## Refractómetro de cubeta de sección cuadrada

M.F. Duque D., S. Gómez P., C.C. Pinilla C.\*

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, e-mails: mfduqued@unal.edu.co, sgomezp@unal.edu.co, carlos@titus.phy.qub.ac.uk.

#### C.A. Duque D.

Departamento de Ingenería Mecánica y Mecatrónica, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, e-mail: caduqued@unal.edu.co

Recibido el 13 de enero de 2006; aceptado el 18 de abril de 2006

Con el fin de encontrar un método simple y confiable para medir el índice de refracción de sustancias líquidas, se diseñó y construyó un refractómetro de sección cuadrada de fácil montaje y disponibilidad conveniente en el que además se realizaron pruebas para mezclas liquidas agua - alcohol etílico a diferentes concentraciones de masa. En el presente artículo se presentan los resultados experimentales obtenidos en dichas pruebas, los cuales presentaron valores del índice de refracción con desviaciones de hasta un 5 % respecto a los tabulados en la bibliografía común, para los líquidos utilizados. Finalmente, se muestra la correlación entre dichos valores y el actual modelo teórico y se contrasta la precisión de este experimento con la simplicidad en su diseño y construcción. Además se obtiene la relación matemática entre el índice de refracción y la concentración para el experimento agua- alcohol etílico.

Descriptores: Índice de refracción; sustancias líquidas; óptica geométrica.

In this paper a simple and accurate method to measure refraction index for liquid substances is described. It is based on a cubic edge refractometer, where probes for several liquids such as common Water and Ethylic Alcohol were done. Also, a measure of refraction index for a Water-Ethylic Alcohol mixture at different concentration levels was carried out. We show results for all those experiments together with a detailed description of the refractometer operation. Finally a mathematical relation between refraction index and concentration level is given by the Water-Ethylic Alcohol experiment.

Keywords: Index of refraction; liquid substances; geometrical optics.

PACS: 42.15-i; 07.05Fb; 07.60Hv

# 1. Introducción

La medición de los índices de refracción de diferentes materiales o sustancias ha mostrado ser una herramienta valiosa en muchos campos de la ciencia, pues suministra información tan variada e importante tal como la viscosidad y la calidad de los aceites, los contenidos de azúcar en el mosto de uso en la industria vinícola, la determinación de anomalías visuales, tales como la hipermetropía de índice y la determinación de la calidad de piedras preciosas, entre otros. El presente trabajo se centra en la determinación de dicha propiedad en sustancias líquidas. Aunque existen varios métodos de medición de estos índices, la mayoría de ellos implican la utilización de equipos sofisticados y, por ende, de elevados costos de adquisición u operación, en tanto que otros requieren un contacto directo con el líquido o un gran número de medidas. En los métodos en donde es necesario entrar en contacto con el líquido se presentan problemas de contaminación del mismo, corriendo el riesgo de alterar el valor medido del índice, o de alterar la temperatura u otra propiedad del líquido bajo estudio.

El presente trabajo ilustra una forma para determinar índices de refracción de sustancias líquidas, tanto puras como mezclas, mediante la utilización de una técnica sencilla de medición y de fácil implementación en cualquier laboratorio, permitiendo obtener el valor de dichos índices con una discrepancia con respecto a los valores tabulados en la literatura

para los índices estudiados de 5 %. Igualmente se presenta la relación obtenida entre la concentración, para una mezcla de agua - alcohol etílico, y el índice de refracción de la misma.

## 2. Descripción del experimento

Se utilizó una variación del montaje experimental anteriormente presentado por J. Longtin and C. Hua Fan [1], con características de dimensionamiento e instrumentación diferentes, aunque con el mismo principio físico de funcionamiento.

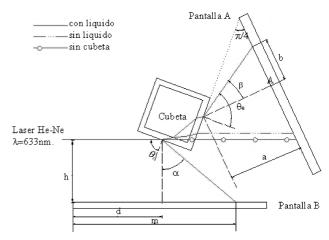


FIGURA 1. Montaje esquemático del refractómetro de sección cuadrada.

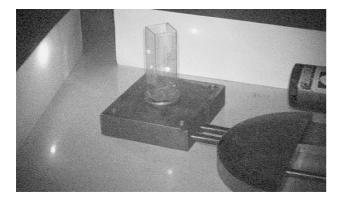


FIGURA 2. Ilustración del montaje utilizado.



FIGURA 3. Garantizando condiciones de observación necesarias.

El montaje consistió en una cubeta de sección cuadrada de 75.9 mm de alto y 27.7 mm de ancho, manufacturada de un material translúcido con índice de refracción conocido, dos pantallas planas (pantallas A y B en la Fig. 1) y un láser con longitud de onda  $\lambda$  =633nm y no perfectamente colimado con un ancho de haz de 2.7 mm.

El láser se dispuso de manera que su haz incidiera sobre una de las paredes de la cubeta con un ángulo de incidencia previamente determinado respecto a la normal de una de las paredes de la cubeta ( $\theta_i$  en la Fig. 1), manteniéndose fijo dicho valor de ángulo junto con la cubeta mediante un sistema de guía, como se muestra en la foto de la Fig. 2. Por otro lado, la pantalla A se colocó frente al haz del láser formando un ángulo de  $\pi/4$  con respecto a la cara de la cubeta por donde emergía el haz refractado, en tanto que la pantalla B se dispuso de manera paralela al haz incidente para recibir el haz reflejado en la cara de incidencia. El sistema principal de apoyo del montaje consistió de una sencilla base metálica que servía de guía y soporte, y permitía ubicar la cubeta y el láser en una posición de referencia predeterminada. Debido a la necesidad de medir el índice de refracción en varias sustancias, la cubeta se podía retirar y reubicar nuevamente con seguridad, y así el dispositivo facilitó la realización de varias secuencias de medición en diferentes sustancias de análisis, garantizando un mínimo de alteración en las condiciones del experimento.

#### 3. Procedimiento

Para encontrar el índice de refracción de las sustancias bajo análisis, este dispositivo hace uso de la ley de Snell (ver Ref. 2 y 3), caracterizando el comportamiento para cada una de las superficies que atraviesa el haz del láser. En este caso el haz viaja del aire al vidrio y luego de este al líquido dentro de la cubeta, para cambiar luego nuevamente de medio, del líquido al vidrio y de este al aire finalmente (ver Fig. 1); de esta forma se obtiene una relación para el índice de refracción del líquido  $(n_l)$  de la forma

$$n_l = n_a \sqrt{\operatorname{sen}^2(\theta_i) + \operatorname{sen}^2(\theta_e)},\tag{1}$$

donde  $\theta_i$  es el ángulo de incidencia del haz sobre la cubeta,  $\theta_e$  el ángulo de salida de la misma,  $n_l$  y  $n_a$  son los índices de refracción del liquido y del aire respectivamente. En este caso se tomó como valor para el índice de refracción del aire  $n_a = (1.00 \pm 0.05)$ , medida tomada en el laboratorio.

Al observar la Ec. (1), resalta el hecho de que la relación encontrada para el índice de refracción del líquido es independiente del valor del índice de refracción del material de fabricación de la cubeta utilizada en el experimento (para ver porqué el índice de refracción de las paredes de la cubeta no intervienen en la Ec. (1), refiérase al apéndice 6). La ausencia de este índice en la relación junto con el hecho de contar con un número mínimo de parámetros, implica una reducción de los errores de propagación, un aumento en la precisión de la medida y en la confiabilidad del montaje.

Las medidas tomadas para determinar los ángulos de incidencia y salida totales sobre la cubeta fueron las mínimas necesarias para tal fín. En el caso del ángulo de incidencia se utilizó la porción del haz reflejada sobre la pantalla B, dado que este haz presenta un ángulo de reflexión igual en valor numérico al ángulo de incidencia del haz original al estar ambos ángulos referidos a la normal de la misma superficie, por lo que bastó con medir solamente las distancias m,dyh (como se muestran en la Fig. 1) para encontrar el valor de este ángulo, así

$$2\theta_i = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{m-d}{h}\right),\tag{2}$$

es decir,

$$\theta_i = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}.\tag{3}$$

Para determinar el ángulo de salida se utilizó la pantalla A, ubicándola de manera que formara un ángulo de  $\pi/4$  con respecto a la cara de la cubeta por donde emergía el haz refractado. Con esta disposición fue posible encontrar el valor de este ángulo, mediante una sencilla relación en términos de las distancias a y b, las cuales se determinaban una vez que el haz era observado sobre la pantalla. De esta manera el ángulo de salida del haz, en términos de las anteriores variables, es

$$\theta_e = \frac{\pi}{4} + \arctan\left(\frac{b}{a}\right),$$
 (4)



FIGURA 4. Relación entre en índice de refracción y la concentración de líquidos.

es decir,

$$\theta_e = \frac{\pi}{4} + \beta. \tag{5}$$

Todo el experimento se desarrolló en un cuarto oscuro garantizando las condiciones de observación necesarias, así como una mínima incidencia de otros efectos ópticos que pudiesen repercutir en un aumento del error en la medida [4] (como se muestra en la Fig. 3). El error considerado para las medidas de a, b, h, m y d es el correspondiente a la resolución (mínima medida) del instrumento con el cual se tomaron las distancias, además del error que suma el ancho del haz sobre las pantallas.

Para corroborar el funcionamiento del dispositivo, y así determinar el grado de confiabilidad de los resultados que se obtuvieran del mismo, se midió el índice de refracción de dos líquidos ampliamente estudiados y referenciados en la literatura [5], agua y alcohol etílico.

Posteriormente, el experimento incluyó la medición del índice de refracción en mezclas líquidas agua-alcohol, con diferentes niveles de concentración de este último. El método utilizado para tomar los datos correspondientes a esta variación de concentración consistió en la sucesiva medición del valor de la masa de alcohol  $(M_{AL})$  adicionado, respecto a una cantidad de masa de Agua  $(M_A)$  fija durante el experimento. Las mediciones de las concentraciones de agua y alcohol se determinaron a través de las expresiones

$$C_A = \frac{M_A}{M_A + M_{AL}},$$
  $C_{AL} = \frac{M_{AL}}{M_A + M_{AL}},$  (6)

donde  $C_A$  y  $C_{AL}$  son la concentración del agua y alcohol, respectivamente, según la Ref. 1.

#### 4. Resultados

Utilizando la Ec. (2), y con ayuda de los datos obtenidos mediante los procedimientos antes descritos para realizar las me-

didas necesarias, se obtuvo el ángulo de incidencia

$$\theta_i = (1, 27 \pm 0, 01) rad.$$
 (7)

Este ángulo permanece constante sin importar el líquido que se encuentre en la cubeta, lo que se garantíza manteniendo la posición de la cubeta con un dispositivo de fijación.

Tomando como líquido de análisis al agua, a una temperatura de 19°C, se utiliza la Ec. (4) junto con las medidas de a y b, para encontrar el valor del ángulo de salida, aplicando posteriormente la Ec. (1) y el valor del ángulo de incidencia antes determinado con la Ec. (7), obteniendo así finalmente valores de índices de refracción para cada uno de los diferentes ángulos de salida registrados durante la prueba. Al considerar el promedio de los múltiples valores registrados, el resultado para el agua es

$$n_l = (1.33 \pm 0.06).$$
 (8)

Luego tomando como líquido de análisis al alcohol etílico, también a una temperatura de 19°C, se parte del ángulo de incidencia medido inicialmente (dado que se ha hecho el montaje para el agua en el dispositivo), y de esta manera, con el conjunto de todos los ángulos de salida registrados para este segundo líquido, se puede calcular el índice de refracción promedio para el alcohol etílico como

$$n_l = (1.35 \pm 0.07).$$
 (9)

Como un complemento al trabajo realizado hasta este punto, se propone la determinación del índice de refracción para mezclas, con especial énfasis en las variaciones de concentración en estas, trabajando así inicialmente con una mezcla de alcohol etílico y agua. En este caso, cuando se varía la masa de alcohol, los datos encontrados muestran los cambios en el índice de refracción con la concentración como se observa en la Fig. 4, donde se utilizaron las Ecs. (6) y (1), como se indicó anteriormente<sup>i</sup>.

#### 5. Análisis

Comparando los índices de refracción del agua y del alcohol etílico medidos con los valores tabulados [5], se resalta que existe una discrepancia del 5 % entre estos últimos y los índices de refracción encontrados en (8) y (9); de acuerdo con esto es posible indicar que con este dispositivo experimental es factible alcanzar un óptimo acercamiento a los valores conocidos para los índices de refracción estudiados, teniendo en cuenta que la medida tiene una incertidumbre del 10 %, lo que para este montaje resulta ser una referencia prudente, considerando la sencillez y simplicidad del mismo.

Observando los resultados (8) y (9), se nota que un pequeño cambio en el ángulo hace una distinción entre dos sustancias como se ve para el agua y el alcohol etílico, cuya diferencia entre ángulos de salida es de aproximadamente 0.06 rad, dando como resultado un cambio entre los índices de refracción de las sustancias de 0.02. Diferencias de este orden pueden ser captadas gracias a que en el montaje experimental se procura tomar las medidas sobre las pantallas

y no sobre la cubeta, como se llegaría a pensar, ya que sobre este elemento (la cubeta) los cambios angulares que son mínimos, se manifiestan como grandes cambios espaciales en las pantallas, lo cual hace mas simple la toma de datos.

En cuanto a las variaciones en el índice de refracción con la concentración en las mezclas, se tiene un comportamiento no lineal, observando que cuando la concentración de alcohol es cero se encuentra el valor característico del índice de refracción del agua. Esto es apenas lógico, dado que en ese momento en la cubeta solo se contiene este líquido; luego, cuando se aumenta la concentración de alcohol en la mezcla, se obtiene un aumento en el índice de refracción en forma regular hasta aproximadamente una concentración del 70 %, punto en el que se observa un cambio en la tendencia de dicho índice, comenzando a estabilizarse en un valor cercano al que corresponde al índice de refracción del alcohol (ver Fig. 4). Observando este comportamiento en la gráfica de la mezcla, es claro que esta propiedad de las sustancias tiende hacia el valor del índice de refracción de la sustancia que esta en mayor proporción en la mezcla, es decir, aquella que tiene una mayor concentración. Para la mezcla de estudio en este trabajo, este comportamiento puede ser descrito por una relación de la forma

$$n_l = 1.3336 + (2.8274E - 4)C + (5.7127E - 6)C^2 - (9.3913E - 8)C^3 + (3.8628E - 10)C^4,$$
 (10)

donde C es la concentración de alcohol en la mezcla [7]<sup>ii</sup>.

#### 6. Conclusiones

El experimento que se llevó a cabo muestra que es posible desarrollar un método experimental para medir índices de refracción de cualquier sustancia líquida, al menos, de una manera confiable, con una discrepancia con respecto a los valores tabulados de menos del 6 % aproximadamente y un error de la medida del 10 %, sin la necesidad de sofisticados equipos de medición, y por el contrario, únicamente con un dispositivo que aprovecha al máximo los conceptos relacionados con la óptica geométrica y que puede ser montado en cualquier laboratorio de óptica con fines pedagógicos.

Adicionalmente es posible observar de forma clara que el índice de refracción no depende del volumen ni de la masa en sustancias puras, ya que estas cantidades fueron variadas durante la práctica sin observar ningún cambio aparente en las medidas.

A partir de este trabajo es posible ver también cómo existe una dependencia del índice de refracción con la concentración de los componentes de una mezcla, además se muestra como el índice de refracción de la mezcla tiende hacia el valor del índice de refracción de la sustancia de mayor concentración en la misma.

En este trabajo en particular, se determina la relación que manifiesta el comportamiento existente entre el índice de refracción y la variación de la concentración de las sustancia líquidas, con una correlación de 0.993, aclarando que los coeficientes de dicha relación dependen del tipo de sustancias empleadas.

Finalmente, resulta interesante también la idea de aplicar este método de manera inversa, al poder determinar en forma pedagógica y aproximada la concentración de los componentes de una mezcla, conociendo únicamente dichos componentes y el índice de refracción de la mezcla.

## Agradecimientos

Los autores desean agradecer al profesor Greman Arenas S. por sus sugerencias y apoyo durante la realización de este proyecto. Así como al Laboratorio de Óptica de la Universidad Nacional de Colombia, donde este trabajo fue desarrollado.

# Apéndice A: Trayectoria del haz en las paredes de la cubeta

A continuación se presenta de manera resumida el análisis efectuado para la determinación de la relación del índice de refracción y su independencia del material de la cubeta.

Analizando un arreglo de dos superficies paralelas sobre las cuales incide un haz de luz con un ángulo  $\beta$  respecto a la normal de la superficie 1, que luego sale del arreglo a través de la superficie 2 con un ángulo  $\alpha$  con respecto a la normal de ésta (como se muestra en la Fig. 5), siendo el medio A el

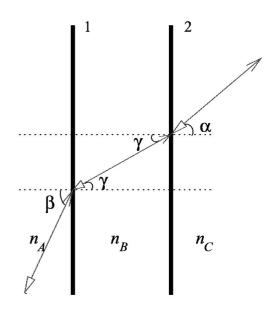


FIGURA 5. Propagación del haz de luz a través de dos superficies paralelas donde  $n_A \neq n_B \neq n_C$ 

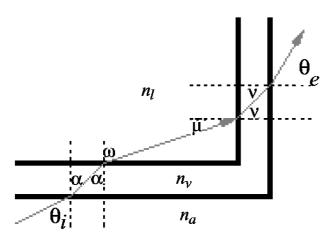


FIGURA 6. Propagación del haz de luz en el refractómetro

aire, el medio B el vidrio de las superficies 1 y 2 y el medio C el liquido a estudiar por medio de la ley de Snell, se tiene que la propagación del haz en cada superficie es

$$n_A \sin(\beta) = n_B \sin(\gamma),$$
 (A.1)

para la superficie 1; para la superficie 2 se tiene

$$n_B \sin(\gamma) = n_C \sin(\alpha),$$
 (A.2)

por lo tanto igualando las anteriores ecuaciones, la manera de relacionar el medio A (aire) con el medio C (líquido) es

$$n_A \sin(\beta) = n_C \sin(\alpha),$$
 (A.3)

en donde se ve que el índice  $n_A$  es independiente de las características de la cubeta sin importar la dirección de propagación del haz, ya que el análisis puede hacerse tomando como ángulo de incidencia a  $\alpha$  y como ángulo de salida a  $\beta$  encontrando el mismo resultado. Utilizando el mismo análisis para

la trayectoria del haz de luz a través del refractómetro de sección cuadrada (Fig. 6), se encuentra que en cada una de las superficies la ley de Snell es:

$$n_a \sin(\theta_i) = n_v \sin(\alpha),$$
 (A.4)

$$n_v \sin(\alpha) = n_l \sin(\omega),$$
 (A.5)

$$n_l \sin(\mu) = n_v \sin(\nu), \tag{A.6}$$

$$n_v \sin(\nu) = n_a \sin(\theta_e),$$
 (A.7)

en donde por la disposición de las paredes de la cubeta se distingue que  $\omega + \mu = \pi/2$ .

Como en el análisis realizado para el arreglo mostrado en la Fig. 5, al igualar las relaciones (A.4) con (A.5), y (A.6) con (A.7), se obtiene que

$$n_a \sin(\theta_i) = n_l \sin(\omega),$$
 (A.8)

$$n_l \sin(\mu) = n_a \sin(\theta_e).$$
 (A.9)

Reemplazando  $\omega = \pi/2 - \mu$  en (A.8), se obtiene

$$n_a \sin(\theta_i) = n_l \cos(\mu),$$
 (A.10)

y utilizando esta relación en la ecuación (A.9), el indice de refracción de la sustancia líquida es

$$n_l = n_a \sqrt{\operatorname{Sen}^2(\theta_i) + \operatorname{Sen}^2(\theta_e)}, \tag{A.11}$$

en donde se muestra porque el índice de refracción del material de fabricación de la cubeta no es incluido en la determinación del índice de refracción de la sustancia líquida a análizar, argumento soporte de todo el trabajo presentado.

- \*. Presente dirección: Atomistic Simulation Centre, Queen's University Belfast, BT7 1NN, UK.
- Las barras de error consideradas en la Fig. 4 corresponden a las desviaciones estandar de las medidas en cada punto de la grafica.
- La relación mostrada en la Ec. (10), fue obtenida mediante un análisis de datos con una regresión polinomial de grado 4, efectuado con el software Origin 6.0.
- J. Longtin and C. Hua Fan, Microscale Thermophysical Engineering 2 (1997) 261.
- 2. F.A. Jenkins and H.E. White, *Fundamentals of Optics* (McGraw Hill International Editions Fourth ed., Singapore, 1981).
- E.H. Zajac, Óptica (Editorial Addison Wesley Tercera ed., Singapore, 1995).
- V. Giamberardino, Teoría de los errores, (Reverte, Caracas, 198).
- 5. D. Solimini, J. Appl. Phys. 37 (1966) 3314.