ACTA MEXICANA DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
Vol. IV, Núms. 13-14, Enero-Junio, 1986
págs. 39-47

MODELOS DE SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA EDUCATIVO

JACEK B. KRAWCZYK*
Sección de Graduados, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME)
Instituto Politécnico Nacional de México

MICHAL BOJANCZYK
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computadoras, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, Puerto Rico

WOJCIECH ROKICKI
Instituto de Investigaciones sobre Sistemas, Academia Polaca de Ciencias, Varsovia, Polonia

Resumen: El trabajo presenta algunos conceptos matemáticos de la modelación del sistema educativo. La descripción de la estructura general del sistema educativo está seguida por los modelos de los subsistemas básicos. Se proporcionan para describir la dinámica de los flujos físicos (flujos de alumnos-estudiantes, de desertores, de egresados, etc.) dentro del subsistema básico. Esos subsistemas constituyen el modelo complejo, el cual refleja la estructura real del sistema educativo en consideración.

El modelo propuesto se ha usado para simular la dinámica del proceso de la educación (número de egresados, desertores, etc.) para subsistemas escogidos. Se presenta luego el proceso de utilización de recursos en la educación. El trabajo enfoca su atención en los modelos del tipo de simulación, pero también se presenta la posibilidad de optimización del sistema educativo. Este enfoque procede naturalmente de los modelos de simulación. Brevemente, este trabajo presenta el modelo matemático del sistema educativo; este modelo puede tener varios usos, especialmente como una herramienta de evaluación de varias políticas de asignación de recursos, selección de las opciones del desarrollo, etc.

SIMULATION AND OPTIMIZATION MODELS OF EDUCATION SYSTEMS

Abstract: The paper presents some mathematical concepts of modelling of education systems. A model of general structure of an education system is presented. It consits of a chain of models of levels of education (primary, secondary, tertiary, postgraduate studies, etc.). These in turn consist of so called basic subsystems which correspond to types of schools (within the levels), e.g. private, governmental, special, etc. The composition of the subsystems and of the levels is to reflect the structure of a real system under consideration. The aim of the model is to describe physical flows of students centrants, drop-outs, graduates, etc.) within the structure.

The paper focuses its attention on simulation models, however, possibilities of optimization are mentioned. The resources needed in education process are calculated using "technological" norms assigning different means (teachers, rooms, etc.) to the obtained flows of students. In the paper a numerical example of simulation of a particular system of medical staff training composed of two levels is presented.

1. INTRODUCCIÓN.

La situación actual de los países en vías de desarrollo, en cuanto al crecimiento sustancial de sus poblacio-

* Actualmente: Departamento de Economía, Universidad de Victoria, Wellington, Nueva Zelandia.

nes, requiere de estudios especiales en el campo de los servicios sociales.

Atención particular debe darse al sistema educativo, el cual determina tanto el nivel de conciencia del individuo como la calidad de los recursos humanos, ambos a corto, mediano y largo plazos. Naturalmente la formación y capacitación de la mano de obra juega un papel decisivo en el desarrollo industrial y satisfacción de necesidades sociales e intelectuales.

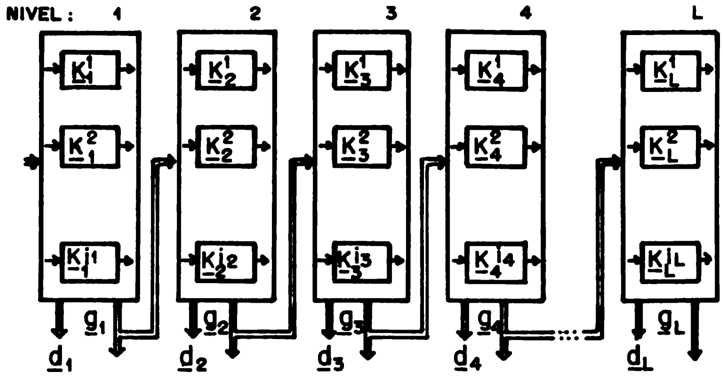
Todos los procesos de formación de recursos humanos son dinámicos (tanto en el sentido usual como en el de la teoría de control) y relacionados mutuamente entre los niveles de educación y dentro de ellos. Además, son muy sensibles a los cambios demográficos, que es el caso de la mayoría de los países latinoamericanos. La complejidad de estos fenómenos implica la necesidad de usar el enfoque sistémico matematizado para resolver muchos problemas de planeación y evaluación de las decisiones potencialmente tomadas.

El posible enfoque sistémico coloquial, usado frecuentemente en las ciencias sociales, tal vez pueda ubicar mejor los procesos considerados en su medio – ambiente socioeconómico, pero no permite describir los fenómenos cuantificables y mensurables y tampoco investigar las múltiples opciones para las estrategias del desarrollo.

Este artículo pertenece al grupo de trabajos mencionados en las referencias 1, 2, 8, 9, que exponen el enfoque sistémico matematizado y que tratan el sistema educativo.

Desde el punto de vista del análisis de sistemas, un sistema educativo puede ser interpretado como una cadena de niveles consecutivos que generalmente corresponden a diferentes tipos de escuelas, por ejemplo: primarias, secundarias, etc. (Fig. 1). Las entradas, que pueden ser vistas como los controles a los niveles superiores, son partes de las salidas de los niveles inferiores, donde las diferencias están constituidas generalmente por los desertores.

Cada nivel educativo está compuesto de varios tipos de entidades de enseñanza, llamadas a continuación subsistemas básicos; por ejemplo, una facultad dentro del nivel universitario es un subsistema básico, un tipo de escuelas vocacionales dentro del nivel de secundarias (preparatorias) es otro subsistema básico, etc. Un tal subsistema está, claro, compuesto de grados (años escolares).



LEYENDA

$\ell = 1, 2, \ldots L$	INDICES DE NIVELES EDUCATIVOS (USUALMENTE $\ell=1$ CORRESPONDE AL NIVEL DE ESCUELAS PRIMARIAS; $\ell=2$ SECUNDARIAS, $\ell=3$ PREPARATORIAS, $\ell=4$ UNIVERSIDADES, ..., $\ell=L$ AL NIVEL MAXIMO DE ESTUDIOS DE POSGRADO)
$i = 1, 2, \ldots, i_\ell$	INDICES DE LOS SUBSISTEMAS BASICOS DEL NIVEL ℓ
$\boxed{\underline{K}_\ell^i}$	EL SUBSISTEMA BASICO i DENTRO DEL NIVEL ℓ
$\underline{d}_\ell$	DESERTORES DEL NIVEL ℓ
$\underline{g}_\ell$	EGRESADOS DEL NIVEL ℓ

Fig. 1. Diagrama de bloques representando el sistema educativo. ($\underline{K}$ = K en el texto.)

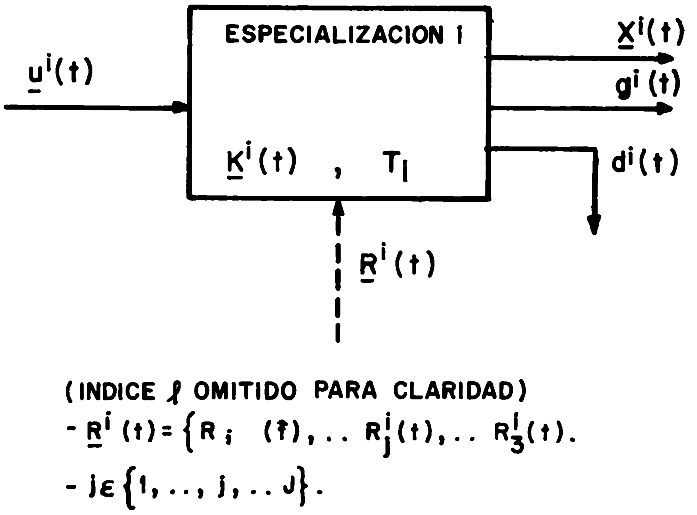


Fig. 2. El subsistema básico para la especialización *i*. ($\underline{X}$ = **X**, $\underline{R}$ = **R**, . . . , en el texto.)

Se puede hablar de la dinámica de cada sistema (y/o subsistema) refiriéndose a la dinámica del flujo de alumnos, es decir, a la probabilidad de ser promovido, de ser desertor, etc.

A continuación se propone la descripción matemática de un subsistema básico, donde las probabilidades mencionadas son los coeficientes de las ecuaciones en diferencias que describen el subsistema básico.

Estas ecuaciones, junto con las restricciones (y —opcionalmente— con un índice de rendimiento), constituyen el modelo matemático del sistema educativo y así se obtiene la herramienta de simulación (opcionalmente de optimización) de los fenómenos del sistema.

Se puede usar esta herramienta con varios propósitos. La combinación del modelo con un submodelo de utilización de recursos, proporciona al tomador de decisiones la información sobre la potencial discrepancia entre las necesidades y las posibilidades del sistema. El uso simple del modelo educativo del número de graduados es un dato importante, por ejemplo, para el mercado de la mano de obra. La formulación del índice de rendimiento en forma de diferencia entre la demanda generada por la economía de los especialistas en una cierta profesión y la oferta constituida por los egresados del sistema, conduce a un problema del control óptimo. Su solución ayuda a utilizar mejor los recursos humanos (mediante becas, anuncios, etc.). Algunas de estas aplicaciones potenciales del aprovechamiento del modelo, se discuten en el presente artículo.

2. MODELOS GENERALES DE SIMULACION

Este capítulo se dedica a la presentación de dos posibles enfoques de la construcción de los modelos de simulación de un sistema educativo. A pesar de las claras diferencias funcionales entre varias escuelas, resulta[5] que diferentes módulos del sistema educativo (distintos tipos de escuelas en diferentes niveles de educación) se pueden describir mediante la misma metodología.

Se presentan y discuten dos modelos del subsistema básico típico. Se construyen para describir la dinámica de los flujos físicos (flujos de estudiantes, desertores y egresados) dentro del sistema.

El subsistema básico para la especialización *i* se presenta en la figura 2*. El modelo de todo el sistema consiste en una combinación de tales subsistemas y su estructura depende de la estructura real del sistema educativo considerado.

Los estudios de posgrado se pueden modelar también de manera diferente.[2,3]

Los modelos de simulación propuestos, referidos a continuación como *A* y *B*, pueden ser utilizados de varias maneras, las dos siguientes parecen las más importantes:

---

*La especialización *i* esta ubicada dentro de un nivel (l) de educación (por ejemplo, la Facultad de Odontología dentro de la Escuela de Medicina).

(m1) ayudar a establecer el número de egresados como resultado de una estrategia dada del desarrollo (para diferentes niveles y tipos de escuelas).

(m2) ayudar a determinar la estructura de la mano de obra como resultado de una estrategia dada del desarrollo y confrontarla con la demanda generada por la economía.

Además, ambos modelos *A* y *B*, pueden servir como unidades básicas para resolver las tareas más complejas mencionadas en la introducción.

Modelo A

Las suposiciones básicas en la formulación de este modelo son como sigue:

i) el número de estudiantes, egresados y desertores depende de manera lineal del número de los que ingresan al sistema;

ii) el número máximo de estudiantes depende de los recursos disponibles (para mantenimiento e inversiones);

iii) se introducen las normas de utilización de recursos en el proceso educativo.

En este capítulo sólo *i*) es importante, mientras que las suposiciones *ii*) y *iii*) son necesarias para establecer las reglas del uso de recursos (ver referencia 9 y los capítulos siguientes).

Se introduce la notación siguiente (Fig. 2):

T_i es la duración de la enseñanza en la especialización *i*;

$\mathbf{X}^i(t) = [x_1^i(t), x_2^i(t), \ldots, x_{T_i}^i(t)]$ es el vector de los números de estudiantes que empiezan los grados consecutivos en la especialización *i*, en el año *t*;

$g^i(t)$ es el número de egresados en la especialización *i*, en el año *t*;

$\mathbf{u}^i(t)$ es el vector de los de nuevo ingreso que entran a las escuelas de la especialización *i* en el año *t*.

Entonces los flujos de estudiantes se pueden modelar como sigue:

$$\mathbf{X}^i(t+1) = \mathbf{K}^i(t)\,\mathbf{X}^i(t) + \mathbf{u}^i(t) \tag{1}$$

donde la matriz $\mathbf{K}^i(t)$ tiene la forma:

$$\mathbf{K}^i(t) = \begin{bmatrix} r_1^i(t) & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ p_1^i(t) & r_2^i(t) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & p_2^i(t) & r_3^i(t) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & p_{T_i-1}^i(t) & r_{T_i}^i(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

y los coeficientes satisfacen la ecuación de balance:

$$p_j^i(t) + r_j^i(t) + w_j^i(t) = 1 \quad \forall\, j \in \{1, \ldots, T_i\} \tag{3}$$

donde

$p_j^i(t)$ número de estudiantes del grado *j* en el año *t* quienes se vuelven los estudiantes del grado *j* + 1 en el año *t* + 1, relacionado al número total de estudiantes del grado *j* en el año *t*,

$r_j^i(t)$ proporción análoga con respecto a los estudiantes que repiten* el grado *j* (en el año *t* + 1);

$w_j^i(t)$ proporción análoga con respecto a los desertores del grado *j* (en el año *t*).

El vector $\mathbf{u}^i(t)$ representa a los de nuevo ingreso que entran** al subsistema *i* en el año *t*:

$$\mathbf{u}^i(t) = [u_1^i(t), 0, \ldots, 0] \tag{4}$$

* En el modelo se permite la repetición múltiple de grados.

** El modelo considera sólo las admisiones al primer grado, porque se supone que es un modelo global. En los modelos regionales que incluyen la migración, aparecerán los componentes para otros grados.

Los números de graduados y desertores se determinan por las ecuaciones siguientes:

$$g^i(t) = p^i_{T_i}(t) \cdot X^i_{T_i}(t) \quad (5)$$

$$d^i(t) = \mathbf{u}^i(t)^{\mathrm{T}} . \mathbf{X}^i(t) \quad (6)$$

En el modelo A se requieren los parámetros $p^i(t)$, $r^i(t)$ y $w^i(t)$ para que se pueda describir la dinámica del subsistema. Para el pasado se les puede identificar de los flujos anteriores de estudiantes. Para el futuro hay que hacer proyecciones, que obviamente deben incorporar las limitaciones, sean administrativas (impuestas por las políticas del desarrollo) sean naturales (implicadas por otros estudios).

El modelo puede utilizarse de ambas maneras (m1 y m2). Desgraciadamente para identificarlo requiere mucho más datos que el modelo B, cuya descripción sigue a continuación. El ejemplo numérico presentado en uno de los capítulos posteriores está formulado sólo en términos del modelo B. Sin embargo, el estudio del modelo A, que es definitivamente más físico (con respecto a los fenómenos que ocurren en el subsistema), es interesante y promisorio.

Modelo B

Este modelo puede considerarse como cierta simplificación del anterior.

La suposición *i*) del modelo A es válida para el B con algunas modificaciones:

— Se consideran sólo los números de egresados del subsistema que dependen de manera lineal de la combinación de los de nuevo ingreso que entran al subsistema;
— Las posibilidades de repetición de grados están limitadas.

Las otras suposiciones se van a discutir a continuación.

Se propone la ecuación siguiente para describir la formación de los egresados (los símbolos T_i, $g_i(t)$, $u^i(t)$, no cambian su significado).

$$g^i(t) = a^i_1\, u^i(t - T_i) + a^i_2\, u^i(t - T_i - 1) \quad (7)$$

donde usualmente

$$a^i_1(t) + a^i_2(t) < 1 \quad (8)$$

— el primer componente representa directamente el número de los de nuevo ingreso que entraron al subsistema hace T_i años (cuya mayoría termina sus estudios en T_i años (ver las relaciones entre a^i_1 y a^i_2 en el ejemplo numérico);
— el segundo componente puede ser considerado como una medida (no exacta) de las repeticiones, permitiéndose una sola repetición durante todo el ciclo educacional del subsistema.

3. RECURSOS UTILIZADOS EN EL PROCESO EDUCATIVO

En el capítulo precedente se considera sólo la dinámica de los flujos de estudiantes. Así, los problemas como:

— determinación de la demanda de recursos (profesores y facilidades), y
— estimación de gastos de mantenimiento y para inversiones,

no se han discutido.

De la referencia 6 resulta que los intentos de estimar las relaciones de tipo costo-efecto para el sistema educativo no son generalmente promisorios, porque en la mayoría de los sistemas educativos la correlación entre los promovidos y los recursos utilizados es muy baja.

Sin embargo, para garantizar la calidad deseada del proceso educativo, en los modelos presentados en este trabajo se propone introducir las restricciones que asignan normas de utilización de recursos al proceso.

Para una especialización se introduce la restricción siguiente (el índice i se va omitir):

$$\mu_j(t) \leqslant \frac{R_j(t)}{P(t)} \quad j = 1, 2 \quad (9)$$

donde

$R_1(t)$ número de maestros y/o otro personal pedagógico necesario en el tipo de educación considerado

$R_2(t)$ capital usado en el subsistema considerado*

---

* Se pueden adaptar varios modelos de crecimiento del capital; por ejemplo, uno con equivalente discreto del operador de Volterra

$$R_2(t) = \sum_{\tau = -\infty}^{t} K(t - \tau) \cdot I(\tau)$$

donde

$I(\tau)$ = inversiones,

$K(t - \tau)$ = función núcleo del operador [5,7].

$P(t)$ número total de estudiantes que utilizan el recurso j

$\mu_j(t)$ norma correspondiente ($j = 1, 2$).

Se supone que los coeficientes $\mu(t)$ no deben disminuir con el tiempo.

En el modelo A el número $P(t)$ puede ser calculado como la suma:

$$P(t) = \sum_{j=1}^{T} X_j(t) \tag{10}$$

donde T es el número de grados (mínimo número de años para terminar los estudios en el sistema analizado).

En el modelo B dicho número no es tán fácil de determinar (y generalmente no tan esencial); sin embargo, se puede estimar indirectamente como sigue:

$$g(t) = a_1\, u(t-T) + a_2\, u(t-T-1) \tag{11}$$

$$d(t) = \delta \cdot P(t) \tag{12}$$

Si se supone que

$$\delta \cong 1 - (a_1 + a_2) \tag{13}$$

se puede determinar el número de estudiantes $P(t)$ por la ecuación recurrente:

$$P(t) = P(t-1) \cdot (1-\delta) + u(t) - g(t-1) \tag{14}$$

sujeto a que el valor inicial $P(t_0)$ sea conocido.

Ambos tipos de recursos utilizados en el proceso educativo: mano de obra y capital (facilidades), requieren gastos para cubrir los costos correspondien-tes; es decir, salarios de profesores y de otros empleados en el subsistema, y costos corrientes de mantenimiento.

Este capítulo sólo proporciona conceptos generales de los modelos de utilización y de oferta de recursos. Para un análisis más profundo de este problema, ver referencia 5.

4. ENFOQUE DE OPTIMIZACION A LA MODELACION DEL SISTEMA EDUCATIVO

En el capítulo 2 se presentaron dos modelos de simulación del sistema educativo. Ahora se va a reformular el modelo A para describir un modelo de optimización. Sólo se presenta un modelo simple y la atención se enfocará más a los aspectos metodológicos. El desarrolllo de este enfoque parece natural, pero depende mucho de la calidad y cantidad de los datos estadísticos (y de su existencia).

Se considera un sistema jerárquico de dos niveles para una especialización agregada, por ejemplo, medicina, ver figura 3. Los niveles son:

$l = s$ secundarias (donde pertenecen las escuela médicas vocacionales);

$l = a$ escuelas superiores (donde pertenecen las escuelas médicas superiores).

Entonces se puede describir este sistema por las ecuaciones:

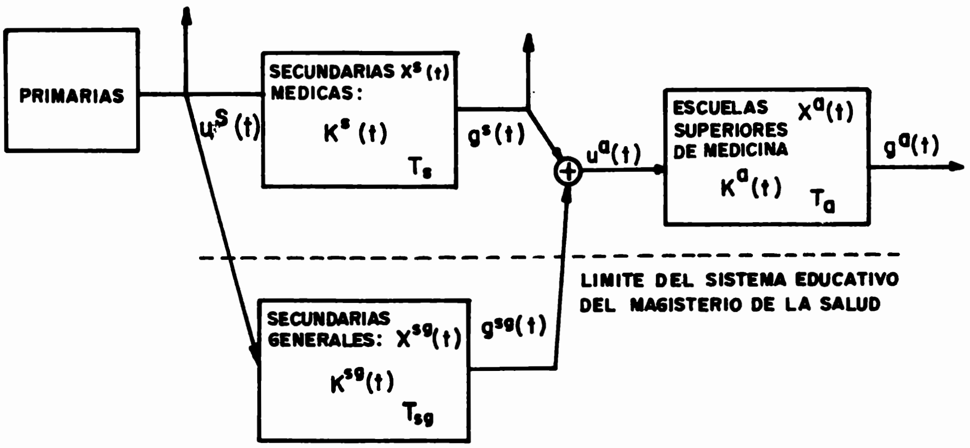


Fig. 3. Flujos de estudiantes y egresados en un sistema de dos niveles para una especialización agregada (medicina).

— de estado

$$\mathbf{X}^l(t+1) = \mathbf{K}^l(t)\,\mathbf{X}^l(t) + \mathbf{u}^l(t+1)\ ,\ l = s, a, \quad (15)$$

— de salida

$$g^l(t) = P^l_{T_l}(t) \cdot X^l_{T_l}(t) \quad (16)$$

$$d^l(t) = [\mathbf{W}^l(t)]^T \cdot \mathbf{X}^l(t)\ , \quad (17)$$

por las restricciones:

— de las variables de estado

$$\mu_{lj}(t) \leqslant R^{lj}(t) \quad (18)$$

$j = 1, 2$ y corresponde al tipo de recursos (ver capítulo 3).

— y de las variables de entrada (de control)

$$u^s(t) \leqslant U^s(t) \quad (19)$$

$$u^a(t) \leqslant U^a(t) \quad (20)$$

$U^s(t)$ es el número máximo de los de nuevo ingreso que pudieran entrar a las escuelas médicas secundarias, el cual depende de la eficiencia y dinámica del proceso en las escuelas primarias.

$U^a(t)$ es el número máximo de los de nuevo ingreso que pudieran entrar a las escuelas médicas superiores, el cual depende directamente de los egresados de las escuelas médicas secundarias y los de las secundarias generales (e indirectamente de las primarias).

Ambos $U^s(t)$ y $U^a(t)$ reflejan generalmente la política educativa en la parte externa desde el punto de vista del sistema médico educativo.

El índice de rendimiento para el problema de optimización del sistema médico se estudia en la referencia 10. Sin embargo, uno que modeliza el problema de optimización de la formación de recursos humanos, sujeto a que su demanda está estimada, es bastante simple:

$$\min \sum_{l = s, a} \left(\sum_{t = t_0}^{t_1} W^l(t)\,[g^l(t) - \bar{g}^l(t)]^2 \right) \quad (21)$$

donde

$W^l(t)$ ponderaciones
$\bar{g}^l(t)$ demanda de mano de obra en el nivel l, por ejemplo, enfermeras y médicos, que se pueden determinar aplicando los modelos de estimación de la morbilidad[10,11].
$[t_0, t_1]$ periodo de planeación.

Entonces el problema de optimización se fórmula

min (21)

sujeto a (15), (16), (17), (18), (19), (20) (22)

con respecto a los controles que son en este problema los números de admisiones para cada nivel (s y a).

La desagregación del problema, que consistiría en considerar más niveles educativos (por ejemplo, estudios de posgrado) haría la estructura más diversificada e introduciría nuevas variables de decisión. Sin embargo, no introduciría nuevos problemas metodológicos.

El modelo de optimización (22) es una extensión natural de los modelos de simulación: se ha incorporado un índice de rendimiento que sirve para expresar la calidad del proceso. Obviamente se puede pensar en otros índices que expresarían otras propiedades del sistema.

5. EJEMPLO ILUSTRATIVO. MODELO DE SIMULACION

Un sencillo, pero típico e importante subsistema fue escogido a fin de ilustrar la metodología presentada. (Para una descripción más detallada ver referencia 2.)

Los parámetros del modelo B han sido estimados para la Facultad de Medicina y para la Facultad de Odontología dentro del sistema de estudios médicos superiores de Polonia.

Se presentarán algunas medidas de calidad de calibración del modelo, los modelos mismos y a continuación las prognosis de los números de egresados como resultados del uso del modelo.

Se han calculado dos medidas de la calidad de calibración:

— coeficiente de correlación R_i

$$R_i^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{N_i} [\,g_s^i(t) - g_M^i(t)\,]^2}{\sum_{t=1}^{N_i} [\,g_s^i(t) - \bar{g}_s{}^i\,]^2} \quad (23)$$

donde

$g_s^i(t)$ información estadística (número de los egresados de la facultad i en el año t).

$g_M^i(t)$ valor del modelo (número de los egresados de la facultad en el año t, calculado de la ecuación (7).

N^i número de las informaciones estadísticas que sirven para el procedimiento de estimación.

$\bar{g}_s^i = \sum_{t=1}^{N_i} g_s^i(t)/N^i$ número promedio de egresados en el periodo N^i (periodo de estimación: $[t_0^i,\ t + N^i - 1]$).

y

— error promedio δ_i

$$\delta_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N_i} (g_s^i(t) - g_M^i(t))^2}{N^i}} \cdot \frac{1}{\bar{g}_s^i} \quad (24)$$

Facultad de Medicina ($i = 1$)

$$g_M^1(t) = a_l^1\ u_l^1(t-6) + a_2\ u^1(t-7)\ \ t\,\varepsilon\,[1965, 1988]$$

$$a_1^1 = 0.619,\ a_2^1 = 0.349,\ t_0^1 = 1965,\ N^1 = 16$$

$$R_1 = 0.943, \quad \delta = 6.0\%$$

En la figura 4 se presentan los datos estadísticos y valores obtenidos del modelo para los números de egresados junto con la prognosis.

Facultad de Odontología ($i = 2$)

$$g_M^2(t) = a_1^2\ u_2\ (t-5) + a_2^2\ u_2(t-6)\ \ t\,\varepsilon\,[1963, 1985]$$

$$a_1^2 = 0.680,\ a_2^2 = 0.034,\ t_0^2 = 1963,\ N^2 = 18$$

$$R_2 = 0.754, \quad \delta_2 = 8.9\%$$

En la figura 5 se muestran las gráficas correspondientes a la Facultad de Odontología.

En este caso el número de egresados (dentistas) disminuye ligeramente, lo cual está relacionado directamente con el hecho de que en los últimos años ha disminuido el número de los de nuevo ingreso. Esto está ligado a la política de quienes toman las decisiones en Polonia, que constataron hace algunos años que la proporción del número de dentistas al número de la población era cercana a la norma ideal, definida por los planeadores del sistema de protección de la salud.

Resumiendo brevemente, dos modelos del tipo *B* presentados anteriormente pueden ser utilizados para efectuar la prognosis (en ambos métodos m1 y m2 del uso, descritos en la sección 2), sujeto a que la eficiencia del proceso educativo, expresada en términos de los coeficientes a_1^i y a_2^i, no cambia mucho.

6. CONCLUSIONES

Se ha presentado la metodología general de la modelación del sistema educativo. Se han descrito los flujos físicos que modelizan el comportamiento de dicho sistema.

Se han propuesto dos modos (de simulación y de optimización) para el empleo de modelos aplicables al proceso de planeación, tan importante para los países en vías de desarrollo, pues debido a sus cambios demográficos y a la escasez de recursos, tienen que examinar muy cuidadosamente sus estrategias de desarrollo.

El capítulo 5 ha mostrado la utilidad del enfoque presentado en la práctica de planeación, mientras que el capítulo 4 ha proporcionado la metodología de optimización.

REFERENCIAS

1. **Bojanczyk, M., J.B. Krawczyk y W. Rokicki.**: "Some Models of Educational Process". Case Study-Medical Academies, Conferencia Internacional de IEEE MEXICON 82, México, 1982.
2. **Boardman, E.E., D.A. Davis y P.T. Sanday:** "A Simultaneous Equations Model of the Educational Process". Pittsburgh: Carnegie-Mellon University, 1978.
3. **Bojanczyk, M. y W. Rokicki:** "A Concept of Modeling a Health Manpower Educational System". CP-82-3, Laxenburg, Austria. International Institute for Applied Systems Analysis, 1982.
4. **Kulikowski, R., H. Mierzejewski y W. Rokicki:** "Model of the Teaching Staff Formation", Zagadnienia Naukoznawstwa 1 (4), 1975. (En polaco.)
5. **Propoi, A.:** "Models for Education and Manpower Planning: A Dynamic Linear Programming Approach". RM-78-20. Laxenburg, Austria. International Institute for Applied Systems Analysis, 1978.
6. **Rokicki, W.:** "Educational Sector". En SARUM and MRI, *Description and Comparison of a World Model and a National Model.* Editado por G. Bruckmann, Pergamon Press, 1978.
7. **Rokicki, W.:** "Educational Process Modelling". En: *Problems of Forecasting and Planning for Socio-economic Development.* Editado por R. Kulikowski. Wroclaw, 1979. (En polaco.)

8. **Rokicki, W.**: "Educational System Model as a Tool in Labour Force Estimation". Report of the Systems Research Institute, Warsaw, 1980. (En polaco.)
9. **Stewman, S.**: "Markov and Renowal Models for Total Manpower Systems". Pittsburgh: Carnegie-Mellon University, 1978.
10. **Bojanczyk, M.**: "Modelling of Health Care System". Doctoral Dissertation, Warsaw, 1979. (En polaco.)
11. **Bojanczyk, M. y J. Krawczyk**: "Need-oriented Health Care System Model for Planning Purposes". Trabajo presentado en el V Congreso Internacional de Cibernética y Sistemas, Ciudad de México, 1981.

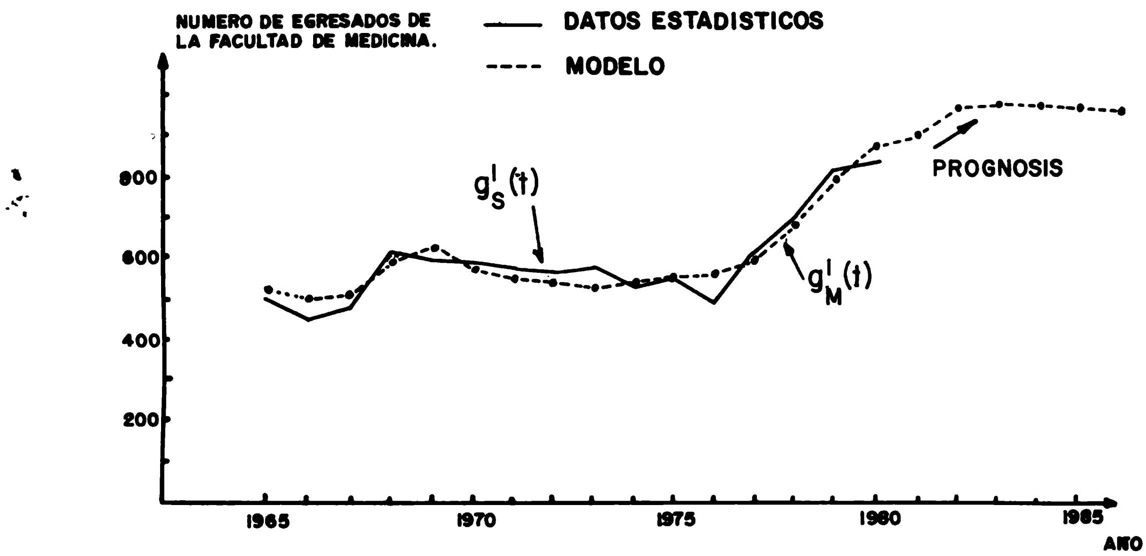


Fig. 4. Número de graduados de la Facultad de Medicina.

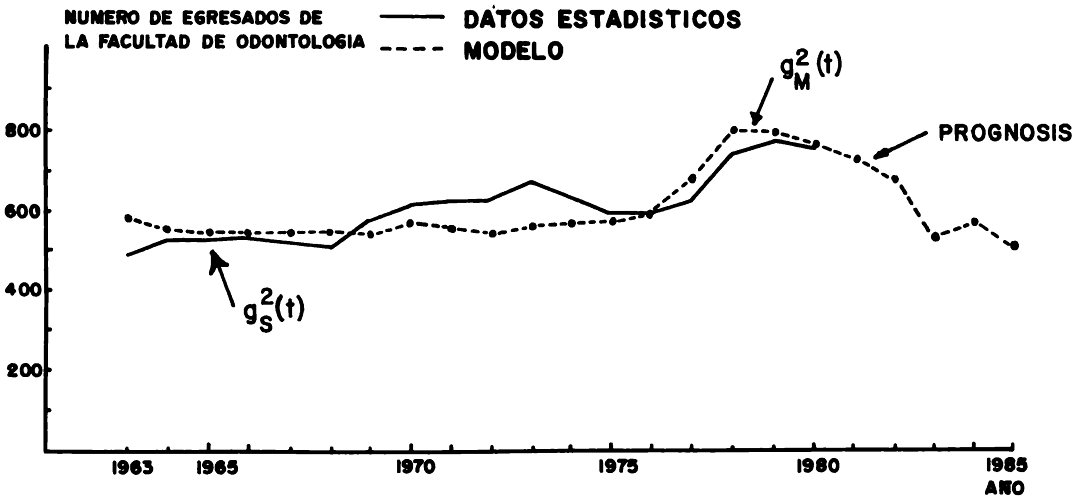


FIGURA 5

NUMERO DE GRADUADOS DE LA FACULTAD DE ODONTOLOGIA

Fig. 5. Número de graduados de la Facultad de Odontología.