

## **El papel de los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria desde la perspectiva de los profesores**

*Mario Martínez Silva*

*Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa*  
[mario.martinez@cresur.edu.mx](mailto:mario.martinez@cresur.edu.mx)

*Oliver Mandujano Zambrano*

*Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa*  
[oliver.mandujano@cresur.edu.mx](mailto:oliver.mandujano@cresur.edu.mx)

*Luis Alberto Vega Gómez*

*Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa*  
[luis.vega@cresur.edu.mx](mailto:luis.vega@cresur.edu.mx)

*María Isabel Llaven Aguilar*

*Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa*  
[maria.llaven@cresur.edu.mx](mailto:maria.llaven@cresur.edu.mx)

*Fecha de recepción 13 de mayo 2016*

*Fecha de aceptación 12 de junio 2016*

### **Resumen**

Los problemas tienen un papel muy importante en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Ya sea para contextualizar el aprendizaje de nuevos conceptos o habilidades matemáticas o como medio para la aplicación de los conocimientos matemáticos aprendidos, plantear y resolver problemas es una tarea muy común en la clase de matemáticas. En este artículo se identifican y analizan las concepciones de un grupo de profesores sobre el uso de los problemas en la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Así mismo se caracterizan los problemas que los profesores proponen para la enseñanza de este contenido. El artículo se enmarca en una investigación más amplia que tuvo como objetivo fundamental analizar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

### **Palabras clave**

Concepciones, problemas de enunciado verbal, enseñanza de la resta, problemas aditivos

### **Abstract**

Problems are very important in learning and teaching mathematics in basic education. Whether to contextualize learning new concepts and math skills or as a means for applying learned math knowledge and solve problems which is a common task in math class. This article identifies and analyzes the conceptions of a group of teachers on the use of problems in teaching subtraction in elementary school. The problems that teachers propose to teach this content are characterized. The article is part of a further investigation that had as main objective to analyze the conceptions of primary school teachers on the teaching of subtraction, in particular on the role of contextualization in this process.

**Keywords:** Conceptions, word problems, teaching subtraction, solving additive problems.

## **Introducción**

La importancia que tiene el planteamiento y la resolución de problemas en la educación matemática elemental es un acuerdo generalizado entre la comunidad de educadores. La resolución de problemas es, al mismo tiempo, un medio y un fin para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, un eje para desarrollar y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas.

Ya a principio de la década de los noventa el NCTM (1989) proponía como una de las metas sociales para la enseñanza de las matemáticas aprender a resolver problemas, y como una de sus recomendaciones el desarrollo de un currículum con riqueza en situaciones problema en donde los estudiantes tuvieran numerosas y variadas experiencias relacionadas con las matemáticas que les permitieran resolver problemas complejos. Posteriormente, el NCTM (2000) señalaba diversos estándares para la educación matemática en los que se subrayaba la necesidad de que los niños aprendieran diversos significados de las operaciones aritméticas y desarrollaran estrategias formales e informales de cálculo aritmético en el contexto de situaciones o problemas.

Así mismo, los resultados obtenidos en los estudios realizados por Carraher, T.; Carraher D. y Schliemann, A. (1995), parecen confrontar la noción implícita pero tácitamente aceptada en la escuela de que, en primer lugar, debemos enseñar a los niños las operaciones aritméticas aisladas de cualquier contexto, para presentar después esas mismas operaciones en el contexto de problemas. Los estudios realizados por Carraher et al. (1995), subrayan la relación entre la

realización de una operación numérica y la actividad o problema en la cual se inserta, y por lo tanto, la necesidad de enseñar la operatoria numérica en el marco de la resolución de problemas.

Sin embargo, como señalan recientemente Arcavi y Friedlander (2007), este aparente acuerdo sobre la importancia de los problemas en la clase de matemáticas, no dice mucho sobre el significado que los problemas y la resolución de problemas tiene para los profesores, formadores de profesores y gestores educativos.

En este artículo retomamos y analizamos los datos recogidos en el contexto de en una investigación más amplia (Martínez, 2003) del posicionamiento de un grupo de profesores de educación primaria sobre el papel que tienen los problema de enunciado verbal en el aprendizaje y enseñanza de la resta; así mismo hacemos una caracterización de los problemas de enunciado verbal propuestos por los profesores para la enseñanza de este contenido.

Identificar y analizar el posicionamiento conceptual de los profesores sobre los problemas que proponen en la clase de matemáticas en la escuela primaria, es fundamental para orientar los programas para la formación y el desarrollo profesional del profesorado, retomando sus concepciones sobre los problemas en la educación matemática y poniendo estas concepciones como elementos para el análisis y reflexión colectiva. Tan importante como la naturaleza de los problemas de enunciado verbal es la manera en la cual estos problemas son concebidos y usados en la clase por los profesores (Depaepe, De Corte y Verschaffel, 2010).

### **Los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de las matemáticas**

Los problemas de enunciado verbal tienen un papel fundamental en el currículum de educación matemática elemental, los profesores utilizan dichos problemas con diferentes finalidades didácticas. Entenderemos por problema de enunciado verbal la amplia variedad de situaciones o problemas propuestos en la clase de matemáticas compuestos típicamente de una estructura matemática incrustada en un contexto más o menos realista y en los que la información se presenta, principalmente, como texto narrativo de manera oral o escrita.

Para Verschaffel, Greer y De Corte (2000) a los problemas de enunciado verbal les ha sido asignado un rol central en el currículum de matemáticas de la escuela elemental, no solo por su

potencial para motivar a los estudiantes y para el desarrollo significativo de nuevos conceptos y destrezas matemáticas, sino también para desarrollar en los estudiantes las destrezas de conocer cuándo y cómo aplicar su conocimiento matemático efectivamente en situaciones encontradas en la vida diaria y el trabajo.

De acuerdo con Verschaffel y De Corte (1996), los problemas de enunciado verbal han tenido diferentes funciones: **a)** una función de aplicación, para entrenar a los niños a aplicar el conocimiento matemático formal y las habilidades aprendidas en la escuela a situaciones del mundo real; **b)** como un vehículo para el desarrollo de la capacidad general de resolución de problemas de los estudiantes; **c)** para hacer las lecciones matemáticas más placenteras o motivadoras; **d)** para desarrollar un concepto particular o destreza; por ejemplo para promover una profunda comprensión de las operaciones aritméticas. Estos mismos autores señalan que a pesar de esta larga tradición, al final de la escuela elemental muchos estudiantes no parecen aplicar su conocimiento matemático formal a situaciones del mundo real, no tienen un acceso flexible a las estrategias heurísticas y metacognitivas para atacar problemas no estándar, tienen solo una débil comprensión de las operaciones aritméticas como modelos de situaciones y parecen tener aversión a las matemáticas en general y a los problemas de enunciado verbal en particular.

Sobre este mismo asunto para Nesher (2000) el fracaso en la resolución de problemas de enunciado verbal tiene dos raíces: **a)** la mayoría de los niños no consiguen entender la esencia misma de la tarea; **b)** para enseñar a los niños qué deben de hacer con los problemas de enunciado verbal y cómo pueden decidir qué modelo matemático adoptar, deberíamos comprender lo que supone esta tarea.

Para Verschafell et al. (2000); Bergeron y Herscovics (1999); Verschafell y Decorte (1996); Verschaffel, Greer, Torbeyns (2006) la investigación educativa ha evidenciado cómo la mayoría de los niños de la escuela elemental perciben los problemas de enunciado verbal como artificiales, como tareas rutinarias que no tienen relación con el mundo real, y en consecuencia, abordan los problemas con estrategias superficiales que tiene poco que hacer con los auténticos modelos matemáticos reflexivos del mundo real fuera de la escuela.

El planteamiento y desarrollo de los problemas de enunciado verbal en la escuela se caracterizan por su focalización en la formalización y manipulación de símbolos y por apresurar a los estudiantes en la comprensión de los aspectos conceptuales de una nueva operación aritmética. Como consecuencia, los niños no construyen una rica y profunda comprensión de estas operaciones y de sus vínculos con otras operaciones y con las aplicaciones del mundo real.

Así mismo, Depaepe et al. (2010), Verschaffel, Greer, Torbeyns (2006), señalan que los problemas de enunciado verbal pueden idealmente servir como herramientas para la modelización matemática, las cuales pueden ser vistas como el vínculo entre las dos caras de la matemática esto es, su anclaje con aspectos de la realidad, y el desarrollo de estructuras formales. Sin embargo para estos mismos autores la literatura investigadora sugiere dos relaciones críticas respecto a la naturaleza de los problemas a los que los estudiantes son expuestos en las aulas regulares de matemáticas. Primero, la mayoría de los problemas pueden ser resueltos por una simple y sencilla aplicación de una o una combinación de las cuatro operaciones aritméticas. Segundo, pero relacionado con el anterior, los problemas que son cercanos a los mundos de los estudiantes son extremadamente raros.

En el estudio desarrollado por Depaepe, ob cit. la mayoría de los problemas de enunciado verbal propuestos por los profesores son problemas estándar, en los cuales la traducción del modelo situacional en el modelo matemático es simple. Problemas de enunciado verbal “problemáticos” los cuales deberían de estimular a los maestros a dirigir las complejas relaciones entre el modelo situacional y el modelo matemático si uno considera las restricciones realistas de la situación, son raramente tratados. Como consecuencia, y en concordancia con Verschaffel et al. (2000) cuando los estudiantes de educación primaria resuelven un problema de enunciado verbal, simplemente aplican las operaciones aritméticas algorítmicamente sin alguna consideración realista ni el uso de su sentido común. Las creencias de los estudiantes sobre los problemas de enunciado verbal de las matemáticas escolares basadas principalmente en su experiencia con los problemas de enunciado verbal de los libros de texto, apoyan estrategias de resoluciones superficiales y artificiales.

### **Los problemas de estructura aditiva**

Los problemas de tipo aditivo (Vergnaud, 1991), son aquellos problemas cuya solución exige adiciones o sustracciones. Dado el rol que han tenido en la enseñanza de la matemática escolar

los problemas de adicción y sustracción han sido objeto de estudio y clasificación con base en sus características sintácticas, semánticas y contextuales. Para Mulligan J. & Vergnaud G. (2006), la principal contribución de la investigación en las clasificaciones de los problemas aditivos es que hacen posible estudiar sistemáticamente la comparativa dificultad de las diferentes tareas cognitivas involucradas.

Entre las clasificaciones que han existido en relación a los problemas de tipo aditivo se encuentran las realizadas por Greeno (1978), Carpenter y Moser, (1982), Fuson (1992), Nesher (1982), Riley, Greeno y Heller (1983) y Vergnaud (1991).

Una clasificación de problemas, particularmente interesante, es la proporcionada por Vergnaud (1991), para quien existen varios tipos de relaciones aditivas, y en consecuencia, varios tipos de adiciones y sustracciones, distinciones que no se hacen habitualmente en la enseñanza primaria.

Las seis grandes categorías de problemas aditivos propuestas por Vergnaud (1991), son:

- Primera categoría: se componen dos medidas para dar lugar a una medida.  
- Ejemplo: Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.
- Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida.  
- Primer ejemplo: Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.  
- Segundo ejemplo: Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Perdió 4 canicas. Ahora tiene 3.
- Tercera categoría: una relación une dos medidas.  
- Ejemplo: Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.
- Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.  
- Ejemplo: Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3.
- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.  
- Ejemplo: Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Sólo le debe 2.

- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.
  - Primer ejemplo: Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique.
  - Segundo ejemplo: Pablo le debe 6 canicas a Enrique y 4 canicas a Antonio. Debe 10 canicas en total.

De acuerdo con Vergnaud (1991), la complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría. Las operaciones aritméticas de suma y resta responden a problemas que tienen un mismo tipo de estructura relacional, que aunque están estrechamente vinculadas, deben ser trabajadas y mostradas a los alumnos con su carácter opuesto o recíproco. Además, los problemas de tipo aditivo tienen diferente nivel de complejidad psicogenética y obligan a los niños a desarrollar diferentes esquemas de representación de las relaciones entre los datos del problema.

La diversidad y la desigual dificultad de los problemas no se debe sólo a su pertenencia a una u otra de las seis clases de problema; otros factores intervienen igualmente (Vergnaud 1991): la facilidad o dificultad del cálculo numérico necesario, el orden y la presentación de las informaciones, el tipo de contenido y de las relaciones consideradas, la complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría.

Para Verschaffel y De Corte (1996), Bergson y Herscovics (1999); las investigaciones que han analizado el nivel de dificultad de los diferentes tipos de problemas de enunciado verbal de adición y sustracción han demostrado que estos distintos tipos de problemas difieren significativamente en términos de nivel de dificultad, el tipo de estrategias que los niños usan para resolver estos problemas y la naturaleza de sus errores.

## **Objetivos y preguntas de investigación**

El estudio tuvo como objetivo analizar el posicionamiento conceptual de un grupo de profesores de educación primaria sobre el uso de los problemas en la enseñanza de la resta, un contenido elemental del currículum de matemáticas para la educación primaria. Pretendemos, de esta manera aportar información “desde la perspectiva de los profesores” en relación a temas fundamentales del currículum de matemáticas de educación primaria que orienten los programas para su formación y desarrollo profesional en el área.

El estudio pretende responder “desde la perspectiva de los profesores” a las siguientes preguntas:

- ¿Qué importancia tiene el planteamiento y la resolución de los problemas en la enseñanza de la resta?
- ¿En qué momento han de proponerse a la clase?
- ¿Cómo se explican las dificultades de los estudiantes para resolverlos?
- ¿Qué características tienen los problemas de resta que se proponen?

### **Diseño metodológico**

El estudio se enmarca en una investigación más amplia (Martínez, 2003) que tuvo como objetivo fundamental analizar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

En el estudio participaron nueve profesores mexicanos de educación primaria que trabajan en contextos escolares en situación de alta vulnerabilidad.

Para la recolección de datos se diseñaron una estrategia general, que fue la principal fuente de información, y tres cuestionarios que fueron utilizados con carácter complementario. La estrategia general consistió en el desarrollo de un curso de formación profesional basado en el estudio de casos e incidentes críticos del aula de matemáticas. Así mismo se recogió información a través de tres cuestionarios: cuestionario de ponderación, cuestionario de ordenación y cuestionario abierto.

En este artículo retomamos y analizamos algunos datos recabados a través de los cuestionarios sobre los posicionamientos de los profesores en relación al papel de los problemas en la enseñanza de la resta. A continuación hacemos una breve descripción de los tres cuestionarios utilizados.

- El *cuestionario de ponderación* está conformado por 40 proposiciones que enuncian algunas concepciones que existen sobre el aprendizaje y la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Los profesores han de tomar postura en relación a cada una de las proposiciones (si están totalmente de acuerdo, moderadamente de acuerdo, moderadamente en desacuerdo, totalmente en desacuerdo o indecisos).
- El *cuestionario de ordenación* está conformado por siete proposiciones incompletas, cada una de las cuales puede completarse con cinco frases que se ofrecen como opciones. El profesor ha de enumerar del 1 al 5 cada grupo de proposiciones formadas, asignando el 1 a la de mayor preferencia.
- El *cuestionario abierto* es un instrumento en el que se solicita a los profesores que escriban algunos ejemplos de ejercicios, problemas o situaciones que utilizarían o utilizan en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta.

La información recabada a través de los diferentes instrumentos de recogida de datos fue procesada en un primer momento de manera independiente. En un segundo momento se hizo la integración de la información proveniente de las diferentes fuentes identificando y agrupando las ideas de los profesores en diversas categorías que reflejaban sus posicionamientos sobre el papel de los problemas en la enseñanza de la resta.

### **Posicionamientos de los profesores sobre el papel de los problemas en la enseñanza de la resta**

En este apartado se identifican algunos posicionamientos (concepciones) de los profesores participantes en el estudio sobre el papel de los problemas de enunciado verbal en el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria. Dichos posicionamientos refieren a aspectos como el objetivo principal de la enseñanza de la resta, la función de los problemas, el momento

más adecuado del proceso didáctico para utilizarlos, el aspecto más importante que ha de enseñarse, así como el origen o fuente de las dificultades de los estudiantes para resolverlos.

*Objetivo principal de la enseñanza de la resta*

El posicionamiento de los profesores sobre el objetivo principal de la enseñanza de la resta fue recogido a través del siguiente grupo de ítems del cuestionario de ponderación:

16. El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares.

23. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación.

29. El objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.

33. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.

Todos los profesores estuvieron totalmente de acuerdo en que el objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana y que lo más importante es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación. Así mismo, cinco de los profesores dicen estar de acuerdo en que lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.

**La función de los problemas en la enseñanza de las matemáticas**

La función que cumplen los problemas en la enseñanza de la resta fue inferida a partir de las respuestas de los profesores a un grupo de ítems del cuestionario de ponderación y a dos de los ítems del cuestionario de ordenación. En el siguiente recuadro se presenta el grupo de ítems del cuestionario de ponderación

10. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender.
15. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para desarrollar en los niños el concepto de la operación.
20. Proponer problemas de resta en el aula sirve principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido.
30. Debemos evitar plantear a los niños las operaciones numéricas de manera aislada; tratando de relacionarlas con alguna situación o problema.
25. Es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas.
31. Cuando enseñamos a los niños la resta, deberíamos mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria.

En las respuestas a estos ítems encontramos que todos los profesores estuvieron totalmente de acuerdo en que la enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender y mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria, posicionamiento que es coherente con las respuestas relacionadas con el objetivo principal de la enseñanza de la resta presentadas en el apartado anterior. Siete profesores estuvieron de acuerdo en que es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas, postura que no aparece reflejada en el tipo de situaciones o problemas planteados por los profesores en el cuestionario abierto como luego se verá en el análisis del tipo de los problemas propuestos por los profesores para enseñar a los niños el tema de la resta.

Cinco de los profesores estuvieron de acuerdo en que los problemas escolares sirven principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido. Aquí, parece haber una aparente inconsistencia en las concepciones de los profesores en cuanto al papel de la resolución de problemas en el aprendizaje y enseñanza de la resta.

A través del Cuestionario de Ordenación también se recogió información sobre la función de los problemas en la enseñanza de la resta por medio de un par de ítems el primero de los cuales se presenta en el siguiente recuadro.

- 2.Utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para:
- 2a. Enseñar a los niños a aplicar la resta a situaciones de la vida cotidiana.
  - 2b. Motivar a los alumnos para el aprendizaje de la resta.
  - 2c. Desarrollar el razonamiento matemático de los niños.
  - 2d. Entrenar a los niños en la práctica del cálculo numérico.
  - 2e.Promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

Para los profesores, utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para motivar a los alumnos en el aprendizaje de la resta y desarrollar su razonamiento matemático. La opción de menor preferencia fue que los problemas permiten promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

Así mismo, a través de otro de los ítems del Cuestionario de Ordenación se indagó sobre la preocupación principal de los profesores cuando plantean problemas a sus estudiantes.

5. Cuando planteas un problema o situación de resta lo que más te preocupa es que los niños:
- 5a. Encuentren la respuesta correcta al problema.
  - 5b. Apliquen correctamente el procedimiento convencional para restar.
  - 5c. Analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo.
  - 5d. Resuelvan el problema aplicando el modelo: datos-operación-resultado.
  - 5e. Se familiaricen con una variedad de situaciones que se pueden resolver con una resta.

La respuesta a este ítem muestra que a los profesores les preocupa fundamentalmente que los niños analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo. En segunda instancia les interesa que los niños se familiaricen con una gran variedad de situaciones que se puedan resolver con una resta. Esta última preocupación parece ser también inconsistente con las respuestas al Cuestionario Abierto, en donde el tipo de problemas que sugieren los profesores para trabajar el tema de la resta son muy estereotipados como se verá posteriormente.

## El momento de utilizar los problemas

Los profesores fueron requeridos a expresar su posicionamiento en relación al momento en que deben plantearse problemas en la enseñanza de la resta como punto de partida para el aprendizaje de la resta o como punto de llegada para ejercitar el aprendizaje de las técnicas de cálculo a través de un par de ítems.

2. La enseñanza de la resta debe partir del planteamiento de problemas o situaciones de la vida cotidiana.
3. En el aprendizaje de la resta los niños deben aprender primero a hacer restas y después a aplicar este conocimiento para resolver problemas.

Todos los profesores coincidieron en señalar que la enseñanza de la resta debe de partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana y no sólo servir como contexto donde los niños apliquen los procedimientos para restar aprendidos. De la misma manera el posicionamiento de los profesores sobre este asunto fueron revisados a partir de sus respuestas al siguiente ítem del Cuestionario de Ordenación

4. El momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta es:
  - 4a. Cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación.
  - 4b. Al empezar a trabajar el tema, para desarrollar el significado de la operación.
  - 4c. En la parte inicial del proceso, como motivación para los niños.
  - 4d. Durante todo el proceso de enseñanza de la resta.
  - 4e. Cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.

Encontramos en orden de preferencias las opciones 4d (durante todo el proceso de enseñanza; 4c (en la parte inicial del proceso como motivación para los niños) y en tercer lugar, la opción 4b (al empezar el tema, para desarrollar el significado de la operación). Las opciones de menor preferencia fueron la 4a y la 4e. Los resultados a este ítem son consistentes con el posicionamiento de los profesores en el Cuestionario de Ordenación presentados en los párrafos anteriores.

## **El aspecto más importante del aprendizaje de la resta**

Los profesores fueron cuestionados sobre el aspecto que ellos consideran más importante en la enseñanza de la resta a través del siguiente ítem:

1. El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es:
  - 1a. La representación simbólica de la resta.
  - 1b. El algoritmo convencional para restar.
  - 1c. El significado de la operación.
  - 1d. La resolución de problemas de resta.
  - 1e. Resolver restas con rapidez y exactitud.

Para los profesores, el aspecto más importante que los niños deben de aprender en relación a la resta es en primer lugar, el significado de la operación y, en segundo lugar, la representación simbólica de la resta. Los aspectos menos importantes son la resolución de operaciones con rapidez y exactitud y el algoritmo convencional para restar. Los profesores dejan en tercer lugar de preferencia, la resolución de problemas de resta. Este último resultado muestra también cierta inconsistencia en relación al posicionamiento de los profesores en los apartados anteriores.

## **El origen de las dificultades para resolver problemas**

El desarrollo de la capacidad para resolver problemas no es lineal, los niños suelen enfrentar dificultades de diferente naturaleza. El posicionamiento de los profesores sobre esa situación se recogió a través del siguiente ítem del cuestionario de ordenación.

6. El éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta depende principalmente de:
  - 6a. El conocimiento del vocabulario utilizado en el problema.
  - 6b. El nivel de dominio del cálculo numérico.
  - 6c. Relacionar adecuadamente los datos del problema.
  - 6d. La experiencia en la resolución de problemas de resta similares
  - 6e. La confianza en los propios procedimientos para resolver problemas.

Para los profesores, el éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta está relacionado en primera instancia con la capacidad del niño para relacionar adecuadamente los datos del problema y en segunda instancia con la confianza del niño en los propios procedimientos para restar, así como con el conocimiento del vocabulario utilizado en el problema. El nivel de dominio del cálculo numérico y la experiencia en la resolución de problemas de resta similares que tienen los niños son consideradas no son tan importantes para explicar el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de los problemas.

### **Caracterización de los problemas de enunciado verbal propuestos por los profesores**

Como se mencionó anteriormente, a los profesores se les solicitó a través del Cuestionario Abierto escribir algunos ejemplos de ejercicios, problemas o situaciones que utilizarían o utilizan en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta. Estos problemas fueron clasificados con base a: la presentación de la información, contenido, estructura relacional, lugar de la incógnita, palabras clave.

### **Representación de los problemas**

Los problemas, situaciones o ejercicios numéricos propuestos por los profesores se clasificaron de acuerdo al formato de presentación de la información, retomando las siguientes categorías: problemas de enunciado escrito, problemas de enunciado oral, problemas presentados a través de dibujos, ejercicios de cálculo numérico escrito, cálculo mental. Aunque teníamos la idea de que la representación de los problemas/situaciones propuestos por los profesores se correspondería con varias de las categorías señaladas, encontramos que veintiséis de las veintinueve situaciones propuestas por los profesores se ubican en la categoría “problemas de enunciado escrito”, lo que equivale al 89% de las situaciones planteadas. Las tres situaciones restantes son ejercicios de cálculo numérico escrito (11%).

Es interesante observar que todas las situaciones propuestas por los profesores son referidas a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos; y cómo el planteamiento de problemas

y de ejercicios a través de otras vías de representación sea oral, gráfica, con dibujos o de manera concreta, están ausentes.

Resultados análogos en este aspecto se obtuvieron durante un estudio preliminar (Martínez 2001), en el que se recogieron un total de 214 situaciones de resta de las cuales el 72.4% fueron problemas, el 19% ejercicios de tipo numérico y el 6.5% otro tipo de situaciones muy generales no relacionadas directamente con la operación de resta.

### Contenido de los problemas

Los problemas propuestos por los profesores evocan diferentes contextos o contenidos. Partimos de una clasificación de los problemas previamente elaborada (Martínez, 2001): problemas relacionados con juegos, problemas relacionados con situaciones no escolares, problemas relacionados con situaciones escolares.

La clasificación de los problemas propuestos por los profesores en base a las tres categorías anteriores, nos dio los siguientes resultados cuantitativos:

Contexto/ Contenido de los problemas		
Contenido	No. de Problemas	Porcentaje
Juegos	4	15.4%
Situaciones escolares	3	11.5%
Situaciones no escolares	19	73%

Los problemas relacionados con juegos se refieren a contextos en los que se evoca de manera escrita una situación de juego en donde se pierde o se gana. Hacen referencia casi en su totalidad al tradicional juego de canicas. Algunos ejemplos de problemas propuestos por los profesores, relacionados con esta categoría son:

[...] Luis tiene 185 canicas y perdió en el juego 62. ¿Cuántas canicas le quedaron?

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos. ¿Cuántas canicas les quedaron en total?

En estos dos ejemplos podemos observar cómo la redacción del problema evoca una situación de juego de canicas a través del cual se pretende contextualizar la enseñanza de la operación de resta.

La gran mayoría de los problemas propuestos por los profesores evocan contextos no escolares. Refieren principalmente a situaciones de compra-venta de productos, comparación de edades, animales, coleccionar estampas, etc.

Los problemas que evocan actividades de compra-venta son los más usuales. A continuación se presentan algunos de los problemas propuestos:

[...] Rubén quiere comprar un balón de 30 pesos y tiene ahorrados \$20. ¿Cuánto le falta?

[...] Una TV cuesta \$1,520, ¿Cuánto más necesito si sólo tengo \$850?

[...] Mi mamá fue al mercado y compró un kilo de plátanos, éste le costó \$6.00, si pagó con una moneda de \$10.00 ¿Cuánto le sobró?

### Estructura relacional de los problemas

Los problemas propuestos por los profesores fueron clasificados considerando las seis grandes categorías de problemas de estructura aditiva propuestas por Vergnaud (1991). En el siguiente cuadro se presenta una cuantificación del tipo de problemas propuestos por los profesores en el Cuestionario Abierto de acuerdo a las categorías anteriores.

Tipo de problemas aditivos					
1º Categoría	2ª Categoría	3ª Categoría	4ª Categoría	5ª Categoría	6ª Categoría
0	12	13	0	0	0
+1	+1				

Como se puede apreciar en el cuadro, casi la totalidad de los problemas propuestos por los profesores corresponden a la segunda y tercera categoría, es decir, problemas en donde una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida y problemas en donde una relación une dos medidas. En un solo caso aparece la primera categoría, pero como parte de un problema complejo, en el que se requiere utilizar dos o más operaciones. Problemas pertenecientes a la cuarta, quinta y sexta categoría, no están presentes.

Por otra parte, en dos casos los profesores proponen problemas complejos en donde aparecen relaciones del tipo 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> categoría (estos problemas están cuantificados en la tabla con el signo +). Llama la atención la ausencia de problemas de resta pertenecientes a la primera categoría (se componen dos medidas para dar lugar a otra medida). Si bien este tipo de problemas suelen ser muy usuales en el primer ciclo de educación primaria para iniciar a los niños en el proceso de aprendizaje de la adición, en el caso de la resta tienen un poco más de complejidad ya que exige de los niños que dada una de las medidas y la medida compuesta, encontrar la otra medida. Por lo tanto, los profesores utilizan de manera más recurrente problemas aditivos de la segunda categoría; en donde dada una medida inicial y una transformación sobre esa medida se pide a los niños que encuentren la medida final.

Algunos ejemplos de problemas propuestos por los profesores pertenecientes a la 2<sup>a</sup> Categoría son:

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] Luis tenía 20 estampas. Si regaló 8 ¿Cuántas le quedan?

[...] En un bote hay 25 canicas y sacaron 15 ¿Cuántas canicas quedan en el bote?

Estas situaciones pueden ser fácilmente representadas a través de una acción directa sobre una medida y por lo tanto son más simples de resolver. Sin embargo, no ocurre lo mismo cuando se varía la incógnita del problema en la búsqueda de la transformación o de la medida inicial. Esta variante complica la comprensión de las relaciones entre los datos del problema y requiere de un cálculo relacional más elaborado. Por ello, y como veremos en el siguiente apartado, los profesores no proponen problema de este último tipo.

Al igual que los problemas de transformación de medidas, otro amplio grupo de problemas propuestos por los profesores son de la 3ª categoría, en los que una relación une dos medidas. La ubicación de algunos de los problemas en esta categoría no es tan sencilla, ya que en algunos casos exige una reformulación del problema. A continuación presentamos algunos ejemplos que ubicamos en esta categoría de problemas:

[...] Rubén quiere comprar un balón de 30 pesos y tiene ahorrados \$20. ¿Cuánto le falta?

[...] Pepe colecciona cajetillas de cerillos. Tiene 12 y quiere tener 25. ¿Cuántas le faltan?

[...] Juan tiene 8 canicas y Pepe 3. ¿Cuántas le faltan para tener las mismas que Juan?

[...] Hugo tiene 18 años y Sergio tiene 6 años menos que Hugo. ¿Cuántos años tiene Sergio?

En la clasificación que hace Vergnaud (1991), el prototipo de problema perteneciente a esta categoría está definido por la relación de comparación (tener más o tener menos) entre dos medidas. En los problemas propuestos por los profesores, la expresión que relaciona dos medidas “cuánto le falta para tener”, es una relación de igualdad. En otros casos la relación entre los datos numéricos del problema es una relación de comparación.

Como hemos constatado en el análisis del tipo de problemas de resta propuestos por los profesores, los niños son “enseñados” a resolver problemas de resta pertenecientes a la 2ª y 3ª categoría.

### **Lugar de la incógnita**

Otra de las categorías utilizadas para analizar los problemas propuestos por los profesores es el lugar que ocupa la incógnita en el problema. Nos parece que este análisis es importante en tanto que permitirá hacer algunas inferencias sobre el tipo de cálculo relacional que los profesores están estimulando en los aprendices.

En el cuadro siguiente se presenta una cuantificación de los problemas propuestos por los profesores en función del lugar que ocupa la incógnita en el problema.

Lugar de la incógnita								
Primera categoría Se componen dos medidas para dar lugar a una medida			Segunda categoría Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida			Tercera categoría Una relación une dos medidas		
Medida (a)	Medida (b)	Medida compuesta	Medida inicial	Transformación	Medida Final	Medida (a)	Relación	Medida (b)
0	0	1	0	1	12	0	12	1

En el cuadro anterior podemos ubicar el lugar de la incógnita en los problemas propuestos por los profesores. En el caso de la primera categoría, la incógnita se ubica en la búsqueda de la medida compuesta; sin embargo, no se trata de un problema de resta sino de suma y forma parte de un problema complejo.

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos. ¿Cuántas canicas les quedaron en total?

El problema anterior, tal y como está planteado originalmente, tiene dos partes: un problema de aditivo de la primera categoría que se resuelve a través de una adición y un problema de la segunda categoría que se resuelve a través de una substracción.

En casi todos los problemas pertenecientes a la segunda categoría la incógnita se ubica en la búsqueda de la medida final, dada la medida inicial y la transformación.

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] Si en la escuela hay 520 lugares para el curso y se inscribieron 425 alumnos ¿Cuántos más pueden inscribirse?

[...] Al camión de sodas le caben 300 cajas de refrescos, si se venden 273 ¿Cuántas faltan de vender?

Sólo aparece un caso en donde dada una medida inicial y una medida final, se plante la búsqueda de la transformación.

[...] Mary tenía en total 9 pajaritos. Si en la Jaula sólo hay 5 ¿Cuántos se le escaparon?

Sobre la tercera categoría de problemas aditivos, en todos ellos se plantea encontrar la relación entre las dos medidas.

[...] En el salón de 2° A hay 36 niños, y en el salón de 2° B hay 32 ¿Cuántos le faltan a 2° B para tener el mismo número de alumnos que 2° A?

[...] Quiero comprar un juguete que cuesta \$48.00, si tengo ahorrados \$25.00 ¿Cuánto me falta para completarlo?

[...] Mi hermano mayor tiene 14 años, yo tengo 7 ¿Cuántos años es mayor que yo mi hermano?

Resultados análogos a los anteriores fueron encontrados durante el estudio preliminar (Martínez, 2001).

### **Palabras “clave”**

En la mayoría de los problemas propuestos por los profesores son utilizadas palabras que inducen a los niños a pensar en la operación que deben de utilizar. Las palabras más recurrentes en el texto del problema que inducen al alumno a utilizar la operación de sustracción son la palabra “faltan” (¿cuánto le falta?), para el caso de los problemas de la tercera categoría; y la palabra “perdió”, para el caso de los problemas de la segunda categoría.

Algunos ejemplos del uso de palabras “clave” en los problemas de enunciado verbal son:

[...] Luis tiene 185 canicas y perdió en el juego 62. ¿Cuántas canicas le quedaron?

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos. ¿Cuántas canicas les quedaron en total?

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] En un florero hay 15 flores, en otro hay 7 ¿Cuántas flores le faltan al segundo para tener igual número?

[...] Quiero comprar un juguete que cuesta \$48.00, si tengo ahorrados \$25.00. ¿Cuánto me falta para completarlo?

## Conclusiones

Las ideas de los profesores respecto al uso de los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de la resta en la escuela primaria parecen coincidir, en términos generales, con los actuales enfoques para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000). En general, los profesores atribuyen objetivos utilitarios o pragmáticos a la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Para ellos, lo más importante es que los niños reconozcan aquellas situaciones o problemas que se resuelven con esta operación y que aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.

Los profesores manifiestan diversas posturas sobre el momento más adecuado para resolver problemas en el proceso de enseñanza de la resta. En general, consideran que los problemas deben de plantearse durante todo el proceso de enseñanza, especialmente durante la parte inicial de éste, para desarrollar el significado de la operación y para motivar a los niños a aprender.

Para los profesores los aspectos más importantes que los niños deben de aprender en relación a la resta son el significado de la operación y la representación simbólica. Cabe mencionar cómo los profesores dejan en tercer lugar de preferencia la resolución de problemas de resta, siendo que es precisamente a través de este proceso que los estudiantes construyen el significado de la operación.

Las situaciones propuestas por los profesores para enseñar a los niños el tema de la resta son referidas a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos. El planteamiento de problemas y de ejercicios a través de otras vías de representación, sea oral, gráfica, con dibujos, o de manera concreta; está ausente. La ausencia de situaciones matemáticas a resolver utilizando otras formas de representación, tiene consecuencias didácticas importantes ya que, como es señalado por Verschafel y De Corte (1996) y Vergnaud (1991), la representación juega un papel fundamental en el proceso de resolución de los problemas. Por ello, es necesario por un lado, que los niños sean expuestos a situaciones o problemas matemáticos representados a modo de narración oral, escrita, gráfica, con dibujos o de manera concreta y, por el otro, que sean estimulados a utilizar diferentes formas de representación en el proceso de resolución de los problemas. Estos dos aspectos se complementan y permiten a los niños resolver situaciones o problemas muy diversos y a desarrollar estrategias más flexibles de resolución.

Los problemas propuestos por los profesores evocan diferentes contextos o contenidos: juegos, situaciones no escolares, situaciones escolares. La gran mayoría de los problemas propuestos evocan contextos no escolares. Refieren principalmente a situaciones de compra-venta de productos, comparación de edades, a animales, colección de estampas, cerillos, canicas.

El prototipo de problemas de resta que los profesores plantean a los aprendices se ubican dentro de la segunda categoría propuesta por Vergnaud (1991), en la que dada una medida inicial y una transformación sobre esa medida, se le pide a los niños que encuentren la medida final. Estos problemas pueden ser fácilmente representados a través de una acción directa sobre una medida y por lo tanto son más fáciles de resolver. Sin embargo no ocurre lo mismo cuando se varía la incógnita del problema en la búsqueda de la transformación o de la medida inicial. Esta variante complica la comprensión de las relaciones entre los datos del problema y requiere de un cálculo relacional más elaborado. Por ello, los profesores no proponen problemas con esta variante.

Al igual que los problemas de transformación de medidas, otro amplio grupo de problemas propuestos por los profesores son de la tercera de las categorías propuestas por Vergnaud (1991), en la que una relación une dos medidas.

El estudio del lugar que ocupa la incógnita en los problemas propuestos por los profesores proporcionó resultados interesantes. En los problemas pertenecientes a la segunda categoría, la incógnita se ubica, principalmente, en la búsqueda de la medida final dada la medida inicial y la transformación. Sobre la tercera categoría de problemas aditivos, en todos ellos se plantea encontrar la relación entre las dos medidas.

Subyace en los resultados anteriores la preocupación por presentar a los aprendices un mismo tipo de esquema o estructura en los problemas, evitando plantear problemas más complejos en donde la incógnita no sea la búsqueda de la medida final.

La información obtenida en relación al tipo de problemas que son sugeridos por los profesores para enseñar a los niños a restar tiene repercusiones didácticas importantes, dado el papel

fundamental que tiene el planteamiento de problemas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

El hecho de que los aprendices sean expuestos sólo a una o dos de las categorías de problemas descritas por Vergnaud (1991), y que el lugar de la incógnita sea generalmente la búsqueda de la medida final en el caso de los problemas de transformación, limita el desarrollo del cálculo relacional de los aprendices y los centra en el aprendizaje del cálculo numérico.

Los profesores consideran necesario el uso de palabras “clave” en los problemas que se proponen en el aula de matemáticas para que los niños aprendan a resolverlos. En la mayoría de los problemas propuestos por ellos, son utilizadas palabras que inducen a los niños a pensar en la operación que deben de utilizar. Las palabras “clave” deben de ser utilizadas, porque le permiten al aprendiz entender y resolver los problemas matemáticos escolares. El posicionamiento anterior contradice el estudio realizado por Nesher (2000), sobre la relación entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático y quien argumenta que enseñar a solucionar problemas con la ayuda de palabras clave nos aleja del objetivo y que en lugar de centrarse en palabras aisladas se debería de considerar el texto y encontrar las dependencias semánticas que se dan en él.

Las concepciones de los profesores en relación al papel que tiene la representación en la resolución de problemas parece distanciarse del posicionamiento sobre el tema de autores como Vergnaud (1991) y Verschafel y De Corte (1996), quienes subrayan la importancia que tiene una adecuada representación de la situación problema en el proceso de su resolución y, en consecuencia, la necesidad de trabajar con los aprendices la elaboración de una representación de un sistema a partir de una representación en otro sistema (expresiones lingüísticas o enunciados del lenguaje natural, esquemas espaciales en el plano, expresiones algebraicas).

Los resultados del estudio refuerzan la necesidad de impulsar el desarrollo profesional de los profesores de educación primaria en el ámbito de la educación matemática retomando sus posicionamientos sobre el papel de los problemas en general y de los problemas de enunciado verbal en particular en el aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos; ya que, como señalan Carpenter, Fennema, Peterson & Loef (1989), Lamb y Booker (2004), parece

haber una fuerte correlación entre el conocimiento base de los profesores sobre los diferentes tipos de problemas y los algoritmos y el desarrollo de las destreza y procesos de los niños para resolverlos. Por otra parte a la luz las aportaciones de este estudio, es necesaria una reconceptualización del rol que los problemas de enunciado verbal pueden jugar en la educación matemática y que como sugiere Verschaffel, et al. (2000), implica adoptar una perspectiva de modelización, concebida esta como un proceso complejo no trivial, ni lineal, para incrementar la riqueza didáctica del intercambio entre los profesores y los estudiantes y hacer más explícitas las reglas del juego de los problemas de enunciado verbal.

### Referencias bibliográficas

- Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM. Mathematics Education*, 39, 355-364.
- Bergeron, J. & Herscovics, N. (1999). Psychology aspects of learning early arithmetic. In Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition. A research synthesis by the International Group for the psychology of Mathematics Education* (pp-31-52). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P. & Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematical Thinking in Classroom Teaching: An Experimenta Study. *American Educational Research Journal*, 26, 499-531.
- Carpenter, T., Moser, M. & Romberg, T. (1982). The Development of Addition and Subtraction. Problem-Solving Skills, en T. Carpenter; M. Moser; M. James: *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*. Laurence Erlbaum Associates Publishers.
- Carraher, T., Carraher, D. y Schiliemann, A. (1995). *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo XXI.
- Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel l. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*. 42 (2). Berlín: Springer.
- Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En *Handbook on research in Mathematics Teaching and Learning*, pp. 243 -275. New York: Mc Millan Publishing Company.

- Greeno, J. (1978). A study of problem solving. In R. Glasser (Eds.) *Advances in instructional psychology*, 1. Hillsdale N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamb, J. & Booker, G. (2004). The impact of developing teacher conceptual knowledge on student's knowledge of division. In M. J. Hoines & a. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28<sup>th</sup> PME International Conference*, 3,177-192.
- Martínez, M. (2001). *Concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta. Construcción y validación de instrumentos*. Tesina. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Mulligan J. & Vergnaud G. (2006). Research on Children's early mathematical development. In Gutiérrez, A. & Boero, P. (Eds.), *Handbook of Research on psychology of Mathematics Education. Past Present and Future (117-146)*. Rotherdam: Sense Publishers.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2000). *Principles and Standars for School Mathematics*. <http://standars.nctm.org/document/index.htm>
- Nesher, P. (1982). Levels of description in the análisis of addition and subtraction word problems. En Carpenter, T., Moser, P. & James, M. (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 25-38). New Jersey: Laurence Erlbaum Associates Publishers.
- Nesher, P. (2000). *Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático*. En Gorgorió, N., Deulofeu, J. y Bishop. A. (Coords.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 109-123). Barcelona: Graó.
- Riley, M., Greeno, J. & Heller, J. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In Ginsburg, H. (Ed.), *The development of mathematical thinking*. Nueva York: Academic Press.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.
- Verschaffel, l., Greer B. & Torbeyns J. (2006). Numerical Thinnking. In Gutiérrez A. & Boero P. (Eds.), *Handbook of Research on Psychology of Mathematics Education. Past Present and Future*. Rotherdam: Sense Publishers.
- Verschaffel, l., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, I. & Decorte, E. (1996). Word problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school?. In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 69-97). London: Psychology Press Publisher.