UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

REVISTA
Actualidades Investigativas en Educación

http://revista.inie.ucr.ac.cr/
ISSN 1409-4703

INIE
Instituto de Investigación en Educación

# ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL PERFECCIONAMIENTO DEL PROCESO DE FORMACIÓN INTERPRETATIVA EN LA MATEMÁTICA SUPERIOR

TEACHING STRATEGY FOR THE IMPROVEMENT OF THE INTERPRETATIVE FORMATION PROCESS IN SUPERIOR MATHEMATICS

**Volumen 15, Número 2**
Mayo - Agosto
pp. 1-41

Este número se publicó el 1° de mayo de 2015
**DOI: http://dx.doi.org/10.15517/aie.v15i2.18954**

Eurico Wongo Gungula
Raquel Dieguez Batista
Eglys Pérez Ugartemendía

*Revista indizada en* **REDALYC**, **SCIELO**

*Revista distribuida en las bases de datos:*

**CATÁLOGO DE LATINDEX, IRESIE, CLASE, DIALNET, DOAJ, E-REVIST@S, SHERPA/ROMEO, QUALIS, MIAR**

*Revista registrada en los directorios:*

**ULRICH'S, REDIE, RINACE, OEI, MAESTROTECA, PREAL, CLACSO**

# ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL PERFECCIONAMIENTO DEL PROCESO DE FORMACIÓN INTERPRETATIVA EN LA MATEMÁTICA SUPERIOR

TEACHING STRATEGY FOR THE IMPROVEMENT OF THE INTERPRETATIVE FORMATION PROCESS IN SUPERIOR MATHEMATICS

*Eurico Wongo Gungula*[1]
*Raquel Dieguez Batista*[2]
*Eglys Pérez Ugartemendía*[3]

***Resumen**: El presente artículo es síntesis del aporte práctico de una tesis doctoral desarrollada en la dinámica del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, realizada en la Universidad de Oriente, Cuba, desde Septiembre de 2010 hasta Junio de 2014. Para su implementación en la práctica educativa se diseñó una serie de acciones conducentes al desarrollo del pensamiento interpretativo de los estudiantes universitarios, pautadas esencialmente en la socialización de procedimientos de resolución de problemas matemáticos y de interpretación de los resultados en correspondencia con las necesidades de aplicación en la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión. El enfoque metodológico seguido en su desarrollo y ejemplificación práctica es fundamentalmente cualitativo, pautado en la investigación-acción, como un tipo de investigación social basada en la observación de fenómenos asociados a la acción y la resolución de problemas concretos, donde la participación activa y comprometida del investigador y demás implicados en el proceso, juegan un rol fundamental en su transformación. Su objetivo es contribuir al perfeccionamiento del proceso de formación matemática en la educación superior angolana, dadas las insuficiencias que se aprecian en este contexto, que obligan a contratar sistemáticamente profesores formados en universidades extranjeras para garantizar la continuidad del proceso formativo, principalmente en los últimos años de las carreras de Licenciatura en Matemática. Los resultados obtenidos evidencian el rol de la contextualización de los contenidos, ejercicios, problemas y su interpretación lógica, como herramienta indispensable para el perfeccionamiento de la formación profesional de los futuros profesores de Matemática.*

***Palabras clave**: FORMACIÓN INTERPRETATIVA, FORMACIÓN MATEMÁTICA, CONTEXTUALIZACIÓN, APLICACIÓN PRÁCTICA, FORMACIÓN DE PROFESORES, ANGOLA.*

***Abstract**: This article is a synthesis of the practical contribution to a doctoral thesis developed in the interpretive formation process in Superior Mathematics, held at the University of Oriente, Cuba, from September 2010 to June 2014. For its implementation in the educational practice, a series of actions leading to the improvement of interpretive thinking of the university students were designed essentially patterned in the socialization processes of mathematical problem solving and interpretation of results corresponding to application needs in the solution of concrete problems of life and profession. The methodological approach followed in its development and practical exemplification is primarily qualitative, scheduled in action research as a type of social research based on observation of phenomena associated with the action and resolution of specific problems, where the active and committed participation of the researcher and others subjects involved in the process, play a fundamental role in its transformation. Its aim is to improve the mathematical formation process in Angolan higher education, given the shortcomings that can be seen in this context, obliging systematically to hire teachers trained in foreign universities to ensure the continuity of the formative process, especially in the last years of a mathematics degree. The obtained results show the role of content contextualization, exercises, problems and its logical interpretation, as an indispensable tool to improve the professional formation of the future mathematics teachers.*

***Key words**: INTERPRETIVE FORMATION, MATHEMATICAL FORMATION, CONTEXTUALIZATION, PRACTICAL APPLICATION, TEACHER FORMATION, ANGOLA.*

[1] *Investigador Académico, Universidad Agostinho Neto, Angola. Dirección electrónica: euricowongowongo@gmail.com*

[2] *Profesora Titular, Universidad de Ciego de Ávila, Cuba.*

[3] *Profesora Auxiliar, Universidad de Ciego de Ávila, Cuba.*

***Artículo recibido**: 24 de julio, 2014*
***Enviado a corrección**: 18 de febrero, 2015*
***Aprobado**: 20 de abril, 2015*

## 1. Introducción

Durante muchos años ha constituido una preocupación de los estudiantes que se forman en los Institutos Superiores de Ciencias de la Educación en Angola (ISCED-Angola), para desempeñarse como profesores de Matemática en los niveles de enseñanza media y superior, los bajos niveles de contextualización que se logran en los problemas matemáticos abordados en clases y de interpretación de los resultados en correspondencia con las necesidades de aplicación práctica en la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión.

Estas insuficiencias se repercuten en su desempeño profesional, fundamentalmente a la hora de revelar lógicamente la transcendencia y las aplicaciones de la Matemática en los procesos de desarrollo socioeconómico de las distintas regiones del país; en el fortalecimiento de las demás áreas del saber, así como la significación práctica de los resultados emergentes de la resolución de los problemas matemáticos planteados.

Producto de la sistematización teórica y metodológica realizada por los autores en los últimos cinco años, relacionada con la problemática expuesta en los párrafos anteriores, se diseñó una estrategia didáctica para el perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, la cual ha sido implementada inicialmente en la carrera de Licenciatura en Matemática del Instituto Superior de Ciencias de la Educación de Huambo, Angola, (ISCED-Huambo-Angola) y aporta resultados significativos en cuanto a la solución de las insuficiencias reveladas, así como para el desarrollo del pensamiento interpretativo de los estudiantes universitarios.

## 2. Referentes teóricos

La problemática en la contextualización e interpretación lógica de los contenidos matemáticos y su aplicación en la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión, constituyen en la actualidad, temáticas de elevada reflexión y debates científico-metodológicos en Angola.

En los Institutos Superiores de Ciencias de la Educación (ISCED), donde se estudia la carrera de Licenciatura en Matemática en Angola, se observa actualmente un bajo nivel de contextualización en los problemas abordados en clases. Sin embargo, son los encargados del fortalecimiento del proceso de formación matemática en las demás carreras pre-universitarias y universitarias del país, ya sean pedagógicas, económicas, jurídicas o técnicas.

Estas insuficiencias, unidas al acelerado desarrollo científico y tecnológico que ocurre actualmente en el mundo, las exigencias formativas que caracterizan la preparación de los estudiantes que ingresan a la educación superior contemporánea, fundamentan la necesidad de elevar los niveles de contextualización de los contenidos en correspondencia con las necesidades de aplicación práctica, de enfrentar nuevos retos, de resolver e interpretar los múltiples problemas a los que tendrán que buscar soluciones para la satisfacción de sus necesidades, así como para impulsar el desarrollo de sus entornos sociales.

Lo anterior implica tener en cuenta el nivel de desarrollo del pensamiento lógico e interpretativo de cada uno de los estudiantes ante la necesidad de solucionar situaciones concretas de la vida o de la profesión; los conocimientos precedentes que sirven de base para la apropiación de nuevos contenidos; la orientación que brinda el profesor para mejorar los procedimientos de interpretación, así como el grado de significatividad que puede tener para los estudiantes, la contextualización de los problemas y resultados en su formación profesional, al aplicar procedimientos lógicos y coherentes. (Gungula, Torrecilla y Puig, 2013).

Teniendo en cuenta la multiplicidad de formas de comprensión y de análisis, se precisa que la Matemática Superior a la que se hace alusión en este artículo, está enfocada a la que se enseña en la educación superior. En este sentido, la formulación y resolución de problemas contextualizados debe constituirse en objetivo especifico, por el grado de significatividad que puede tener para los estudiantes y profesores, la adecuada comprensión de este aspecto; la argumentación lógica de la relación existente entre la teoría, la práctica y el desarrollo social, como alternativa que posibilita visualizar cada vez más la transcendencia de la Matemática en la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión.

Autores como Montenegro (2004), Mora (2005), Fariñas (2006), Da Ponte (2007), Ballester (2009), Quitembo (2010), Gungula y Faustino (2013) entre otros, han realizado significativos aportes encaminados al perfeccionamiento del proceso de formación matemática en la educación superior. De modo general, coinciden en la necesidad del fortalecimiento del proceso de formación matemática mediante el empleo de métodos activos de enseñanza, así como el desarrollo de habilidades lógicas del pensamiento a través de la resolución de problemas.

No obstante, las exigencias formativas y sociales impuestas por el acelerado desarrollo científico y tecnológico evidentes a principios del siglo XXI, revelan inconsistencias en la concepción del perfeccionamiento del proceso de formación matemática con excesiva énfasis en la resolución de problemas matemáticos. Es imprescindible además, encaminar este proceso desde una dinámica que sistemáticamente haga énfasis en la contextualización de los contenidos; en la interpretación de los problemas, así como en la aplicación práctica de los resultados en la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión.

Esta necesidad, se sustenta en las limitaciones analíticas e interpretativas que presentan los estudiantes de la carrera de Licenciatura en Matemática del ISCED-Huambo-Angola, a la hora de revelar la significación práctica de los resultados en un contexto concreto, así como argumentarlos con recurso a los conocimientos y métodos acumulados en la literatura especializada.

Consecuentemente con la necesidad revelada anteriormente, se destaca además, la insuficiente utilización de Asistentes Matemáticos (Programas) para graficar imágenes, resolver problemas complejos, comprobar los resultados, interpretarlos, entre otras aplicaciones. Esta situación, limita la apropiación de los contenidos, así como la visibilidad de los avances de la ciencia y la tecnología moderna en el campo matemático.

Al respecto (Gungula et al. 2013), revela que para cambiar este cuadro, Angola necesita aumentar el número de profesores de Matemática con grados de maestrías y doctorados, para beneficiarse de los avances científicos y tecnológicos en el perfeccionamiento del proceso de formación matemática, así como motivar a una mayor proporción de sus jóvenes hacia el estudio de las carreras de Matemática, ya que en la actualidad, se observa claramente un insignificante número de estudiantes matriculados en dichas carreras, en correspondencia con las necesidades que enfrenta el país, aspecto que obliga al Ministerio de Educación Superior a recorrer sistemáticamente a la contratación de profesores de Matemática formados en universidades extranjeras tales como: Portuguesas, Brasileñas, Vietnamitas, Cubanas, entre otras, para garantizar la continuidad del proceso formativo, fundamentalmente en los últimos años de las carreras de Licenciatura en Matemática.

En este sentido, entre los diferentes investigadores que han presentado modelos que contribuyen al perfeccionamiento del proceso de resolución de problemas matemáticos, en particular, y al proceso de formación matemática, en general, se destacan los siguientes:

- Polya (1945), aporta un modelo que consta de cuatro etapas: comprender el problema; concebir el plan de solución; ejecutar el plan de solución y examinar la solución obtenida.

- Schoenfeld (1985), aporta uno de los modelos más completos, sobre todo en estrategias heurísticas. El mismo consta también de cuatro etapas: análisis, exploración, ejecución y comprobación.
- Fridman (1993), aporta un modelo que comprende: análisis del problema; escritura esquemática del problema; búsqueda del plan de solución; ejecución del plan de solución; investigación del plan de solución; investigación del problema; formulación de la respuesta al problema y análisis final de la solución del problema.
- De Guzmán (2007), aporta un modelo que comprende: la familiarización con el problema; búsqueda de estrategias; llevar adelante la estrategia; revisar el proceso y sus consecuencias.

El análisis realizado en las actividades y acciones principales que se describen para cada una de las etapas propuestas en los modelos de los autores referenciados, permite inferir que el proceso interpretativo se analiza de forma fragmentada, y no como un proceso que atraviesa como eje integrador todas las fases del proceso de resolución de problemas matemáticos. Además, se visualiza que este proceso se ha estudiado como una habilidad lógica y básica de la Matemática y no como un proceso formativo, complejo y dialéctico dentro del proceso de formación matemática, lo que ha limitado su concepción holística, fundamental para lograr la contextualización de la Matemática en toda la realidad objetiva.

Teniendo como base estas inconsistencias, así como la excesiva necesidad de estrategias que contribuyan al perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa del contenido matemático en el contexto angolano fundamentalmente, se diseñó la presente estrategia didáctica (Anexo 1).

Para su estructuración se parte de las aportaciones realizadas por De Armas, Lorences y Perdomo (2003), Montenegro (2004), Hernández (2006), De Guzmán (2007), Fuentes (2009) y Rodríguez (2013) desde una mirada holística y dialéctica donde en términos operativos, los subprocesos planteados como estadios sucesivos en que transita la interpretación lógica del contenido matemático, son consecuentes con los eslabones o momentos revelados en la modelación teórica (Gungula, 2014, pp. 42-57).

En esta propuesta, se asume el concepto de estrategia didáctica, sustentado por las autoras Rodríguez y Rodríguez que la definen como:

> La proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo que permite la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje de una asignatura, tomando

como base los métodos y procedimientos para el logro de los objetivos determinados en un tiempo concreto. (s.f., p. 25)

## 3. Metodología

La necesidad de la estrategia se revela desde el diagnóstico realizado en la carrera de Licenciatura en Matemática del ISCED-Huambo-Angola, durante el curso 2012, donde se identificaron en los estudiantes, acentuadas limitaciones analíticas e interpretativas en los ejercicios y problemas matemáticos tratados en clases, así como la necesidad de apropiación de la lógica de interpretación de los resultados a través de acciones que contribuyan a perfeccionar y a dinamizar este proceso.

En su concepción, se tuvo en cuenta la flexibilidad a cambios que permitan elevar los niveles de perfeccionamiento del proceso de formación matemática en la educación superior, aspecto que permite ajustarla sistemáticamente a las tendencias didácticas, metodológicas y tecnológicas que ocurren constantemente en el mundo y le confiere la confiabilidad necesaria para su instrumentación en la práctica educativa.

Lo anterior es expresión de su concepción como un sistema flexible a cambios sistemáticos, pues, está abierta a innovaciones didácticas, metodológicas y tecnológicas que permitan incrementar las potencialidades del cumplimiento total de los objetivos trazados en su instrumentación, que desde su **recursividad**, va precisando la relación entre los subsistemas y sus correspondientes componentes.

Por su carácter dinámico, la estrategia está sujeta a la **autopoiésis**, es decir, su estructuración prevé posibles cambios dentro de sus subprocesos, la retroalimentación de sus acciones, el surgimiento de aspectos inesperados, relacionados fundamentalmente por cambios en la información dentro de ella, y su reajuste, lo cual presupone el análisis crítico, reflexivo y contextual, para que se logren las transformaciones deseadas en los estudiantes, ya sea por el profesor, o por otros actores implicados en su socialización e implementación.

La presente estrategia también está sujeta a la **entropía**, la cual puede evidenciarse en: resistencia al cambio didáctico y metodológico en su instrumentación. Limitado dominio de los recursos tecnológicos necesarios para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la educación superior.

Como **homeostasis** se puede prever: el establecimiento de un sistema de acciones didácticas y metodológicas que respondan a la dinámica del proceso de formación interpretativa, así como la orientación procedimental para la instrumentación de la estrategia en la práctica educativa.

La **sinergia** de la estrategia emerge dada la pertinencia formativa de su aplicabilidad en el proceso de formación matemática en la educación superior. Expresa a su vez, un **carácter problematizador**, que desde el reconocimiento del carácter contradictorio de cualquier proceso social, se significa mediante las exigencias y condiciones objetivas del contexto formativo donde se extienda su implementación, lo cual requiere el respeto por las diferencias individuales y contextuales, dinamismo, flexibilidad e intercambio sistemático entre los sujetos implicados.

El **carácter interactivo** necesario en este proceso, responde a la necesidad de materializar las **premisas** y **requisitos** para su puesta en práctica, para potenciar la interacción dialógica entre todos los implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

El establecimiento de premisas y requisitos tiene como objetivo: determinar las condiciones tanto favorables como desfavorables que condicionan la concepción y puesta en práctica de la presente estrategia (**premisas**), así como aquellas que deben ser impuestas para que pueda desarrollarse exitosamente (**requisitos**).

Consecuentemente con los aspectos anteriores, así como la regularidad específica de la dinámica modelada, (Gungula 2014, p. 59), las **premisas** serán aquellas condiciones previas y externas al proceso, con existencia independiente a una voluntad determinada. En este sentido, deberán precisarse las siguientes:

- La concientización de los estudiantes y profesores ante la necesidad del perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.
- La estructuración de los contenidos, procedimientos de resolución de ejercicios y problemas matemáticos que potencien el desarrollo del pensamiento lógico e interpretativo de los estudiantes.
- La motivación de los estudiantes y visión estratégica de los profesores ante la necesidad de contextualización de los ejercicios, problemas y resultados, para que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática sea cada vez más significativo.
- La necesidad de un claustro de profesores altamente críticos y reflexivos, con capacidad plena para comprender la influencia de los avances de la tecnología moderna en la transformación cualitativa del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Los **requisitos** serán aquellas condiciones necesarias e impuestas dentro del proceso como parte de la estrategia y que su comprensión, permita el desarrollo pleno de esta. Estos deben ser consecuentes con las premisas y no pueden estar por encima de las condiciones dadas por ellas, en tanto que no serían elementos dinamizadores del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, al no ser asimilados por los estudiantes y profesores como actores directos del mismo.

En este caso, se precisan tres **requisitos** básicos tales como:

- La interpretación de los problemas matemáticos y sus soluciones, debe estar favorecida por la riqueza de los conocimientos previos que poseen los estudiantes y las experiencias del profesor como orientador del proceso.
- El proceso de interpretación de ejercicios, problemas matemáticos y sus soluciones no puede ser una labor mecánica, ni premeditada, sino lógica, consciente de los resultados y del impacto que puede tener en la transformación de la sociedad.
- La conducción del proceso de formación interpretativa, en el ámbito matemático, debe estar pautado por la problematización, la contextualización, la interacción dialógica, así como por el elevado grado de responsabilidad en la atribución de nuevos sentidos y significados.

Por otra parte, es importante precisar los **factores contextuales** que condicionan el desarrollo del proceso, y por supuesto, aquellas cualidades que explican y singularizan una lógica en el movimiento del objeto. Estos estarán en correspondencia con el propio accionar de los profesores. Abarcarán las potencialidades y limitaciones que poseen los estudiantes en cuanto a la comprensión de la realidad matemática nacional; la identificación y resolución de problemas a partir de sus experiencias y conocimientos previos; la explicación de la transcendencia de la Matemática en el fortalecimiento de las demás carreras, en el desarrollo socioeconómico del país, así como en el desarrollo de nuevas habilidades lógicas de pensamiento.

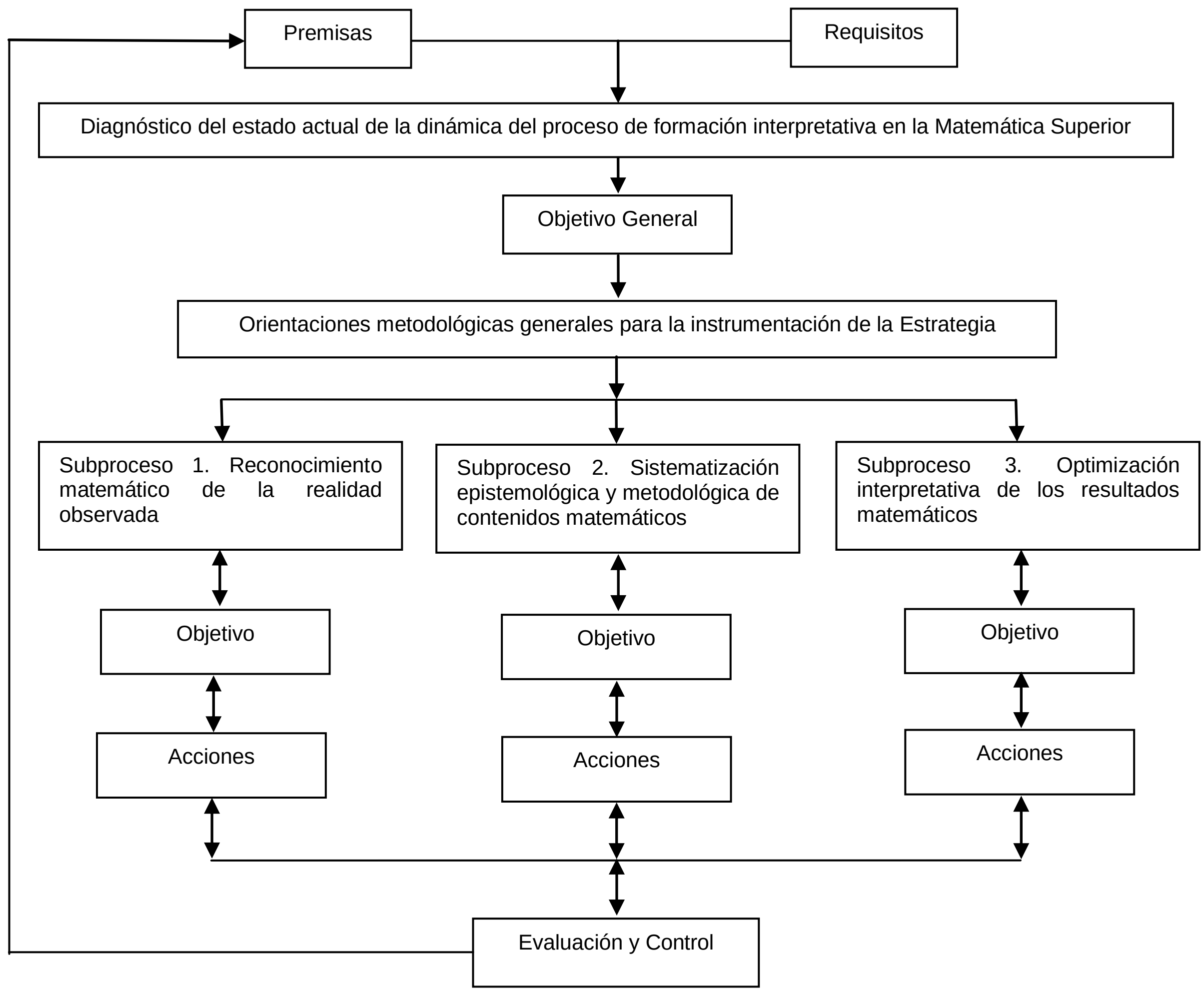
Al respecto Gungula (2014, p. 15) concibe la **realidad matemática**, como: "aquellas situaciones problémicas, que se presentan en un contexto determinado, que requieren de la aplicación de contenidos matemáticos, desde su percepción, modelación, solución, hasta su interpretación, para la transformación de la realidad social".

Consecuentemente con lo expuesto anteriormente, se precisan tres **elementos claves** para el desarrollo exitoso de la presente estrategia:

- Elevar los niveles de participación de todos los implicados en el proceso de formación matemática, ya sean estudiantes, profesores, investigadores, u otros sujetos.
- Ampliar los espacios de intercambios didácticos y metodológicos entre profesores e investigadores en educación matemática.
- Incentivar iniciativas individuales o grupales que revelen el rol de la contextualización de los contenidos matemáticos, ejercicios, problemas y su interpretación lógica en el desarrollo profesional de los estudiantes, así como el adecuado manejo de sistemas computarizados.

Después de establecer las condiciones requeridas para la instrumentación de la estrategia en la práctica educativa, se procede a su estructuración y desarrollo (Gráfico 1), en correspondencia con los referentes asumidos.

**Gráfico 1**
**Estrategia didáctica para el perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

## 4. Resultados y su análisis

Buscando evidencias que confirmen la transcendencia de la temática abordada como resultado de una investigación de naturaleza cualitativa, pautada en la investigación-acción como un tipo de investigación social basada en la observación de fenómenos asociados a la acción y resolución de problemas concretos, (Thiollent 1996), se utilizó el Criterio de Expertos para valorar la pertinencia científica y metodológica de la estrategia didáctica diseñada.

Se seleccionaron de forma intencional $35$ posibles expertos, que tuvieran relación directa con la docencia universitaria, proyectos investigativos con la formación matemática de los estudiantes en ramas de las ciencias pedagógicas, de las ciencias económicas e ingenierías que se imparten en las siguientes instituciones: Instituto Superior de Ciencias de la Educación de Huambo, Angola; Universidad Católica de Angola, Luanda; Universidad "Jean Piaget" de Benguela, Angola; Universidad "Máximo Gómez Báez" de Ciego de Ávila, Cuba; Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba.

Para determinar el coeficiente de competencia de cada posible experto, se utilizó la metodología propuesta por el Comité Estatal para la Ciencia y la Técnica de la antigua URSS. En esta, la competencia de cada posible experto $(K)$ se calcula empleando la siguiente fórmula: $K = \frac{Kc + Ka}{2}$, donde $(Kc)$ es el coeficiente de conocimiento y $(Ka)$ el coeficiente de argumentación.

Consecuentemente con dicha metodología, se seleccionaron $30$ de los posibles expertos que obtuvieron coeficiente de competencia alta y media.

Para corroborar los resultados y determinar si las transformaciones producidas en la dinámica del proceso de formación interpretativa en la carrera de Licenciatura en Matemática del ISCED-Huambo-Angola, tienen significación estadística con la implementación de la presente estrategia, se realizó la prueba de hipótesis no paramétrica de Wilcoxon para dos muestras relacionadas (antes y después de su aplicación), prefijándose como nivel de significación $\alpha = 0{,}05$.

Como resultado de la prueba realizada mediante el empleo del software IBM SPSS Statistics $20$, se aprecian diferencias significativas en cuanto a los aspectos encuestados, es decir: el enfoque que utiliza el profesor para abordar los contenidos y propiciar su comprensión; la contextualización de los ejercicios y problemas matemáticos que se resuelven en clases; la interpretación de los resultados y su significación práctica; la utilización de Asistentes Matemáticos, así como la participación de los estudiantes en la búsqueda de alternativas que facilitan la resolución de problemas, pues en dicha comparación la $Sig \langle \alpha$ (Tabla 1), donde $p1.1$, $p2.1$ hasta $p9.1$ corresponde a las respuestas emitidas por los estudiantes seleccionados antes de la aplicación de la estrategia, y $p1.2$, $p2.2$ hasta $p9.2$ las respuestas emitidas después de su aplicación.

**Tabla 1**
**Prueba de Wilcoxon para dos muestras relacionadas**

| | p1.2, p1.1 | p2.2, p2.1 | p3.2, p3.1 | p4.2, p4.1 | p5.2, p5.1 | p6.2, p6.1 | p7.2, p.7.1 | p8.2, p8.1 | p9.2, p9.1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | -8,257[b] | -6,922[b] | -2,942[b] | -5,575[c] | -7,823[b] | -3,419[b] | -7,772[b] | -3,286[b] | -4,912[b] |
| Sig | ,000 | ,000 | ,003 | ,000 | ,000 | ,001 | ,000 | ,001 | ,000 |

**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

Las valoraciones finales emitidas por los expertos a cada uno de los aspectos de la guía sometida muestran un comportamiento caracterizado por altos porcentajes en las categorías de muy adecuada $(77{,}8\%)$ y bastante adecuada $(22{,}2\%)$, aspecto que posibilita apreciar la emisión consensuada de juicios valorativos favorables en cuanto a la pertinencia científica y metodológica de la presente estrategia didáctica.

## 5. Conclusiones

Resultado de la sistematización teórica y metodológica realizada por los autores del presente artículo en los últimos cinco años en torno al desarrollo del pensamiento interpretativo de los estudiantes universitarios, y de modo particular, al perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, se presentan las siguientes conclusiones:

- La estrategia didáctica propuesta para el perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, tiene claridad en sus objetivos y acciones. La concepción de la misma es pertinente, dada las limitaciones analíticas e interpretativas presentadas por los estudiantes del primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática del Instituto Superior de Ciencias de la Educación de Huambo, Angola.
- La presente estrategia ha permitido despertar en los profesores de la institución mencionada, la necesidad de superación didáctica, metodológica y tecnológica en correspondencia con los avances científicos y tecnológicos que acurren en el mundo, aspecto que implica la preparación de los futuros profesores, no solo en conocimientos del objeto de la ciencia que se les enseña, sino con conocimientos que impulsen el desarrollo de una visión lógica, global, crítica, reflexiva, tecnológica, argumentativa e interpretativa, que les permita aplicarlos en el enfrentamiento de los problemas que dentro y fuera de la institución educativa deben resolver.
- Ha permitido además, visualizar y fundamentar la necesidad de transformación de la realidad matemática nacional, mediante la construcción de conocimientos basados en

la sistematización de experiencias del entorno en que se desarrollan los estudiantes, profesores, investigadores, u otros sujetos.

- Los resultados obtenidos en la aplicación de la estrategia propuesta en la carrera de Licenciatura en Matemática de la institución mencionada, evidencian las potencialidades de su generalización a otros contextos, aspecto revelado por los estudiantes, profesores y expertos consultados, al reconocer la importancia y la necesidad de seguir elevando los niveles de contextualización de los contenidos, ejercicios y problemas matemáticos tratados en clases, para que el proceso de formación interpretativa sea cada vez más significativo para todos los involucrados en la dinámica del proceso de formación matemática.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al profesor Carlos Manuel Mata Rodríguez por las sugerencias emitidas, la Dirección y Expertos de la Revista **Actualidades Investigativas en Educación**, por la revisión del artículo y decisión tomada para la socialización de los resultados esenciales de la investigación desarrollada.

## Referencias

Angola, Pró-Reitoria para Reforma Curricular. (2007). *Programas curriculares dos cursos de Bacharelato e Licenciatura.* Luanda: Universidade Agostinho Neto, Angola.

Ballester Sampedro, Sergio. (2009). Estrategias para la resolución de problemas en matemáticas. *Revista digital, Innovación y experiencias educativas,* (19), 1-8.

Cuicas Ávila, Marisol, Debel Chourio, Edie, Casadei Carniel, Luisa y Álvarez Vargas, Zulma. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Actualidades Investigativas en Educación, 7*(2), 1-34. DOI http://dx.doi.org/10.15517/aie.v7i2.9264

Da Ponte, João Pedro. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *The International Journal on Mathematics Education, 39*(5-6), 419-430.

De Armas Ramírez, Nerely, Lorences González, Josefa, Perdomo Vázquez, José Manuel. (2003). *Caracterización y diseño de los resultados científicos como aportes de la investigación educativa.* Trabajo presentado en el curso 85 realizado en el Evento Internacional Pedagogía 2003. La Habana, Cuba.

De Guzmán, Miguel. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación,* (043), 19-58.

Fariñas, Gloria León. (2006). Desarrollando del pensamiento complejo. *Revista Tiempo de Educar*, 7(13), 99-121.

Fridman, Lev M. (1993). *Metodología para enseñar a los estudiantes del nivel superior a resolver problemas de matemática* (Traducido en la Universidad de Sonora). Méjico: Ed. Universitaria.

Fuentes González, Homero Calixto. (2009). *Pedagogía y Didáctica de la Educación Superior*. [Versión digital pdf]. Recuperado de: http://www.utelvt.edu.ec/DOCTORADO%20PHD/TEXTOS%20IND/P%20E%20S%2009%20.pdf

Gungula Wongo, Eurico. (2014). *Dinámica del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior.* (Tesis para optar por el grado de Doctorado en Ciencias Pedagógicas), Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba.

Gungula Wongo, Eurico y Faustino, Arnaldo. (2013). *Actual state of researches in science, technology and society of African universities*. Ponencia presentada en: III international research and practice conference, Westwood, Canada.

Gungula Wongo, Eurico, Faustino, Arnaldo y Pérez Ugartemendía, Eglys. (2013). El contexto angolano de formación matemática: Un problema que se arrastra desde la base. *Avaliação: Revista da Educação Superior, 18*(2), 487-499. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/S1414-40772013000200013

Gungula Wongo, Eurico, Torrecilla Díaz, Raudel, Puig Jiménez, Osmany. (2013). Dynamics of mathematical training in Angola and the role of engineering careers. *Journal of Education Research and Behavioral Sciences. Apex Journal International, 2*(12), 250-253.

Hernández Sampieri, Roberto, Fernández Collado, Carlos y Baptista Lucio, Pilar. (2006). *Metodología de la investigación* (4a. ed.). México: Editorial McGraw-Hill.

Montenegro Moracén, Elsa Iris. (2004). *Modelo para la estructuración y formación de habilidades lógicas a través del Análisis Matemático*. (Tesis para optar por el grado de Doctorado en Ciencias Pedagógicas). Instituto Superior Pedagógico "Frank País García" Santiago de Cuba, Cuba.

Mora, David. (2005). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemáticas.* Bolivia: Editorial Campo Iris.

Polya, George. (1945). *How to solve it.* (Traducción española, cómo plantear y resolver problemas). México, 1976, Editorial Trillas.

Quitembo, Alberto Domingos Jacinto. (2010). *A formação de professores de Matemática no Instituto Superior de Ciências de Educação em Benguela - Angola. Um estudo sobre o seu desenvolvimento.* (Tesis para optar por el grado de Doctorado en Ciencias de Educación). Universidade de Lisboa, Portugal.

Rodríguez del Castillo, María Antonia y Rodríguez Palacios, Alvarina. (s.f.). *La estrategia como resultado científico de la investigación educativa*. Cuba: Universidad Pedagógica "Félix Varela". Centro de Ciencias e Investigaciones Pedagógicas.

Rodríguez, Milagros Elena. (2013). La educación matemática en la con-formación del ciudadano*. Revista Telos, 15*(2), 215-230.

Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Thiollent, Michel. (1996). *Metodologia da pesquisa – ação* (Sétima edição). Brasil: Editorial Cortez.

# Anexo

## 1. Diagnóstico del estado actual de la dinámica del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior

El **objetivo del diagnóstico** enunciado, es identificar las limitaciones existentes en este proceso, que influyen en el razonamiento lógico de los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos. En su realización, se recomienda la aplicación de instrumentos tales como: encuestas a estudiantes y profesores, guías de observación a clases, pruebas pedagógicas, entre otros. Sus resultados fundamentan la necesidad de aplicación de la estrategia propuesta.

Para este diagnóstico, se proponen los siguientes **indicadores evaluativos**:

- Relación que se establece entre la Matemática y las disciplinas que componen el plan curricular.
- Nivel de contextualización de los contenidos matemáticos, en correspondencia con el perfil profesional de los estudiantes.
- Protagonismo de los estudiantes en la propuesta de alternativas para la resolución de los problemas matemáticos planteados.
- Empleo de sistemas computarizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Superior.
- Grado de interpretación de los resultados de los ejercicios y problemas matemáticos, en correspondencia con las necesidades de aplicación práctica.

Los indicadores mencionados, desempeñan un rol transcendental para la implementación de la estrategia propuesta, porque permiten a los sujetos implicados en este proceso, la identificación de los aspectos esenciales que están siendo inconsistentes en la dinámica del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior; la comprensión de las potencialidades y limitaciones que poseen los estudiantes en cuanto al análisis interpretativo de los problemas y resultados, así como en el adecuado manejo de las nuevas tecnologías diseñadas para la dinamización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Superior.

El **objetivo general** de la presente estrategia consiste en contribuir al perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa de los estudiantes, en la

Matemática Superior, mediante procesos de sistematización epistemológica y metodológica, que conllevan a la optimización interpretativa de los resultados.

## 2. Orientaciones metodológicas generales para la instrumentación de la estrategia

Para la instrumentación de la presente estrategia en la práctica educativa, se necesita tener presente las siguientes orientaciones metodológicas:

- Analizar el orden estructural de los contenidos del programa, y sugerir reajustes que no violen la lógica de apropiación de los contenidos específicos de una determinada asignatura.
- Precisar las formas y tipologías de clases para abordar y evaluar las distintas temáticas de una determinada asignatura, ya sea mediante clases teóricas y prácticas (conferencias, clases prácticas, seminarios, laboratorios virtuales) o a través de la investigación científica y la práctica laboral.
- Planificar las actividades docentes a desarrollar en cada tema, en correspondencia con los recursos didácticos requeridos para el tratamiento de un contenido específico, lo cual no implica alterar el número de horas que se establece en el programa.
- Incentivar y fundamentar la necesidad del empleo de Asistentes Matemáticos en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática Superior.
- Orientar la bibliografía específica y complementaria para elevar los niveles de apropiación de los contenidos tratados en una temática determinada.
- Incentivar en los estudiantes la búsqueda de información específica y complementaria en Internet, como alternativa para profundizar en el contenido y desarrollar nuevas habilidades tecnológicas.

## 3. Proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior

Para dinamizar el proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior se establecen tres subprocesos, que contienen objetivos específicos y acciones concretas para potenciar el desarrollo del pensamiento interpretativo de los estudiantes universitarios.

Se parte desde la observación contextualizada de la realidad matemática, hasta la identificación de problemas, mediante procesos continuos de interpretación lógico-formal y dialéctica de la realidad matemática, como un **primer subproceso** del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, donde se integra el método deductivo, propio de la Matemática y el enfoque hermenéutico-dialéctico desde una perspectiva general.

El **segundo subproceso** se desarrolla desde la sistematización epistemológica y metodológica de contenidos matemáticos, síntesis de la estrategia propuesta y que son abordados en un clima de interactividad constante entre los sujetos implicados en el proceso. Este subproceso funciona como eje dinamizador en el proceso de desarrollo del pensamiento lógico e interpretativo de los estudiantes universitarios, para la resolución de los problemas identificados y enriquecer la comprensión de la realidad matemática.

El **tercer subproceso** se desarrolla desde la asimilación de los símbolos más empleados en la Matemática Superior y la apropiación de los procedimientos de socialización de conocimientos, métodos y técnicas, como configuraciones que requieren de un lenguaje coherente, que favorece la optimización interpretativa de los resultados para su generalización en la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión.

En la presente estrategia, los subprocesos planteados se constituyen en estadios del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior. Los tres se contraponen y presuponen en una constante relación dialéctica en la que los estudiantes y profesores participan activamente en el desarrollo de las acciones conducentes a su perfeccionamiento.

Para la elaboración de los objetivos específicos de los subprocesos de la estrategia propuesta, así como la estructuración de sus correspondientes acciones, se tomaron como base las configuraciones y eslabones revelados en la modelación de la dinámica del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior. (Gungula 2014, pp. 42-60).

## 4. Subproceso 1. Reconocimiento matemático de la realidad observada

**Objetivo:** Reconocer el potencial formativo de la Matemática y el rol que desempeña en el proceso de interpretación lógica de la realidad observada.

**Acciones:**

**Orientar la observación contextualizada de la realidad matemática a través de:**

- Búsquedas diversificadas de contenidos, que permitan el reconocimiento matemático de la realidad observada, su comprensión, significación e interpretación.
- Debates sobre la importancia de la Matemática en la solución de problemas concretos de la vida real.
- Interacciones críticas y auto-críticas sobre el papel que les corresponde a los estudiantes y profesores en la transformación de la realidad matemática.

- Interpretaciones contextualizadas sobre la significación de la realidad matemática que revelen nuevos sentidos y significados en los aspectos observados.
- Valoraciones sobre los aspectos observados por cada uno de los estudiantes y el rol que desempeñan en el proceso de desarrollo del pensamiento matemático.
- Determinación de los rasgos y características de la realidad matemática para la aplicación y transformación de la realidad social.

## 5. Subproceso 2. Sistematización epistemológica y metodológica de contenidos matemáticos

**Objetivo:** Sistematizar los contenidos, métodos, procedimientos y técnicas que fortalezcan la comprensión matemática y faciliten la solución de problemas concretos de la vida y de la profesión.

**Acciones:**

**Orientar la sistematización epistemológica y metodológica de contenidos matemáticos mediante:**

- Estudios sobre las diferentes teorías, métodos y procedimientos que guardan relación con la Matemática, para la solución de los problemas que se dan dentro y fuera de las instituciones educativas.
- Reconocimiento y organización lógica de los contenidos y métodos que facilitan la resolución de un determinado ejercicio o problema matemático.
- Planteamiento de problemas matemáticos contextualizados, que promuevan el aprendizaje significativo, necesidades investigativas; que requieran el empleo de sistemas computarizados, de modo que se visualice la optimización del tiempo de cálculo y se estimule el interés de los estudiantes hacia nuevas experimentaciones.
- Predicción de los procedimientos de resolución de los problemas matemáticos planteados y de sus resultados antes que se demuestren totalmente o se observen empíricamente.
- Solución de situaciones problémicas a partir del reconocimiento de las diferencias analíticas e interpretativas existentes entre los estudiantes, de modo que les posibilite apreciar la relación que se establece entre la ciencia, la tecnología y el desarrollo socioeconómico de las naciones.

- Desarrollo de tareas extra-clases, que lleven a cada estudiante a revelar nuevas carencias en Matemática, que propicien el tránsito desde la reproducción hacia la creación, así como a argumentar la necesidad de contextualización de las alternativas propuestas para solucionarlas.

## 6. Subproceso 3. Optimización interpretativa de los resultados

**Objetivo:** Emplear procedimientos de análisis e interpretación matemática de los resultados, de modo que faciliten su comprensión, optimización y socialización.

**Acciones:**

**Orientar el análisis y la optimización interpretativa de los resultados mediante:**

- Reconocimiento de la relación que se establece entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural en el proceso de interpretación de los resultados.
- Exposición lógica y argumentada de los resultados para que los estudiantes desarrollen nuevas habilidades de expresión oral.
- Empleo de un lenguaje matemático preciso en la justificación y argumentación de los resultados, para que los estudiantes se apropien del lenguaje característico de la Matemática.
- Adecuado manejo de medios de enseñanza-aprendizaje que dinamicen y fortalezcan la lógica de interpretación matemática, (gráficos, videos, programas, u otros medios disponibles).
- Discusión de resultados donde los estudiantes asuman una posición científica, metodológica y tecnológica que les permita argumentar lógicamente sus posicionamientos.
- Socialización y argumentación de los resultados como alternativa para la corrección de equivocaciones interpretativas, mediante técnicas de confrontación de ideas.

## 7. Sistema de evaluación y control de la efectividad de las acciones propuestas

La presente estrategia cuenta con un sistema de evaluación y control de la efectividad de las acciones propuestas para el perfeccionamiento sistemático del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior. Posee la flexibilidad de implementación de cambios pertinentes en cada uno de sus subprocesos, en aras de enriquecer la concreción de sus acciones, ajustarlas y reorientarlas para lograr aprendizajes cada vez más significativos.

El control se materializa en el sistema de evaluación del cumplimiento de las acciones propuestas y las transformaciones que van ocurriendo en el desempeño de los estudiantes, al apropiarse de la lógica de interpretación de los ejercicios, problemas matemáticos y de sus resultados.

## 8. Evaluación de la estrategia

Una vez finalizada la aplicación de la estrategia, se procede a su evaluación como un todo. Se incluyen las sugerencias conducentes a su perfeccionamiento, emitidas en el ámbito de las deficiencias detectadas para el cumplimiento de los objetivos trazados, así como aumentar el nivel de concreción y de eficiencia de las acciones propuestas para la transformación cualitativa del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior.

## 9. Indicadores para la evaluación del proceso de implementación de la estrategia

En este sentido, se determinan los siguientes indicadores:

- Correspondencia entre las acciones propuestas y las exigencias requeridas para el fortalecimiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior.
- Rol de las acciones propuestas para el desarrollo del pensamiento lógico, investigativo e interpretativo de los estudiantes universitarios.
- Influencias de las acciones propuestas para el desarrollo del pensamiento reflexivo y tecnológico del estudiante.

## 10. Indicadores para la evaluación de las transformaciones deseadas en los estudiantes universitarios

Consecuentemente con las transformaciones deseadas en los estudiantes universitarios, se determinan los siguientes indicadores:

- Nivel de precisión en la selección de las alternativas de resolución de los problemas matemáticos, en correspondencia con las necesidades de aplicación y disponibilidad tecnológica.

- Grado de exactitud en la aplicación y argumentación de los métodos, procedimientos y técnicas seleccionadas para la resolución de los ejercicios y problemas matemáticos que se les presente.
- Nivel de profundidad en la valoración de los resultados de los ejercicios y problemas matemáticos, con relación a su aplicación práctica.
- Reconocimiento de las potencialidades y limitaciones que poseen en la resolución e interpretación de un determinado ejercicio o problema matemático.

## 11. Evaluación general de la estrategia

En la evaluación general de la presente estrategia, se incluyen aspectos tales como:

- Pertinencia del diagnóstico realizado.
- Cumplimiento del objetivo general de la estrategia.
- Cumplimiento de los objetivos específicos de cada uno de los subprocesos planteados.
- Efectividad de las acciones desarrolladas.
- Rol que desempeñan las acciones implementadas en el proceso de desarrollo del pensamiento lógico, interpretativo y tecnológico de los estudiantes universitarios.
- Correspondencia entre las acciones implementadas y las perspectivas de desarrollo del pensamiento lógico, interpretativo y tecnológico de los estudiantes universitarios.
- Facilidades de implementación de la estrategia y expectativas de la comunidad universitaria.
- Satisfacción de las necesidades específicas del contexto en que se extienda su aplicación.

## 12. Ejemplificación práctica de la estrategia

La ejemplificación práctica de la presente estrategia, se realizó en un tema de la asignatura Análisis Matemático 1, durante el curso 2013, con la participación de 40 estudiantes que constituyen la matrícula del curso regular diurno del primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática del ISCED-Huambo-Angola, por considerar esta una etapa de tránsito de la enseñanza pre-universitaria a la universitaria, donde se requiere que los estudiantes utilicen adecuadamente sus experiencias y conocimientos previos, con la intencionalidad de que estos evolucionen paulatinamente ante la necesidad de resolver e interpretar problemas concretos de la vida y de la profesión.

Según el programa elaborado por la Pro-Rectoría para la Reforma Curricular de la Universidad Agostinho Neto (2007), dirigido a los ISCED, la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje del Análisis Matemático 1, tiene en cuenta aspectos tales como:

1. Comprensión de conceptos matemáticos.
2. Reglas de análisis matemático.
3. Desarrollo del razonamiento lógico de los estudiantes.
4. Fortalecimiento progresivo de la formación matemática.
5. Apropiación activa de conocimientos científicos.
6. Relación entre los contenidos programados y la vida real.
7. Profundización de la objetividad de los conocimientos del Análisis Matemático y su extensión a la resolución de problemas, en correspondencia con las necesidades de las demás asignaturas que integran el plan curricular.

Igualmente revela la necesidad de utilizar la bibliografía indicada y complementaria; combinar métodos, medios y técnicas en la resolución de problemas, así como comprobar e interpretar los resultados.

No obstante a los aspectos destacados en el programa referenciado, se propone la creación de espacios de intercambio que estimulen el desarrollo del pensamiento de los estudiantes en cuanto a: investigación científica y tecnológica, creatividad, uso racional de los recursos disponibles, responsabilidad, humildad científica, compromiso social y personal ante los retos del desarrollo de la educación matemática y socioeconómico de las distintas regiones del país.

Los aspectos antes mencionados, han sido especificados por las potencialidades formativas que brindan, por su contribución al desarrollo integral de la personalidad de los estudiantes; al estímulo de relaciones socio-afectivas, así como al razonamiento lógico ante la necesidad de encontrar la solución óptima a los problemas que se presentan tanto en la vida cotidiana, como profesional.

Consecuentemente con el programa de estudio de la asignatura seleccionada en la carrera de Licenciatura en Matemática del ISCED-Huambo-Angola, sustentado en el análisis epistemológico y metodológico del proceso que se aborda, la ejemplificación práctica de la estrategia, se centró en el estudio de Funciones y Derivadas.

En correspondencia con la estructura de la estrategia didáctica propuesta, se inició su aplicación mediante el diagnóstico del estado actual de la dinámica del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior.

Según diagnóstico realizado en el grupo de estudiantes seleccionados, fundamentado en las observaciones a clases, en el intercambio con profesores, así como en las encuestas a estudiantes y profesores, se pudo apreciar que existen en la asignatura Análisis Matemático 1:

- Limitaciones en la concepción de la resolución de problemas contextualizados, como impulso para el aprendizaje significativo de la Matemática.
- Inconsistencias en la resolución de problemas matemáticos que exigen combinación con los métodos abordados en los niveles precedentes.
- Insuficiente enfoque en los Asistentes Matemáticos y el rol que desempeñan en la resolución de problemas, representación gráfica de funciones, comprobación e interpretación de los resultados.
- Deficiente orientación en la valoración de los resultados de los ejercicios y problemas matemáticos planteados, en relación con las potencialidades de su aplicación práctica.

Después de esta breve caracterización, se procedió a materializar las orientaciones metodológicas generales para la instrumentación de la presente estrategia didáctica.

Inicialmente se realizó un análisis de los contenidos del programa y se estableció el orden de impartición para potenciar el estudio de Funciones y Derivadas tal como: funciones polinómicas y modulares, funciones racionales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, derivada de una función, significado geométrico, cálculo de la derivada mediante la definición y aplicación de reglas de derivación.

Posteriormente, se desarrollaron actividades metodológicas con el colectivo de profesores del primer año tales como:

- Taller sobre el rol de la Matemática en el desarrollo socioeconómico del país.
- Taller acerca del enfoque hermenéutico-dialéctico y el papel que desempeña en el fortalecimiento del proceso de formación matemática en la educación superior.
- Taller sobre la utilidad de los Asistentes Matemáticos en el proceso de resolución de problemas, comprobación, interpretación de los resultados, representación gráfica de funciones, así como el rol que desempeñan en la dinamización del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior.

Los resultados de las actividades antes mencionadas, permitieron solidificar la necesidad de seguir perfeccionando el proceso de formación interpretativa del contenido matemático en la educación superior, ya sea a través de la resolución de problemas donde se empleen procedimientos tradicionales, o mediante la incorporación de técnicas modernas de computo, dadas las potencialidades que brindan al desarrollo de habilidades lógicas de pensamiento matemático, en la optimización del tiempo de cálculo, en la comprobación e interpretación de los resultados, entre otras aplicaciones prácticas (Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez, 2007).

Se procede a la planificación y ejecución de las acciones encaminadas al perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, a través del estudio del tema enunciado con anterioridad. En este sentido, se programaron y realizaron charlas con los estudiantes sobre la importancia de la Matemática para la vida cotidiana y su transcendencia en la actividad profesional.

Para el desarrollo de las charlas se empleó el propio espacio de las clases de Análisis Matemático 1, lo que posibilitó incrementar la participación de los estudiantes y dinamizar cada vez más el proceso, además, se propició el debate, donde se integraron las experiencias aportadas por los estudiantes, ideas y ejemplos prácticos.

En este sentido, se planteó la siguiente cuestión al iniciar la primera conferencia del tema: ¿cuándo se utiliza un teléfono, una tarjeta de crédito, dispositivos electrónicos para navegar en Internet; calculadoras, computadoras; escucha un Disco Compacto, maneja un auto, coge un avión, barco o tren, es consciente que estos artefactos funcionan apoyados por la Matemática?

Esta actividad fue significativa para los estudiantes, visualizada en la reacción demostrada, fundamentalmente cuando auto-valoraron su nivel de conciencia sobre estos y demás aspectos concretos de la realidad circundante, donde la Matemática, explícita o implícitamente, funciona como una herramienta potente en su desarrollo técnico o científico.

En general, en el desarrollo de las conferencias del tema, a través de situaciones similares se relaciona el concepto de función y de derivada con su significación práctica, lo que posibilita la contextualización de los contenidos, partiendo para ambos casos, de las experiencias y conocimientos apropiados en la enseñanza precedente.

En el desarrollo de las clases prácticas, se establece un sistema organizado de manera tal que favorezca la sistematización, se seleccionaron ejercicios rutinarios, donde paulatinamente se fue aumentando los grados de dificultades.

Los problemas de aplicación práctica, se plantearon al final, para permitir a los estudiantes adquirir confianza en las operaciones matemáticas y las nuevas ideas, antes de tratar cuestiones que requieren del análisis de situaciones concretas de la vida real.

De esta forma, los autores consideran que se logra elevar el nivel de participación de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas matemáticos, en la comprobación e interpretación de los resultados; se incrementa la visibilidad del rol de la Matemática y su transcendencia en la resolución de problemas de otros campos del saber.

Consecuentemente con lo antes planteado, un primer ejercicio fue encontrar la primera y segunda derivada de la siguiente función:

$$f(x) = x^2 + 2x + \ln(x) + 4$$

En función de lograr mayor participación de los estudiantes en el proceso de derivación, se partió de un análisis grupal (estudiantes y profesor) en cuanto a la estructura matemática de la función en cuestión, lo que contribuyó a facilitar la selección de los procedimientos a emplear para encontrar la primera derivada.

El $100\%$ de los estudiantes argumentó que la función está compuesta por la suma de cuatro funciones, es decir, una función polinómica de segundo grado, una lineal, una logarítmica y una función constante.

Posteriormente se les preguntó: ¿Qué regla se debe aplicar para hallar la derivada de la función planteada? ¿Explique por qué? Los estudiantes respondieron que se deben aplicar las reglas de derivación estudiadas para cada caso en aras de encontrar la correspondiente solución.

$$f(x) = x^2 + 2x + \ln(x) + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x^{2-1} + 2(1) + \frac{1}{x} + 0 = 2x + 2 + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x} + 2$$

Encontrada la primera derivada de la función indicada, se les pidió a los estudiantes que calcularan la segunda derivada basándose en los procedimientos empleados en el caso anterior. Después de analizada la estructura de la primera derivada, algunos estudiantes se percataron de la necesidad de integrar la regla del cociente en el proceso de derivación, tal como se demuestra a continuación:

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x} + 2$$

$$f''(x)=2(1)+\frac{0\times(x)-1\times(1)}{x^2}+0=2+\frac{0-1}{x^2}$$

$$f''(x)=2-\frac{1}{x^2}$$

Otros estudiantes propusieron calcular la derivada en cuestión, a través de la transformación del cociente en potencia.

$$f'(x)=2x+\frac{1}{x}+2 \Rightarrow f'(x)=2x+x^{-1}+2$$

$$f''(x)=2(1)-x^{-1-1}+0=2-x^{-2}=2-\frac{1}{x^2}$$

La propuesta de diferentes alternativas de resolución propició el debate, la confrontación de ideas, la socialización de métodos, por lo que ambas respuestas fueron intencionalmente utilizadas.

Al comprobarse la efectividad de los procedimientos empleados en ambos casos, el $100\%$ de los estudiantes se percató de la importancia de la combinación de métodos y técnicas en la búsqueda de la solución correspondiente a un determinado ejercicio o problema matemático, espacio aprovechado para ampliar la explicación del rol que desempeña la combinación de métodos y técnicas, la socialización de procedimientos, así como la comprobación de los resultados como parte de la resolución de problemas matemáticos y alternativa potente para el desarrollo del pensamiento lógico.

Con posterioridad, se planteó el ejercicio que se presenta a continuación:

Dada la función $f(x)=x^3+2x+4$, encontrar el valor de la pendiente en el punto $x_0=3$.

Para encontrar el valor de la pendiente en el punto indicado, se empleó el siguiente procedimiento:

- Calcular la derivada de la función $f(x)=x^3+2x+4$.

Mediante las reglas de derivación ya empleadas en los casos anteriores se calculó la derivada de la función indicada, esto es:

$$f'(x)=3x^{3-1}+2(1)+0=3x^2+2$$

- Sustituir el valor de $x_0=3$ en la derivada calculada, para encontrar el valor de la pendiente, o sea:

$$f'(x_0)=3x^2+2 \Rightarrow f'(3)=3\times(3)^2+2=3\times 9+2=29$$

A continuación se les pidió a los estudiantes que calcularan la ecuación de la recta tangente a la curva, en el punto dado, con el propósito de estimular la integración de conocimientos precedentes en la resolución de situaciones que se puedan presentar en el desarrollo de un determinado ejercicio o problema matemático.

A partir del valor de $x_0$ se determinó el valor de $y$, utilizando para ello la función original, es decir:

$$y = f(x_0) = x^3 + 2x + 4$$
$$y = f(3) = (3)^3 + 2 \times (3) + 4$$
$$y = 27 + 6 + 4$$
$$y = 37$$

Expresando en forma de coordenadas cartesianas, se obtuvo el punto $P(x, y) = (3, 37)$, el cual permitió calcular y trazar la ecuación de la recta que pasa por un punto con pendiente dada, es decir, $y = mx + n.$

En la observación y análisis de la ecuación anterior, los estudiantes se percataron que el punto $P(x, y) = (3, 37)$, unido al valor de la pendiente, $(m = 29)$ favorece la determinación del valor de $n$ mediante la realización de operaciones ya estudiadas en la enseñanza precedente, esto es, sustituyendo los referidos valores en la ecuación de la recta como se demuestra a continuación:

$$y = mx + n$$
$$37 = 29 \times 3 + n$$
$$37 = 87 + n$$
$$n = 37 - 87$$
$$n = -50$$

Después de haber calculado el valor de $n$, se sustituyó este y el de la pendiente calculada anteriormente, en la ecuación $y = mx + n$ para determinar la recta tangente a la curva en el punto dado, esto es: $y = 29x - 50.$

En la resolución de los ejercicios anteriores, se observaron imprecisiones en los procedimientos a emplear, ya sea en el cálculo de las derivadas, como para determinar la ecuación de la recta que pasa por un punto con pendiente dada. Estas deficiencias, unidas a las exigencias requeridas para el perfeccionamiento continuo del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, revelan la necesidad de incluir dentro del sistema de clases, el tratamiento de problemas contextualizados, gradados de lo simple a lo complejo, para que los estudiantes desarrollen una forma de pensamiento, que les permita ver la Matemática como una ciencia útil, atractiva y fundamental en la resolución de problemas concretos de la vida y de distintas ramas del saber.

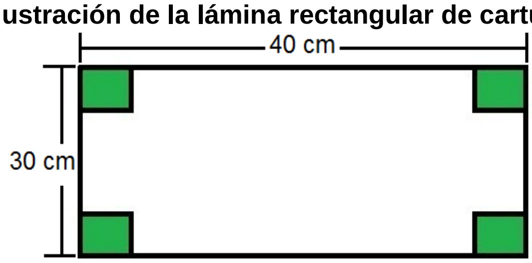
En este sentido, se planteó el siguiente problema:

De una lámina rectangular de cartulina $(40\,cm \times 30\,cm)$, se cortan de cada esquina, un cuadrado. Determine el valor de las dimensiones de los lados del cuadrado para que se pueda fabricar con el resto una caja abierta de capacidad máxima.

Para la resolución del problema enunciado, se empleó el siguiente procedimiento:

- Explicar la significación práctica del problema a los estudiantes con el propósito de facilitar la comprensión del mismo.
- Representar gráficamente el problema, (Figura 1).

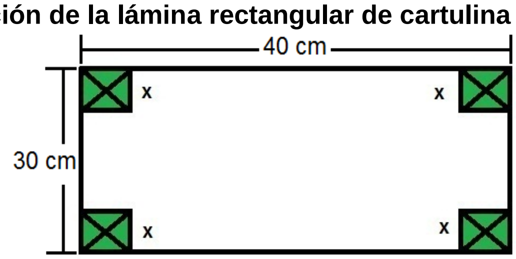
**Figura 1**
**Ilustración de la lámina rectangular de cartulina**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

- Representar a cada uno de los lados del cuadrado con una variable determinada $(x)$, (Figura 2).

**Figura No. 2**
**Ilustración de la lámina rectangular de cartulina y sus cortes**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

- Buscar fórmulas que relacionen las cantidades conocidas y las desconocidas.
- Formar una ecuación que relacione la incógnita seleccionada $(x)$ con las cantidades desconocidas.
- Analizar las alternativas que facilitan la solución de la ecuación formada.

- Resolver la ecuación obtenida y hallar el valor correspondiente a la incógnita.
- Comprobar e interpretar los resultados en términos del problema original.

El análisis y la interpretación de las dimensiones de la cartulina, conllevaron a la siguiente expresión matemática: $(40-2x)\,cm$ (largo); $(30-2x)\,cm$ (ancho), donde la altura $(h)$ equivale al corte de las esquinas, es decir, $x\,cm$.

Posteriormente, se intercambiaron con los estudiantes ideas que facilitan la comprensión de la significación práctica de la capacidad máxima que se expresa en el problema planteado, para que ellos pudieran emitir criterios propios o colectivos, así como aportar procedimientos y fórmulas que permitan calcular dicha capacidad con las dimensiones indicadas, recurriendo para ello, a los conocimientos apropiados en los niveles precedentes.

Esta actividad permitió apreciar las habilidades de razonamiento lógico que poseen los estudiantes en cuanto a la aplicación de conocimientos de la enseñanza precedente en la resolución de problemas que se puedan presentar en determinados entornos sociales.

En correspondencia con el intercambio realizado, el análisis participativo y contextualizado de la situación problémica planteada, así como de su representación gráfica, los estudiantes coincidieron que la fórmula adecuada para fabricar la caja abierta de capacidad máxima, acorde con los requerimientos del problema, es $V = l \times a \times h$, o sea, la del volumen de un ortoedro de base rectangular.

Al sustituir los datos emergentes de la interpretación gráfica del problema en la fórmula seleccionada se obtuvo:

$$V = \left[(40-2x)(30-2x)x\right] cm^3$$

$$V = \left[(1200-80x-60x+4x^2)x\right] cm^3$$

$$V = (1200x - 140x^2 + 4x^3)\ cm^3$$

La última expresión, representa la función objetivo, y en aras de facilitar su derivación, se asignó hipotéticamente $f(x) = V = (4x^3 - 140x^2 + 1200x)\ cm^3$, donde $f'(x) = (12x^2 - 280x + 1200)\ cm$ corresponde a la primera derivada. Igualando a cero esta y multiplicando ambos miembros de la ecuación por un cuarto, $\left[\frac{1}{4}\right]$ se obtiene:

$$(12x^2 - 280x + 1200)\ cm = 0 \quad \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$(3x^2 - 70x + 300)\ cm = 0$$

Posteriormente, se les pidió a los estudiantes que identificaran la ecuación recién transformada, recurriendo para ello, a los conocimientos apropiados en la enseñanza precedente y revelar con claridad la vía a utilizar para su solución. Unánimemente contestaron que es una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve aplicando la fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad donde \quad a = 3\,cm, \quad b = -70\,cm \quad y \quad c = 300\,cm$$

$$x_{1,2} = \frac{70\ cm \pm \left[\sqrt{4900 - 3600}\right] cm}{6\ cm}$$

$$x_{1,2} = \frac{70\ cm \pm \left[\sqrt{1300}\right] cm}{6\ cm}$$

$$x_1 = \left[\frac{70 + \sqrt{1300}}{6}\right] cm$$

$$x_1 \approx \left[\frac{70 + 36{,}055}{6}\right] cm$$

$$x_1 \approx \left[\frac{106{,}055}{6}\right] cm$$

$$x_1 \approx 17{,}675\,cm$$

$$x_2 \approx \left[\frac{70 - 36{,}055}{6}\right] cm$$

$$x_2 \approx \left[\frac{33{,}945}{6}\right] cm$$

$$x_2 \approx 5{,}657\ cm$$

Al intercambiar con los estudiantes sobre la significación práctica de las soluciones encontradas y considerando, que solo una de ellas satisface los requerimientos del problema en cuestión, se les pidió que argumenten este planteamiento.

El 60% de los estudiantes (24) argumentó, que como ambas soluciones son positivas, el valor $x_1 \approx 17{,}675\,cm$, representa la dimensión de los lados del cuadrado que posibilita obtener la capacidad máxima de la caja (sin tener en cuenta la limitante $(30 - 2x)\,cm$. Sin embargo, el 40% de los estudiantes (16) expresó sus argumentos, partiendo de que: al sustituir $x_1 \approx 17{,}675\,cm$ en la expresión $(30 - 2x)\,cm,$ conduciría a un valor negativo $(-5{,}35)\,cm,$ transformando de esta forma, una de las dimensiones de la cartulina original (ancho).

La divergencia de criterios producida por este análisis, condujo al debate científico, al fortalecimiento de los argumentos empleados en la justificación de las soluciones encontradas, así como al análisis y la comprobación de ambas expresiones mediante la sustitución de los valores correspondientes a $x_1$ y a $x_2$, los cuales permitieron demostrar que $x_1 \approx 17{,}675\,cm$, no es la solución óptima al problema planteado.

Después de analizados los criterios emitidos y llegado al consenso de que son más coherentes los argumentos presentados por el $40\%$ de los estudiantes, se pidió al grupo completo, que argumentaran la significación práctica de $x_2 \approx 5{,}657\,cm$.

Como resultado de la socialización de criterios, técnicas y procedimientos, fundamentales para el perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la Matemática Superior, el $100\%$ de los estudiantes confirmó, que para fabricar la caja de capacidad máxima, se debe recortar un cuadrado, cuyos lados miden aproximadamente $5{,}657\,cm$.

Esta acción, contribuyó al fortalecimiento de sus argumentos, la apropiación de otros nuevos, así como la comprensión de los nexos existentes entre la teoría, la práctica y el contexto social. Contribuyó además, a revelar la necesidad de seguir elevando los niveles de contextualización de los ejercicios y problemas matemáticos abordados, ya sean en clases prácticas, como en actividades extra-clases, de modo que se estimule el desarrollo de nuevas habilidades lógicas de pensamiento matemático.

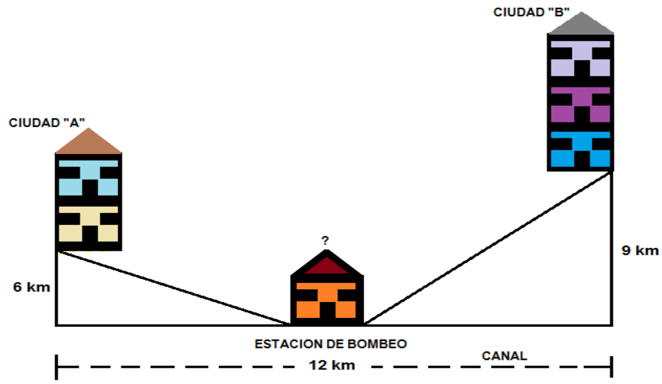
En aras de seguir equilibrando los niveles de comprensión de los estudiantes, los niveles de análisis, de interpretación y de argumentación de los resultados; facilitar la apropiación de los métodos y procedimientos empleados en la resolución de un determinado ejercicio o problema matemático; revelar la necesidad del uso adecuado de las unidades de medida en correspondencia con los requerimientos de los ejercicios o problemas planteados; estimular el desarrollo de nuevas habilidades de pensamiento matemático ante la necesidad de transformación de la realidad circundante, socioeconómica, así como revelar el rol que desempeña la Matemática en estos procesos, se planteó el siguiente problema:

En la República de Angola, las ciudades de Caála (A) y Huambo (B), están situadas al norte de un canal que corre en línea recta, aproximadamente de $6$ a $9$ kilómetros de este. Ambas deben obtener su provisión de agua de una misma estación de bombeo. ¿En qué punto de la orilla del canal debería construirse la estación, para que se use la menor cantidad de tubería posible, una vez que los puntos más cercanos del canal a las ciudades A y B, están a $12$ kilómetros de distancia?

Para la resolución de este problema, se empleó el siguiente procedimiento:

- Explicar la significación práctica del problema a los estudiantes con el propósito de facilitar la comprensión del mismo.
- Representar gráficamente el problema, (Figura 3).

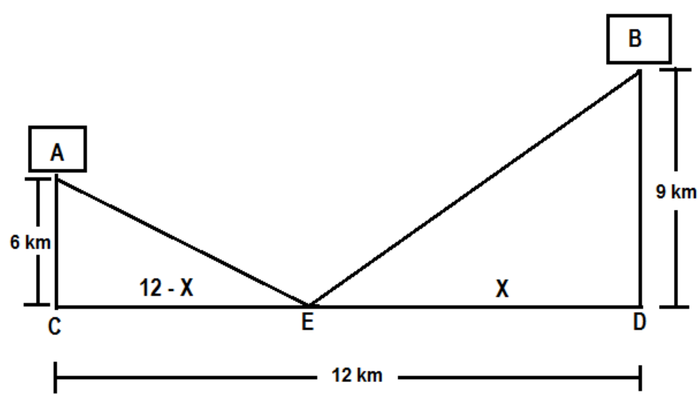
**Figura 3**
**Ilustración de las dos ciudades, la estación de bombeo y el canal**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

- Centrar la atención de los estudiantes en la incógnita $(x)$, es decir, enfocarse en la formulación de la estructura algebraica que define la función objetivo, y analizarla desde diferentes perspectivas (cambiando la posición de la incógnita $(x)$, de modo que se obtenga una variación de la función objetivo), (Figura 4).

**Figura 4**
**Ilustración de la interpretación matemática de las dos ciudades, la estación de bombeo y el canal**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

- Buscar fórmulas que relacionen las cantidades conocidas y las desconocidas.
- Formar una ecuación que relacione la incógnita seleccionada $(x)$ con las cantidades desconocidas.
- Analizar las alternativas que facilitan la solución de la ecuación formada.
- Resolver la ecuación obtenida y hallar el valor correspondiente a la incógnita.
- Comprobar e interpretar los resultados en términos del problema original.

El análisis y la interpretación del problema permitieron seleccionar el teorema de Pitágoras como alternativa de resolución del mismo tal como se presenta a continuación:

$$AE = \left[\sqrt{(6)^2 + (12-x)^2}\right] km$$

$$BE = \left[\sqrt{(9)^2 + (x)^2}\right] km$$

$$AEB = AE\ km + BE\ km$$

$$AEB = \left[\sqrt{36 + 144 - 24x + x^2}\right] km + \left[\sqrt{81 + x^2}\right] km$$

$$AEB = \left[\sqrt{x^2 - 24x + 180}\right] km + \left[\sqrt{x^2 + 81}\right] km$$

Como se puede observar, el segmento $AEB\ km$ representa la función objetivo del problema, y para su derivación, se asignó hipotéticamente $g(x) = AEB\ km,$ es decir:

$$g(x) = \left[\sqrt{x^2 - 24x + 180}\right] km + \left[\sqrt{x^2 + 81}\right] km$$

$$g'(x) = \left[\frac{2x^{2-1} - 24(1) + 0}{2\sqrt{x^2 - 24x + 180}}\right] km + \left[\frac{2x^{2-1} + 0}{2\sqrt{x^2 + 81}}\right] km$$

$$g'(x) = \left[\frac{2x - 24}{2\sqrt{x^2 - 24x + 180}}\right] km + \left[\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 81}}\right] km$$

$$g'(x) = \left[\frac{x - 12}{\sqrt{x^2 - 24x + 180}}\right] km + \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + 81}}\right] km$$

Igualando a cero la primera derivada y aplicando transformaciones algebraicas se obtiene:

$$\left[\frac{x-12}{\sqrt{x^2-24x+180}}\right]km+\left[\frac{x}{\sqrt{x^2+81}}\right]km=0$$

$$\left[\frac{x-12}{\sqrt{x^2-24x+180}}\right]km=\left[-\frac{x}{\sqrt{x^2+81}}\right]km$$

$$\left[\frac{x-12}{\sqrt{x^2-24x+180}}\right]^2 km=\left[-\frac{x}{\sqrt{x^2+81}}\right]^2 km$$

$$\left[\frac{x^2-24x+144}{x^2-24x+180}\right]km=\left[\frac{x^2}{x^2+81}\right]km$$

$$(x^4+81x^2-24x^3-1944x+144x^2+11664)\,km=(x^4-24x^3+180x^2)\,km$$

$$(45x^2-1944x+11664)\,km=0\ \left[\frac{1}{9}\right]$$

$$(5x^2-216x+1296)\,km=0$$

Basados en los fundamentos y procedimientos empleados en el caso anterior, se procedió a la resolución de la ecuación $(5x^2-216x+1296)\,km=0$, aplicando para ello, la fórmula general.

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad donde\, a=5\,km,\quad b=-216\,km\quad y\quad c=1296\,km$$

$$x_{1,2}=\frac{216\,km\pm\left[\sqrt{46656-25920}\right]km}{10\,km}\qquad x_1=36\,km$$

$$x_{1,2}=\frac{216\,km\pm\left[\sqrt{20736}\right]km}{10\,km}\qquad x_2=\left[\frac{216-144}{10}\right]km$$

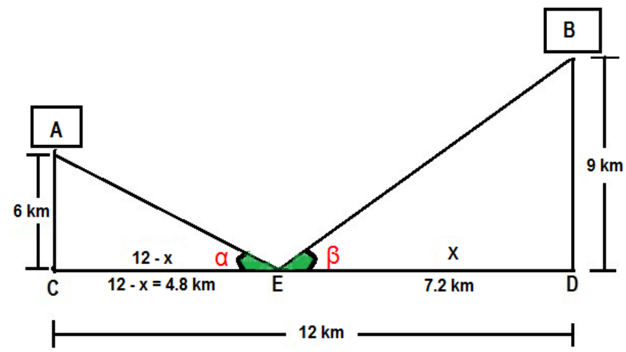
$$x_2=7.2\,km$$

$$x_1=\left[\frac{216+144}{10}\right]km$$

Encontradas las soluciones, se intercambiaron criterios y argumentos entorno a su significación práctica, acción que permitió comprobar que la solución $x_1 = 36\,km.$ no se corresponde con la naturaleza del problema.

Como detalle interesante, se calcularon los ángulos alfa $(\alpha)$ y beta $(\beta)$, aplicando para ello, las definiciones trigonométricas, siendo la función tangente, la que permitió efectuar dicho cálculo, en correspondencia con la información que se brinda en la Figura 5.

**Figura 5**
**Ilustración de la interpretación matemática de las dos ciudades, la estación de bombeo, el canal, los ángulos alfa y beta**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

$$\tan(\alpha) = \frac{6}{4.8} = 1.25^{\circ}$$
$$\tan(\beta) = \frac{9}{7.2} = 1.25^{\circ}$$

Consecuentemente con el análisis y la interpretación de la naturaleza del problema en cuestión, así como para la determinación de los ángulos mencionados, es decir, en grados, se han emitido criterios que evidencian que la omisión (al menos explícita) de las unidades de medida, no alteran los resultados, aspecto que posibilitó su declaración en la solución final. Además, se explicó a los estudiantes la existencia de artefactos tecnológicos que posibilitan la conversión directa de determinadas unidades de medida a otras, para la determinación de ángulos: Teodolito, Software, entre otros.

Como se puede apreciar, los ángulos alfa $(\alpha)$ y beta $(\beta)$ son iguales, lo que evidencia que la distancia es mínima en el punto $E,$ de otra manera, las distancias halladas no serían las óptimas.

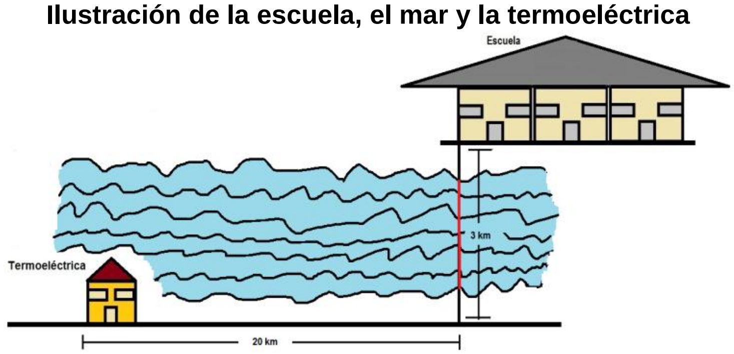
Después de analizados los procedimientos empleados en la resolución de los casos anteriores, cuya intención es seguir elevando los niveles de contextualización, se planteó otra situación problémica que requiere un esfuerzo intelectual de los estudiantes en cuanto a: abstracción, interpretación y argumentación.

En una Isla de la ciudad de Luanda, Angola, se encuentra situada una escuela primaria. Se necesita tender una línea eléctrica para llevar electricidad a dicha escuela desde una termoeléctrica que se sitúa a $20\,km.$ del punto más cercano a esta, es decir, $3\,km.$ El costo de instalación en tierra, es de $15\,000{,}00\,Kz.$ (kwanzas, moneda nacional de Angola) y $25\,000{,}00\,Kz.$ por mar. Determine el recorrido óptimo de la línea, para calcular su costo mínimo de instalación.

Para la resolución del problema enunciado, se empleó el siguiente procedimiento:

- Explicar la significación práctica del problema a los estudiantes con el propósito de facilitar la comprensión del mismo.
- Representar gráficamente el problema, (Figura 6).

**Figura 6**
**Ilustración de la escuela, el mar y la termoeléctrica**

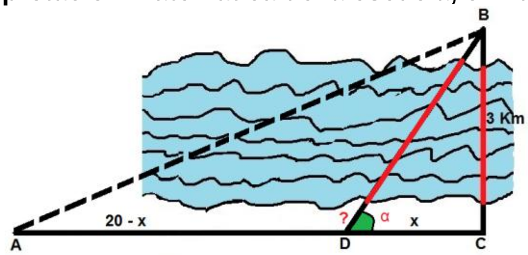



**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

- Buscar fórmulas que relacionen las cantidades conocidas y las desconocidas.
- Formar una ecuación que relacione la incógnita seleccionada $(x)$ con las cantidades desconocidas.
- Analizar las alternativas que facilitan la solución de la ecuación formada.
- Resolver la ecuación obtenida y hallar el valor correspondiente a la incógnita.
- Comprobar e interpretar los resultados en términos del problema original.

Dada la necesidad de determinar el recorrido óptimo de la línea, o sea, distribuir las distancias por mar y por tierra, de modo que se obtenga el costo mínimo de instalación, se recurrió una vez más, a los procedimientos pitagóricos, tal como se demuestra en la Figura 8.

**Figura 8**
**Ilustración de la interpretación matemática de la escuela, el mar y la termoeléctrica**




**Fuente:** Elaboración propia de los autores (2013)

$$AD = (15.000)kz(20 - x)km$$

$$DB = (25.000)kz(\sqrt{x^2 + 3^2})km$$

$$ADB = (15.000)kz(20 - x)km + (25.000)kz(\sqrt{x^2 + 3^2})km$$

$$ADB = (300.000 - 15.000x)kz/km + \left[25.000(\sqrt{x^2 + 9})\right]kz/km$$

Como se observa, el segmento $ADB = \left[300.000 - 15.000x + 25.000\sqrt{x^2 + 9}\right]kz/km$

representa la función objetivo del problema. Para su derivación, se asignó hipotéticamente $h(x) = ADB$, es decir:

$$h(x) = \left[300.000 - 15.000x + 25.000\sqrt{x^2+9}\,\right] kz/km$$
$$h'(x) = \left[0 - 15.000(1) + 25.000\frac{2x^{2-1}+0}{2\sqrt{x^2+9}}\right] kz/km$$
$$h'(x) = \left[-15.000 + 25.000\frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}}\right] kz/km$$
$$h'(x) = \left[-15.000 + 25.000\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\right] kz/km$$
$$h'(x) = \left[\frac{25.000x}{\sqrt{x^2+9}} - 15.000\right] kz/km$$

Igualando a cero la primera derivada y aplicando transformaciones algebraicas se obtiene:

$$\left[\frac{25.000x}{\sqrt{x^2+9}} - 15.000\right] kz/km = 0$$
$$\left[\frac{25.000x}{\sqrt{x^2+9}}\right] kz/km = 15.000 kz/km$$
$$\left[\frac{25.000x}{\sqrt{x^2+9}}\right]^2 kz/km = [15.000]^2 kz/km$$
$$\left[\frac{625.000.000x^2}{x^2+9}\right] kz/km = (225.000.000) kz/km$$
$$(625.000.000x^2) kz/km = (225.000.000x^2 + 2.025.000.000) kz/km$$
$$(400.000.000x^2 - 2.025.000.000) kz/km = 0\left[\frac{1}{50.000.000}\right] kz/km$$
$$(8x^2 - 40.5) kz/km = 0$$
$$(8x^2) kz/km = (40.5) kz/km$$
$$x_1 = 2.25\, kz/km$$
$$x_2 = -2.25\, kz/km$$

Como se observa, se han obtenido dos soluciones, que después de haber socializado su significación práctica acorde a las necesidades declaradas en el problema, se ha tomado la solución positiva ($x_1 = 2.25\, kz/km$), pues la negativa ($x_2 = -2.25\, kz/km$) carece de sentido, porque el mismo trata del concepto de distancia. En esta actividad, no solo se valoró la capacidad argumentativa de los estudiantes, sino el análisis y la interpretación de la naturaleza de los problemas o fenómenos en estudio, para fortalecer la comprensión de los estudiantes; contribuir al desarrollo de su pensamiento lógico, reflexivo, así como desarrollar habilidades comunicativas que les permita emitir valoraciones en torno a la optimización interpretativa de los resultados.

Para la determinación del ángulo que posibilita calcular el costo mínimo de la obra, según las disponibilidades del problema en cuestión, se recorrió a los criterios y procedimientos empleados para la solución del problema anterior. En este sentido, se ha tomado $x_1 = 2.25$ y mediante el empleo del Software Mathcad 2001 Professional, se logró la determinación del ángulo que determina la distancia mínima por mar (DB), es decir, $\alpha = a\tan\left[\frac{3}{2.25}\right]$, siendo $\alpha = 53º.13`$.

Consecuentemente con los criterios y procedimientos mencionados, así como el sistema de relaciones que se pone de manifiesto entre $x_1$ y $x_{Mín}$ , (Min, Mínimo) se sustituyó este ($x_1 = x_{Mín} = 2.25$) en la función objetivo para calcular el costo mínimo de la obra en $kz.$ como se demuestra a continuación:

$$ADB = 300.000 - 15.000\,x + 25.000\ (\sqrt{x^2+9})$$
$$h(x_{Mín}) = 300.000\ - 150.00\ (2.25) + 25.000\ \left[\sqrt{(2.25)^2+9}\right]$$
$$h(x_{Mín}) = 300.000\ - 33.750\ + 25.000\ (\sqrt{5.0625+9})$$
$$h(x_{Mín}) = 300.000\ - 33.750\ + 25.000\ (\sqrt{5.0625+9})$$
$$h(x_{Mín}) = 266.250\ + 25.000\ (\sqrt{14.0625})$$
$$h(x_{Mín}) = 266.250\ + 25.000\ (3.75)$$
$$h(x_{Mín}) = 266.250\ + 93.750$$
$$h(x_{Mín}) = 36\,0\,000{,}00\ \ Kz.$$

Al terminar el cálculo del costo mínimo de la obra según las disponibilidades asignadas, es decir, la suma equivalente a $360\,000{,}00\,Kz.$ se aprovechó el espacio para intercambiar con los estudiantes, aspectos relacionados con la necesidad del manejo adecuado de los recursos públicos. Se generalizó la interpretación de este problema para analizar situaciones que ocurren en distintos sectores socioeconómicos de la República de Angola, así como en la vida cotidiana de los ciudadanos debido a una insuficiente gestión de los bienes y servicios.

Se orientaron problemas similares, para el trabajo independiente de los estudiantes, a partir del reconocimiento de las semejanzas analíticas e interpretativas con los anteriores, para que se desempeñen como constructores de su propio conocimiento y proceso de aprendizaje.

Uno de los problemas orientados es el siguiente:

Se necesita construir un tanque cilíndrico, sin tapa, en posición vertical en las proximidades del súper mercado "**Nosso Super**" en la ciudad de Benguela, Angola. El mismo debe poseer una capacidad de $100\,m^3$. Determine sus dimensiones para que el material a utilizar en su construcción, sea el mínimo.

En el proceso de resolución de este problema los estudiantes utilizaron símbolos y figuras que facilitaron la comprensión y la interpretación de los datos. Demostraron el empleo de un lenguaje matemático preciso en la justificación y en la argumentación de la alternativa de solución seleccionada. Al finalizar se socializaron, mediante técnicas de confrontación de ideas, las alternativas de solución, así como los resultados encontrados, lo que contribuyó a fortalecer los procedimientos de análisis y de interpretación de estos.

A medida que se avanzó en el estudio del tema, desde su sistema de clases, los problemas contextualizados abordados, estuvieron intencionados a promover el aprendizaje significativo, las necesidades investigativas y la transcendencia de la Matemática en la sociedad.

Al finalizar la ejemplificación práctica, se intercambiaron distintos puntos de vista y criterios con el colectivo de profesores, sobre la necesidad de seguir elevando los niveles de contextualización de los contenidos, ejercicios y problemas matemáticos abordados en clases, mediante situaciones concretas del entorno en que se desarrollan los estudiantes y profesores.