma e coletar dados sobre o tempo para cada posição marcada. Eles podem repetir o experimento algumas vezes a fim de obter dados mais “precisos”.

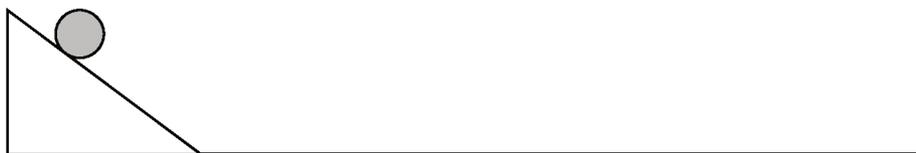


Figura 2. Esquema do experimento para estudo da Lei da Inércia.

Como resultado do experimento, os alunos podem preencher uma tabela na qual relaciona a posição da bola em função do tempo. Também podem representar os pares de números inscritos na tabela no plano cartesiano e ajustar uma reta para eles. Interpretando o gráfico (Figura 3), os alunos (e o professor) podem inferir que a velocidade foi constante, servindo como uma oportunidade para o professor formalizar o princípio da inércia, a saber, de que um objeto em movimento continuará em movimento a menos que uma força atue sobre ele.

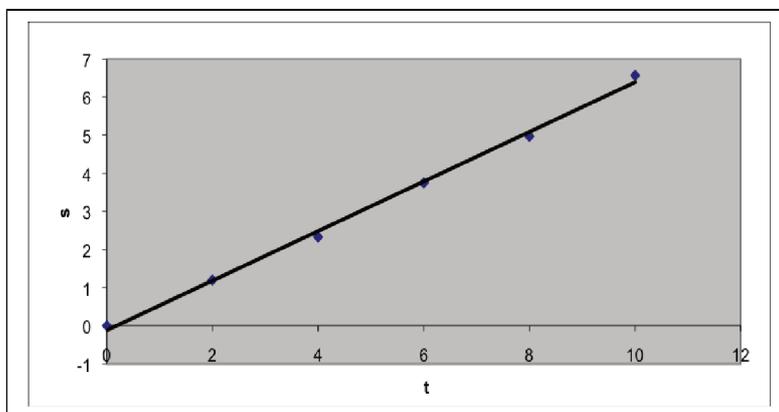


Figura 3. Gráfico da posição  $s$  da bola de boliche em função do tempo  $t$ .

Nesta tarefa escolar, os alunos são requeridos a produzirem um modelo matemático que relaciona a posição da bola de boliche em função do tempo à medida que ela rola pela plataforma. A produção deste modelo, nesta situação, claramente serve ao propósito de estudar um tópico da Física, o princípio da inércia. De fato, como Greca e Santos (2005) argumentam, a interpretação dos modelos matemáticos ocorre à luz da teoria Física. Neste sentido, podemos dizer que a modelagem matemática dos alunos é operada nas teias teóricas a que se refere o fenômeno em estudo. De acordo com Skovsmose (1994), modelagem matemática sempre ativa uma compreensão sobre o fenômeno em estudo. Segundo o autor:

Um modelo matemático é sempre baseado sobre uma interpretação específica da realidade. Outra possibilidade não existe. Não podemos entrar em contato com a realidade sem estruturá-la... Um modelo nunca pode ser um modelo da realidade (p. 103).

Quando os alunos modelam a relação entre posição e tempo no experimento acima descrito, eles os fazem através de um certo entendimento. Segundo Skovsmose (1994), trata-se de certos aspectos considerados relevantes e, de alguma forma, relacionados, formando uma espécie de sistema conceitual. Em se tratando de uma aula de Física, supõe-se que este sistema conceitual possua elementos dos conteúdos aos quais os alunos têm sido expostos.

Os sistemas conceituais referem-se àqueles frutos do processo de recontextualização. Assim, trabalhando no experimento descrito acima, os alunos provavelmente estão aptos a reconhecer que estão numa aula de Física e que há certos discursos considerados mais legítimos que outros naquele espaço social. Isto, entretanto, não significa o isolamento deste contexto social em relação a outros. Num estudo relatado por Carrejo e Marshall (2007), os autores mostram um caso de alunos modelando uma situação da Física, no qual eles manifestaram tensões entre conceitos padrão das ciências e a experiência dos alunos fora da escola. As práticas pedagógicas são operadas por mecanismos de controle sobre o que é legítimo falar e como falar, porém, como argumenta Bernstein (2000), de modo que há diferentes graus de controle sobre estas dimensões.

O próprio experimento acima descrito foi elaborado para manter um certo controle sobre o que os alunos poderiam falar. A própria tarefa é seqüenciada de modo que provavelmente os alunos concluam o esperado (ou planejado) pelo professor. Além do fato de os alunos reconhecerem que estão numa aula de Física, pode-se verificar alguns “cuidados” para conduzir os alunos para a conclusão esperada. Eles são requeridos a usarem procedimentos matemáticos legitimados e conhecimentos físicos já anteriormente estudados (como a conclusão de que a aceleração no experimento é zero). Também as partes da tarefa – introdução do professor, coleta de dados, representação matemática, interpretação, conclusão – estão organizadas para legitimar uma

certa conclusão. Assim, o próprio experimento já foi estruturado com base no discurso pedagógico da Física, de modo a garantir a aderência dos alunos a um certo discurso. Do contrário, os alunos poderiam não se convencer sobre a legitimidade de tal discurso.

Este caso sugere que o modelo matemático está servindo ao papel de oferecer argumentos para sustentar a introdução de um novo conceito. Como sugerido pelo conceito de ideologia da certeza, os argumentos matemáticos possuem alto *status* em diversas esferas da sociedade, particularmente na arena escolar (nas disciplinas de ciências naturais). Portanto, resultados matemáticos servem bem ao propósito de justificar a apresentação de novos conceitos aos alunos.

## 6. Um exemplo extraído do discurso pedagógico da Química

A discussão acima pode sugerir que a matemática é completamente aspirada pelo discurso pedagógico que está usando o modelo matemático. De fato, eu diria “pode”. Entretanto, nesta secção, vou desenvolver uma outra dimensão da problemática alinhavada neste artigo.

Consideremos o estudo do equilíbrio químico no ensino médio. Este conceito atesta que a proporção entre quantidades de reagentes e produtos se mantém constante numa reação química. De fato, parece-me um dos conceitos centrais no discurso pedagógico da química, haja vista um certo número de estudos sobre o assunto (ÖZMEN, 2007).

Num certo ponto, provavelmente o professor deve introduzir a definição de constante de equilíbrio para identificar o ponto de equilíbrio de uma reação química. Considerando uma reação genérica, onde  $a$ ,  $b$  e  $z$  são coeficientes estequiométricos,



uma fórmula é apresentada como a definição de constante de equilíbrio:

$$K_c = \frac{[Y]^y \cdot [Z]^z}{[A]^a \cdot [B]^b}.$$

Neste caso, um determinado conceito químico é apresentado em termos de relações matemáticas entre variáveis de uma dada reação química. Diferentemente do exemplo da secção anterior, o modelo matemático não está servindo ao propósito de subsidiar uma certa conclusão, mas ele mesmo é o conceito a ser exposto aos alunos, o qual é enunciado em termos matemáticos. Os alunos, portanto, são mais requisitados a dominarem um certo modelo matemático do que se envolverem no processo de modelagem matemática.

Os alunos são introduzidos a este modelo matemático como uma definição a qual deve ser aceita. Não estou certo se os professores largamente agendam as circunstâncias que permitem enunciar tal definição. Segundo Malcolm (2007, p. 115), “os professores sempre recorrem à matemática, especialmente algoritmos e fórmulas, em vez de desenvolver uma compreensão

qualitativa”. Neste caso, a ideologia da certeza está operando em sala de aula, à medida que baseia-se na crença de que as descrições matemáticas são inquestionáveis. Os alunos podem imaginar que os cientistas chegaram a tal conclusão por métodos científicos legítimos e, portanto, são confiáveis. Como Malcolm (2007) tem discutido, muitas vezes, leis científicas e teorias são mais abordadas como descobertas do que como produções humanas.

No exemplo acima, a recorrência ao discurso pedagógico da matemática parece mais eminente que no caso da seção anterior, à medida que uma definição, ela mesma, é estabelecida em termos matemáticos. Como resultado, há um maior controle sobre o que os alunos podem dizer e o como. Ao referir-se a este conceito, por certo, os alunos devem ser “cobrados” a usarem os termos matemáticos.

### **7. Um exemplo extraído do discurso pedagógico da Biologia**

Até o presente ponto, discuti dois exemplos extraídos respectivamente do discurso pedagógico da Física e da Química. No primeiro caso, mostrei o modelo matemático servindo como suporte para conclusões conceituais, enquanto no segundo, o modelo matemático era o próprio conceito. Agora, utilizarei um exemplo extraído do discurso pedagógico da Biologia para discutir outro papel que o modelo matemático pode desempenhar na educação científica.

Consideremos o estudo de dinâmica populacional. O assunto ganhou impulso no século XX com desenvolvimento de estudos ecológicos, dando contornos ao chamado campo da Biomatemática (BASSANEZI, 2002). Como consequência, muitos cursos de graduação passaram a agendar o estudo do assunto.

Um dos focos é o modelo de crescimento logístico. Ele é baseado no pressuposto de que uma certa população inicialmente possui um crescimento exponencial. Porém, fatores limitantes (como espaço, alimentação, etc.) forçam um decréscimo na taxa de crescimento, levando a população à estabilidade. O modelo logístico é descrito por meio de uma equação diferencial que representa o crescimento populacional  $X$  no decorrer do tempo  $t$ :

$$\frac{dX}{dt} = rX \left( 1 - \frac{X}{M} \right),$$

onde  $r$  é a constante de proporcionalidade e  $M$  é o valor limite da população.

Imaginemos, agora, alunos de um curso superior analisando dados do crescimento populacional de uma amostra de organismos num determinado período de tempo. Baseados no pressuposto de que os organismos não podem se reproduzir ilimitadamente, eles podem largamente adotar o modelo logístico para ajustar os dados. Então, várias conclusões sobre o comportamento da amostra de organismos podem ser extraídas a partir do conhecimento matemático sobre tal

equação diferencial. Ela mesma representa a taxa de variação populacional. Os alunos podem resolver a equação e achar a população para qualquer  $t$  que se queira saber.

Em outras palavras, os alunos podem extrair conclusões biológicas baseadas na teoria matemática. Neste caso, opera-se um deslocamento de discursos aceitos na matemática para o estudo de um fenômeno na Biologia. A efetivação deste processo ocorre porque argumentos matemáticos são considerados legítimos - pelo menos neste ramo da - na Biologia. O deslocamento se dá pela transformação, pois os alunos, por exemplo, devem selecionar as partes da matemática que são consideradas úteis, bem como gerar interpretações biológicas para elas.

Neste caso, parece-me claro que o papel da matemática vai além da “descrição”, mas opera na idealização do fenômeno à medida que oferece uma curva para ajustar e representar as características do fenômeno. Assim, o modelo matemático serve ao propósito de ordenar o “empírico”. Previsões, então, podem ser extraídas com recorrência aos estudos de matemática dos alunos. Propriedades que descrevem uma família de equações diferenciais geradas a partir da

equação  $\frac{dX}{dt} = rX \left(1 - \frac{X}{M}\right)$  são “emprestadas” para descrever propriedades do fenômeno biológico.

Este exemplo mostra que o discurso da matemática pode ter um papel muito mais ativo na educação científica, oferecendo estruturas para serem aplicadas na descrição e prescrição de fenômenos. Em certa medida, podemos dizer que matemática ajuda a “criar” certas compreensões científicas. Skovsmose (1994) diz que “matemática produz novas invenções na realidade, não somente no sentido de que novos *insights* podem mudar interpretações, mas também no sentido de que a matemática coloniza partes da realidade e a re-ordena” (p. 42). No exemplo citado acima, estas características podem ser identificadas quando os alunos ordenam os dados de acordo com a curva logística e extraem conclusões biológicas a partir do discurso da matemática. É o que Skovsmose chama de *poder formatador da matemática*.

Em resumo, o exemplo sugere que modelos matemáticos podem cumprir o papel de deslocar partes do discurso pedagógico da matemática para o ordenamento de fenômenos focalizados na educação científica. Este processo ocorre pela ordenação do fenômeno em estudo em termos de objetos matemáticos bem definidos na teoria matemática, mostrando a face mais ativa que a matemática pode ter no discurso pedagógico das ciências.

## 8. Os modelos matemáticos e seus papéis na educação científica

Os três exemplos discutidos acima ilustram diferentes papéis dos modelos matemáticos nos discursos pedagógicos da ciência, os quais servem de inspiração para gerar uma classificação. É

possível que a análise de outros modelos matemáticos em sala de aula revelem outros papéis, de modo que os três analisados aqui não esgotam as possibilidades. Porém, eles nos permitem iniciar o esboço de uma classificação.

No primeiro exemplo discutido, o experimento para introdução do princípio da inércia, vê-se que o modelo matemático é utilizado para sustentar a introdução de um conceito novo, oferecendo aos alunos uma justificativa. Neste caso, podemos identificar o *modelo matemático como justificativa*. No exemplo do equilíbrio químico, um modelo matemático é apresentado como a definição de constante de equilíbrio. Assim, o conceito que os alunos devem dominar é a própria relação matemática. Para situações como esta, podemos ver o *modelo matemático como definição*. E, por fim, cito o caso da curva logística, onde partes do discurso da matemática escolar foram deslocadas para enquadrar um fenômeno localizado na Biologia e extrair conclusões biológicas. Para este caso, podemos conceber o *modelo matemático como estruturante*.

Tais papéis são baseados em incursões no discurso pedagógico da matemática (já que estamos falando de práticas pedagógicas) em diferentes modos e graus de apropriação. Eles são baseados no fato de que os alunos também participam de aulas de matemática e, portanto, estão aptos a reconhecerem seus conceitos e procedimentos. Porém, muitas vezes, a “transferência” do campo da matemática para as aulas de ciências não é trivial. Pesquisas têm apontado que o domínio de conceitos matemáticos constitui-se num dos obstáculos para os alunos modelar situações nas aulas de ciências (HUNG, 2006). Entretanto, parece que os alunos aprendem bem a lição de que a matemática descreve os fenômenos das ciências de uma forma superior, ainda que enfrentem dificuldades em usá-la (BORBA, SKOVSMOSE, 1997).

De fato, se seguirmos a teorização de Bernstein (2000), diferentes discursos pedagógicos são operados por diferentes critérios, de modo que para manter suas fronteiras, eles necessitam isolar-se de outros. Portanto, se os alunos recorrem aos conhecimentos da matemática para abordar uma situação de Biologia, não se trata de uma passagem tranqüila, mas abrupta. Exatamente por isto, se os alunos utilizam seus conhecimentos sobre a curva logística para modelar o crescimento populacional de uma amostra de organismos, eles têm que se apropriar de tais conhecimentos em termos do discurso pedagógico da Biologia.

Análogo ao conceito de recontextualização pedagógica proposta por Bernstein (2000), podemos falar em recontextualização do discurso pedagógico da matemática para o de alguma disciplina. Este processo encerra apropriação, re-locação e re-posicionamento. Então, seja qual for a função do modelo matemático na educação científica – como justificativa, definição ou estruturante –, trata-se de diferentes formas de recontextualizar o discurso da matemática para o discurso pedagógico da ciência.

Como sugeri anteriormente, este processo parece ser inevitável, porque os discursos pedagógicos da ciência são seqüenciados e organizados numa forma coerente e sistematicamente estruturados para agendarem certos princípios pedagógicos. É um tipo de discurso conceituado por Bernstein (2000) como vertical. Segundo o autor, a integração de novos textos a um discurso vertical se dá em consonância com a estrutura de significados já constituída.

Permita-me, neste ponto, re-interpretar o ciclo proposto por Edwards e Hamson (1990) que discuti na seção 3 (Figura 4). Irei defini-lo em termos de dois discursos pedagógicos, o de alguma ciência e o da matemática. Assim, o uso de modelos matemáticos na educação científica representa uma incursão na matemática devotada a recontextualizar partes dela através do uso de modelos matemáticos, os quais podem desempenhar diferentes papéis.

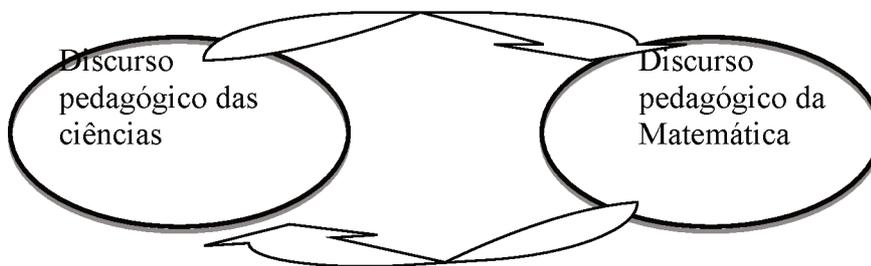


Figura 4. Esquema indicando os modelos matemáticos nas educação científica em termos do deslocamento de discursos.

Assim, podemos dizer que os modelos matemáticos são partes do conteúdo que se quer “transmitir” nas práticas pedagógicas. Os alunos são expostos a um tipo de discurso do qual a matemática é parte constitutiva. Além disto, tal discurso ensina que a matemática oferece bases sólidas para o estabelecimento do conhecimento científico.

Como indica Malcolm (2007), na educação científica, há uma tendência a se considerar os procedimentos matemáticos como inquestionáveis. Podemos dizer que a legitimidade de enunciações e argumentações matemáticas fazem parte das regras que operam na sala de aula de ciências, de um modo que isto não está aberto para o debate em tal contexto. Assim, os papéis que os modelos matemáticos desempenham na educação científica podem acabar reforçando o argumento de que os modelos matemáticos são espécies de retratos aproximados da realidade. Como conseqüência, o que precisa ser colocado em discussão é como os modelos matemáticos são abordados na educação científica.

## 9. Implicações para a educação científica

Parece ser lugar comum que os alunos, como parte de sua educação científica, precisam construir e

usar modelos matemáticos. Tal argumentação é amplamente sustentada pela crescente presença da matemática na sociedade e, em particular, nas ciências. Como disse no início do artigo, este reconhecimento inspira o argumento de que as práticas pedagógicas precisam agendar o assunto.

Neste artigo, identifiquei que os modelos matemáticos podem ter diferentes papéis na educação científica. Dependendo da abordagem realizada, os alunos podem, de fato, construir e manejar modelos matemáticos. O que argumentei foi que, muitas vezes, a educação científica empreendida nas salas de aula considera a matemática apenas como “instrumento” ou “uma espécie de linguagem” para o estudo dos fenômenos científicos. Porém, a abordagem dos modelos matemáticos é regida por certos princípios que os posicionam numa certa prática pedagógica. O discurso pedagógico age seletivamente, posicionando os modelos matemáticos para servir a certos propósitos, tais como o de justificar proposições, estabelecer conceitos e usar a matemática para ordenar os fenômenos. Desde ponto de vista, torna-se difícil situar os modelos matemáticos restritivamente como “instrumentos”, pois eles se tornam parte do discurso pedagógico das ciências.

Por conseguinte, a educação científica deve abordar os modelos matemáticos de uma maneira mais problemática, expondo seus viesamentos. Não se trata apenas de mostrar aos alunos o papel da matemática nos constructos científicos, mas também o de fazer a crítica sobre tal processo. Como sugere Bernstein (2000), não é suficiente que os alunos participem de um *discurso*, mas *discutam tal discurso*. Desde ponto de vista, a crítica sobre os usos de modelos matemáticos e a própria modelagem matemática na educação científica deve ser parte do discurso pedagógico das ciências.

Uma primeira consequência é que os modelos matemáticos não podem ser apresentados como entidades em si, como, por exemplo, largamente é feito para algumas definições e leis. É necessário que os alunos tenham a oportunidade discutir (e experimentar, quando for o caso) as circunstâncias que conduziram o pensamento humano para tal representação matemática.

Mesmo quando os alunos estão modelando dados “empíricos”, é preciso criar condições na organização pedagógica para que eles discutam os pressupostos usados na organização da coleta e da interpretação dos dados. Em outras palavras, trata-se da explicitação dos sistemas conceituais agindo em tal cenário e dos princípios pedagógicos que estão operando no contexto. Assim, os alunos podem discutir como os resultados matemáticos são gerados e capturados pelas teias conceituais que fazem parte das práticas pedagógicas nas quais estão inseridos. Ou ainda, como diferentes sistemas conceituais podem gerar diferentes resultados matemáticos (BARBOSA, 2006). Por fim, os alunos podem discutir como estruturas matemáticas são utilizadas para ordenar e enquadrar fenômenos científicos, o que Skovsmose (2001) chamou de poder formatador da

matemática. A discussão pode, inclusive, agendar como diferentes estruturas matemáticas geram diferentes resultados.

Esquemáticamente falando, podemos relacionar o tipo de papel que o modelo matemático pode ter na educação científica e o foco da discussão (ver Tabela 1).

Modelo como...	Foco da discussão
justificação	sistema conceitual
definição	suas circunstâncias
estruturante	poder formatador da matemática

Tabela 1. Relação entre modelo matemática e o tipo de discussão requerida.

A tabela acima não restringe o foco da discussão necessária em função do papel que o modelo matemático está desempenhando na prática pedagógica, mas apenas sugere uma ênfase. De fato, de um ponto de vista empírico, podemos pressupor que os limites entre os diferentes papéis são tênues e, portanto, os focos da discussão.

O próximo passo, nesta agenda de pesquisa, é levantar dados empíricos para ajudar na elaboração de descrições mais densas sobre o papel dos modelos matemáticos na educação científica, bem como os tipos de discussões que potencialmente agendem os modelos matemáticos para além da idéia de “retrato da realidade”. De fato, desenha-se uma longa agenda de pesquisa, que pode estreitar os laços entre estudos sobre modelos nos chamados campos de Educação Matemática e de Ensino de Ciências.

### **Agradecimentos**

Agradeço à CAPES pela concessão de bolsa de pós-doutoramento para realização de um programa de estudos, em 2008, na *London South Bank University*, o qual, entre seus produtos, resultou o presente artigo.

Embora não sejam responsáveis pelas posições aqui adotadas, agradeço a José Luís de Paula Barros Silva (UFBA) e Olival Freire Jr. (UFBA), bem como os pareceristas *ad hoc*, por seus comentários críticos à versão prévia deste artigo.

## Referências

- ARAÚJO, J. L. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na educação matemática. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p. 17-32.
- BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Campinas: Contexto, 2002.
- BERNSTEIN, B. *Pedagogy, symbolic control and identity: theory, research, critique*. Lanham: Rowman & Littlefield, 2000. 229 p.
- BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. *For the learning of mathematics*, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.
- CARREJO, D. J.; MARSHALL, J. What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers' use of experiments to connect mathematics to the study of motion. *Mathematics Education Research Journal*, v. 19, n. 1, p. 45-76, 2007.
- CUNHA, A. G. da. *Dicionário Etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa*. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1989. 839 p.
- D'AMBRÓSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papyrus, 1996, 121p.
- EDWARDS, D.; HAMSON, M. *Guide to mathematical modelling*. Boca Raton: CRC Press, 1990.
- ERDURAN, S. Philosophy of Chemistry: an emerging field with implications for chemistry education. *Science & Education*, v. 10, n. 6, p. 581-593, 2001.
- GAINSBURG, J. The mathematical modelling of structural engineers. *Mathematical thinking and learning*, v. 8, n. 1, p. 3-36, p. 2006.
- GILBERT, J. K. Models and modelling: routes to more authentic science education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 115-130, 2004.
- GILBERT, J. K.; BOULTER, C. J.; ELMDER, R. Positioning models in science education and in design and technology education: In; GILBERT, J. K.; BOULTER, C. J. (Eds.) *Developing models in science education*. Dordrech: Kluwer, 2000. p. 3-17.
- GRECA, I. M.; SANTOS, F. M. T. Dificuldades da generalização das estratégias de modelação em ciências: o caso da Física e da Química. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 10, n. 1, 2005. Online.
- HUNG, H. Listening to the language of constructing science knowledge. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 3, n. 3, p. 391-415, 2005.
- JABLONKA, E.; GELLERT, U. Mathematisation – demathematisation. In: GELLERT, U.;

JABLONKA, E. (Ed.) *Mathematisation and demathematisation: social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense Publishers, 2007. p. 1-18.

MALCOLM, C. Dividing the kingdom. In: GELLERT, U.; JABLONKA, E. (Ed.) *Mathematisation and demathematisation: social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense Publishers, 2007. p. 107-122.

MARANDINO, M. Transposição or recontextualisation? On the production of knowledge in education in science museums. *Revista Brasileira de Educação*, n. 26, p. 95-108, 2004.

MATTEWS, M. R.; GAULD, C.; STINNER, A. The pendulum: its place in science, culture and pedagogy. In: MATTEWS, M. R.; GAULD, C. F.; STINNER, A. (Ed.) *The pendulum: scientific, historical, philosophical & educational perspectives*. New York: Springer, 2005. p. 1-17.

ÖZMEN, H. Determination of students' alternative conceptions about chemical equilibrium: a review of research and the case of Turkey. *Chemistry Education Research and Practice*, v. 9, n. 3, p. 225-233, 2008.

ROQUE, N. F.; SILVA, J. L. P. B. A linguagem química e o ensino da química orgânica. *Química Nova*, v. 31, n. 4, p. 921-923, 2008.

SKOVSMOSE, O. *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1994. 246 p.

\_\_\_\_\_. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001. 159 p.

WATSON, A.; WINBOURNE, P. (Ed.) *New directions for situated cognition in mathematics education*. New York: Springer, 2008. 360p.

WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998. 318p.

**Jonei Cerqueira Barbosa** é doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Atualmente, é professor do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Docente no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS. Coordenador do Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática (NUPEMM), certificado pela UEFS junto ao CNPq desde 2005. Coordenador do Grupo de Trabalho de Modelagem Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Gestão 2006-2009). Membro do Comitê Executivo do *International Group Study Group for Mathematical Modelling and Applications*.