

INFLUENCIA DE LA AMORTIGUACIÓN ELÉCTRICA PARA LA TRANSMISIÓN SIN PÉRDIDAS EN METAMATERIALES.

Luis Manuel Castellanos Gómez ¹

¹ Físico Universidad de Antioquia, M.Sc. en Física City University of New York- EEUU; Profesor del Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid. Miembro del Grupo de investigación en física básica y aplicada de la facultad de ciencias básicas sociales y humanas. Carrera 48 # 7-151 Medellín, Colombia. E-mail: lumcastel@hotmail.com.

RESUMEN

La existencia de amortiguación eléctrica resulta ser crítica para la transmisión de señales en medios fabricados a partir del diseño de micro estructuras Metamateriales (MMs). Mostramos en éste artículo que la amortiguación eléctrica obtenida mediante la intervención de los parámetros geométricos de la celda unitaria hecha de una combinación de anillos resonadores (SRR) y filamentos delgados, no solamente establece la frecuencia plásmica de la estructura sino que también determina las bandas de transmisión de frecuencia sin pérdidas.

Palabras claves: metamateriales, amortiguación eléctrica, pérdidas.

Recibido: 31 de Agosto de 2011. Aceptado: 18 de Diciembre de 2011
Received: August 31st, 2011. Accepted: December 18th, 2011

INFLUENCE OF ELECTRIC DAMPING IN LOSSLESS TRANSMISSION IN METAMATERIALS

ABSTRACT

The electric damping comes out to be critical for the signal transmissions when designing microstructures of metamaterials (MMs). We show in this paper how the electric damping obtained throughout the proposition of particular numerical values of the unit cell, made of a combination of SRR and fine wires, not only determine the structure plasma frequency but also the lossless bandwidth transmissions.

Key Words: Metamaterials, electric damping, losses

1. INTRODUCCIÓN.

En 1968, el Físico ruso Víctor Veselago propuso considerar la posibilidad de medios materiales con permitividad eléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ negativos es decir, índices de refracción $n = \sqrt{\mu\epsilon}$ negativo [1]. Veselago muestra en su artículo que si en lugar de escribir $\epsilon = -1$ y $\mu = -1$ escribimos $\epsilon = \exp(i\pi)$ y $\mu = \exp(i\pi)$ entonces

$$n = \sqrt{\mu\epsilon} = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\mu} = \exp(i\pi/2) \exp(i\pi/2) = \exp(i\pi) = -1.$$

La búsqueda de micro estructuras capaces de generar valores negativos para ϵ y μ se convirtió en un área de trabajo muy activa desde que John Pendry y sus colaboradores [10] introdujeron en 1999, los anillos resonadores abiertos conocidos en inglés como SRR. Las propiedades electromagnéticas de los SRR han sido profundamente analizadas en las referencias [11] y [12], y sus posibles aplicaciones a las comunicaciones han sido estudiadas por muchos investigadores en diversas áreas, por ejemplo en el rango de las microondas se han usado como filtros [13-16], divisores de potencia [17-19] y antenas [20-23] entre otros, sin embargo, la fabricación del primer meta material tuvo que esperar hasta el año 2000 cuando Smith [3] y colaboradores mostraron un compuesto artificial con índice de refracción negativo funcionando en una banda de frecuencias del orden de las microondas, desde entonces ha habido progresos y reportes de compuestos que funcionan en bandas que van desde las Radio frecuencias [4] hasta longitudes de onda del orden de mm [5] e incluso el infrarrojo lejano (FIR) [6], infrarrojo medio cercano (MIR) [7,8], y el infrarrojo cercano (NIR) [9]. Estos materiales son conocidos como LHM (Left Handed Materials) y permiten modos propagativos, al igual que los medios que presentan índices de refracción positiva.

En éste artículo examinamos la influencia de la amortiguación eléctrica en la creación de anchos de bandas de frecuencias transmisibles, mediante el control de los parámetros geométricos que determinan la celda unidad en la micro estructura MM que queremos construir. Estos parámetros a su vez especifican otros tales como la frecuencia de plasma ω_p , la cual está asociada con la permitividad eléctrica efectiva ϵ_{ef} , la frecuencia de resonancia ω_0 , la cual está asociada con la permeabilidad magnética efectiva μ_{ef} , y el

parámetro β , el cual asociamos con la amortiguación eléctrica. En lo que sigue repasamos brevemente las bases teóricas que nos permitirán seguir en profundidad las anteriores afirmaciones.

2. TEORIA.

La permitividad eléctrica en un conductor se obtiene de resolver la ecuación propuesta en el conocido modelo de Drude-Lorentz para el electrón en un medio conductor cualquiera sometido a la acción de un campo eléctrico dependiente del tiempo $\vec{E}(t)$ [2]

$$\ddot{\vec{r}} + \beta \dot{\vec{r}} + \Omega^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}(t). \quad (1)$$

Donde \vec{r} , es la posición del electrón y el punto significa derivada temporal, Ω representa la frecuencia de oscilación "natural" del electrón asociada con una fuerza recuperadora y β es la amortiguación eléctrica.

Si se trata de un electrón libre (no ligado a ningún átomo), entonces $\Omega = 0$ y la solución de la ecuación (1) queda [2]:

$$\vec{r} = -\frac{(e/m) \vec{E}(t)}{\omega^2 + 2i\beta\omega}. \quad (2)$$

El momento dipolar eléctrico definido como $\vec{p} = e\vec{r}$, es entonces

$$\vec{p} = -\frac{(e^2/m) \vec{E}}{\omega^2 + 2i\beta\omega}. \quad (3)$$

Y por lo tanto, la polarización por unidad de volumen $\vec{P} = N\vec{p}$, nos produce una permitividad eléctrica efectiva [24]

$$\epsilon_{ef} = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\beta\omega}\right). \quad (4)$$

Donde

$$\omega_p^2 = Ne^2 / \epsilon_0 m. \quad (5)$$

ω_p , se llama frecuencia de plasma o plasmónica y resulta de importancia fundamental en el comportamiento de los MMs, N es la densidad de los portadores, e es la carga de un electrón, y m es la masa efectiva de los electrones o portadores de

carga. En materiales naturales, N se refiere a la densidad real de los portadores de carga (generalmente electrones) y m a su masa efectiva. En un alambre de MMs, N y m están relacionadas con la geometría de la red conformada por las celdas en lugar de los portadores de carga. Los MMs dan mucha más flexibilidad que los materiales convencionales debido a que la densidad efectiva puede reducirse considerablemente haciendo los alambres muy delgados, lo cual tiene el efecto añadido de aumentar la masa efectiva de los portadores de carga, logrando con ello reducir la frecuencia de plasma en muchos órdenes de magnitud [24].

En este artículo proponemos un Meta Material cuya celda unidad es un cubo de lado a en cuyo interior pueden existir cierto número de micro estructuras compuestas de dos anillos resonadores abiertos (SRR) y un alambre delgado coplanario al SRR tal como se muestra en la figura 1. La irradiación de ésta micro estructura se realiza con una onda electromagnética polarizada en la forma mostrada, es decir, la componente de campo eléctrico avanza oscilando Paralelo a los alambres, mientras el campo magnético lo hace perpendicular al plano del SRR.

El comportamiento electromagnético de ésta micro estructura viene determinado como es usual, por la permitividad eléctrica efectiva ϵ_{ef} y la permeabilidad magnética μ_{ef} , mediante el índice de refracción $n = \sqrt{\epsilon_{ef}\mu_{ef}}$. Se ha demostrado [10] que la respuesta magnética μ_{ef} se debe únicamente al SRR, y viene dada por

$$\mu_{ef} = 1 - \frac{F}{1 + i\frac{\gamma}{\omega} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \quad (6)$$

Donde γ , es el amortiguamiento magnético asociado con la oposición inductiva y F es un factor asociado con la geometría de la celda cuyo valor es $F = \pi r^2 / a^2$

$$\gamma = \frac{2}{\sigma r \mu_0} \quad (7)$$

σ , es la conductividad de los alambres, r es el radio medio del SRR, μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío y ω_0 es la frecuencia a la cual μ_{ef} diverge. Ciertamente ambos, tanto el SRR como el alambre tienen las dos respuestas.

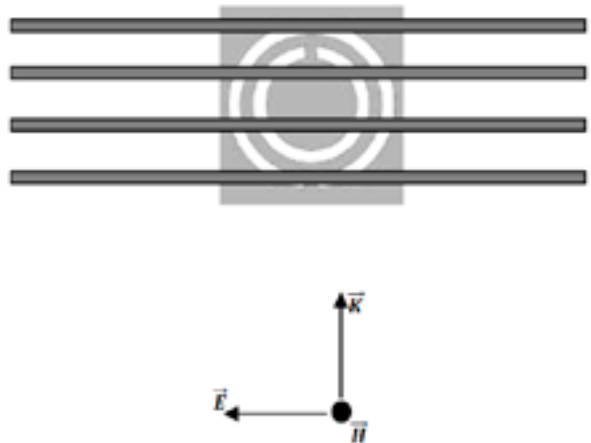


Fig. 1. Unidad de celda básica conformada por un SRR y varios alambres coplanarios con el SRR. La onda electromagnética debe ser polarizada en la forma que se indica, para permitir la resonancia de los SRR (círculos en blanco)

Sin embargo, su contribución a la dinámica electromagnética general de la micro estructura es principalmente la anotada antes.

Por lo tanto de aquí en adelante consideraremos nuestra estructura compuesta: Alambre + SRR, como una unidad de celda, cuya respuesta eléctrica se debe al alambre, mientras la magnética se le atribuye al SRR.

Note que podemos escribir ϵ_{ef} y μ_{ef} en partes real e imaginaria, es decir,

$$\begin{aligned} \epsilon_{ef} &= \epsilon_r + \epsilon_{im} \\ \mu_{ef} &= \mu_r + \mu_{im} \end{aligned}$$

Entonces el índice de refracción

$$n = \sqrt{\mu\epsilon} \quad (8)$$

tendrá una parte real y una parte imaginaria y lo podemos escribir

$$n = n_r + n_{im} \quad (8a)$$

Encontrar ahora n_r y n_{im} es un procedimiento algebraico directo. Simplemente elevamos al cuadrado la ecuación (8) y (8a) e igualamos para obtener

$$\mu\epsilon = n_r^2 - n_{im}^2 + 2in_r n_{im}$$

Reemplazando ahora las expresiones para ϵ_{ef} y μ_{ef} e igualando las partes reales e imaginarias se obtiene

$$\epsilon_r \mu_r - \epsilon_{im} \mu_{im} = n_r^2 - n_{im}^2 \quad (9)$$

$$\epsilon_r \mu_{im} + \epsilon_{im} \mu_r = 2n_r n_{im} \quad (9a)$$

La solución de las ecuaciones (9) y (9a) nos resulta en

$$n_r = \sqrt{\frac{\epsilon_r \mu_r - \epsilon_{im} \mu_{im}}{2}} \times \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{(\epsilon_r \mu_{im} + \epsilon_{im} \mu_r)^2}{(\epsilon_r \mu_r - \epsilon_{im} \mu_{im})^2}}} \quad (10)$$

$$n_{im} = \frac{\epsilon_r \mu_r - \epsilon_{im} \mu_{im}}{2n_r} \quad (11)$$

n_r, ϵ_r, μ_r son la parte real del índice de refracción, la permitividad eléctrica, y la permeabilidad magnética respectivamente, mientras $n_{im}, \epsilon_{im}, \mu_{im}$ son las correspondientes partes imaginarias.

3. ANALISIS Y RESULTADOS NUMÉRICOS.

Conjugando las ecuaciones generales (4) y (6) para ϵ_{ef} , y μ_{ef} respectivamente, encontramos

$$\epsilon_r = \left(1 - \frac{\omega^2 \omega_p^2}{\omega^4 + \beta^2 \omega^2}\right).$$

$$\epsilon_{im} = \frac{\beta \omega \omega_p^2}{\omega^4 + \beta^2 \omega^2} \quad (12)$$

$$\mu_r = 1 - \frac{F \omega^2 (\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \gamma^2}.$$

$$\mu_{im} = \frac{F \omega^2 \gamma^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \gamma^2}. \quad (13)$$

Estos resultados son fundamentales en la física del problema, ya que como bien sabemos, podemos conocer todo el problema de interacción radiación - materia a nivel de la física clásica a través de las ecuaciones (10) y (11). Existe todavía un problema por resolver, ¿Qué importancia tienen los amortiguamientos eléctricos y magnéticos?, ¿es decir los parámetros β y γ ? es posible obtener β apoyándose en la analogía entre circuitos forzados-amortiguados y la ecuación clásica de movimiento del electrón dada por el modelo Drude-Lorentz. Esto es, comparamos las ecuaciones

$$\ddot{\vec{r}} + \beta \dot{\vec{r}} + \Omega^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E} \quad (14)$$

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = \frac{VI}{L} \quad (14b)$$

Identificamos el amortiguamiento eléctrico $\beta \rightarrow \frac{R}{L}$, por lo tanto conoceremos β , si podemos conocer la resistencia R y auto inductancia L por unidad de longitud de los alambres delgados, lo cual es un ejercicio elemental. Dos observaciones han de tenerse en cuenta: 1. consideramos que la celda unitaria apropiada es la propuesta en la ref. [24] y 2. El campo magnético que debe tomarse en el cálculo de auto inducción para el alambre, es el producido en el exterior de los alambres y no fuera de ellos. Estas observaciones son fundamentales en el modelo que proponemos, pues implica un gran número de alambres en el interior de la celda unitaria, pero no necesariamente de resonadores SRR. El detallado cálculo para β nos produce para una celda unidad que contenga un número de alambres igual a $\frac{\alpha^2}{\pi r^2}$

$$\beta = \frac{\epsilon_0 \alpha^2 \omega_p^2}{\pi r^2 \sigma} \quad (15)$$

Una manera de entender la factibilidad de asimilar la constante de amortiguación β en el modelo de Drude -Lorentz a su analogía macroscópica $\beta \rightarrow R/L$ es la siguiente: Ciertamente β es el inverso del tiempo libre medio de dispersión de los átomos en la red el cual está asociado con el **camino libre medio en el interior** de los materiales, es decir mientras mayor sea la distancia característica para la ocurrencia de un choque, mayor es el tiempo de dispersión y menor será la constante β .

En los alambres que conforman la celda unitaria los que chocan son los electrones que conducen la corriente generada por la aplicación del campo $\vec{E}(t)$. La distancia para cada choque depende de la densidad típica del material, es decir a mayor densidad la distancia para un evento de choque se reduce disminuyendo el tiempo de dispersión y aumentando así el valor de β . En los conductores esta densidad está asociada con la resistencia R , por lo cual la constante β aumenta directamente con R . En cambio la inductancia L está asociada directamente a la variación del campo $\vec{E}(t)$, de hecho un inductor se considera como una fuente contraria al campo aplicado "retardando" el movimiento de la corriente. Este retardo se traduce

en un aumento efectivo del camino libre medio, ya que ahora las cargas se demoran mas para generar un evento de choque lo cual se traduce en un aumento efectivo de la constante β .

Observemos como β es considerablemente distinto de cero (en éste modelo). Para ilustrar esto, consideremos una unidad de celda cúbica con lado $a = 5 \times 10^{-3} \text{m}$. Queremos poner en su interior micro estructuras fabricadas en cobre ($\sigma = 5,88 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$) como la mostrada en la Fig. 1 en la cual el radio de los alambres $r_a = 10^{-4} \text{m}$ y el radio promedio de los SRR es $r_{SRR} = 2 \times 10^{-3} \text{m}$, en éste caso obtenemos un valor de $1.6 \times 10^6 \text{ Hz}$ mientras que γ es 13540.4 Hz .

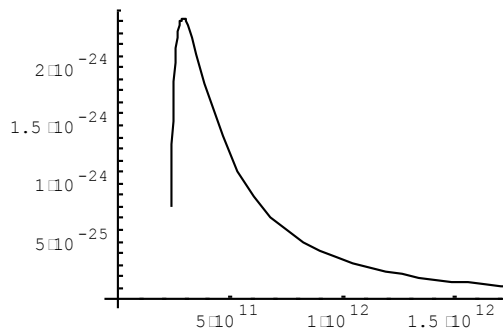


Fig.1 Coeficiente de absorción para $\gamma = 1$ y $\beta = 0$ en un MM con base cobre y parámetros de celda $r_a = 10^{-4}$, $a = 5 \times 10^{-3}$ $r_{SRR} = 2 \times 10^{-3}$ y $\omega_p = 238 \times 10^9$

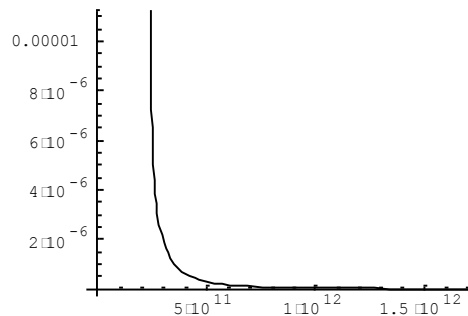


Fig.2 Coeficiente de absorción para $\gamma = 13540 \text{ Hz}$ y $\beta = 1.6 \times 10^6$ en un MM con base cobre y parámetros de celda $r_a = 10^{-4}$, $a = 5 \times 10^{-3}$ $r_{SRR} = 2 \times 10^{-3}$ y $\omega_p = 238 \times 10^9$

De este análisis se desprende que no es posible despreciar β ni γ especialmente cuando estamos en el régimen de altas frecuencias, (microondas y radio frecuencias). Hemos utilizado el programa matemática para graficar el comportamiento de la parte imaginaria del índice de refracción (absorción) del medio. En la fig. 1 y en la fig. 2 podemos observar que la transmisión sin pérdidas empieza aproximadamente para frecuencias del orden de 1.5×10^{12} ($\beta = 0$), mientras que para $\beta \neq 0$ la transmisión sin pérdidas ocurre en ordenes de 10^{12}

4. CONCLUSIÓN.

Hemos demostrado dos cosas en éste trabajo.

La necesidad de tener amortiguamiento tanto eléctrico como magnético en la fabricación de metamateriales para tener modos propagativos con pocas pérdidas

Observando las ecuaciones (7) y (15) podemos concluir además que no es apropiado tener alambres fabricados con materiales de conductividad excesivamente alta si queremos tener pocas o ninguna perdida en la señal que se transmite

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. 10, 509 ~1968
- [2] J.B. Marion and M.A, Heald "Classical Electromagnetic Radiation", Academic press p283
- [3] Smith, D. R., et al., "Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity", Phys. Rev. Lett. (2000) 84, 4184
- [4] Wiltshire, M. C. K., et al., "Microstructured Magnetic Materials for RF Flux Guides in Magnetic Resonance Imaging", Science (2001) 291, 849
- [5] www.nanotechnology.bilkent.edu.tr/research%20areas/documents/mmwaveleft-
- [6] Yen, T. J., et al., "Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials", Science (2004) 303, 1494
- [7] Linden, S., et al., "Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz", Science (2004) 306, 1351

- [8] Zhang, S., et al., “*Negative Refractive Index in Chiral Metamaterials*”, Phys. Rev. Lett. (2005) 95, 137404
- [9] Enkrich, C., et al., “*Magnetic Metamaterials at Telecommunication and Visible Frequencies*”, Phys. Rev. Lett. (2005) 95, 203901
- [10] J.B. Pendry et al, “*Magnetism from Conductors and Enhanced*”
Nonlinear Phenomena, IEE vol. 47 pp. 2075-2084 Nov. 1999
- [11]. R. Marques et al, “*Comparative analysis of edge-and broadside-coupled split ring resonators for metamaterial design-theory and experiments,*” IEEE Trans. Antennas Propagation, vol. 51 (10) pp. 2572-2581 Oct. 2003
- [12]. R. Marques et al, “*Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed Metamaterials*”, Phys. Rev. B, vol. 65 pp. 144440 (1-6) 2002
- [13]. Jordi Bonache Albacete. “*Filtros de microondas basados en Metamateriales y en resonadores concentrados*”. Tesis doctoral, (UAB), 2006
- [14]. F. Martin et al, “*Split ring resonator-based left-handed coplanar waveguide*”, Applied Physics Letters, Vol. 83, no. 22, pp 4652-4654, December 2003
- [15]. F. Falcone et al, “*Effective negative- ϵ stop-band micro strip lines based on complementary split ring resonators*”, IEE Microwave and wireless components letters, vol.14, pp 280-282 June 2004
- [16]. F.R. Yang et al, “*A uniplanar Compact Photonic-Bandgap (UC-PBG) Structure and its Applications for Microwave Circuits*”, IEEE Transaction on microwave theory and techniques, vol.47, no. 8, Pp 1509-1514, August 1999
- [17]. M. Gil et al, “*Electrically small resonators for metamaterial and microwave, circuit design*”, IET Microwave Antennas and Propagation, vol. 1, pp. 73-79, February 2007
- [18]. M. A. Antoniades and G. V.Eleftheriades, “*A Broadband series power divider using zero-degree metamaterial phase-shifting lines*”, IEE Microwave and wireless components Letters, vol. 15, no. 11 pp. 808 – 810, November 2005
- [19]. C.H. Tseng and C. L. Chang, “*A Broadband Quadrature Power Splitter Using Metamaterial Transmission Line*”, IEEE Microwave and wireless components letters, vol. 18, no 1, pp. 25-27, January 2008
- [20]. D. Vrba and M.Polivka, “*Improvement of the Radiation Efficiency of the Metamaterial Zero-Order Resonator Antenna*” 14 conference on microwave techniques (COMITE), Prague, Czech Republic, pp. 1-3, April 2008
- [21]. Y. Lee and Y. Hao, “*Characterization of microstrip patch antennas on metamaterial substrates loaded with complementary split-ring resonators*”, Microwave and optical Technology Letters, vol.50 no. 8, pp. 2131 – 2135, may 2008
- [22]. R. W. Ziolkowski and A. D. Kipple, “*Application of Double Negative Materials to Increase the Power Radiated by Electrically Small Antennas*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagations, vol.51, no. 10, pp. 2626-2640, October 2003
- [23] S. N. Burokur et al, “*Theoretical investigation of a circular patch antenna in the presence of a left-handed medium*”, IEEE Antennas and wireless propagations, vol.4, pp. 183- 186, 2005
- [24] J.B. Pendry et al, “*Extremely Low Frequency Plasmon in Metallic Mesostructures*”, Phys. Rev. Lett. (1996) 76, 25 P4773-6