Acta Mexicana de
Ciencia y Tecnología
Vols. XI y XII, Años 1977-1978, Nos. 31-34

FRACTIONAL INTEGRATION -

Operadores de integración fraccional que involucran la función H de dos variables

32 - 41

*M.E.Nieva de del Pino y S. L. Kalla
(Recibido: Julio 1976)

RESUMEN

El objeto del presente trabajo es definir operadores de integración fraccional los cuales son una extensión de los dados por Kalla[9] en el dominio de los variables. En la 2da. sección damos su definición y algunos casos particulares y en la 3ra. sección tres teoremas de los cuales los dos primeros dan expresiones para la transformada de Mellin de los operadores y el tercero se refiere a la integración por partes.

1. INTRODUCCION

Varias generalizaciones de los operadores de integración fraccional han sido dadas por otros autores entre ellos Kober[12], Erdélyi[5], Saxena[16], Kalla[7 y 8], Kalla y Saxena[11] y del Pino[2 1 3]. S. L. Kalla [9 y 10] introdujo operadores de integración fraccional que involucran la función H de Fox[6] los cuales incluyen muchos otros casos particulares. En el presente trabajo nosotros introducimos dos operadores de integración fraccional que involucran la función H de dos variables definida por Munot y Kalla[15]. Nuestros operadores son una extensión de los operadores de Kalla[9 y 10] en el dominio de dos variables. En las secciones siguientes establecemos algunos teoremas sobre estos operadores. Los dos primeros de los cuales dan expresiones para la transformada de Mellin y el tercero se refiere a la integración por partes.

Usaremos la función H de dos variables definida y estudiada por Munot y Kalla[15] como:

$$H\left|\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right| = H\left[\begin{matrix} \begin{bmatrix} m_1, 0 \\ p_1 - m_1, q_1 \end{bmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_2, n_2 \\ p_2 - m_2, q_2 - n_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_3, n_3 \\ p_3 - m_3, q_3 - n_3 \end{pmatrix} \end{matrix} \left| \begin{matrix} (a_{p_1}\ A_{p_1});\ (b_{q_1}, B_{q_1}) \\ (c_{p_2}, C_{p_2});\ (d_{q_2}, D_{q_2}) \\ (e_{p_3}\ E_{p_3});\ (f_{q_3}, F_{q_3}) \end{matrix} \right| \begin{matrix} x \\ \\ y \end{matrix} \right] =$$

(2)
*Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia y ~~Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología~~. Universidad Nacional de Tucumán - Tucumán - R. Argentina.

(1)

$$= \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{L_1}\int_{L_2} F(\xi + \eta)\, \Phi(\xi, \eta)\, x^{\xi} y^{\eta}\, d\xi\, d\eta \ldots \qquad (1)$$

donde:

$$F(\xi, \eta) = \frac{\prod_{j=1}^{m_1} \Gamma(a_j + A_j \xi + A_j \eta)}{\prod_{j=m_1+1}^{p_1} \Gamma(1 - a_j - A_j \xi - A_j \eta) \prod_{j=1}^{q_1} \Gamma(b_1 + B_j \xi + B_j \eta)}$$

y

$$\Phi(\xi, \eta) = \frac{\prod_{j=1}^{m_2} \Gamma(1 - c_j + C_j \xi) \prod_{j=1}^{n_2} \Gamma(d_j - D_j \xi)}{\prod_{j=m_2+1}^{p_2} \Gamma(c_j - C_j \xi) \prod_{j=n_2+1}^{q_2} \Gamma(1 - d_j + D_j \xi)}$$

$$\frac{\prod_{j=1}^{m_3} \Gamma(1 - e_j + E_j \eta) \prod_{j=1}^{n_3} \Gamma(f_j - F_j \eta)}{\prod_{j=m_3+1}^{p_3} \Gamma(e_j - E_j \eta) \prod_{j=n_3+1}^{q_3} \Gamma(1 - f_j + F_j \eta)}$$

El símbolo (a_p, A_p) representa los p. pares ordenados $(a_1, A_1), (a_2 A_2) \ldots, (a_p, A_p)$, L_1 y L_2 son dos posibles contornos.

Además:

$p_1 \geqslant m_1 \geqslant 0$, $\quad p_2 \geqslant m_2 \geqslant 0$, $\quad p_3 \geqslant m_3 \geqslant 0$, $\quad q_1 \geqslant 0$,

$q_2 \geqslant n_2 \geqslant 0$, $\quad q_3 \geqslant n_3 \geqslant 0$, $\quad q_1 + q_2 \geqslant p_1 + p_2$,

$q_1 + q_3 \geqslant p_1 + p_3$ y $p_1, p_2, p_3, q_1, q_2, q_3, m_1, m_2, m_3, n_2, n_3$ son enteros no negativos. La integral converge bajo las siguientes condiciones: $|\arg x| < \frac{1}{2}\Gamma\pi$, $|\arg y| < \frac{1}{2}\mu\pi$ donde Γ y μ están definidos como:

$$\Gamma = \sum_{j=1}^{m_1} A_j - \sum_{j=m_1+1}^{p_1} A_j - \sum_{j=1}^{q_1} B_j + \sum_{j=1}^{m_2} C_j - \sum_{j=m_2+1}^{p_2} C_j + \sum_{j=1}^{n_2} D_j - \sum_{j=n_2+1}^{q_2} D_j > 0$$

$$\mu = \sum_{j=1}^{m_1} A_j - \sum_{j=m_1+1}^{p_1} A_j - \sum_{j=1}^{q_1} B_j + \sum_{j=1}^{m_3} E_j - \sum_{j=m_3+1}^{p_3} E_j + \sum_{j=1}^{n_3} F_j - \sum_{j=n_3+1}^{q_3} F_j > 0$$

además:

$$\sum_{j=1}^{p_1} A_j - \sum_{j=1}^{q_1} B_j + \sum_{j=1}^{p_2} C_j - \sum_{j=1}^{q_2} D_j < 0 \quad \text{y} \sum_{j=1}^{p_1} A_j - \sum_{j=1}^{q_1} B_j + \sum_{j=1}^{p_3} E_j - \sum_{j=1}^{q_3} F_j < 0$$

Supondremos a lo largo de nuestro trabajo que las condiciones anteriores son satisfechas por la función generalizada de dos variables que usamos en nuestros operadores

2. DEFINICIONES Y CASOS ESPECIALES

Definimos los operadores de integración fraccional mediante las siguientes ecuaciones integrales:

$$Y\left[f(x)\right] = Y \begin{matrix} p_1, m_1, q_1; & ; a_i, A_i; b_i, B_i \\ m_2, n_2, p_2, q_2; & c_i, C_i; d_i, D_i \\ m_3, n_3, p_3, q_3; & e_i, E_i; f_i, F_i \end{matrix} \left[f(x)\right]$$

$$= x^{-\eta-1}\Gamma \int_0^x H \begin{bmatrix} a(\frac{t}{x})^r \\ \\ b(\frac{t}{x})^r \end{bmatrix} t^{\eta} f(t)\, dt \qquad (2)$$

donde:

$$\Gamma = r \prod_{j=1}^{q_1} \Gamma(1-b_j) \prod_{j=1}^{q_2} \Gamma(1-d_j) \prod_{j=1}^{q_3} \Gamma(1-f_j) \left[\prod_{j=1}^{m_1} \Gamma(a_j) \prod_{i=1}^{p_1} \Gamma(1-a_i) \prod_{i=1}^{m_2} \Gamma(c_j) \right.$$

$$\left. \prod_{i=1}^{p_2} \Gamma(1-c_i) \prod_{i=1}^{m_3} \Gamma(e_j) \prod_{i=1}^{p_3} \Gamma(1-e_i) \right]^{-1}$$

y

$$Q\left[f(x)\right] = Q \begin{matrix} p_1, m_1, q_1; & ; a_i, A_i\, b_i, B_i \\ m_2, n_2, p_2, q_2; & c_i, C_i; d_i, D_i \\ m_3, n_3, p_3, q_3; & e_i, E_i; f_i, F_i \end{matrix} \left[f(x)\right]$$

$$= x\, \Gamma \int_x^{\infty} H \begin{bmatrix} a(\frac{x}{t})^r \\ \\ b(\frac{x}{t})^r \end{bmatrix} t^{-\lambda-1} f(t)\, dt \qquad (3)$$

m, n, p, q son enteros positivos y η, δ, a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i son parámetros complejos, además para que los operadores antes definidos existan es necesario que:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \ , \ Re(\eta) > -\frac{1}{q} \ , \ Re(\delta) > -\frac{1}{q} \ , \ f(x) \ \varepsilon \ L_p(o, \infty)$$

$$Re(\eta + \frac{d_i}{D_i}) > -1 \ (con \ i=1,\ldots,m_3) \ , Re(-\delta + \frac{c_i - 1}{C_i}) > 0 \ con \ (i=1,\ldots,m_2)$$

y la función H del integrando existe.

También usaremos la notación siguiente:

$$Y \begin{array}{c} p_1, m_1, q_1;\ a_i, A_i, b_i, B_i \\ ------- \\ ------- \end{array} \left[f(x) \right]$$

interpretando que los parámetros reemplazados por guiones son los mismos que figuran en $Y \ f(x)$ definido en (2) en forma análoga denotaremos $Q \ f(x)$ definido en (3).

Como la función S de Sharma[17] la función hipergeométrica generalizada de Maitland[19] y la función E de Mac Robert[4] son casos particulares de la función H de dos variables, varios operadores integrales dados anteriormente por otros autores pueden obtenerse a partir de (2) y (3) dando valores apropiados a los parámetros como vemos en los ejemplos siguientes:

I) Para $A_{p_1} = B_{q_1} = C_{p_2} = D_{q_2} = E_{p_3} = F_{q_3} = 1$ obtenemos operadores de integración fraccional que involucran la función S de Sharma[17]

II) Para $m_1 = p_1 = q_1 = 0$ la función H de dos variables se reduce al producto de dos funciones H de una variable [16] y obtenemos:

$$Y\left[f(x) \right. = \frac{r\, x^{-\eta-1} \prod_{i=1}^{q_2} \Gamma(1-d_i) \prod_{i=1}^{q_3} \Gamma(1-f_i)}{\prod_{j=1}^{m_2} \Gamma(c_j) \prod_{i=1}^{p_2} \Gamma(1-c_i) \prod_{j=1}^{m_3} \Gamma(e_j) \prod_{i=1}^{p_3} \Gamma(1-e_i)}$$

$$\int_o^x H^{m_2, n_2}_{p_2, q_2}\left[a\left(\frac{t}{x}\right)^r \middle| \begin{array}{c} (c_{p_2}\ C_{p_2}) \\ \\ (d_{q_2}\ D_{q_2}) \end{array} \right] H^{m_3, n_3}_{p_3, q_3}\left[b\left(\frac{t}{x}\right)^r \middle| \begin{array}{c} (e_{p_3}, E_{p_3}) \\ \\ (f_{q_3}, F_{q_3}) \end{array} \right] t^{\eta} f(x)\ dt \qquad (4)$$

y

$$Q\left[f(x)\right] = \frac{\delta_{r x} \prod_{i=1}^{q_2} \Gamma(1-d_i) \prod_{i=1}^{q_3} \Gamma(1-f_i)}{\prod_{j=1}^{m_2} \Gamma(c_j) \prod_{i=1}^{p_2} \Gamma(1-c_i) \prod_{j=1}^{m} \Gamma(e_j) \prod_{i=1}^{p_3} \Gamma(1-e_i)}$$

$$\int_x^{\infty} H_{p_2;\, q_2}^{m_2;\, n_2}\left[a\left(\frac{x}{t}\right)^r \middle| \begin{matrix} (c_{p_2}, C_{p_2}) \\ \\ (d_{q_2}\; D_{q_2}) \end{matrix}\right] H_{p_3,\, q_3}^{m_3,\, n_3}\left[b\left(\frac{x}{t}\right)^r \middle| \begin{matrix} (e_{p_3}\; E_{p_3}) \\ \\ (f_{q_3}, F_{q_3}) \end{matrix}\right] t^{-\delta-1} f(t)\, dt \tag{5}$$

III) Para $m_2 = n_2 = p_2 = q_2 = 0$ (ó $m_3 = n_3 = p_3 = q_3 = 0$) el producto de dos funciones H se reduce a una función H de modo que:

$$Y\left[f(x)\right] = \frac{x^{-\eta-1}\, r \prod_{i=1}^{q_3} \Gamma(l-f_i)}{\prod_{j=1}^{m_3} \Gamma(e_j) \prod_{i=1}^{p_3} \Gamma(1-e_i)}$$

$$\int_0^{r} H_{p_3,\, q_3}^{m_3,\, n_3}\left[b\left(\frac{t}{x}\right)^r \middle| \begin{matrix} (E_{p_3}\; e_{p_3}) \\ \\ (f_{q_3}\; F_{q_3}) \end{matrix}\right] t\; f(t)\, dt \tag{6}$$

En la misma forma:

$$Q\left[f(x)\right] = \frac{x^{\delta} r \prod_{i=1}^{q_3} \Gamma(1-f_i)}{\prod_{j=1}^{m_3} \Gamma(e_j) \prod_{i=1}^{p_3} \Gamma(1-e_i)}$$

$$\int_x^\infty H^{m_3,n_3}_{p_3,q_3}\left[b\left(\frac{x}{t}\right)^r \,\middle|\, \begin{matrix}(e_{p_3},E_{p_3})\\ \\(f_{q_3},F_{q_3})\end{matrix}\right] t^{-\delta-1} f(t)\, dt \tag{7}$$

(6) y (7) son los operadores definidos por Kalla[9] los cuales son generalización de varios operadores dados anteriormente por Kober[12], Erdélyi[5], Kalla[7 y 8] y Kalla y Saxena[11].

Tomando $E_{p_3} = F_{q_3} = 1$ en (6) y (7) obtenemos operadores que involucran la función G de Meijer[13] dados por Kalla como caso particular.

Recientemente Srivastava y Buschman[18] dieron la composición de estos operadores[9] la cual conduce a una interesante integral que involucra la función H de dos variables [14 y 15].

IV) Tomando $p_1 = q_1 = m_1 = m_3 = n_3 = p_3 = q_3 = 0$, $p_2 = q + 1$, $q_2 = n_2$ y $m^2 = 1$ obtenemos:

$$Y\ f(x) = \frac{x^{-\ -1} r}{\Gamma(e) \prod_{i=1}^{q+1} \Gamma(1-e_i)} \int_x^o E\left(p;\alpha_u;q;\beta_s;a\left(\frac{t}{x}\right)\right) t \quad f(t)\, dt \tag{8}$$

y

$$Q\ f(x) = \frac{x \quad r}{\Gamma(e) \prod_{i=1}^{q+1} \Gamma(1-e_i)} \int_x^\infty E\left(p;\alpha_u;q;\beta_s;a\left(\frac{x}{t}\right)\right) t^{-\ -1} f(t)\, dt \tag{9}$$

es decir operadores que involucran la función E de Mac Robert[4]. En la misma forma pueden obtenerse varias otras funciones como núcleo de estos operadores dando valores convenientes a los parámetros.

3. TEOREMAS

La transformada de Mellin de una función $f(x)$ se denota por $M(f(x))$. Consideramos $s = p^{-1} + it$ donde p y t son reales, si $p > 1$, $f(x)\ \varepsilon L_p(o,\infty)$ entonces:

$$p = 1 \qquad \left\{ M \quad f(x) \right\} = \int_o^{\infty} x^{s-1} f(x)\, dx$$

$$p > 1 \qquad M \left\{ f(x) \right\} = 1.i.m. \int_{\frac{l}{x}}^{x} x^{s-1} f(x)\, dx$$

donde $1.i.m.$ denota el límite usual de los espacios L_p.

TEOREMA 1:

Si $f(x)\ \varepsilon L_p(o,\infty)$, $1 \leqslant p \leqslant 2$ [ó $f(x)\ \varepsilon M_p(o,\infty)$ y $p > 2$]

$$Re(\eta) > max\left(\frac{1}{p}, \frac{1}{q}\right), \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, r > o \quad Re\left(\eta - s + 1 + r\frac{d_i}{D_i} + r\frac{f_i}{F_i}\right) > 0$$

$con\ (i = 1, \ldots, n_2)$ y $(j = 1, \ldots . n_3)$,

$Re\,(\eta - s + 1) > 0\ |arg\, a| < \frac{1}{2}\gamma\pi\ |arg\, b| < \frac{1}{2}\mu\pi$ con γ y μ

definidos al comienzo de este trabajo y la función H existe, entonces:

$$M\left\{ Y[f(x)] \right\} = r\Gamma y H \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} m_1 + 3, 0 \\ p_1 - m_1, q_1 + 3 \end{array}\right] \\ \left(\begin{array}{c} m_2, n_2 \\ p_2 - m_2, p_2 - n_2 \end{array}\right) \\ \left(\begin{array}{c} m_3, n_3 \\ p_3 - m_3, p_3 - n_3 \end{array}\right) \end{array}\right.$$

$$\left. \begin{array}{l} (\eta - s + 1, r), \left\{ \Delta(1, \eta - s + 1), r \right\}, \left\{ \Delta(1, -s + 2), r \right\} \\ \left\{ (a_{p_1}, A_{p_1}) \right\} ; \left\{ (b_{q_1}, B_{q_1}) \quad , (\eta - s + 2, r) \right\} \\ \Delta(1, \eta - s + 1), r \quad , \quad \Delta(1, \eta - s + 2), r \\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} \quad ; \quad \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} \\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} \quad ; \quad \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} \end{array} \middle| \begin{array}{c} a \\ \\ \\ b \end{array} \right] M \quad f(x) \tag{10}$$

DEMOSTRACION:

Aplicando la transformada de Mellin a (3) y cambiando orden de integración, lo cual es posible por las condiciones establecidas en el teorema resulta:

$$M\left\{ Y[f(x)] \right\} = r.\Gamma y \int_o^\infty \left\{ t^{s-1} f(t) \int_o^1 y \, \zeta^{-s} H \begin{bmatrix} ay^{r} \\ \\ by^{r} \end{bmatrix} dy \quad dt \right. \qquad (11)$$

Evaluando la integral de la derecha de (11) mediante el resultado dado por Amin y Kalla[1, p. 137] tomando $\sigma = k = 1$, $a = \nu = 0$ y $\varphi = \eta$—'$s + 1$ llegamos fácilmente al resultado (10).

TEOREMA 2:

Si $f(x)\ \varepsilon L_p\ (o,'\infty),\ 1 \leqslant p \leqslant 2\ [\acute{o}\ f(x)\ \varepsilon M_p\ (o, \infty)\ y\ p > 2]$

$$Re\ (\delta) > max\ (\frac{1}{p}, \frac{1}{q}), \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, r > o\ Re(s + \delta + r\frac{d_i}{D_i} r\frac{f_j}{F_j}) > 0$$

con $(i = 1, \ldots, n_2)$ y $(j = 1, \ldots, n_3)$, $Re\ (s + \delta) > 0\ |arg\ a| < \frac{1}{2}\gamma\pi\ |arg\ b| < \frac{1}{2}\mu\pi$

y la función H exite, entonces:

$$M \left\{ Q[f(x)] \right\} = r\Gamma\, Q\, H \left[\begin{matrix} \boxed{\begin{matrix} m_1 + 3, 0 \\ p_1 - m_1, q_1 + 3 \end{matrix}} \\ \begin{pmatrix} m_2, n_2 \\ p_2 - m_2, q_2 - n_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_3, n_3 \\ p_3 - m_3, q_3 - n_3 \end{pmatrix} \end{matrix} \right|$$

$$\begin{matrix} (s + \delta, r), \left\{ \Delta(1, s + \delta), r \right\} \left\{ \Delta(1, s + \delta + 1), r \right\} & & a \\ (a_{p_1}\ A_{p_1}) \quad ; \quad (b_{q_1}\ B_{q_1}) \quad (s + \delta + 1, r) & & \\ \left\{ \Delta(1, s + \delta), r \right\}, \left\{ \Delta(1, s + \delta + 1), r \right\} & & \\ \text{———} \quad ; \quad \text{———} & & b \\ \text{———} \quad ; \quad \text{———} & & \end{matrix} \Bigg] \quad M\left\{ f(x) \right\} \qquad (12)$$

DEMOSTRACION:

Aplicando transformada de Mellin a (3) y cambiando órden de integración, lo cual es posible por las condiciones establecidas en el teorema resulta:

$$M \left\{ Q\,[f\,(x)] \right\} = r.\,\Gamma Q \int_{0}^{\infty} \left\{ t^{s-1} f\,(t) \int_{1}^{0} y^{s+\delta-1}\ H \begin{bmatrix} ay^{r} \\ by^{r} \end{bmatrix} dy \right\} dt \tag{13}$$

La integral de la derecha de (13) se resuelve tomando $\sigma = k = 1$ $a = v' = '0$ $\varphi = s + \delta$ en el resultado dado por Amín, L.H. y Kalla, S.L. [1, p. 137] con lo cual se llega fácilmente al resultado (12).

TEOREMA 3:

i $f\,(x)\ \varepsilon L_p\,(o, \infty)$ y $g\,(x)\ \varepsilon L_q\,(o,\infty)$ $Re\,(\delta) > max\,(\frac{1}{p}, \frac{1}{q})$, $Re\,(\eta) > max\,(—,—), — + — = 1$ $r > 0$, $|arg\,a| < \frac{1}{2}\,\gamma\pi$, $|arg\,b| < \frac{1}{2}\,\mu\pi$ y la función H del integrando existe, entonces:

$$\int_{o}^{\infty} g\,(x)\ Y\,[f\,(x)]\,dx = \int_{o}^{\infty} f\,(x)\ Q\,[g\,(x)]\,dx \tag{14}$$

DEMOSTRACION:

El teorema sigue inmediatamente teniendo en cuenta (2) y (3) y haciendo cambio de órden de integración.

REFERENCIAS

1. Amin, L. H. de y Kalla, S. L.: Integrales que involucran productos de funciones hipergeométricas generalizadas y la función H de dos variabel. Rev. Mat. y Fís. Teor. Univ. Nac. Tucumán 23 (1973) 131-141.
2. del Pino, M.E.N. de.: Operadores integrales que involucran la función hipergeométrica confluente. Rev. Mat. y Fís. Teor. Univ. Nac. Tucumán 26 (a publicarse).
3. del Pino, M.E.N. de.: Operadores integrales que involucran la función hipergeométrica confluente II (a publicarse).
4. Erdélyi, A. et al.: Higher Transcendental Functions. Vol. 1. Mc Graw-Hill, New York (1953).
5. Erdélyi, A.: On some functional transformations, Univ. e Politec. Torino Rend. Sem. Mat. 10 (1950-51) 217-234.
6. Fox, C.: The Gand H- functions assymmtrical Fourier kernels, Trans. Amer. Math. Soc. 98 (1961), 395-429.
7. Kalla, S. L.: Fractional integration operators involving generalized hypergeometric functions. Rev. Mat. y Fís. Teor. Univ. Nac. Tucumán. 20 (1974) 93-100.
8. Kalla, S. L.: Fractional integration operators involving generalized hypergeometric functions II. Rev. Acta Mexicana de Ci. y Tec. 3 No. 1 (1969) 1-5.

9. Kalla, S. L.: Integral operators involving Fox's H- function. Rev. Acta Mexicana Ci. y Tec. 3 No. 3 (1969) 117-122.
10. Kalla, S. L.: Integral operators involving Fox's H- function II. Rev. Acta Mexicana Ci. y Tec. (a publicarse).
11. Kalla, S. L.: and Saxena, R. K.: Integral operators involving hypergeometric functions. Math. Zeitschr 108 (1969), 231-234.
12. Kober, H.: On fractional integrals and derivatives. Quart. J. Math. Oxford, 11 (1940) 193-211.
13. Meijer, C.S.: On the G-function, I - VIII. Proc. Neder. Akad. Wet., 49 (1946) 1-8.
14. Mittal, P. K. and Cupta, K. C.: An integral involving generalized function of two variables. Te procedings of the Indian Acad. of Sci. 75 No. 3 (1972).
15. Munot, P. C. and Kalla, S. L.: On an extensión of generalized function of two variables. Rev. Mat. y Fís. Teor. Univ. Nac. Tucumán 21 (1971), 67-84.
16. Saxena, R. K.: On fractional integration operators. Math. Zeitschr, 96 (1967) 288-291.
17. Sharma, B. L.: On the generalized function of two variables (I). Annals de la Societe Sci. de Bruxelles. T. 79 (1965) 26-40.
18. Srivastava, H. M. and Buschman, R. G.: Composition of fractional integral operators involving Fox's H-function. Rev. Acta Mexicana de Ci. y Tec. 7 Nos. 1-2-3 (1973) 21-28.
19. Wright, E. M.: The asymptotic expansion of the generalized hypergeometric function. Journ. London Math. Soc. 10, 287 (1935).