

Educación matemática y tecnologías empleadas para la enseñanza de las matemáticas

Kelvin López Aguilar
Jesús Ángel López Sánchez
uaaan88@hotmail.com

Fecha de recepción 20 de mayo 2016

Fecha de aceptación 16 de junio 2016

Resumen

La investigación en Educación Matemática es un campo en continuo cambio y progreso. Este artículo se basa más que nada en una investigación sobre la utilización de nuevas tecnologías que se pueden emplear para la enseñanza de las matemáticas porque aún se siguen disponiendo de un conjunto de estrategias metodológicas para abordar su objeto de estudio, no tiene un método propio. El impacto que ha tenido la computadora en la sociedad ha llevado a una reflexión en torno a su uso en el salón de clase.

Antiguamente se consideraba que la enseñanza de las matemáticas era un arte y, como tal, difícilmente susceptible de ser analizada, controlada y sometida a reglas. Se suponía que el aprendizaje de los alumnos dependía sólo del grado en que el profesor dominase dicho arte y, en cierto sentido, de la voluntad y la capacidad de los propios alumnos para dejarse moldear por el artista. El aprendizaje es considerado como un proceso psico-cognitivo fuertemente influenciado por factores motivacionales y actitudinales del alumno-aprendiz. Se postula, además, que para modificar el rendimiento de los alumnos el factor decisivo es la conducta docente y que ésta puede explicarse, a su vez, en función del pensamiento del profesor que se incluyen sus expectativas, su manera de concebir la enseñanza de las matemáticas y su forma más o menos espontánea de interpretar el saber matemático.

Palabras clave

Enseñanza, aprendizaje, conocimiento, matemáticas, alumno, profesor.

Abstract

Research in Mathematics Education is a field in continuous change and progress. This article is based mainly on research on the use of new technologies that can be used for teaching mathematics and because they still have a set of methodological strategies to address their object of study, it still has no method of its own. The impact that the computer has had on society has led to a reflection on its use in the classroom.

In the past it was considered that the teaching of mathematics was an art and as such, hardly capable of being analyzed, controlled and subject to rules. Students learning was supposed to depend only on the degree to which the teacher mastered the art and in a sense, the students will and ability to allow themselves to be molded by the artist. Learning is considered as a psychocognitive process strongly influenced by motivational and attitudinal factors of the learner-learner. It is also postulated that in order to modify the students' performance the decisive factor is the teaching behavior and that this can be explained, in turn, according to the teacher's thought that include their expectations, their way of conceiving the teaching of the Mathematics and its more or less spontaneous way of interpreting mathematical knowledge.

Keywords: Teaching, learning, knowledge, mathematics, pupil, teacher.

Introducción

El uso de la tecnología en la enseñanza en las matemáticas ha sido cada vez más relevante en el siglo XXI, y cada vez, más investigadores de la educación se suman para poder justificar su uso, por citar algunos, Sacristán y Ursini, (2001); Millán, (2005); Ursini y Sacristán, (2006); Ursini y Sánchez, (2008); Ruíz y Ursini, (2010); Acharya y Sinha, (2013); Ciampa, (2014); Drigas y Pappas, (2015), entre otros, ya que son herramientas de gran valor y eficiencia en su manejo con propósitos didácticos (Canós y Mauri, 2005), siendo estas tecnologías por una parte catalogadas como cerradas, y por otra, como abiertas y necesitan de un conocimiento técnico para su uso (Canós, Ramón y Albaladejo, 2007).

Desde sus orígenes, la educación matemática, ha sido muy específica, sin embargo, existen problemas asociados a la enseñanza y aprendizaje, por lo que, ha surgido el interés de ciertos investigadores para encontrar alternativas de solución (Bryan, 1987; Santos, 1996; Godino, 1999; Artigue 2004; Godino, 2009; Avila, 2013).

Hoy por hoy, el aprendizaje en las matemáticas, es a través de la interacción con el uso de la tecnología como una herramienta principal para la solución de problemas para cualquier estudiante (Espiniza, 1998; Gardner, 1998; Castillo, 2008; Martínez, 2013), siendo la computadora la mejor herramienta para diseñar actividades que da paso al aprendizaje (Arcavi y Hadas, 2000). Por lo que, los educadores y los desarrolladores del plan de estudios de matemática están sustituyendo la pedagogía tradicional por tecnología digital en las salas de clase (Senk y Thompson, 2003; Gértrudix, et al, 2007), con el fin de que la educación matemática sea más inductiva (Williamson y Kaput 1999).

Por lo anterior, las investigaciones realizadas dentro de la educación matemática sobre el uso, experimentación y evaluación de la introducción de nuevas tecnologías como herramientas educacionales, sugieren la implicación cognitiva, psicomotores y emocionales (NCTM, 1989; Senk y Thompson, 2003; Orozco y Labrador, 2006) facilitan el desarrollo y aplicación de la inteligencia geométrico-espacial, la abstracción y la representación icónica desde una nueva perspectiva (Williamson y Kaput 1999; Feldstein, 2005); proporcionan otras formas de comunicación, simbolización y formalización matemática mediante hojas de cálculos electrónicas (Godino y Batanero, 1994).

Desarrollo

La educación matemática surge en México en la década de los setentas como disciplina autónoma (Gómez, 1997), debido principalmente a la inclusión del conocimiento como objeto primario de la investigación (Gascón, 1998), impulsado por investigadores de la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, proponiendo así en los años 80's la formación de especialistas en educación matemática con enfoque a la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Block, et al, 1995). Por lo que la Matemática Educativa se origina a partir de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, siendo la matemática misma el punto de partida de la matemática educativa, ya que el conocimiento matemático no es suficiente para la caracterización de la disciplina; porque ésta última se organiza a partir de núcleo conceptuales que los teoremas, por lo que las matemáticas tiene un componente heurístico y también un marco axiomático como parte central de sus actividad y de la sistematización de resultados, que es al final de carácter interdisciplinario (Gómez, 1997).

Las nuevas tecnologías de la comunicación y la información ha venido cambiando de acuerdo al esquema natural de comunicación; las computadoras o programas virtuales y con ello los conocimientos se han adaptado, sin embargo, el hecho de que existan una serie de tecnologías no garantiza eficacia en el entendimiento del aprendizaje de las matemáticas, si no sería por su uso adecuado y la forma de utilizarla (Ferrer, 2007).

Las nuevas tecnologías hacen posibles nuevas modalidades de enseñanza-aprendizaje, sobre todo, la enseñanza a distancia o semipresencial y/o virtual (García y Domínguez, 2007), siendo los aspectos más importantes: interacción entre personas a través de máquinas; no se necesita la presencialidad de las personas para realizarse una comunicación; no existen los elementos lingüísticos y paralingüísticos en la comunicación; la comunicación se da a través de textos escritos creando un discurso temporal específico, verificable y matizable (Almenara y Cejudo, 2007).

En un reciente informe sobre la incorporación de las nuevas tecnologías a la enseñanza universitaria se decía que sus aportaciones habrían de estar orientadas a propiciar (Álvarez et al, 2007; Canós y Ramón, 2006):

1. Mayor interacción entre estudiantes y profesores
2. Colaboración entre estudiantes y trabajo en equipo
3. La incorporación de los simuladores como nueva herramienta de aprendizaje.
4. La adquisición y desarrollo de nuevas competencias por parte de los estudiantes a través de su participación en laboratorios virtuales de investigación.
5. La posibilidad de disponer de más frecuentes y potentes formas de retroacción en la comunicación entre estudiantes y profesores.
6. El acceso de los estudiantes a un abanico ilimitado de recursos educativos.

Algunas de las ventajas que podemos apreciar en el uso de las nuevas tecnologías para la formación universitaria son (Canós, Ramón y Albaladejo, 2008; Navarro y Alberdi, 2004; Canós y Ramón, 2007):

- Acceso rápido a una gran cantidad de información en tiempo real.

- Obtención rápida de resultados.
- Gran flexibilidad en los tiempos y espacios dedicados al aprendizaje.
- Adopción de métodos pedagógicos más innovadores e interactivos y adaptados para diferentes tipos de estudiantes.
- Interactividad entre el profesor, el alumno, la tecnología y los contenidos del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Mayor interacción entre estudiantes y profesores a través de las videoconferencias, el correo electrónico e Internet.
- Colaboración mayor entre estudiantes, favoreciendo la aparición de grupos de trabajo y de discusión
- Incorporación de simuladores virtuales como nueva herramienta de aprendizaje.
- Permite al alumno tomar contacto con la realidad que se va a encontrar cuando salga de la Universidad.
- Velocidad vertiginosa con la que avanzan los recursos técnicos, volviendo los equipos obsoletos en un plazo muy corto de tiempo.

La tecnología debe ser utilizada en la educación matemática para enfatizar el uso de conocimiento matemático yendo más allá de los procedimientos rutinarios en los cursos matemáticos Martin (2000). También se señala que no debe usarse como sustituto de operaciones básicas, sino que convendría usarse para fortalecerlas, logrando que los estudiantes aprendan matemáticas, sin embargo, el hecho de que los instrumentos tecnológico permite el acceso a modelos visuales que son poderosos muchos estudiantes son incapaces de generar independientemente o no están dispuestos a hacerlo. La capacidad de cálculo de los recursos tecnológicos amplía la serie de problemas apropiados para los alumnos, y los capacita para ejecutar procedimientos rutinarios con rapidez y seguridad, permitiéndoles así disponer de más tiempo para desarrollar conceptos y para modelar. El NCTM (2000)

El proceso para la interacción de los estudiantes con las herramientas tecnológicas consiste en tres etapas (Fuglestad, 2004):

- I. conocimiento básico de los comandos o funcionalidades del *software*. Los estudiantes pueden utilizar las diferentes funciones del *software* para resolver tareas simples preparadas para interactuar con éste.
- II. desarrollo de modelos simples. Los alumnos pueden hacer un esquema textual, numérico o plantear fórmulas para planear un modelo en una hoja de cálculo. Pueden usar geometría dinámica para hacer construcciones que puedan resistir el arrastre y que no se “rompan” cuando son movidas;
- III. juzgar el uso de las herramientas para dar solución a un problema dado. Los estudiantes deben ser capaces de pensar en distintas formas y recursos para resolver un problema, y juzgar cuáles de las herramientas tecnológicas disponibles es más apropiada usar para resolver el problema o cuándo otros métodos son mejores.

Murillo (1997) encontró en un estudio de casos los siguientes usos de la calculadora graficadora:

- 1) Cómputo. Fue la actividad más obvia y común, desde las operaciones básicas hasta evaluación de funciones.
- 2) Graficación. A propósito del nombre, es una característica sobresaliente que hace de esta calculadora una herramienta apropiada donde el estudio del gráfico de una función se hace necesario. El uso de una calculadora graficadora permite obtener en pocos segundos la gráfica de una función, compararla con otras gráficas, etc., sin tener que dedicar largos periodos de tiempo a la construcción de las mismas por medios “primitivos”, distrayendo así el propósito general de una discusión.
- 3) Estadística. La calculadora en uso está provista de una serie de herramientas estadísticas de uso frecuente.
- 4) Exploración. Las calculadoras se mostraron apropiadas para responder las preguntas de los estudiantes del tipo “¿Qué tal si...?”
- 5) Simulación. Las calculadoras se pueden usar para simular procesos de tipo aleatorio, como por ejemplo lanzar un dado, una lotería, etc.
- 6) Programación. Gracias a las capacidades de programación, las calculadoras se pueden usar para cálculos complejos avanzados, en donde, por ejemplo, entran en juego algoritmos.

- 7) Conexión a otras tecnologías. Las calculadoras se pueden usar en conexión con otras calculadoras (para compartir programas y datos), con una computadora o con un proyector de pantalla.
- 8) Visualización. Los “objetos matemáticos” desplegados en la pantalla ayudan a los estudiantes a construir imágenes mentales.
- 9) Adquisición de conceptos. Juntando algunos de los usos anteriores, las calculadoras gráficas facilitan a los estudiantes procesos de conceptualización.
- 10) Resolución de problemas. Como herramienta, las calculadoras gráficas son usadas para ejecutar las operaciones necesarias como soporte en las actividades de resolución de problemas.

A lo anterior se puede agregar la incorporación de manejo de geometría dinámica en los modelos de la serie TI-92 y sub siguientes.

Podemos recordar que algunas veces los profesores de matemática pretendemos que los estudiantes, por medio de una gran argumentación teórica y la visualización de unas pocas gráficas dibujadas en el pizarrón, las que muchas veces no son una buena representación de lo deseado, se hace conveniente considerar el uso de las calculadoras para obtener, como en el caso de funciones, una buena representación de las gráficas de cualquier tipo de función en un corto tiempo. La computadora es una de las principales herramientas para la didáctica de la matemática desde una perspectiva tecnológica. El fácil acceso que tienen los estudiantes a una computadora, ya sea en su hogar o en la clase de informática, hace que los estudiantes ya estén familiarizados con este tipo de tecnología, el despliegue gráfico de la computadora supera en mucho al de la calculadora. La computadora como herramienta de presentación. Se puede utilizar una sola computadora en el aula, la cual es manipulada por el profesor para mostrar a sus estudiantes presentaciones, dibujos, cálculos numéricos y algebraicos, gráficos o la solución de problemas. Además, en este caso esto no priva al estudiante de hacer uso del computador para realizar exposiciones a sus compañeros. Según Alemán (2000), la computadora como un tutor puede ayudar a resolver diferentes problemas que existen en la educación.

Alfaro, Alpízar, Arroyo, Gamboa e Hidalgo (2004) señalan que algún software como *The Geometer's Sketchpad* y *Cabri Géomètre* pueden ayudar a la enseñanza de la geometría en aspectos, tales como: construcciones, visualización de algunos conceptos y propiedades. Otros, como

Mathematica, *Maple* y *Derive* pueden proporcionar ayuda a los alumnos en el cálculo de expresiones aritméticas, algebraicas, logarítmicas, trigonométricas, así como el cálculo de las soluciones reales de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones.

En toda escuela, instituto o facultad, se suelen formar grupos de alumnos para que, durante todo el curso escolar, puedan estudiar matemáticas con la ayuda de uno o varios profesores pero pocas veces se hace uso de la tecnología que está a nuestro alcance, por eso se propone, como primer gran foco de interés, el llegar a entender mejor los procesos didácticos y los fenómenos que éstos originan, tanto los que tienen lugar en clase como fuera de ella.

Conclusiones

Se concluye que una manera de inducir al estudiante a resolver problemas matemáticos es con la introducción e interacción de la tecnología, ya que hace que perciban las matemáticas de manera justificada al manipular, analizar y descubrir posibles relaciones matemáticas fundamentales.

Las Matemáticas fueron, la primera actividad que incorporó recursos tecnológicos que facilitaron significativamente las tareas que esta Ciencia desarrolla en el ámbito educativo. Es necesario señalar que en la enseñanza de las matemáticas es importante la utilización de software educativo tanto en el desarrollo de sus clases como en las evaluaciones parciales.

El docente debe tener presente que la matemática en el alumno debe iniciarse en la comprensión del carácter formal del pensamiento lógico-matemático, así como procesos de abstracción, es ahí donde comienza a exteriorizar su propio pensamiento y estar en capacidad de seguir una metodología para la resolución de problemas necesarios para planificar estrategias y desarrollo de la intuición matemática, que permitan enfrentar problemas de la vida cotidiana.

Referencias bibliográficas

Acharya, A., y Sinha, D. (2013). Assessing the Quality of M-Learning Systems using ISO/IEC 25010. *International Journal of Advanced Computer Research*, 3(3), 67.

- Alfaro, A.; Alpízar, M; Arroyo, J.; Gamboa, R.; Hidalgo, M. (2004). Enseñanza de las Matemáticas en Costa Rica: Elementos para un Diagnóstico. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.
- Almenara, J. C., y Cejudo, M. C. L. (2007). La interacción en el aprendizaje en red: uso de herramientas, elementos de análisis y posibilidades educativas/(interaction in e-learning: use of tools, elements of analysis and educational possibilities. Revista iberoamericana de educación a distancia, 10(2), 97.
- Álvarez, S., Cuéllar, C., López, B., Adrada, C., Anguiano, R., Bueno, A. y Gómez, S. (2011). Actitudes de los profesores ante la integración de las TIC en la práctica docente: estudio de un grupo de la Universidad de Valladolid. Edutec. Revista electrónica de tecnología educativa, (35).
- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica para afrontarlos? Educación Matemática. 16 (3), 5 – 28.
- Avila, A. (coord.), D.Block, A. Carvajal, P. Camarena, D. Eudave, I. Sandoval y A. Solares (2013). La investigación en educación matemática en México: 2002 – 2011. En: Avila, A., A. Carrasco, A. Gómez-Galindo, M.T. Guerra-Ramos, G. López-Bonilla y J.L. Ramírez (Coords.) Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México. México .COMIE- ANUIES: 27-150.
- Block, David y Guillermina Waldegg, (Coords.), A.Avila, E. Mancera, T. Rojano, M. Rigo, A. Gallardo, E. Sánchez, P. Morfín, G. Zubieta., C. Acuña y E. Bonilla (1995). Matemáticas. En: Waldegg, Guillermina. Procesos de enseñanza y aprendizaje II. Col. La Investigación Educativa en los Ochenta, Perspectivas para los Noventa. Consejo mexicano de Investigación Educativa/ Fundación SNTE para la cultura el maestro mexicano. México, 21 – 130
- Bryan H. Bunch (1987) Matemática insólita. Paradojas y paralogismos. Barcelona, Editorial Reverté, 198 p.
- Canós, L. y Mauri, J. (2005). “Metodologías activas para la docencia y aplicación de las nuevas tecnologías: una experiencia”. XX Symposium Nacional de la URSI, Gandia (Valencia).
- Canós, L. y Ramón, F. (2006). “La información como conferencia específica en el contexto de la convergencia europea”. 3er Congreso on line del Observatorio para la Cibersociedad, Barcelona.

- Canós, L., Ramón, F. y Albaladejo, M. (2007). “El portafolio del profesor y su aplicación en el nuevo Espacio Europeo de Educación superior como instrumento para el desarrollo pedagógico”. II Congreso Internacional de Blogs y Periodismo en la Red, Madrid.
- Canós, L., Ramón, F. y Albaladejo, M. (2008). “Los roles docentes y discentes ante las nuevas tecnologías y el proceso de convergencia europea”. V Congreso Iberoamericano de Docencia Universitaria, Valencia.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171-194.
- Ciampa, K. (2014). Learning in a mobile age: an investigation of student motivation. *Journal of Computer Assisted Learning*, 30(1), 82-96.
- Drigas, A. S., y Pappas, M. A. (2015). A Review of Mobile Learning Applications for Mathematics. *learning*, 3, 6.
- Espinosa, F. H. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Revista Educación Matemática*, 10(2), 23-45.
- Feldstein, M. (2005). The Digital Promise: Using Technology to Transform Learning, *eLearn Magazine*. SUNY Learning Network.
- Ferrer, D. M. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(4), 2.
- Fuglestad, A. (2004). ICT tools and student’s competence development. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2, pp. 439-446.
- García, L., Ruiz, M., y Domínguez, D. (2007). De la educación a distancia a la educación virtual. Barcelona: Ariel.
- Gardner, H. (1998). *Inteligencias múltiples*. Paidós.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18, 7-34.
- Godino, J. (2009). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Colección Digital Eudoxus*, (11).
- Godino, J. D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en Educación Matemática.

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *Informática Educativa*, 10(1), 93-111.
- Martin, W. (2000). Lasting effects of the integrated use of graphing technologies in precalculus mathematics. In E. Dubinsky; A. Schoenfeld; J. Kaput (Eds.), *CBMS Issues in Mathematics Education*. Mathematical Association of America, Washington, D. C. Vol. 8, pp. 154-187.
- Martínez, E. D. T. (2013). Implicaciones didácticas de Geogebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria. *Apertura*, 5(2), 58-69.
- Millán, M. C. (2005). Una experiencia de utilización de simulaciones informáticas en la enseñanza secundaria. *Educatio siglo XXI: Revista de la Facultad de Educación*, (23), 141-170.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (1989). Curriculum and Evaluation. National Council of Teachers of Mathematics Reston, VA.
- Ruiz, J. G. S., y Ursini, S. (2010). Actitudes hacia las matemáticas y matemáticas con tecnología: estudios de género con estudiantes de secundaria. *RELIME*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 13(4), 303-318.
- Sacristán, A. I., y Ursini, S. (2001). Incorporating new technologies to the Mexican school culture: the EMAT project and its Logo extension. In *Eurologo* (pp. 237-244).
- Santos Trigo, L. M. (1996). Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas.
- SENK, S. and THOMPSON, D. (2003). Standards-Based School Mathematics Curricula Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey.
- Ursini, S., & Sánchez, G. (2008). Gender, technology and attitude towards mathematics: a comparative longitudinal study with Mexican students. *ZDM*, 40(4), 559-577.
- Ursini, S., y Sacristán, A. I. (2006, December). On the role and aim of digital technologies for mathematical learning: experiences and reflections derived from the implementation of computational technologies in Mexican mathematics classrooms. In *Proceedings for the Seventeenth ICMI Study Conference: Technology Revisited*, Hanoi University of Technology, Hanoi, Vietnam (pp. 3-8).

Williamson, S. y Kaput, J. (1999). Mathematics and virtual culture: an evolutionary perspective on technology and mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(21), 265-281.