Vol. III, No. 2, mayo - agosto, 2012, pp. 59 - 69

Heurística de los poliedros regulares para la investigación

José Ricardo Díaz Caballero
Correo electrónico:joser@gest.cujae.edu.cu
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

Carlos Alberto Canino Ramos
Correo electrónico:canino@imre.oc.uh.cu
Instituto de Ciencia y Tecnología de los Materiales, Universidad de La Habana, Cuba

Artículo Original

Resumen
Los poliedros platónicos son portadores de un elevado potencial heurístico para nuevos desarrollos en el campo del arte, la ciencia y la técnica. Fundamentar esta tesis a través de un breve esbozo histórico es la razón de este artículo.

Palabras clave: heurística, poliedros platónicos, geometría, armonía, regularidades, simetría, restricción

Recibido: 2 de febrero del 2012 Aprobado: 10 de abril del 2012

INTRODUCCIÓN

En el "Prefacio" a la segunda edición de la *Ciencia de la Lógica*, Hegel escribe: "... mientras los objetos lógicos, así como sus expresiones, son tal vez conocidos por todos en el mundo de la cultura, lo que es *conocido* (...) no es por eso *reconocido*; y aún puede causar impaciencia el tener que ocuparse de lo conocido; y ¿hay algo más conocido que los conceptos que empleamos en cualquier oportunidad, que nos salen de la boca a cada frase que pronunciamos? Este prefacio está destinado a exponer los momentos generales del camino del reconocimiento a partir de lo conocido, y las relaciones del pensamiento científico con este pensamiento natural".[1]

El fragmento antes citado sugiere la idea de que el reflejo que hace el hombre de la realidad es mucho más rico y de mayor colorido en contenido que el conocimiento, la conciencia que tiene de ese reflejo. Más aún, si se lee con detenimiento, "entre líneas", el "Prefacio", es probable que se llegue a concordar en la tesis de que este induce a pensar que, no ya solo en el reflejo que hace el hombre de la realidad, sino también en los propios conceptos que se forma a partir de ese reflejo y que, en apariencia, conoce y comprende a la perfección, también existe un contenido mucho mayor del que tiene conciencia. Los poliedros platónicos constituyen un vivo ejemplo de lo expresado; ellos son portadores de un contenido que trasciende lo aparente conocido, con un elevado potencial heurístico para la interpretación teórica de la realidad y las más variadas aplicaciones prácticas. Demostrar esa tesis a través de un breve esbozo histórico es el propósito de este artículo.

Los poliedros platónicos, también denominados cuerpos platónicos, cuerpos cósmicos, sólidos pitagóricos o sólidos de Platón, poliedros regulares, son cuerpos geométricos caracterizados por ser poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares iguales, en sus vértices se unen el mismo número de caras (figura 1) y representaron el inicio del estudio de los poliedros, revelando un elevado potencial heurístico para nuevos desarrollos en el campo de la ciencia y la técnica hasta el día de hoy.

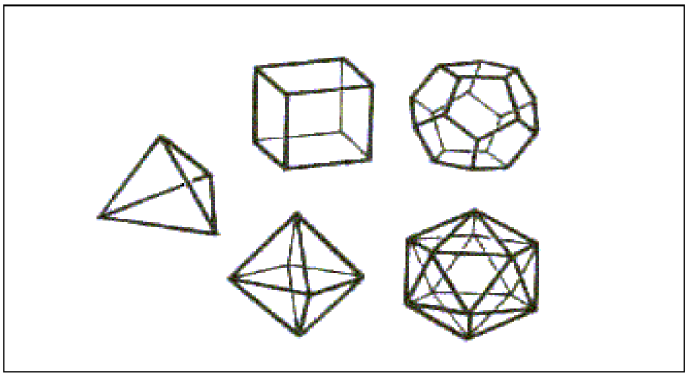

Fig. 1. Los cinco sólidos platónicos. [2]

ANTECEDENTES

La geometría de los *poliedros platónicos*, cargada de atributos, culturales, estéticos, simbólicos, científicos, místicos y cósmicos, ha fascinado en todas las épocas a artistas, filósofos, científicos, ingenieros, diseñadores, arquitectos y teólogos. En los tiempos modernos los poliedros han sido un importante nexo que vincula cuestiones de matemática superior con otros múltiples ámbitos científicos y tecnológicos, pero también, por su belleza y misterio, una fuente inagotable de inspiración que enciende la fantasía de creadores, diseñadores y artistas, entre los que sobresale la espectacularidad de los impresionantes trabajos de aplicación de los poliedros en Gaudí, Escher, Durero y Dalí (figuras 2 y 3), que como sus antepasados, geómetras y artistas, imputan a su geometría funciones de orden estético, cosmológico, científico, místico y teológico. [3]

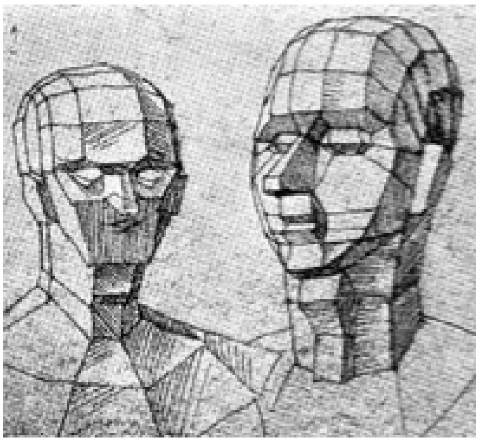

Fig. 2. Cabeza de hombre de Durero. [4]

Fig. 3. Gaudí. Lámpara de forma dodecaédrica en la Cripta de la Sagrada Familia. [5]

Los poliedros platónicos son: el tetraedro (cuatro caras triangulares), el cubo o hexaedro (seis caras cuadradas), el octaedro (ocho caras triangulares), el dodecaedro (doce caras pentagonales) y el Icosaedro (veinte caras triangulares).

Desde la antigüedad al hombre le ha interesado la regularidad de estos cinco sólidos, una evidencia de ello es el hallazgo arqueológico realizado en una caverna en Escocia de piedras talladas, en las que se observan los patrones regulares de estos poliedros, con una data de 2000 años a.C. (neolítico), que hoy se exhiben en el Ashmolean Museum de Oxford (figura 4).

Fig. 4. Hallazgo arqueológico realizado en una caverna en Escocia. [6]

En una perspectiva hermenéutica, como arte de explicar, traducir o interpretar, los poliedros platónicos pueden ser considerados en calidad de "textos" que deben ser "leídos" para captar el significado exacto de su geometría y sentido sociocultural en general. Wilhelm Dilthey creía que toda manifestación humana, y no solo los textos escritos, debía de ser comprendida dentro del contexto histórico de su época. En consonancia con esto, comprender el sentido de estos poliedros, requiere conocer también los acontecimientos históricos, tradiciones y valores, que le dieron origen en un período histórico concreto determinado como hecho cultural en desarrollo.

Se les llama *cuerpos platónicos* porque Platón (428/427-347 a.C.) en uno de sus diálogos más significativos, el "Timeo", [7] establece una correspondencia entre estos cuerpos y los cuatro elementos naturales primarios de Empédocles (495/490-435/430 a.C.), tierra, aire, agua, y fuego.*

En Platón, el origen del cosmos es obra de un artesano *divino*, o *demiurgo*, que tomando como modelo las *ideas* dio forma al orden que percibimos a través de los sentidos. Desde el momento en que el cosmos fue creado siguiendo el modelo del mundo inteligible, se presenta como una realidad dotada de racionalidad, en el sentido de que su forma y su funcionamiento no son desordenados y arbitrarios, sino que pueden ser conocidos intelectualmente por el hombre.

* Todo parece indicar que fue el propio Empédocles quien por primera vez relaciona el cubo, el tetraedro, el icosaedro y el octaedro a la tierra, el fuego, el agua y el aire respectivamente.

Revista Cubana de Ingeniería. Vol. III, No. 2, mayo - agosto, 2012, pp.59 - 69, ISSN 2223 -1781

Platón distingue entre los objetos sensibles, imperfectos y cambiantes y sus modelos eternos, perfectos e inmutables. El acceso a las realidades inteligibles no es por generalización a partir de los objetos reales ya que no existe objeto alguno que responda perfectamente a una definición, sino por la *reminisciscencia*, que es el recuerdo de conocimientos adquiridos en una vida anterior, en una realidad ya vivida. La reminiscencia es intermitente y parcial, por tanto, hay que completarla e interpretarla. Debido a sus puntos de vista sobre las fuentes del conocimiento, Platón se interesa por los principios y los métodos de las matemáticas. El conocimiento del orden cósmico es superior al conocimiento inmediato de lo sensible, y a su vez es inferior al conocimiento de las ideas en sí mismas, por lo que la herramienta que permite al entendimiento humano discernir este orden cósmico debe ser justamente aquella que intermedia entre la percepción sensible y la intelección pura de la idea: el *conocimiento matemático*. De este modo fundamenta algo que será una de las más importantes bases conceptuales de la revolución de la ciencia en los siglos XVII y XVIII: la necesidad de explicar matemáticamente los fenómenos físicos y astronómicos.

Platón consideraba que los elementos últimos de la materia eran los cuerpos simples, que identificaba con los poliedros regulares convexos, cuya superficie descomponía en triángulos elementales de dos clases: isósceles a partir del cuadrado y escalenos a partir del triángulo equilátero y del pentágono (figura 5).

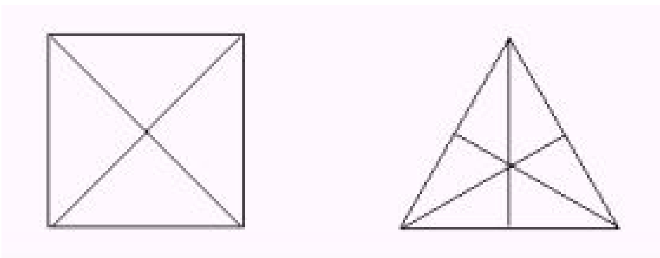

Fig. 5. Para Platón los isósceles y escalenos eran las dos clases de triángulos que representan los elementos últimos del Universo.

Según el filósofo, si los cuerpos (que son tridimensionales) están formados de triángulos (que son bidimensionales), debe haber un tipo de entidades que permitan explicar con precisión el pasaje de los triángulos a los cuerpos, más claramente el pasaje de la superficie a la profundidad. Estas entidades deben al mismo tiempo ser tridimensionales y estar conformadas por triángulos, requisitos que cumplen los cinco poliedros regulares, sólidos tridimensionales, cuyas caras están compuestas de planos equiláteros. Los poliedros son una especie de corpúsculos tridimensionales mínimos (la mínima estructura que se puede obtener con tres dimensiones) que componen los elementos, de modo que las diferencias en la composición de los poliedros explican las diferencias entre tierra, fuego, aire y agua.

Asocia a la tierra con el cubo, el aire con el octaedro, el agua con el icosaedro y el fuego con el tetraedro, quedando una combinación, el dodecaedro, que lo reserva para la sustancia de los cuerpos celestiales, el símbolo místico del cosmos, el Universo.

En el "Timeo", Platón pone en boca de Timeo de Locri la siguiente reflexión: "El fuego está formado por tetraedros; el aire, de octaedros; el agua, de icosaedros; la tierra, de cubos; y como aún es posible una quinta forma, Dios ha utilizado esta, el dodecaedro pentagonal, para que sirva al límite del mundo". [7] En la figura 6 se muestra un dibujo de Johannes Kepler (1571-1630) basado en esta asociación.

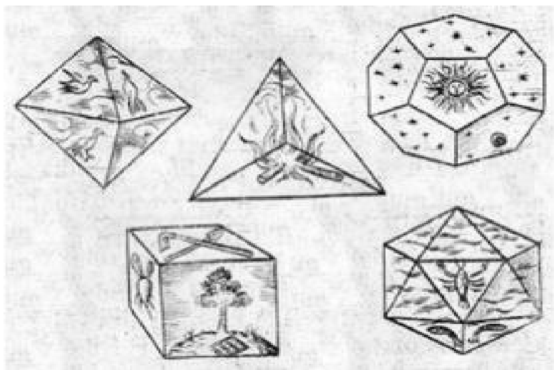

Fig. 6. Asociación entre los sólidos platónicos y los elementos constitutivos fundamentales del Universo. Representación poliédrica visual realizada por Kepler de la cosmogonía pitagórico-platónica.

Según Platón, los corpúsculos cúbicos forman la tierra, ya que el cubo se compone de triángulos (rectángulos isósceles) distintos a los de los otros poliedros (rectángulos escalenos) y esto explica por qué la tierra no puede transformarse en ninguno de los otros tres elementos. Además, la tierra es el más sólido de los cuatro cuerpos, y el cubo es el que tiene la base más sólida, más estable entre los cuatro poliedros; de esta forma quedan el cubo y sus respectivos triángulos isósceles rectángulos identificados como sustrato de la tierra.

Para los tres elementos restantes el criterio es el siguiente: cuanto menor número de bases tenga un poliedro, mayor movilidad posee; por lo que al elemento más móvil (más volátil) le corresponderá el poliedro con menor número de caras. El fuego, considerado como el elemento de mayor volatilidad, queda así identificado con el poliedro de menos caras, el tetraedro (4). Al agua, considerada como elemento menos móvil de los tres, le corresponde el poliedro de mayor número de caras, el icosaedro (20), y en un lugar intermedio se sitúa el aire, identificándose con el octaedro (8 caras).

Queda por último el dodecaedro, a quien Platón no lo identifica con ningún elemento, asignándole una función algo extraña y ambigua: "… y como aún es posible una quinta forma, Dios ha utilizado ésta, el dodecaedro pentagonal, para que sirva al límite del mundo". Este fragmento se presta a diversas interpretaciones; se puede pensar que Dios tomó el dodecaedro como modelo para dar forma al Universo, y como el modelo siempre es superior a aquello que sirve de modelo, el Universo no es un dodecaedro exacto, sino más bien una esfera -que siempre se puede inscribir no sólo dentro del dodecaedro, sino de cualquiera de los poliedros. Pero también es plausible interpretar que el dodecaedro no es el modelo sino el quinto elemento del que están compuestos los cuerpos del mundo celeste. [8] Ver figura 7.

Fig. 7. Dalí: El Sacramento de la Eucaristía en la Última Cena, 1955. Colección Chester Dale. Galería Nacional de Arte en Washington. La Última Cena tiene lugar bajo la quintaesencia del dodecaedro cósmico, el símbolo pitagórico-platónico del Universo. [3]

Euclides de Alejandría es quien formaliza los poliedros o sólidos platónicos como objetos matemáticos en su obra los *Elementos* escrita alrededor del 300 a.C. En esta obra, Euclides realiza construcciones con los poliedros, inscribiéndolos en la esfera con lo cual pone de manifiesto el profundo conocimiento que llegó a tener de la esencia matemática de estas figuras.

Los antiguos filósofos griegos relacionaron estos objetos geométricos básicos, con otra importante noción producida también por el pensamiento filosófico de la antigüedad - la existencia de los átomos como unidad estructural de todo lo existente.

Demócrito, Epicuro y Lucrecio Caro, fundadores de la atomística griega, adelantaron la tesis de que todos los cuerpos estaban compuestos por átomos, es decir, por partículas indivisibles, increadas e indestructibles, las cuales se movían eternamente en el espacio formando el conjunto de cuerpos existentes en el Universo. Hay que señalar que en la actualidad se denomina átomo a algo que dista mucho de aquel átomo de los filósofos antiguos. El átomo actual es una partícula de 10^{-8} cm; sin embargo, los atomistas griegos no expresaron en parte alguna que sus átomos debían tener tal dimensión. Para ellos los átomos eran inimaginablemente pequeños. Sin entrar en contradicción con los filósofos atomistas antes mencionados, se pueden suponer para los átomos dimensiones de 10^{-100} o 10^{-1000} cm, por cuanto lo fundamental desde su punto de vista no era tanto las dimensiones como las características cualitativas de ser estables e indestructibles, con lo cual pretendían simbolizar la conservación de la materia y la unidad estructural del mundo. Con el átomo de los antiguos se pudiera relacionar el *quark*, partícula definida por los estudiosos de la física nuclear como el constituyente primario de las actualmente denominadas partículas elementales.

La asociación entre los sólidos platónicos y los elementos tierra, aire, agua y fuego,* es el primer intento conocido de utilizar los poliedros regulares para ilustrar (modelar) la construcción universal, representar los elementos básicos constitutivos del Universo, o los elementos que definen la resolución del Universo. En esta idealización un objeto básico de la geometría se asoció a supuestos elementos básicos de la realidad.

LA GEOMETRÍA EXPERIMENTAL

Otra asociación heurística de los sólidos platónicos tiene lugar en el dominio de la *armonía*. En la antigüedad, Pitágoras (siglo VI a.C.) consideraba que el sustrato o esencia del mundo, el primer principio, no era algo material, sino una especie de ley interna basada en las inalterables relaciones numéricas entre los elementos que constituyen el cosmos. Según Aristóteles, los pitagóricos suponían que "los elementos de los números eran la esencia de todas las cosas y que los cielos eran armonía y número". Al observar las sorprendentes particularidades de los números cuando se combinan, los pitagóricos se dedicaron a buscar paralelismos entre los números y las cosas y se preguntaron de dónde procede la multiplicidad de los números.

Pitágoras ya había descubierto en su tiempo las *relaciones discretas* en la música,** asociándolas a la armonía, esto es, que las notas musicales se podían obtener según variaba la longitud o la tensión en una cuerda vibrante, así se obtuvo determinados intervalos a partir de ciertas relaciones sencillas de números enteros, que después se conocerían como la *Escala Temperada*,*** la cual no es más que frecuencias distanciadas a un mismo intervalo musical.

---

* En la actualidad se relacionan estos elementos con los estados de la materia: *tierra*-sólido, *agua*-fluido (líquido), *aire*-gaseoso, *fuego*-plasma y el *"plan maestro" platónico o éter aristotélico* con el espacio-tiempo físico que interconecta dichos estados donde todos existen.

** Pitágoras estudia las notas musicales a partir de la cuerda vibrante entre dos apoyos rígidos y su división en relaciones discretas sencillas combinando los números enteros 1:2:3:4, las cuales relaciona con la armonía.

*** La Escala Temperada (denominada más propiamente "equitemperada") es aquella donde todos los intervalos entre cada una de sus notas son todos exactamente iguales, dados por un mismo factor "*k"* multiplicativo ($k=\sqrt[12]{2}$) para pasar de una nota a la siguiente. Las "relaciones discretas" en este caso (a diferencia de los números enteros y sus relaciones discretas, empleados por Pitágoras) se expresan en el coeficiente exponencial *n* para el factor k^n de ascenso de cada una de las 12 notas a la siguiente.

Para la escuela de Pitágoras las relaciones enteras y discretas en la música, los poliedros, los polígonos y los propios números enteros, eran vistos como distintas expresiones de la armonía del orden universal. Pitágoras usó el análisis musical para interpretar el movimiento de los astros, arribando así a la idea de *La música de las esferas*".*

La música de las esferas de Pitágoras es la primera asociación con el Universo, donde la música se involucra en el aspecto armónico con la geometría.

Siguiendo la idea de *La música de las esferas* de Pitágoras, así como la asociación de los poliedros platónicos y la armonía a la interpretación teórica del Universo, el gran astrónomo Johannes Kepler en un folleto que escribió en 1596 con el título *Mysterium Cosmographicum*, crea un modelo impresionante del Universo (figura 8). Este modelo es construido sobre la base de usar las proporciones de los sólidos platónicos inscritos uno dentro de otros como herramienta geométrica para modelar las proporciones de las órbitas de los planetas.

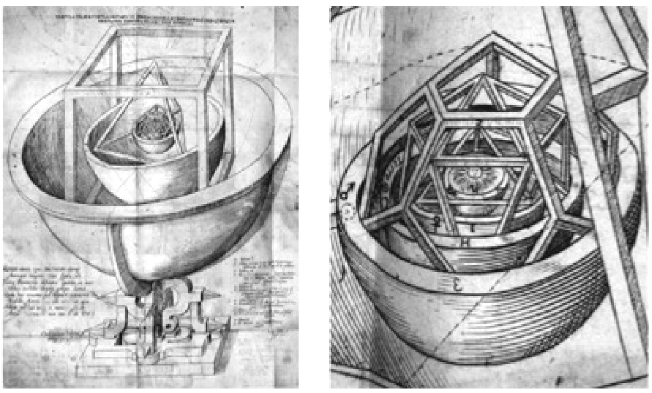

Fig. 8. Modelo cosmológico de Kepler basado en los sólidos platónicos, e inspirado en los modelos de Leonardo da Vinci. [9]

En otros escritos como, *Strena seu de nive sexángula* [10] (El copo de nieve de seis ángulos, 1611) y *Harmonice Mundi* (Armonía del Mundo 1619), Kepler hace uso de la heurística de los sólidos platónicos, tratando de explicar la simetría hexagonal de los copos de nieve y las proporciones del mundo natural respectivamente. Se afirma que *Strena seu de Nive Sexángula*, fundó la ciencia de la cristalografía. [11]

Kepler estableció que un astro emite un sonido que es más agudo, tanto su movimiento sea más rápido, por lo que existen intervalos musicales bien definidos que están asociados a los diferentes planetas.** Afirmó, en su obra *Harmonice Mundi*, que las velocidades angulares de cada planeta producían sonidos, llegando a componer seis melodías que se correspondían con los seis planetas del sistema solar conocidos hasta entonces. Al combinarse, estas melodías podían obtenerse cuatro acordes distintos, siendo uno de ellos el acorde producido al inicio del Universo, y otro de ellos el que sonaría a su término.

Casi un siglo después de Kepler, Isaac Newton (1643-1727), engloba dos visiones del mundo que parecían antagónicas: el mundo mecanicista (el gran reloj universal) y el orden superior que rige al Universo. Su visión mecanicista, que permitió la predicción de apariciones de cometas e incluso el descubrimiento de Neptuno mediante operaciones de cálculo, reforzó la idea de que en el Universo se manifestaba una gran armonía.

Después de Newton la idea de la armonía será invocada por los físicos para describir y comprender el mundo, aunque de forma diferente. Albert Einstein (1879-1955), por ejemplo, descubrió la *relatividad* porque estaba convencido de la armonía del Universo.

El nuevo lenguaje de la física y la astrofísica se refiere a espectros, frecuencias, resonancias, vibraciones y, *análisis armónico*, según el cual una señal variable en el tiempo puede describirse mediante una composición de funciones trigonométricas. [12]

Por lo general, esta armonía universal es descrita más de forma matemática y geométrica que musical: a finales del XIX, los físicos descubrieron que los rayos de emisión que se producen en la desexcitación del átomo (espectros de emisión atómicas) se expresan mediante una fórmula única compuesta de *números enteros*, de manera similar a los intervalos musicales.

Fue Niels Bohr, en 1913, quien propuso por primera vez una interpretación teórica de la composición armónica del espectro del hidrogeno, fundada en los postulados cuánticos de Planck. Deduciendo los momentos de los impulsos orbitales de los componentes de las vibraciones del átomo a partir de las relaciones matemáticas enteras de la serie de los componentes armónicos de su espectro. En otras palabras, Bohr, partiendo de los postulados de Planck, obtuvo para las órbitas estacionarias del átomo, la regla según la cual se realizan solo aquellos estados del oscilador armónico cuya energía es definida por las relaciones enteras (número cuántico *n*) de la serie de su espectro. [13] Posteriormente, la armonía espectral se explica a través de la mecánica cuántica, ya que los niveles de energía de los electrones de un átomo, que son discontinuos, se pueden expresar mediante números enteros. [14]

---

* Pitágoras aplicó el análisis musical al movimiento de sol, la luna, las estrellas y los planetas; creía que los cuerpos celestiales eran agujeros en un juego de esferas de cristal a través de los cuales pasaba la luz celestial y que el movimiento de estas esferas producía sonidos.

** La tradición que consideraba al Universo como un gran instrumento musical se prolongó durante la Edad Media hasta el siglo XVII, en el que tanto Kircher (que hablaba de "la gran música del mundo") como Robert Fludd (que concebía un Universo monocorde en el que los diez registros melódicos. evocados por los pitagóricos traducían la armonía de la creación), dejaron constancia de su vigencia.

Esta armonía oculta ha adoptado así un nuevo nombre, la *simetría*. La física emplea las simetrías geométricas para describir, unificar y clasificar a las partículas elementales y sus interacciones, así como para explicar los diferentes modelos teóricos del Universo. Una de las más recientes teorías físicas describe las partículas elementales no como corpúsculos, sino como vibraciones de minúsculas cuerdas, consideradas entidades geométricas de una dimensión. Sus vibraciones se fundan en simetrías matemáticas particulares que representan una prolongación de la visión pitagórica del mundo y la recuperación, en la más moderna visión del mundo, de la antigua creencia en *La música de las esferas*.[12]

Otro caso relevante de asociación armónica es el que describiera en 1864 el químico inglés John Newlands ante la Sociedad Inglesa de Química, según el cual, cuando los elementos químicos se disponían en una Tabla Periódica en orden creciente de sus masas atómicas, las propiedades del octavo elemento se parecían al primero, las del noveno eran semejantes a las del segundo y así sucesivamente (los gases nobles aún no habían sido descubiertos). De acuerdo con esta observación, que denominó Ley de las Octavas, por su analogía con los siete intervalos de la escala musical, Newslands dividió los elementos consecutivos según su masa atómica y las familias las agrupó por elementos con características similares.

En 1907, Alexander Graham Bell aplicó la heurística de los sólidos platónicos a la ingeniería para obtener una estructura metálica fuerte, sencilla de reproducir y económica. Así, construyó torres y otras estructuras usando un reticulado de octaedros y tetraedros, siendo la misma una de las estructuras más usadas hoy en día en la ingeniería y en la arquitectura. [15]

Más tarde, la idea de los griegos en torno a los poliedros como resoluciones discretas de las estructuras, es retomada por Richard Buckminster Fuller (1895-1983) que profundiza en las estructuras aplicadas por Bell, las patenta y desarrolla un sistema experimental de estructuras discretas (con una fuerte experimentación geométrica), denominado Synergetics para generar, entre otras cosas, estructuras óptimas de ingeniería y arquitectura. [16] Ver figuras 9, 10 y 11.

Las *cúpulas geodésicas* diseñadas por Fuller han tenido amplia aplicación en la arquitectura y en el diseño industrial, donde las propiedades de estructuras poliedrales se tienen en cuenta en las operaciones de fabricación, empaquetado y almacenaje, entre otros procesos (figuras 10, 11, 12).

Una reciente rama de la química, especialmente rica en investigación y en la que el uso de técnicas poliedrales es muy amplio, es la de los fullerenos. Este campo se inició con el descubrimiento en 1985 de la molécula C60, llamada por muchos *la más bella molécula*, que fue bautizada con el nombre de *buckminsterfullereno*, y abreviadamente se le llama fullereno, en honor del famoso arquitecto (figura 13).

Fuller, en una de sus figuras de experimentación sinérgica, dejó ilustrado que en la cuarta frecuencia de un desarrollo reticulado tetraédrico, la cantidad de unidades de volumen (medidas en el volumen de una de sus celdas tetraédricas), coincide con la cantidad de 64 unidades de superficie (medidas en una de sus celdas triangulares de la superficie) (figura 14).

Con el término de *frecuencia*, Fuller definía la cantidad de pasos o incrementos sucesivos que necesita una celda en su forma simple, para alcanzar un desarrollo reticular dado. Por ejemplo, en la figura 14 se muestran cuatro pasos de frecuencias de un desarrollo reticular cúbico en paralelo al desarrollo reticular tetraédrico situado en el extremo derecho. El desarrollo reticular cúbico a la izquierda (figura14a) es para ilustrar que el incremento del volumen en el crecimiento progresivo de una retícula tetraédrica (medido en el volumen de la celda unidad tetraédrica inicial) se comporta igual a la serie n^3 (1; 8; 27; 64...) que define el incremento progresivo de la retícula cúbica.

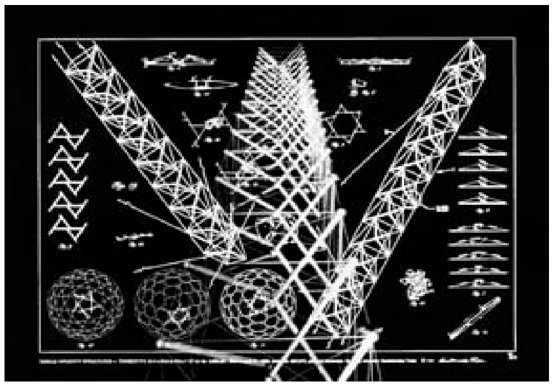

Fig. 9. Estructuras patentadas de Richard Buckminster Fuller. [17]

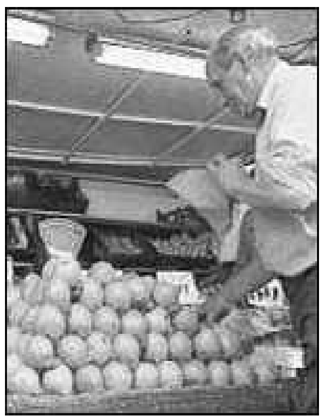

Fig. 10. Enpaquetamiento compacto de esferas aplicado a las naranjas en un mercado.

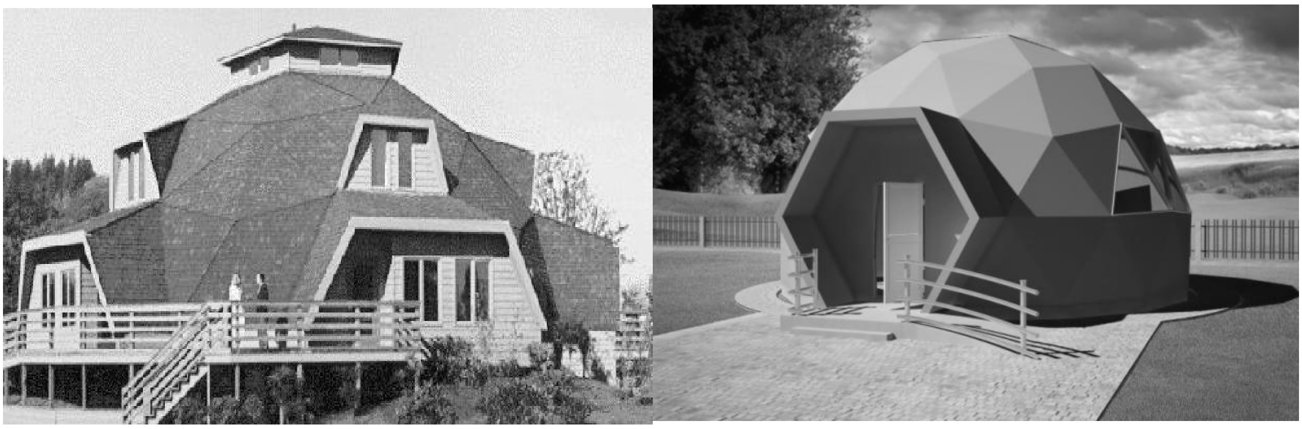

Fig. 11. Casas de cúpula geodésica. [18]

Fig. 12. Interiores de casas geodésicas. [19]

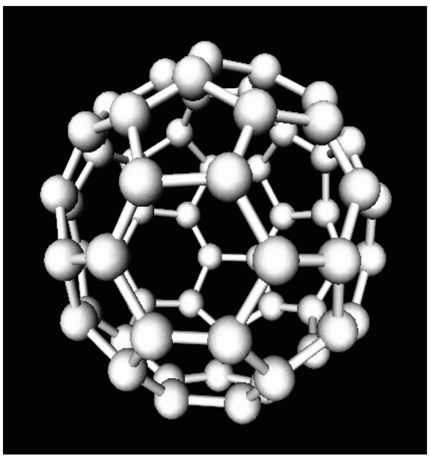

Fig. 13. Modelo de la molécula C60.

En la parte central de la figura 14 a) se desglosa el incremento por piso de la retícula tetraédrica. Por su parte, en figura 14 b), está ilustrada la serie del crecimiento en celdas triangulares en la superficie de la retícula tetraédrica hasta la 4ta. frecuencia: 4; 16; 36; 64... Este crecimiento se define por la serie de $4n^2$, ya que el tetraedro tiene 4 caras, y el crecimiento de celdas por cada cara es igual a la serie de n^2. En la cuarta frecuencia n=4, entonces, estas dos funciones se igualan a un mismo valor que es 64:

- Para n=4; n3=43=64 unidades de volumen (medida en la unidad de volumen de una celda tetraédrica)
- Para n=4; 4n2=4(42)=64 unidades de área (medida en la unidad de área de una celda triangular).

La heurística de los sólidos platónicos ha tenido una gran aplicación en la cristalografía para el estudio de las representaciones espaciales de los átomos en diferentes estructuras, lo que ha propiciado avances significativos no solo en el campo de la Geología, la Química y en la Biología Molecular (Virología y estructura del DNA). Ver figuras 15 y 16.

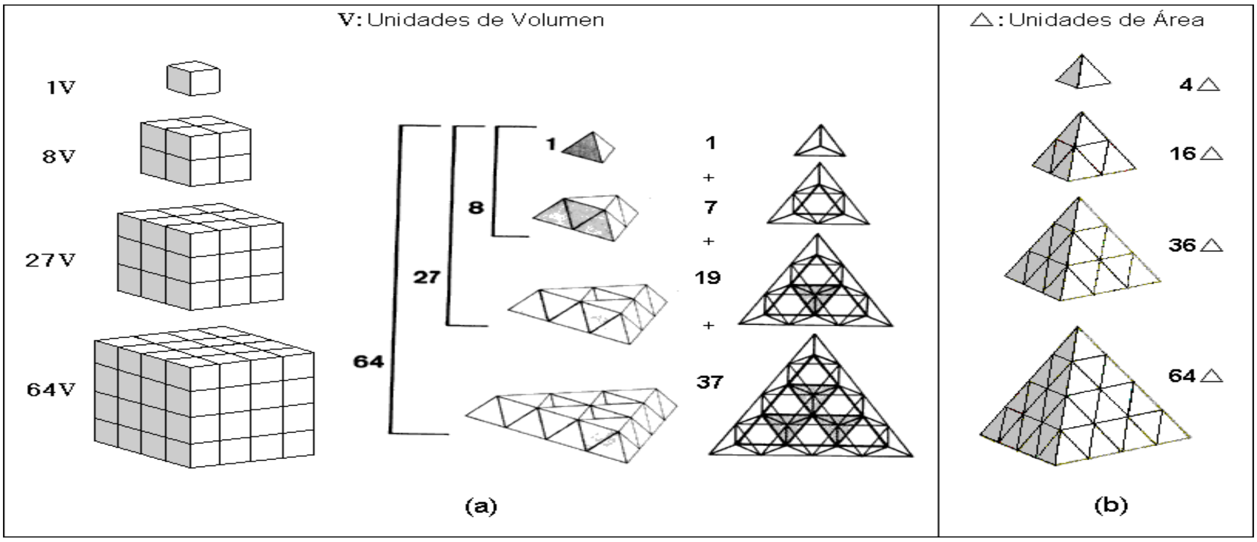

Fig. 14. Experimentación geométrica de Fuller, crecimiento progresivo de una retícula tetraédrica. [20] a) Incremento en unidades de volumen (V); b) Incremento en unidades de superficies (△) .

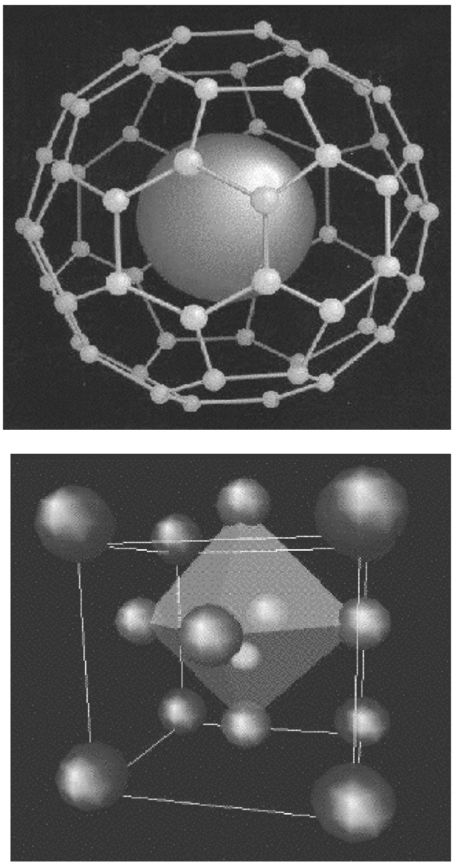

Fig. 15. Aplicación de patrones poliédricos a representaciones moleculares, en este caso el Fullereno C_{60} y la Perovskita ABX_3

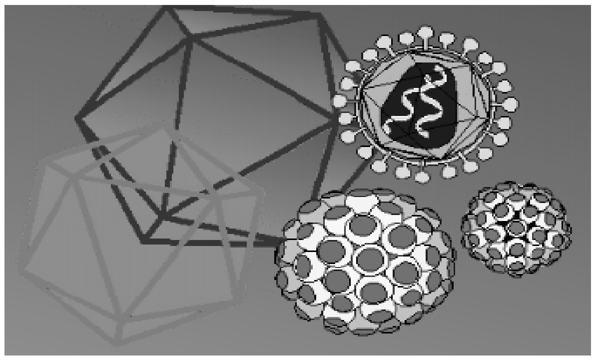

Fig. 16. Ejemplo de las estructuras poliédricas de los virus propuestas por Crick y Watson en 1956.

La teoría sobre la estructura poliédrica de los virus fue iniciada en 1956 por Crick y Watson.[21] Esencialmente, consistía en señalar que la cápsula del virus adquiere una estructura poliedral que está determinada por el propio virus y que la forma más económica y "razonable" de que el genoma codifique la construcción de la cápsula es que para ello utilice el mismo tipo de moléculas una y otra vez (teoría de las subunidades idénticas). Además, estas subunidades deberían empaquetarse siguiendo unas reglas de *simetría geométrica* de manera que conformaran un sello estable.

Este enfoque desde los poliedros platónicos se observa también en la Geometría Molecular (1957) cuyo objetivo es conocer la manera en que los átomos en las moléculas se ubican y la forma tridimensional de la estructura geométrica molecular que determinan. Hoy existen muchos métodos teóricos y experimentales para describir la geometría final de las moléculas, uno de ellos es el VSEPR (Valence Shell Electron Pair Repulsion). La geometría alrededor de un átomo central dado de una molécula, es aquella que hace mínima la repulsión de los pares de electrones, es decir, los usados para formar enlaces y los no usados que quedan como pares libres alrededor de cada átomo en la molécula. [22]

Sobre representaciones geométricas y patrones naturales se puede mencionar también el libro *The Geometrical Foundation of Natural Structure*, [23] compendio sobre el tema de la geometría como herramienta de lenguaje para la explicación y experimentación de patrones naturales, que brinda una visión unificadora, integradora del hombre y del universo para diseñadores, artistas y arquitectos tomada de muchas fuentes científicas de diversas especialidades. En esta obra, al igual que en la de Fuller, los patrones naturales que se estudian son *patrones geométricos*.

En 1999, la revista científica Scientific American, incluyó un artículo donde se explicaba cómo los astrónomos, usando técnicas de análisis de la música, estudiaron la formación de las galaxias en grandes agrupaciones progresivas del Universo. [24]

Ya en el 2003 ven la luz los resultados de un equipo de matemáticos liderado por Jeffrey Weeks, según el cual, la explicación más exacta de las ondulaciones de la radiación de fondo, es un universo con la forma de un espacio dodecaédrico de Poincaré, esto es, un universo esférico, sólido y con esta estructura dodecaédrica. La cosmóloga Janna Levin de la Universidad de CambriRoberdge, Reino Unido ha señalado que "Sería una tremenda sorpresa que el Universo haya escogido tan bella forma platónica", aludiendo a la visión armónica griega del Universo. [25]

En el 2004 se dio a conocer que el TRACE (Transition Region and Coronal Explorer), un satélite enviado al espacio por la NASA, detectó las primeras evidencias de "música" originada en un cuerpo celeste*, tal como habían adelantado los pitagóricos en su tiempo y Kepler más tarde, confirmándose así la ancestral tradición de "La Música de las Esferas", es decir que los cuerpos celestes emiten sonidos armónicos.

Aunque *La Música de las esferas* ha derivado primero en la noción de armonía universal y después en simetría, ahora se ha descubierto que la atmósfera del Sol emite sonidos ultrasónicos y que interpreta una partitura formada por ondas que son aproximadamente 300 veces más graves que los tonos que pueda captar el oído humano.

En el 2005 se publicó un artículo sobre *la afinación* de la radiación de fondo de microondas cósmicas, a partir de un análisis de descomposición armónica, análogo a los modos de vibración del cuero de un tambor. [26]

* "La música de las esferas" de los antiguos cobra cada vez más actualidad. Recientemente, científicos del Instituto de Investigación Southwest en Estados Unidos, publicaron en *Astrophysical Journal Letters* el descubrimiento de vibraciones ultrasónicas (0,1 hertz) en la superficie del Sol (fotosfera). El Dr. Craig DeForest, de la División de Ciencia e Ingeniería Espacial del SwRI (Space Science and Engineering Division) de la NASA, encontró la señal en datos colectados por el programa TRACE.

CONCLUSIONES

Las nociones y conceptos humanos son una suerte de "baúl". Los hombres saben que cuentan con un "gran baúl" pero no son plenamente conscientes de todo lo que lleva dentro. Se sabe de la existencia del baúl pero no se ha logrado "reconocer" toda la riqueza de información acerca de la realidad que este contiene. Se hace necesario, por tanto, "conocer" y "reconocer" la información sobre la realidad que permanece oculta dentro de los conceptos y nociones. Ello implica dos momentos heurísticos fundamentales:

1. Transformar lo "aparente conocido" en algo "reconocido", en algo verdaderamente conocido en su esencia.

2. Revelar, descubrir lo desconocido y elevarlo al status de algo reconocido.

A partir de este breve esbozo histórico se puede afirmar que en los poliedros platónicos existe un significativo potencial heurístico para la interpretación teórica de la realidad que ha servido de fundamento a importantes desarrollos y aplicaciones en el campo de las artes, la ciencia y la técnica.

Todo cuerpo puede, en principio, ser representado como combinación de los poliedros platónicos; o mediante transformaciones a partir de los mismos, de forma similar a como, cualquier figura en la pantalla de un ordenador puede ser expresada por sus píxeles. Los poliedros platónicos constituyen las cinco formas más elementales en que puede expresarse un sólido, cuando se aplica la máxima restricción al proceso de construcción.

Estas son las restricciones:

1. Todas sus caras son polígonos regulares iguales, lo que implica también que todas sus aristas y todos los ángulos de sus caras sean iguales.

2. Todos sus vértices son de igual orden (concurren igual número de caras y de aristas).

3. Todos sus vértices son convexos.

4. Todos sus ángulos diedros (que forman las caras entre sí) son iguales.

De aquí se puede concluir que los cinco poliedros regulares constituyen el fenómeno de más altas restricciones de la expresión de un sólido en el espacio. Entendiendo por "altas restricciones" aquellas condiciones extremas propias de un fenómeno o sistema, asociadas a las regularidades discretas más elementales que definen su resolución, es el máximo de restricción permisible.

Los sabios de la antigüedad al establecer las conexiones de los poliedros, la música y los números enteros, con la armonía del universo, estaban haciendo las primeras asociaciones de altas restricciones. El estudio de las notas en una cuerda vibrante es la observación de un fenómeno armónico de altas restricciones, dado por las limitaciones de la cuerda en sus dos extremos. Esto genera modos de vibración en los que las relaciones de frecuencias de sus armónicos están dadas por la serie armónica de valores enteros n = 1, 2, 3. Los intervalos musicales también son expresados en números enteros.

El conjunto de los números naturales en sí mismo es un escenario de altas restricciones expresado en el incremento de una magnitud única (el número 1).

En principio, los poliedros platónicos pudieran ser empleados con el objetivo de comprobar que un escenario geométrico es también factible de ser utilizado heurísticamente para estudiar incluso características numéricas de "sistemas de altas restricciones", es decir, de sistemas de patrones discretos y más elementales que definen la resolución de determinados universos.

La experimentación con los poliedros platónicos, empleada con fines heurísticos revela a los investigadores resultados y coincidencias asombrosas que abren un amplio campo a la búsqueda y la creación humana en los más diversos ámbitos.

REFERENCIAS

1. **HEGEL, Georg Wilhelm Friedrich.** *Ciencia de la Lógica*. t. I, Argentina: Ed. Solar/Hachette, 1968.

2. **EDMONDSON, Amy.** *A Fuller Explanation. The Synergetic Geometry of R. Buckminster Fuller* [en línea]. Macmillan Publishing Company, New York. 1979. Disponible en Web: http://www.pauladaunt.com/books/afullerex Folder/1.htm, [consultado en linea: enero, 2012].

3.**GONZÁLEZ URBANEJA, Pedro Miguel.** *Los sólidos platónicos: Historia de los poliedros regulares* [en línea]. Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas. Real Sociedad Matemática Española. 2003. Disponible en Web: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3386:los-sos-platos-historia-de-los-poliedros-regulares&catid=38:temas-matemcos&Itemid=33, [consultado en línea: enero 2012].

4 **COSTIESCU GHYKA, Matila.** *Estética de las proporciones en la Naturaleza y en las Artes*. Barcelona: Ed. Poseidón. 1977. ISBN 84-85083-06-7.

5 **ALSINA CATALÁ, Claudi.** "Macla de geometrías". En Gaudí. *La búsqueda de la forma. Espacio, geometría, estructura y construcción.* Barcelona: Ed. Lunwerg. 2002. ISBN 84-7782-727-3.

6 **MARSHALL, Dorothy.** "*Neolithic Carved Stone Polyhedra*" [en línea]. Society of Antiquaries of Scotland. 1997. Disponible en Web: http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/neolithic.html [consultado en línea: enero 2012].

7. **PLATÓN.** *Diálogos,* vol. 6. Biblioteca Básica Gredos, Madrid: Editorial Gredos S.A. 1982.

8. **MELOGNO, Pablo.** *La cosmología y teoría de los poliedros en Platón* [en línea]. Cibernous. 2002. Disponible en Web: http://cibernous.com/autores/platon/teoria/ciencia/cosmolog.html [consultado en línea: febrero 2012]

9. **KEPLER, Johannes.** *Mysterium Cosmographicum.* Original 1596. Transl. A. M. Duncan. Abaris Books, New York. 1981

10. **KEPLER, Johannes.** *The Six-Cornered Snowflake*. Original 1611. Transl. Colin Hardie. Clarendon Press. Oxford. 1966.

11. **SCHAUERHAMMER, Ralf.** "El copo de nieve de seis ángulos y la geometría pentagonal". *Resumen ejecutivo de EIR*. 2004, marzo, pp. 33-39 [en línea]. Disponible en Web: http://www.21stcenturysciencetech.com/reir/copo_de_nieve.pdf [consultado en línea: febrero 2012].

12. **MARTÍNEZ GÓMEZ, Eduardo.** *Un satélite de la NASA confirma la música de las esferas* [en línea]. Tendencias21. 2004. Disponible en Web: http://www.tendencias21.net/Un-satelite-de-la-Nasa-confirma-la-musica-de-las-esferas_a494.html [consultado en línea: enero 2012].

13. **BOHR, Niels.** "On the Constitution of Atoms and Molecules. Part I", *Philosophical Magazine*. 1913, vol. 6, núm. 26, pp. 1–24.

14 **DE BROGLIE, Louis.** "Recherches Sur la Théorie des Quanta". *Annales de Physique*. 1925, vol. 10, núm. 3, pp. 22–128.

15. **GRAHAM BELL, Alexander.** *Connecting Device for the Frames of Aerial Vehicles and Other Structures*. US Patent No. 856,838. USA. 1907.

16. **BUCKMINSTER FULLER, Richard.** *Dymaxion Map*. US Patent No. 2,393,676. USA. 1946.

17. **BUCKMINSTER FULLER, Richard.** *Tensegrity*. US Patent No. 3,063,521. USA 1959.

18. OLX. *Casa de madera con cúpula geodésica* (imagen). OLX Oct. 2011 [en línea]. Disponible en Web: http://oliva.olx.es/casa-de-madera-cupola-geodesica-desde-100-eur-m2-iid-44316749 [consultado en línea: enero 2012].

19. **Domos Juampi.** *Principales ventajas del uso de los domos como vivienda*. Domos Juapi Argentina, feb. 2011 [en línea]. Disponible en Web: http://domosjuampi.com.ar/index.php/ventajas [consulado en líne:enero 2012].

20. **BUCKMINSTER FULLER, Richard.** *Synergetics. Explorations in the Geometry of Thinking*. Macmillan Publishing Co. Inc. 1979 [en línea]. The Projects of Robert W. Gray. 2001. Disponible en Web: http://www.rwgrayprojects.com/synergetics/s09/figs/f9001.html [consultado en línea: enero 2012].

21. **CRICK, Francis and WATSON, James.** "Structure of small viruses", *Nature*, 1956, vol. 177, pp. 473-475.

22. WIKIPEDIA Project. *VSEPR Theory* [en línea]. Wikipedia Nov. 2011. Disponible en Web: http://en.wikipedia.org/wiki/VSEPR_theory [consultado en línea enero 2012].

23. **WILLIAMS, Robert.** *The geometrical foundation of natural structure*. Eds. Dover Publications, Inc. New York, 1979.

24. **STEPHEN, Landy.** "Mapping the Universe", *Scientific American*, *1999,* vol. 280, pp. 38-45.

25. **LUMINET, Jean-Pierre; WEEKS, Jeffrey; RIAZUELO, Alain** *et al***.** "Dodecahedral Space Topology as an Explanation for Weak Wide-Angle Temperature Correlations in the cosmic microwave background". *Nature*, vol. 425, 2003, pp. 593-595.

26. STARKMAN, Glen and SCHWARZ, Dominik. "Is the Universe Out of Tune?". *Scientific American*, vol. 293, núm. 24, 2005, pp. 49-55. 2007. Disponible en Web: http://www.tendencias21.net/Un-satelite-de-la-Nasa-confirma-la-musica-de-las-esferas_a494.html [consultado en línea: enero 2012].

AUTORES

José Ricardo Díaz Caballero
Licenciado en Filosofía, Doctor en Ciencias Filosóficas, Profesor Titular, Dirección de Ciencias Sociales, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, La Habana, Cuba

Carlos Alberto Canino Ramos
Ingeniero Electrónico, Master en Ciencias Técnicas de Electrónica de la Aviación, Especialista en Explotación Técnica de Equipos Radioelectrónicos, Instituto en Ciencia y Tecnología de los Materiales, Universidad de La Habana, Cuba

Heuristics of Regular Polyhedra For Research

Abstract
Platonic polyhedra are carriers of a high heuristic potential for new developments in the field of art, science and technology. Substantiate this thesis through a brief historical sketch is the reason for this article

Key words: platonic polyhedra, geometry, harmony, research