ACTA MEXICANA DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
Vol. IV, Núms. 13-14, Enero-Junio, 1986
págs.33-38

¿TEORÍA DEL CAMPO O ACCIÓN A DISTANCIA?

MARCO A. ROSALES y GONZALO ARES DE PARGA
Departamento de Física, Escuela Superior de Física y Matemáticas (ESFM)
Instituto Politécnico Nacional, México.

Resumen: Se analizan los enfoques de la Teoría de Campos y de la Teoría de Acción a Distancia como puntos de vista mutuamente excluyentes en el estudio de la Gravitación Newtoniana y de la Electrodinámica Clásica, mostrándose los éxitos y las fallas de cada uno de ellos para concluir que éstos deben ser complementarios al estudiar los fenómenos físicos.

FIELD THEORY OR ACTION AT A DISTANCE?

Abstract: Field Theory and Action at a Distance Theory are analyzed as different approaches to Newtonian Gravitation and Classical Electrodynamics, showing the successes and failures of each, in order to conclude that they must be complemented as to study the physical phenomena.

O. INTRODUCCIÓN

El concepto de "acción a distancia", tal como fue introducido por Newton en el siglo XVII, se refiere a la interacción instantánea entre partículas que no requieren de un medio material para su propagación. Este enfoque fue prácticamente abandonado en el estudio de partículas cargadas eléctricamente ante el advenimiento de la Teoría Electromagnética de Maxwell a mediados del siglo XIX, en la cual se considera que las interacciones entre tales partículas cargadas se efectúan mediante los campos eléctrico y magnético que cada una de ellas generan en todo el espacio que les circunda.

Además, dentro de la misma teoría Maxwelliana se encuentra que las interacciones no son instantáneas, sino que se propagan con una velocidad finita igual a la velocidad de la luz. Es debido a esta finitud de la velocidad de propagación de las interacciones que Gauss fue incapaz de reformular la teoría de las interacciones entre partículas cargadas en términos de la acción a distancia Newtoniana.

Más tarde, la aparición de la Teoría de la Relatividad de Einstein, en la cual se postula la invariancia de la velocidad de la luz ante cambios de sistemas inerciales de referencia, favoreció el empleo de la Teoría del Campo para la formulación de la Electrodinámica, relegando el uso de la acción a distancia sólo al caso de interacciones gravitacionales, las cuales se seguían considerando instantáneas.

Finalmente, con la publicación de la Teoría de la Relatividad General de Einstein, las interacciones gravitacionales aún en el límite Newtoniano también fueron tratadas por las técnicas de la Teoría del Campo, desapareciendo el uso de la acción a distancia de la literatura científica.

Sin embargo, desde principio de este siglo Fokker,[1] Schwartzchild[2] y Tetrode,[3] independientemente, lograron establecer una formulación del problema de Gauss, reinterpretando el concepto Newtoniano de acción a distancia para designar, ahora, a las interacciones relativistamente invariantes sin mediación de campos.

Nuestro objetivo, en el presente artículo, es señalar algunos de los éxitos y dificultades encontradas con cada una de las formulaciones en términos de campos y de acción a distancia de las teorías de la Gravitación Newtoniana y de la Electrodinámica. Se muestra que estos enfoques no son contradictorios, sino complementarios, para un mejor entendimiento de los fenómenos físicos.

1. LA GRAVITACIÓN NEWTONIANA

La teoría Newtoniana de la gravitación fue estudiada originalmente en el lenguaje de la acción a distancia, y la descripción que haremos de ella involucra un sistema de N partículas, sin extensión, de masas m_a, $a = 1, 2, \ldots, N$. Se utiliza la notación de V.A. Fock,[4] en que $\mathbf{a}$ representa la posición de la partícula de masa m_a, la ley de la Gravitación Universal establece que entre cada par de partículas del sistema existe una fuerza de interacción dada como

$$\mathbf{F}_{ba} = -\frac{G\, m_a\, m_b}{\gamma_{ab}^3}(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \tag{1}$$

en donde $\gamma_{ab} \equiv |\mathbf{a}-\mathbf{b}|$, y las interacciones son instantáneas.

Ya que las fuerzas tienen carácter vectorial, la fuerza total que actúa sobre la partícula $\mathbf{a}$, debida a las partículas restantes, será

$$\mathbf{F}_a = -\sum_{b\neq a} \frac{G\, m_a\, m_b}{\gamma_{ab}^3}(\mathbf{a}-\mathbf{b})$$

y por la segunda ley de Newton se tiene entonces que

$$m_a\, \ddot{\mathbf{a}} = -\sum_{b\neq a} \frac{G\, m_a\, m_b}{\gamma_{ab}^3}(\mathbf{a}-\mathbf{b})$$

o sea, que

$$\ddot{\mathbf{a}} = -\sum_{b\neq a} G\frac{m_b}{\gamma_{ab}^3}(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \tag{2}$$

son las N ecuaciones de movimiento, acopladas, para las N partículas consideradas.

La cancelación de la masa de la partícula a-ésima para llegar a la ec. (2) involucra la igualdad entre la masa gravitatoria y la masa inercial de las partículas, la cual se ha demostrado experimentalmente con una exactitud del orden de 10^{-14}.

Con el fin de establecer la formulación Lagrangiana para el sistema estudiado, introducimos primeramente la energía potencial de la partícula a, definida como:

$$V(\mathbf{a}) = -\sum_{b\neq a} \frac{G\, m_a\, m_b}{\gamma_{ab}} \tag{3}$$

para después formar la Lagrangiana[5] del sistema de partículas como

$$L = T - V = \sum_a \left(\frac{1}{a} m_a\, \dot{\mathbf{a}}^2 - \sum_{b\neq a} \frac{G\, m_a\, m_b}{\gamma_{ab}}\right)$$

así que la acción para este sistema será:

$$A = \int_{t_2}^{t_1} dt \sum_a \left(\frac{1}{2} m_a\, \dot{\mathbf{a}}^2 - \sum_{b\neq a} \frac{G\, m_a\, m_b}{\gamma_{ab}}\right) \tag{4}$$

de la cual, al variar independientemente la posición de cada partícula e igualar la variación de la acción a cero por el principio de mínima acción, se obtiene el conjunto de ecuaciones de movimiento idénticas a las ecuaciones (2).

Como los grados de libertad contenidos en la acción (4) son exclusivamente los asociados con los desplazamientos de las partículas, el tratamiento descrito involucra sólo acciones a distancia.

Con el fin de introducir una Teoría de Campo en este problema, el cambio esencial que debe efectuarse es, en primer lugar, definir en *todo* punto $\mathbf{x}$ del espacio el potencial gravitatorio debido al sistema completo de partículas[4] como

$$\phi(\mathbf{x}) = -\sum_b \frac{G\, m_b}{|\mathbf{x}-\mathbf{b}|} \tag{5}$$

en donde debe observarse la diferencia con la ec. (3).

La identidad matemática[6]

$$\nabla^2(1/r) = -4\pi\, \delta_3(\mathbf{r})$$

en donde $\delta_3(\mathbf{r})$ es la delta de Dirac en tres dimensiones, conduce directamente a que el potencial $\phi(\mathbf{x})$ satisfaga la ecuación de Poisson

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{x}) = -4\pi\, G\, \rho(\mathbf{x})$$

en que la densidad de masa ρ, para el caso de un sistema de partículas sin extensión toma la forma

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_b m_b\, \delta_3(\mathbf{x}-\mathbf{b})$$

Con $\phi(\mathbf{x})$ dada por la ec. (5), la energía potencial del conjunto de N partículas es:

$$\sum_a m_a\, \phi_a(\mathbf{a}) = \sum_a m_a \int d^3x\, \phi(\mathbf{x})\, \delta_3(\mathbf{x}-\mathbf{a})$$

y la Lagrangiana del sistema se escribe esta vez como

$$L = \sum_a \frac{1}{2} m_a \ddot{\mathbf{a}}^2 - m_a \int d^3x\, \phi(x)\, \delta_3 (\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

así que la acción es:

$$A_{p+i} = \int_{t_l}^{t_2} dt \Big(\sum_a \frac{1}{2} m_a \dot{\mathbf{a}}^2 - m_a \int d^3x\, \phi(\mathbf{x})\, \delta_3 (\mathbf{x} - \mathbf{a}) \Big) \qquad (6)$$

(en lo sucesivo *p:* partículas, *c:* campo, *i:* interacción) y, al efectuar la variación de las posiciones de las partículas, se obtienen las ecuaciones de movimiento

$$m_a \ddot{\mathbf{a}} = - m_a \nabla_a \int d^3x\, \phi(\mathbf{x})\, \delta_3 (\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

o sea

$$\ddot{\mathbf{a}} = - \nabla_a \phi(\mathbf{a}) \qquad (7)$$

en las cuales $\phi(\mathbf{a})$ debe calcularse en la posición $\mathbf{a}$, a partir de la ecuación (5). Volveremos a este punto más tarde.

Además de proporcionar las ecuaciones de movimiento de las partículas, una Teoría de Campo debe describir al campo mismo. En el caso presente tal teoría debe conducir a la ecuación de Poisson que, como se ha visto anteriormente, describe al potencial gravitacional $\phi(\mathbf{x})$. Con este fin, es necesario agregar a la acción (6) el término

$$A_c = \frac{1}{8\pi G} \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x |\nabla \phi (x)|^2$$

de tal forma que la acción completa para el sistema partículas + campo es:

$$A_{p+c+i} = \int_{t_1}^{t_2} dt \Big(\sum_a \frac{1}{2} m_a \ddot{\mathbf{a}}^2 - \sum_a m_a \int d^3x\, \phi(\mathbf{x})\, \delta_3(\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \frac{1}{8\pi^6} \int d^3x\, |\nabla \phi(\mathbf{x})|^2 \Big)$$

en la cual son posibles ahora dos tipos de variaciones: Al variar las posiciones de las partículas se recuperan las ecuaciones (7), mientras que al variar el potencial ϕ manteniendo fijas las partículas se obtiene la ecuación de Poisson con la densidad de partículas definida anteriormente. Esta última es la ecuación del campo. Mediante ella es posible imaginar una región con potencial constante (libre de fuerzas) o con un potencial prestablecido en el cual se mueva una partícula dada, lo que es imposible con el enfoque de acción a distancia.

Sin embargo, y volviendo a la ecuación (7), el lado derecho de ésta proviene del término de la acción

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \sum_a m_a\, \phi(\mathbf{x})\, \delta_3 (\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

que puede escribirse como

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \sum_{a \neq b} \frac{G m_a m_b}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} \delta_3 (\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

$$+ m_b \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \frac{G m_b^2\, \delta_3 (\mathbf{x} - \mathbf{b})}{|\mathbf{x} - \mathbf{b}|}$$

en el que el primer término corresponde a la energía potencial en la acción (4), mientras que el segundo término diverge, así que las ecuaciones de movimiento obtenidas por Teoría del Campo contienen un término que se vuelve infinito, obtenido al calcular el potencial de una partícula en la posición de esa partícula, lo cual describe el fenómeno de autoacción.

2. LA ELECTRODINÁMICA CLÁSICA

En el desarrollo histórico de la electrodinámica el proceso de la sección anterior aparece invertido, ya que primeramente Maxwell propuso la existencia de los campos electromagnéticos y después se estudió la dinámica de las partículas cargadas. La razón fundamental de esta inversión es la dificultad de tratar interacciones que se propagan con velocidad finita en el contexto de la acción a distancia Newtoniana.

En la Electrodinámica Maxwelliana el campo electromagnético se describe mediante las célebres ecuaciones de Maxwell que, para un medio con $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, se escriben[7] como

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{j} \end{aligned} \qquad (8)$$

en donde ρ es la densidad de cargas eléctricas y $\mathbf{j}$ la densidad de corrientes ($\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$) que generan los campos.

Además, los campos electromagnéticos se pueden expresar en términos de los potenciales escalar ϕ y vectorial $\mathbf{A}$ de la siguiente manera:

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$
$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{9}$$

de tal forma que, tanto ϕ como $\mathbf{A}$, satisfacen la ecuación inhomogénea de ondas

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{vmatrix} \mathbf{A} \\ \phi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{j} \\ \rho \end{vmatrix}$$

con soluciones

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{x}', t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)}{|x - x'|} d^3x'$$
$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{\rho(\mathbf{x}', t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)}{|x - x'|} d^3x' \tag{10}$$

conocidas como las soluciones retardadas de las ecuaciones de onda [7].

Las ecuaciones de Maxwell pueden observarse mediante un principio variacional a partir de la acción [8]

$$A_{c+i} = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \left[\frac{E^2 - B^2}{8\pi} - \rho(\phi - \mathbf{V} \cdot \mathbf{A})\right] \tag{11}$$

en donde los grados de libertad son los valores de los potenciales en cada punto, y los campos **E** y **B** deben expresarse, conforme a las ecuaciones (9), en términos de aquéllos.

Por otra parte, la dinámica de las partículas cargadas, bajo la influencia de campos electromagnéticos, está descrita fundamentalmente por la fuerza de Lorentz [7]

$$\mathbf{F}_a = q_a(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{a}} \times \mathbf{B})$$

que sustituida (incorrectamente) [9] en la segunda ley de Newton proporciona la ecuación de movimiento de una partícula a que interacciona con los campos **E** y **B** dados como funciones de **a** y t.

Las ecuaciones de movimiento de tal partícula también pueden obtenerse por un principio variacional utilizando la acción

$$A_{p+i} = \int_{t_1}^{t_2} dt \sum_a \Big(\frac{1}{2} m_a \dot{\mathbf{a}}^2 - q_a \phi(\mathbf{a}, t) + q_a \mathbf{A}(\mathbf{a}, t) \cdot \dot{\mathbf{a}}\Big) \tag{12}$$

que describe la dinámica de un sistema de partículas cargadas en el espacio en que actúan campos descritos por potenciales ϕ y **A**.

De (11) y (12) se tiene que la acción que describe tanto a las partículas como a los campos será entonces:

$$A = \int_{t_1}^{t_2} dt \Big(\Sigma \frac{1}{2} m_a \dot{\mathbf{a}}^2 + \int d^3x \left[\frac{1}{8\pi}(E^2 - B^2) - \rho(\phi - \dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{A})\right]\Big) \tag{13}$$

en donde, para un sistema de cargas puntuales

$$\rho = \sum_a q_a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{a})$$

Como en el caso gravitacional, una variación de la acción debida a la variación de las trayectorias de las partículas conduce a las ecuaciones de movimiento de éstas, mientras que una variación de los potenciales lleva a las ecuaciones de Maxwell. Además de los grados de libertad asociados a las partículas, deben considerarse aquellas asociadas al campo y, asimismo, existen las divergencias de los potenciales cuando éstos se calculan en las posiciones de las partículas debido a la autoacción de las partículas sobre sí mismas.

Antes de formular la electrodinámica en términos de la acción a distancia examinaremos brevemente dos puntos que hemos mencionado anteriormente.

Además de las soluciones retardadas de la ecuación de ondas, ecuaciones (10), también existen las soluciones avanzadas [10] dadas por

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{x}', t + |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x'$$
$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{\rho(\mathbf{x}', t + |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x' \tag{14}$$

ya que éstas también satisfacen la ecuación de ondas, y la única razón por la que no se consideran habitualmente es el principio de causalidad, el cual no está contenido dentro de la teoría de Maxwell sino que tiene un origen externo a ésta. Asimismo, como las ecuaciones de onda son lineales, cualquier combinación lineal de los potenciales avanzados y retardados será también solución aceptable.

Por otra parte Lorentz, en su teoría del electrón,[11] encuentra que la ecuación de movimiento para una carga puntual q, que por comodidad supondremos moviéndose en una dimensión, bajo la influencia de un campo electromagnético externo es:

$$m\ddot{x} = F + \frac{2}{3}q^2\dddot{x} \qquad (15)$$

que es la forma no relativista de la ecuación de Lorentz-Abraham-Dirac,[12] en donde F es la fuerza de Lorentz, el último término proviene de la acción del campo retardado producido por la carga misma y la masa contiene una "corrección" infinita, proveniente también de la autoacción de la carga.

Con esta ecuación de movimiento se encuentra que la rapidez con que una carga en movimiento oscilatorio pierde energía es[10]

$$\frac{2}{3}q^2\overline{\ddot{x}^2}$$

que coincide con el valor obtenido al calcular la energía que las ondas generadas por el movimiento de la carga transmiten a través de la superficie de una esfera infinita.

Sin embargo, para una partícula cargada libre, la ecuación (15) se reduce a

$$\ddot{x} = \tau\dddot{x}$$

con $\tau = 2e^2/3m$, de tal forma que aparte de la solución correcta $\dot{x}$ = constante, admite la solución anómala $\dot{x} = K e^{t/\tau}$, que indica que una partícula libre ¡se autoacelera!

3. ACCIÓN A DISTANCIA EN ELECTRODINÁMICA

Con las ideas discutidas anteriormente, Fokker,[1] Schwartzschild[2] y Tetrode[3] propusieron la acción

$$S = -\sum_a \int m_a d_a - \sum_a \sum_{b\neq a} \int\int q_a q_b \delta(S^2_{ab})\, da^i\, db^k\, \eta_{ik}$$

en donde η_{ik} es la métrica del espacio, con $S^2_{ab} = (a^i - b^i)(a^k - b^k)\eta_{ik}$ para describir un sistema de partículas relativistas cargadas. Esta acción es un invariante relativista, en donde sólo las posiciones de las partículas son considerados como grados de libertad, y en el límite no-relativista se convierte en:

$$A = \int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \sum_a \frac{1}{2} m_a \dot{\mathbf{a}}^2 - \sum_a \sum_{b\neq a} q_a \left[\frac{1}{2}\left(\phi_{b\,ret}(\mathbf{a}) + \phi_{b\,adv}(\mathbf{a})\right) - \frac{\dot{\mathbf{a}}}{2}\cdot\left(\mathbf{A}_{b\,ret}(\mathbf{a}) + \mathbf{A}_{b\,adv}(\mathbf{a})\right)\right]\right\} \qquad (16)$$

en donde los potenciales deben calcularse explícitamente a partir de las ecuaciones (10) y (14) con $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ y $\rho = q_b\,\delta(\mathbf{x}' - \mathbf{b})$ de tal forma que no hay singularidades en los integrandos, evitándose así las divergencias.

Al efectuar la variación de la acción (16), las ecuaciones resultantes son:

$$m_a\ddot{\mathbf{a}} = q_a \sum_{b\neq a}\left\{\frac{1}{2}\left(E_b^{ret}(\mathbf{a}) + E_b^{adv}(\mathbf{a})\right) + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{a}} \times \left(\mathbf{B}_b^{ret}(\mathbf{a}) + \mathbf{B}_b^{adv}(\mathbf{a})\right)\right\} \qquad (17)$$

en donde, ahora **E** y **B** son sólo formas abreviadas de escribir las expresiones correspondientes en términos de las posiciones de las fuentes, y para las cuales las ecuaciones de Maxwell son simplemente identidades. En las ecuaciones (17) claramente no existe término de autoacción, pero el precio que se paga es el empleo de potenciales avanzados.

No obstante, se ha mencionado que el término de autoacción es útil para el cálculo de la energía perdida por una partícula oscilante, de tal manera que es interesante recuperar este término. Para esto escribamos[13]

$$\sum_{b\neq a}\frac{1}{2}(\phi_b^{adv} + \phi_b^{ret}) = \sum_{b\neq a}\phi_b^{ret} + \frac{1}{2}(\phi_a^{ret} - \phi_a^{adv}) + \sum_b \frac{1}{2}(\phi_b^{adv} + \phi_b^{ret})$$

en donde el primer término es el potencial que actúa sobre la partícula a debido a todas las otras partículas. El tercer término se anula en promedio,[14] mientras que el segundo contribuye al término en $\dddot{\mathbf{r}}$ de la fuerza; así, con una separación semejante para **A**, las ecuaciones de movimiento quedan finalmente como:

$$m_a \ddot{\mathbf{a}} = q_a \mathbf{F} + \frac{2}{3} q_a^2 \dddot{\mathbf{r}}$$

en donde ahora el último término se interpreta como una respuesta del universo sobre la carga considerada y no como autoacción. Una carga dada experimentará esta fuerza porque un "campo radiado" es completamente absorbido por el universo, cada partícula de éste ejerce sobre la primera carga una reacción y la suma de estas reacciones tiene la forma de este término.[10]

4. CONCLUSIONES.

Se ha mostrado que, al menos en el caso de Gravitación Newtoniana y en la Electrodinámica Clásica, los enfoques de la Teoría del Campo y de Acción a Distancia pueden utilizarse, ambos, para describir los fenómenos involucrados. Cada enfoque tiene sus ventajas y desventajas, así por ejemplo:

i) Las Teorías de los Campos introducen, invariablemente, el concepto de autoacción y esto acarrea la aparición de cantidades infinitas que deben tratarse en forma cuidadosa, por ejemplo, por medio de procesos de renormalización. Sin embargo, estas teorías permiten el estudio de sistemas aislados, bajo condiciones impuestas *a priori*.

ii) La Teoría de Acción a Distancia resuelve algunos de los problemas de las divergencias, pero no permite considerar sistemas aislados, ya que el movimmiento de una carga produce una reacción del resto del universo. Este enfoque elimina el concepto de autoacción.

Así, aunque estos enfoques son diferentes, no son de ninguna manera antagónicos, y la interpretación y el entendimiento de los fenómenos físicos deben basarse en un análisis desde ambos puntos de vista.

REFERENCIAS

1. **Fokker, A. D.:** "Ein invarianter Variationssatz für die Bewegund mehrerer elektrischer Massenteilchen", *Z. Physik* **58** (1929) 368-393.
2. Citado en las referencias 1, 7 y 14.
3. **Tetrode, H.:** "Über den Wirkungszusammenhang der Welt eine Erweiterung der Klassischen Dynamik", *Z. Physik* **10** (1922) 317-328.
4. **Infeld, L.** y **J. Plebanski:** *Motion and Relativity*, Pergamon, Oxford, 1960.
5. **Goldstein, H.:** *Classical mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1950. Cap. 2
6. **Jackson, J. D.:** *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York, 1975. Sección 1.7.
7. **Rohrlich, F.:** *Classical Charged Particles*, Addison Wesley, Reading, Mass., 1965. Cap. 4.
8. Ver referencia 5, Cap. 11.
9. Esta fuerza es invariante ante transformaciones de Lorentz, no de Galileo, y su uso en las ecuaciones de Newton se justifica sólo porque éstas son una aproximación a las ecuaciones relativistas.
10. **Hoyle F.** y **J. V, Narlikar:** *Action at a Distance in Physics and Cosmology*, Freeman, San Francisco, 1974. Cap. 2.
11. **Lorentz, H. A.:** *Theory of Electrons*, Dover, New York, 1952.
12. **Dirac, P.A.M.:** "Classical Theory of Radiating Electrons" *Proc. Roy. Soc.* (London), **A167** (1938) 148-168.
13. **Ares de Parga, G.:** "Corrección al Oscilador Cargado por Efectos de Autoacción", Tesis Profesional, ESFM, 1981.
14. **Wheeler, J. A.** y **R. P. Feynman:** "Interaction with the Absorber as the Mechanism of Radiation" *Rev. Mod. Phys.* **17** (1945) 157-181.