

### Estimación análitica del efecto de la desalineación angular en la duración de rodamientos de bolas

#### Luis Miguel Corzo Rodríguez

Correo electrónico:luis@mecanica.cujae.edu.cu

#### Gonzalo González Rey

Correo electrónico:cidim@mecanica.cujae.edu.cu Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

#### Resumen

La experiencia en la explotación de los rodamientos permite afirmar que la desalineación angular, la holgura radial y la conjugación geométrica son factores que afectan la capacidad de carga y la vida útil esperada de los rodamientos en explotación. A pesar de ese conocimiento empírico y teórico no existe, al menos en la literatura especializada de dominio público, un procedimiento analítico para interrelacionar la vida útil del rodamiento con la desalineación angular, su geometría exterior e interior y los parámetros de explotación. Para hallar una solución a este problema de la ingeniería de rodamientos, se pretende con resultados de este trabajo y basado en la especificación técnica ISO 16281: 2008 establecer un procedimiento de cálculo para evaluar la influencia de la desalineación, la holgura radial y la conjugación geométrica en la vida útil de rodamientos de bolas de ranuras profundas (conocidos también como rodamientos rígidos de bolas).

Palabras clave: rodamiento, vida útil, bola, desalineación angular, holgura radial

Recibido: 8 de junio del 2012 Aprobado: 18 de agosto del 2012

#### INTRODUCCIÓN

La práctica demuestra que los cojinetes de rodamiento con desalineación entre los aros que conforman las pistas de los elementos rodantes disminuyen su capacidad de trabajo. La desalineación de los rodamientos en explotación ocurre cuando los ejes geométricos de los aros del rodamiento no son coaxiales y se generan cargas adicionales que sobrecargan los elementos del cojinete y los apoyos de los árboles y ejes.

Algunos tipos de rodamientos permiten el desplazamiento angular de los aros y pueden trabajar con una pequeña desalineación sin gran afectación de su capacidad de carga, tal es el caso de los rodamientos conocidos como autoalineados. En la tabla 1 se muestran algunos valores límites de desalineación en rodamientos autoalineados.[1] En cambio, una gran cantidad de tipos de rodamientos, coincidentemente con los de mayor aplicación en las

máquinas modernas como son los rodamientos de bolas de ranuras profunda, son muy sensibles al desalineamiento angular. En la tabla 2 se presentan algunos valores límites de desalineación en rodamientos no autoalineados. [2]

Entre las décadas de los años 80 y 90 fueron establecidas las bases para el cálculo de la duración nominal de los rodamientos con influencia de la fiabilidad en explotación, la calidad de los materiales y la lubricación. Posteriormente, este cálculo fue mejorado con la introducción de la norma ISO 281:2007 que permitió precisar la duración estimada de los rodamientos en dependencia de las condiciones de lubricación y la contaminación del lubricante. [2] Sin embargo, el método de cálculo presentado en ISO 281:2007 no considera la influencia de la desalineación de los aros del cojinete en la vida útil de los rodamientos; esta omisión es reconsiderada posteriormente en la especificación técnica ISO-TS 16281:2008 [3] que contiene recomendaciones para

el cálculo de la vida del rodamiento tomando en consideración la lubricación, la contaminación y el límite de carga a la fatiga del material, así como el desalineamiento del cojinete operando con una holgura y una distribución de carga interior en los elementos del rodamiento.

Tabla 1
Tolerancia de desalineación angular en rodamientos
autoalineados [1]

Tipo de rodamiento	Ángulo límite de desalineación		
De bolas autoalineado	<b>4</b> °		
De rodillos abarrilados	<b>4</b> °		
De rodillos esféricos poco cargados	<b>2</b> <sup>0</sup>		
De rodillos esféricos muy cargados	0,5°		

Tabla 2 Tolerancia de desalineación angular en rodamientos no autoalineados [1]

Tipo de rodamiento	Ángulo límite de desalineación		
	Poco cargado	Muy cargado	
De bolas de ranuras profundas (rígido)	0,08° - 0,17°	0,13° - 0,27°	
De rodillos cónicos	0,02° - 0,03°	0,03° - 0,07°	
De rodillos cilíndricos	0,02° - 0,05°	0,05° - 0,12°	

La experiencia en la explotación ha permitido reconocer que en dependencia del nivel de desalineación un rodamiento no autoalineable disminuye su capacidad de carga. La desalineación en el rodamiento puede ser provocada por un defectuoso montaje y también por la deformación elástica de los elementos del rodamiento que soportan carga, pero a pesar de ese conocimiento empírico y teórico no existe, al menos en la literatura especializada de dominio público, un modelo matemático que permita interrelacionar la geometría del rodamiento con sus parámetros de diseño y de explotación para precisar cuantitativamente la influencia de la desalineación angular en la vida útil del rodamiento. Algunos trabajos [4,5] han intentado presentar una solución al cálculo de la duración de los rodamientos con desalineación angular mediante técnicas alternativas, pero aún los resultados no son totalmente aplicables y prácticos. Para brindar una solución al problema de la ingeniería de rodamientos, se pretende con los resultados de este trabajo y basado en la especificación técnica ISO 16281: 2008 [3] establecer un procedimiento de cálculo para evaluar la influencia del desalineamiento angular en la vida útil de rodamientos de bolas de ranuras profundas (conocidos también como rodamientos rígidos de bolas).

# FUNDAMENTO TEÓRICO PARA EVALUACIÓN DE LA DEFORMACIÓN ELÁSTICA EN EL CONTACTO BOLA-PISTA EN RODAMIENTOS RÍGIDOS DE BOLAS

La deflexión elástica por contacto puntual es calculable sobre la base de la teoría de Hertz, considerando una deformación elástica y una distribución de presiones en el contacto entre la bola como elemento rodante y la pista en el aro interior. La figura 1 muestra la distribución de presión en un área elíptica típica del contacto entre las bolas y las pistas en los aros de rodamientos rígidos de bolas.

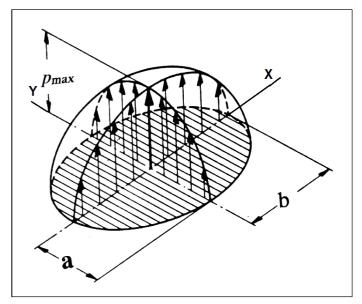


Fig. 1. Distribución de presión en un área elíptica.

Según la teoría de Hertz, la ecuación de la distribución de presión en el área de contacto elíptica (figura 1) en un rodamiento radial de bolas es:

$$p = \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot p_{\text{máx}}$$
 (1)

Para el análisis de las presiones y las deformaciones en el área de contacto entre los elementos rodantes y la pista se consideran que los materiales son homogéneos e isotrópicos, que el esfuerzo del contacto entre los elementos no excederá el límite de deformación plástica y que los esfuerzos tangenciales debido a las fuerzas de fricción en la superficie no son consideradas (solo actúan esfuerzos normales en el área de contacto). De esa manera, considerando la distribución de presiones de la figura 1, la geometría de sección transversal y radial de los rodamientos detallada en la figura 2, y aplicando la teoría de Hertz al contacto entre bolas y pistas de un rodamiento rígido de bolas puede ser determinada una relación entre la huella elíptica producida en el contacto de una bola con las pistas y la fuerza radial asociada  $Q_j$  al elemento rodante.

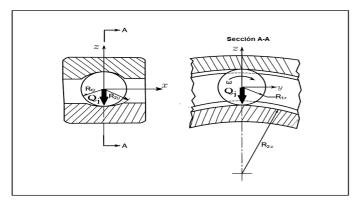


Fig. 2. Carga radial y curvaturas en el contacto en dos secciones transversales y ortogonales de un rodamiento rígido de bolas (planos xz y yz).

Las siguientes ecuaciones son necesarias para establecer matemáticamente la relación entre la fuerza radial asociada  $Q_j$  al elemento rodante y la presión máxima en el área de contacto elíptica (ecuación 7).

$$\frac{Q_{j}}{A_{\text{elipse}}} = \iint_{\text{en } X \text{ y Y}} p \, dx \cdot dy =$$

$$= \iint_{\text{en } X \text{ y Y}} \left(1 - \frac{x^{2}}{a^{2}} - \frac{y^{2}}{b^{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot p_{\text{máx}} \, dx \cdot dy \tag{2}$$

$$a \approx \sqrt[3]{\frac{6 \cdot Q_j \cdot \rho_{eq}}{\pi \cdot k \cdot E_{eq}}}; \qquad b \approx \sqrt[3]{\frac{6 \cdot k^2 \cdot Q_j \cdot \rho_{eq}}{\pi \cdot E_{eq}}}$$
 (3)

$$E_{eq} = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \tag{4}$$

 $E_{\scriptscriptstyle 1}$ : Módulo de elasticidad longitudinal del material del elemento 1 (mm).

 $E_{\rm 2}$ : Módulo de elasticidad longitudinal del material del elemento 2 (mm).

 $E_{\rm eq}$ : Módulo de elasticidad longitudinal equivalente (mm).

$$k = \frac{b}{a} \tag{5}$$

$$\rho_{eq} = \frac{\frac{R_{1x} + R_{2x}}{R_{1x} \cdot R_{2x}} + \frac{R_{1y} - R_{2y}}{R_{1y} \cdot R_{2y}}}{\frac{R_{1x} + R_{2x}}{R_{1x} \cdot R_{2x}} \cdot \frac{R_{1y} - R_{2y}}{R_{1y} \cdot R_{2y}}}$$
(6)

$$p_{\text{máx}} = \frac{3 \cdot Q_j}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \tag{7}$$

La solución exacta de la integral elíptica de la ecuación (2) considerando los radios a y b del elipsoide dependiente de la carga es extremadamente compleja, [3] por tal motivo y con el propósito de viabilizar la solución en casos de análisis de diseño y evaluaciones de capacidad de carga han sido sugeridas [3,6-8] varias soluciones aproximadas.

#### RELACIÓN CARGA-DEFORMACIÓN ELÁSTICA EN RODAMIENTOS RÍGIDOS DE BOLAS

En los rodamientos la conjugación geométrica entre el elemento rodante y las pistas de rodadura en los aros se valora por la relación entre el radio del elemento rodante y el radio de curvatura de la pistas de rodaduras. Esta relación se define como f, factor de osculación (o factor de conformidad). En la figura 3 se presentan la parte superior de la sección transversal de un rodamiento rígido de bolas donde se observa una bola y la conjugación geométrica con las pistas exterior e interior.

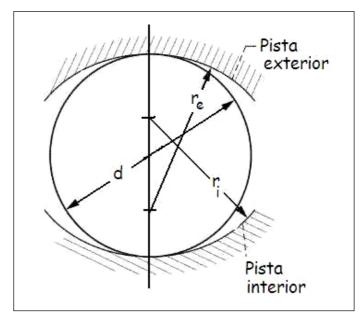


Fig. 3. Contacto del elemento rodante tipo bola con las pistas de los aros exterior e interior de un rodamiento.

$$f_i = \frac{r_i}{d} \tag{8}$$

$$f_{\rm e} = \frac{r_{\rm e}}{d} \tag{9}$$

Siendo:

f.: Factor de osculación interior.

f<sub>a</sub>: Factor de osculación exterior.

 $r_i$ : Radio de la pista interior (mm).

 $r_a$ : Radio de la pista exterior (mm).

d: Diámetro del elemento rodante (mm).

La distribución de las cargas interiores en los elementos rodantes que conforman el rodamiento se estiman mediante un cálculo de fuerzas en equilibrio estático y despreciando los efectos dinámicos las fuerzas centrífugas y giroscópicas. En el caso de rodamientos en explotación con velocidades bajas y moderadas puede ser aceptado un esquema de distribución de carga por bolas en dependencia de la geometría del rodamiento, la holgura radial, los radios de curvatura de contacto evaluables por los factores de osculación, la desalineación angular y por la cantidad y localización de las bolas en el rodamiento. La localización del elemento rodante se realiza mediante el ángulo  $\varphi$  según muestra la figura 4.

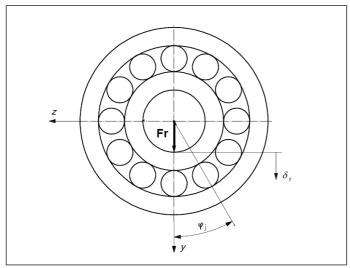


Fig. 4. Localización de las bolas en el rodamiento mediante el ángulo  $\varphi$ .

La pérdida de alineación entre los aros exterior e interior será cuantificada mediante un valor de desalineación angular Ψ, según muestra la figura 5, y sin consideración de desplazamientos axiales y radiales entre los aros del rodamiento rígido de bolas.

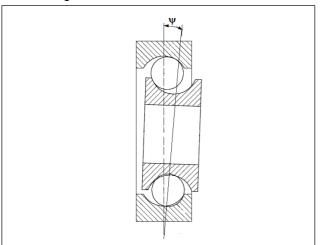


Fig. 5. Modelo empleado para analizar el desalineado del rodamiento. En el procedimiento no se consideran desplazamientos axiales y radiales entre sus aros.

La distribución de carga en las bolas del rodamiento puede ser valorada mediante las fórmulas (10 -14), obtenidas mediante un procesamiento matemático de las relaciones presentadas en ISO-TS 16281: 2008 y el esquema geométrico de la figura 6, para hacer corresponder una distribución de carga en cada elemento rodante según la deformación elástica generada en el contacto y con el objetivo de utilizarla para analizar la influencia de la desalineación angular en la capacidad de carga dinámica de los rodamientos.

$$\delta_{j} = \sqrt{\left(A \cdot \cos \alpha_{o}\right)^{2} + \left(A \cdot sen\alpha_{o} + R_{j} \cdot sen\psi \cdot \cos \phi_{j}\right)^{2}} - A$$
(10)

$$A = r_e + r_i - d \tag{11}$$

$$\alpha_0 = \cos^{-1}\left(1 - \frac{e}{2\ 000 \cdot A}\right) \tag{12}$$

$$D_m = \frac{d_{\text{ext}} + d_{\text{int}}}{2} \tag{13}$$

$$R_{i} = \frac{D_{m}}{2} + \left(r_{i} - \frac{d}{2}\right) \cdot \cos \alpha_{0} \tag{14}$$

Siendo:

 $\delta_{j}$ : Deflexión elástica asociada al elemento j rodante con una carga Q, (mm).

Ψ: Desalineación angular (°).

e: Holgura radial (µm).

 $\alpha_{\circ}$ : Ángulo de contacto inicial (°).  $\varphi_{\circ}$ : Ángulo de localización del elemento rodante (°).

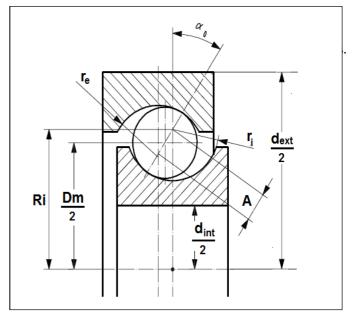


Fig. 6. Esquema auxiliar de parámetros geométricos.

En particular, en este trabajo han sido aceptadas las relaciones propuestas por Brändlein [5] para valorar la deformación elástica en dependencia de la rigidez del contacto y la geometría del rodamiento, y han sido redefinidas para este trabajo en función del factor de osculación según se muestra en las ecuaciones (15) y (16).

$$Q_j = c_p \cdot \delta_j^{3/2} \tag{15}$$

$$c_{p} = \frac{34\ 300}{\left(f_{e} + f_{i} - 1\right)^{0.35}} \cdot d^{0.5} \tag{16}$$

Siendo:

Q; Fuerza radial asociada al elemento j rodante (N).

 $C_p^{\prime}$ : Constante elástica del elemento rodante con un contacto puntual (N/mm)<sup>3/2</sup>.

#### FUERZA RADIAL NOMINAL Y FUERZA RADIAL EQUIVALENTE POR DESALINEACIÓN ANGULAR EN RODAMIENTOS RÍGIDOS DE BOLAS

El método de cálculo presentado en la norma ISO 281:2007 [2] para estimar la vida útil de los rodamientos no considera la influencia de la desalineación de los aros del cojinete en la duración de los rodamientos, por tal motivo los expertos del Comité Técnico ISO 4 (ISO/TC4-Rolling Bearing), luego de un desarrollo matemático avanzado de la teoría de Hertz y una mejor aplicación de la teoría de la lubricación elastohidrodinámica en el contacto bola-pista, han reconsiderado esta omisión en la especificación técnica ISO-TS 16281:2008 [3] con la inclusión de recomendaciones para el cálculo de la capacidad de carga del rodamiento tomando en consideración la lubricación, la contaminación, el límite de carga a la fatiga del material y el desalineamiento del cojinete.

En particular, en este trabajo ha sido elaborado un procedimiento de cálculo orientado a determinar la duración nominal del rodamiento  $L_{\text{10-des}}$  que permita estimar la relación entre la fuerza radial nominal Q (vinculada directamente con la capacidad de carga dinámica nominal  $C_p$ ) y la fuerza radial equivalente por desalineación  $P_{\text{ref,r}}$ . Este procedimiento considera el rodamiento operando con un valor de holgura y una distribución de carga interior en los elementos rodantes en dependencia de la rigidez del contacto entre bolas y pistas. El procesamiento matemático básico es compilado desde la ecuación (17) hasta la ecuación (22).

$$L_{10-des} = \left[ \left( \frac{Q_{ci}}{Q_{ei}} \right)^{-10/3} + \left( \frac{Q_{ce}}{Q_{ee}} \right)^{-10/3} \right]^{-9/10}$$
 (17)

$$Q_{ci} = \frac{C_{r}}{0,407 \cdot z \cdot \cos \alpha_{0} \cdot r^{0.7}} \cdot \left\{ 1 + \left\{ \frac{1 - \frac{d}{D_{m}} \cdot \cos \alpha_{0}}{1 + \frac{d}{D_{m}} \cdot \cos \alpha_{0}} \right\}^{1,72} \right\}^{10/3} \right\}^{3/10}$$

$$\left\{ \left[ \frac{r_{i}}{r_{e}} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{e} - d}{2 \cdot r_{i} - d} \right) \right]^{0,41} \right\}^{10/3}$$
(18)

$$Q_{ce} = \frac{C_{r}}{0,389 \cdot z \cdot \cos \alpha_{0} \cdot f^{0.7}} \cdot \left[ 1 + \left\{ 1,044 \cdot \left[ \frac{1 - \frac{d}{D_{m}} \cdot \cos \alpha_{0}}{1 + \frac{d}{D_{m}} \cdot \cos \alpha_{0}} \right]^{1.72} \cdot \left[ \frac{r_{i}}{r_{e}} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_{e} - d}{2 \cdot r_{i} - d} \right) \right]^{0.41} \right\}^{-10/3} \right\}$$
(19)

$$Q_{ei} = \left(\frac{1}{z} \cdot \sum_{j=1}^{z} Q_{j}^{3}\right)^{1/3}$$
 (20)

$$Q_{ee} = \left(\frac{1}{Z} \cdot \sum_{j=1}^{Z} Q_j^{10/3}\right)^{3/10}$$
 (21)

$$P_{ref,r} = \frac{C_r}{L_{10-refs}^{\frac{1}{3}}}$$
 (22)

Siendo:

 $C_r$ : Capacidad de carga dinámica nominal del rodamiento (N).  $P_{rer_r}$ : Fuerza radial equivalente a la suma de la fuerza por efecto de la desalineación angular y la carga radial  $F_r = C_r$  (N).

*L*<sub>10-des</sub>: Duración nominal en millones de ciclos considerando la desalineación.

- Q<sub>ci</sub>: Carga radial nominal considerando la capacidad dinámica radial básica del rodamiento por su resistencia al contacto en el aro interior (N).
- $Q_{_{co}}$ : Carga radial nominal considerando la capacidad dinámica radial básica del rodamiento por su resistencia al contacto en el aro exterior (N).
- $Q_{_{\!ec{\theta'}}}$ : Carga dinámica equivalente del rodamiento desalineado considerando la resistencia del aro interior rotando (N).
- $Q_{\rm ee}$ : Carga dinámica equivalente del rodamiento desalineado considerando la resistencia del aro exterior estático (N).
  - Q: Fuerza radial asociada al elemento j rodante (N).
  - z: Cantidad de bolas en el rodamiento.
  - i: Cantidad de hileras de bolas.
  - $D_m$ : Diámetro medio del rodamiento (mm).

El efecto de la desalineación angular puede ser estimado mediante el cálculo de la duración nominal  $L_{\text{10-des}}$  con empleo de la ecuación (17) y analizando las siguientes condiciones:

- a)  $L_{_{10\text{-}des}} \geq 1$  millón de vueltas. El rodamiento está trabajando en iguales o mejores condiciones de alineación angular que las condiciones establecidas durante los ensayos de capacidad de carga del rodamiento y no presenta disminución de la vida útil debido a la desalineación de sus aros.
- b)  $L_{_{10\text{-}des}}$  < 1 millón de vueltas. El rodamiento está trabajando en condiciones de alineación angular desfavorables en comparación con las establecidas durante los ensayos de capacidad de carga y el rodamiento presenta disminución de la vida útil por desalineación de sus aros.

En las condiciones de  $L_{_{10\text{-des}}}$  < 1 millón de vueltas y haciendo uso de la ecuación (17), puede ser determinada la carga radial adicional por desalineación angular de los aros del rodamiento con empleo de la ecuación (23) y valorado un factor por desalineación angular que considera el efecto de esta condición en la duración de los rodamientos haciendo uso de la ecuación (24).

$$P_{R_{adic-des}} = F_r \cdot \left( \frac{1}{L_{10-des}} - 1 \right)$$
 (23)

$$L_{10} = (\frac{C_R}{F_r})^3 \cdot L_{10-des}$$
 (24)

Siendo:

 $P_{Radic-des}$ : Fuerza radial adicional por desalineación angular de los aros del rodamiento (N).

F,: Fuerza radial en el rodamiento (N).

 $L_{10}$ : Duración nominal resultante del rodamiento en millones de ciclos.

La figura 7 muestra un diagrama de bloques con la organización del cálculo de la duración nominal en millones de ciclos.

#### ANÁLISIS DE RESULTADOS

Mediante tablas y gráficos, se muestran los resultados derivados de la aplicación del procedimiento en casos que evidencian cuantitativamente el efecto de la desalineación angular y la holgura radial en la duración de rodamientos rígidos de bolas.

La figura 8 muestra la deformación elástica resultante en el contacto bolas-pistas en un rodamiento con nominación 6212 (9 bolas) en condiciones diferentes de holgura radial y desalineación angular. En las condiciones analizadas pudo ser observado que variaciones de 65 µm en la holgura radial y modificaciones del ángulo de desalineación en 0,4º produce deformaciones elásticas en el rodamiento de hasta 0,18 mm (8 veces la deformación elástica básica).

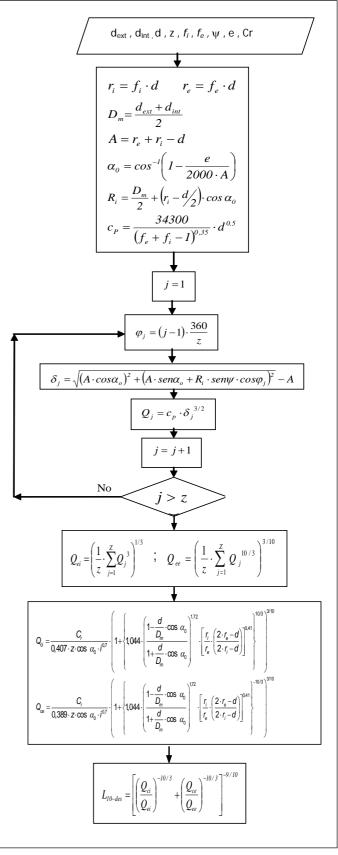


Fig. 7. Diagrama de bloques del cálculo de la duración nominal en millones de ciclos considerando la desalineación angular en rodamientos rígidos de bolas.

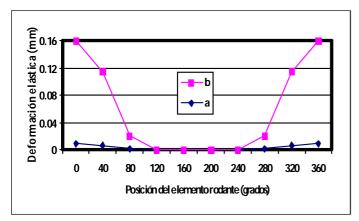


Figura 8 - Deformación elástica estimada en rodamiento 6212 para: a) holgura radial e = 6  $\mu$ m y desalineación angular = 0,1°;b) holgura radial e = 70  $\mu$ m y desalineación angular  $\psi$  =0,5°.

El efecto de la desalineación angular  $(\psi)$  en la capacidad de carga dinámica efectiva del rodamiento  $(C_p)$  puede ser valorada mediante la ecuación (25), con base en la definición de un factor  $a_{311}$  que toma en consideración el efecto de la desalineación angular en la capacidad de carga dinámica del rodamiento.

$$a_{311} = L_{10-des} = \left(\frac{C_r}{P_{ref,r}}\right)^3$$
 (25)

Haciendo uso del procedimiento de cálculo pudo ser estimada la pérdida de capacidad de carga dinámica de un rodamiento rígido de bolas en dependencia de la desalineación angular. La tabla 3 muestra el resultado de la variación en la capacidad de carga para un rodamiento 6209, cuando el ángulo de desalineación es aumentado desde  $\psi=0,15^{\circ}$  (prácticamente despreciable) hasta $\psi=0,50^{\circ}$ . Este resultado permite apreciar que un aumento de la desalineación angular en apenas  $0,35^{\circ}$  puede reducir la capacidad de carga dinámica del rodamiento en más del 30 %.

La tabla 4 y la figura 9 muestran como un rodamiento con carga radial nominal igual a la capacidad de carga dinámica, con modificaciones del ángulo de desalineación y la holgura radial, puede disminuir 70 % de la vida útil nominal esperada cuando el ángulo de desalineación varía entre 0,45° y 0,7° en dependencia de la holgura radial.

	Tabla 4 Duración de rodamiento 6209 con valores de holgura radial y ángulo de desalineación		
	Holgura radial [µm]	Desalineación angular [°]	Durabilidad [millones de ciclos]
ľ	14	0,56	1,087
		0,58	0,858
		0,6	0,683
		0,64	0,442
		0,68	0,294
	27	0,51	1,036
		0,52	0,917
		0,54	0,723
.=		0,58	0,461
		0,64	0,247
	40	0,49	1,041
		0,5	0,922
		0,52	0,728
		0,56	0,465
		0,6	0,306
	60	0,45	1,018
		0,46	0,898
		0,48	0,703
		0,50	0,555

0,55

Tabla 3
Capacidad de carga dinámica de rodamiento según ángulo de desalineación

Rodamiento 6209. Diámetro interior d = 45 mm, diámetro exterior D=85 mm, capacidad de carga dinámica nominal  $C_r=28500$  N, carga radial  $F_r=28500$  N, holgura radial  $e=15\,\mu$ m

Ángulo de desalineación  $\psi=0,15^\circ$ Ángulo de desalineación  $\psi=0,50^\circ$ 

Ángulo de desalineación Ψ=0,15  $^{\circ}$  Ángulo de desalineación Ψ=0,50  $^{\circ}$  C/P=1 (desalineación angular despreciable, según el procedimiento C/P=10,26, en caso de C/P>1 se considera C/P=1)  $a_{3II}=1$   $a_{3II}=0,27$  Pérdida de capacidad de carga = 0% Pérdida de capacidad de carga = 35,4 %

Nota: Los valores de duración en millones de ciclos fueron calculados considerando capacidad de carga dinámica  $C_r = 28\,500\,\mathrm{N}$ ,  $F_r = C_r$ , velocidad de rotación  $n = 1500\,\mathrm{rpm}$  y viscosidad del lubricante  $v = 12\,\mathrm{mm}^2/\mathrm{s}$ .

0.319

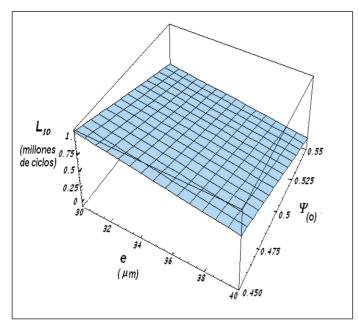


Fig. 9. Comportamiento de la interrelación de la holgura radial (e) y la desalineación angular ( $\psi$ ) con la vida útil ( $L_{10}$ ) nominal esperada del un rodamiento rígido de bolas del tipo 6209. (Ecuación de regresión:  $L_{10}$  = 5,10424 - 0,0252849 · e -7,27352 ·  $\Psi$  + 0,000122862 ·  $e^2$  + 0,891622 ·  $\Psi^2$ 

Los resultados anteriores muestran que los rodamientos rígidos de bolas no presentan significativas disminuciones de su vida útil cuando el ángulo de desalineación no es mayor que 0,45°. En cambio, desalineaciones angulares superiores a 0,5° provocan importantes pérdidas de capacidad de carga dinámica y afectan significativamente la vida útil esperada del rodamiento.

#### **CONCLUSIONES**

En el trabajo de investigación fue desarrollado un procedimiento de cálculo para estimar la vida útil de rodamientos rígidos de bolas considerando la geometría del rodamiento y los efectos de la desalineación angular y la holgura radial entre aros y bolas. Ver figura 7.

La determinación de la duración del rodamiento fue la base del desarrollo de la ecuación (23) para valorar las cargas adicionales en el rodamiento debido al efecto de la desalineación angular.

En las condiciones analizadas, fue estimado que modificaciones de holgura radial en $\Delta$ e = 65  $\mu$ m y del ángulo de desalineación en  $\Delta_{\psi}$  = 0,4° producen en el rodamiento de bolas deformaciones elásticas de hasta 0,18 mm que reportan prácticamente incrementos de la deformación elástica en valores absolutos de 8 veces.

Los rodamientos rígidos de bolas no presentan significativas disminuciones de su vida útil cuando el ángulo de desalineación no es mayor que 0,45°, en cambio, desalineaciones angulares superiores a 0,5° provocan

importantes pérdidas de capacidad de carga dinámica que afectan significativamente la vida útil esperada del rodamiento.

Fue cuantificado que por efecto de la desalineación angular la capacidad de carga de un rodamiento puede modificar en más de 30 % su capacidad de carga dinámica efectiva con solo una variación en la desalineación angular de apenas  $0,35^{\circ}$ .

#### **REFERENCIAS**

- **1. ESCHMANN, Paul.** Ball and Roller Bearings. Theory, design and Application. 2nd edition. John Wiley & Sons Ltd. 492 pp. 1985. ISBN 0-471-26283-8.
- **2.** ISO. Rolling Bearings Dynamic Load Ratings and Rating life. ISO Standard 281:2007. 51pp. ISO/IEC Office. Geneva, Switzerland. 2007.
- ISO. Rolling Bearings Methods for Calculating the Modified Reference Rating Life for Universally Loaded Bearings.
   ISO Technical Specification (TS) 16281: 2008.
   pp. ISO/IEC Office. Geneva, Switzerland.
- 4. KIM, W.; LEE, C.M.; HWANG, Y. K. "A Study on the Shrink Fits and Internal Clearance Variation for Ball Bearing of Machine Tool Using FEM", In Actas de International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2009, vol II, IMECS 2009, March 18 20, 2009, Hong Kong. ISBN: 978-988-17012-7-5. [En línea], International Association of Engineers. [Referencia March 2009], Disponible en Web: http://www.iaeng.org/publication/IMECS2009/IMECS2009\_pp1856-1860.pdf [consultado 20 de abril 2012].
- 5. HARIHARAN, Vaggeeram, "Vibration Analysis of Parallel Misaligned Shaft with Ball Bearing System". Songklanakarin Journal of Science and Technology. Jan/Feb. 2011, vol. 33, núm. 1, pp. 61-68. [En línea], Songklanakarin J Sci. Technol, Prince of Songkla University. Thailand. [Referencia March 2011], Disponible en Web: http://rdo.psu.ac.th/sjstweb/journal/33-1/0125-3395-33-1-61-68.pdf [consultado 20 de abril 2012].
- **6. HAMROCK, Bernard J.** "Simplified Solution for Stresses and Deformations". *Journal of Lubrication Technology*, 1983, vol. 105, núm. 2, pp. 171-177.
- 7.BRÄNDLEIN, Johannes; ESCHMANN, Paul; HASBARGEN, Ludwig; WEIGAND, Karl. Ball and Roller Bearings: Theory, Design, and Application. 3th edition. 1999, John Wiley & Sons, Ltd, 630pp. ISBN 9780471984528.
- 8. GONZÁLEZ REY, Gonzalo. Ingeniería básica de los rodamientos. Editorial Académica Española. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbrücken, Alemania, 2012, 78pp. ISBN 978-3-8473-6773-4.

#### **AUTORES**

#### Luis Miguel Corzo Rodríguez

Ingeniero Mecánico, Instructor, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

#### Gonzalo González Rev

Ingeniero Mecánico, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Auxiliar, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba. Presidente del Comité de Normalización Cubano de Elementos de Máquinas. Miembro Académico AGMA e ISO/TC60

## Analytical Analysis of the Influence of Angular Misalignment on Ball Bearings Life

#### **Abstract**

Experiences in application of ball bearings have demonstrated that the influence of angular misalignment, radial clearance and curvature ratio has an influence on the durability of bearings. However, there is not enough technical information about any methods that considers the effect of there three characteristics on the life span of ball bearings. As a solution to this problem a series of calculations was put forward with the assistance of ISO Technical Specification 16281: 2008 to study the influences of angular misalignment, radial clearance and curvature ratio in the duration period of ball bearings.

Key words: bearing, useful life, ball, angular misalignment, radial clearance