

## Modelo Hidrodinâmico 1D para Redes de Canais Baseado no Esquema Numérico de MacCormack

Rodrigo Cauduro Dias de Paiva, Walter Collischonn & Juan Martín Bravo

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, UFRGS

rodrigocdpaiva@gmail.com, collischonn@iph.ufrgs.br, jumarbra@yahoo.com.ar

Recebido: 11/08/10 - revisado: 19/04/11 – aceito: 02/07/11

---

### RESUMO

Os modelos hidrodinâmicos baseados em esquemas numéricos explícitos vem se tornando atraentes pela facilidade de paralelização do seu código de programação. Este artigo apresenta a proposta de um modelo hidrodinâmico unidimensional para redes de rios ou canais baseado no esquema numérico preditor-corretor de MacCormack. Utiliza-se um tratamento para as confluências baseado em equações da continuidade na forma integral aplicada nos subtrechos definidos por cada seção da confluência e seção imediatamente a montante ou jusante no mesmo trecho de rio, e equações da continuidade e energia simplificadas nas seções da confluência. Também são apresentados testes de aplicação do modelo, comparando os resultados da nova proposta metodológica com resultados do modelo HEC-RAS. A proposta metodológica apresenta vantagens pela simplicidade e potencialidade para aplicações em processamento paralelo, o que pode trazer benefícios em termos de eficiência computacional na simulação de sistemas complexos.

**Palavras-chave:** modelo hidrodinâmico, esquema de MacCormack.

---

### INTRODUÇÃO

Os modelos hidrológicos estão presentes na prática da engenharia como uma das principais ferramentas utilizadas em diversos tipos de projetos (estruturas hidráulicas, sistemas de abastecimento d'água, redes de drenagem pluvial, navegação, usinas hidroelétricas, etc.). Destacam-se entre estes, os modelos hidrodinâmicos 1D (unidimensionais), que são utilizados para simular as variáveis do escoamento em rios e canais, e que têm sido muito utilizados em análises de sistemas de proteção contra cheias (Remo et al., 2007), verificação de dimensionamento de canais sujeitos a escoamento não permanente (Bautista et al. 2006; Clemmens et al., 2005; Collischonn et al., 2001; Baume et al., 2005), análises das consequências de rompimentos de barragens (Collischonn e Tucci, 1997) e análise de impacto de lançamento de efluentes. Mais recentemente os modelos hidrodinâmicos 1D também passaram a ser mais utilizados na propagação do escoamento em modelos hidrológicos distribuídos (Lian et al., 2007; Paz, 2010; Paiva, 2009).

Os modelos hidrodinâmicos 1D resolvem as equações de Saint Venant, e utilizam soluções numéricas para estas equações (Cunge et al., 1980; Tucci, 2005; Vieira da Silva et al. 2003). A maioria

destes modelos hidrodinâmicos utiliza esquemas numéricos de diferenças finitas para a solução das equações de Saint Venant. Os esquemas de diferenças finitas podem ser classificados como explícitos ou implícitos, dependendo da forma como representam as diferenciais das variáveis no espaço e no tempo (Cunge et al., 1980). Os esquemas explícitos têm a vantagem de serem mais fáceis de programar, mas tem a desvantagem de exigir um intervalo de tempo de cálculo menor, para evitar problemas de instabilidade numérica. Por outro lado, os esquemas implícitos exigem um código computacional um pouco mais complexo, mas permitem a adoção de intervalos de tempo de cálculo relativamente grandes. Em consequência destas diferenças, muitos dos modelos hidrodinâmicos mais conhecidos, entre eles o HEC-RAS (USACE, 2002), utilizam os esquemas implícitos.

Nos últimos anos tem acontecido uma evolução dos equipamentos de informática no sentido do aumento do número de processadores por computador e, em consequência, da capacidade de processamento. Estes computadores com múltiplos processadores são cada vez mais acessíveis e permitem o processamento paralelo em computadores pessoais. Existem inclusive ferramentas para programação em paralelo utilizando estes processadores *multi-core* (memória compartilhada) nas princi-

país linguagens de programação utilizadas em computação de alto desempenho, como Fortran e C/C++, a exemplo do OpenMP (*Open Multi-Processing*) (Hermanns, 2002; Chapman et al., 2008). Entretanto os principais esquemas numéricos para solução das equações de Saint Venant não foram desenvolvidos pensando em processamento em paralelo. Desta forma, a fim de se otimizar os modelos de simulação hidrodinâmica em termos de desempenho computacional necessita-se o desenvolvimento de esquemas numéricos voltados para o processamento em paralelo. Neste sentido, esquemas explícitos têm a vantagem pela simplicidade e maior facilidade de paralelização.

Um esquema numérico explícito que pode ser utilizado neste caso é o esquema preditor-corretor de MacCormack (Julien, 2008; Jin e Fread, 1997; García-Navarro et al. 1992a; Liang et al. 2007; García-Navarro et al. 1992b). Este esquema é fácil de compreender e de programar e pode ter seu código facilmente paralelizado. Entretanto, as aplicações existentes até agora na literatura restringem-se à utilização deste esquema em simulações de trechos de rios individuais, sem confluências (e.g. García-Navarro et al. 1992a; García-Navarro et al. 1992b)

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo hidrodinâmico para simulação de redes de canais, baseado no esquema numérico explícito de MacCormack. A representação das confluências foi feita a partir de uma adaptação de um método de representação de condições de contorno em modelos hidrodinâmicos proposto por Jin e Fread (1997). Por fim, o desempenho do modelo é avaliado em diferentes testes e comparações com resultados obtidos com o modelo HEC-RAS (USACE, 2002) já consagrado na literatura.

## MODELOS HIDRODINÂMICOS

Os modelos hidrodinâmicos 1D utilizam as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento de um fluido (equação dinâmica), que formam um sistema conhecido como equações de Saint Venant (Cunge et al., 1980):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left( \frac{\partial h}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (2)$$

no qual  $Q$  é a vazão no rio;  $q$  é a contribuição lateral por unidade de comprimento de rio;  $A$  é a área molhada da seção transversal do rio;  $h$  é o nível d'água no rio;  $g$  é a aceleração da gravidade;  $t$  é o tempo;  $x$  é a distância no sentido longitudinal do rio;  $\beta$  é o coeficiente de Boussinesq e  $S_f$  é a declividade da linha de energia.

As principais variáveis de saída destes modelos são as vazões, níveis d'água e velocidades médias, no tempo e no espaço.

As equações de Saint Venant são resolvidas através de esquemas numéricos, em geral, usando diferenças finitas (Cunge et al., 1980). Os esquemas numéricos são classificados em explícitos ou implícitos, conforme apresentado a seguir.

Os esquemas explícitos representam as derivadas no espaço utilizando valores das variáveis já conhecidos, ou seja, do instante de tempo atual ( $j$ ). Em consequência disso, a estimativa das variáveis do escoamento no instante de tempo  $j+1$  (futuro) é feita apenas a partir de valores das variáveis no instante de tempo  $j$  (atual). Este é o caso dos esquemas de Lax e do método Leap-Frog descritos em Cunge et al. (1980). Estes esquemas explícitos necessitam intervalos de tempo pequenos na integração das equações para evitar problemas de estabilidade numérica. O esquema preditor-corretor de MacCormack (Julien, 2008; Jin e Fread, 1997), utilizado nesse trabalho, também pertence a esse grupo de esquemas numéricos e será apresentado com maior detalhe nos itens seguintes.

Nos esquemas implícitos, as derivadas das variáveis no espaço incluem valores que ainda não são conhecidos, ou seja, valores do instante de tempo futuro ( $j+1$ ). Em função disso, nas equações resultantes da aplicação dos esquemas numéricos, os termos em  $j+1$  não podem ser explicitados, dando origem a um sistema de equações que devem ser resolvidas simultaneamente. Neste sentido, diversos esquemas numéricos foram desenvolvidos, como: o esquema implícito linear de quatro pontos de Chen (1978); o esquema de Preissmann, baseado nas equações de Saint Venant na forma integral e utilizado por diversos autores, como no modelo HEC-RAS (USACE, 2002); o esquema de Preissmann não linear desenvolvido por Fread (1973) e Amein e Fang (1970) e o esquema centrado de seis pontos de Abbott e Ionnescu (1967), no qual o domínio do espaço é discretizado em pontos alternados onde se tem resultados de vazão e nível d'água.

Em modelos baseados em esquemas implícitos, quando o problema de simulação envolve um único trecho de rio, a solução em cada instante de tempo passa pela resolução de um sistema de equa-

ções lineares onde a matriz de coeficientes é uma matriz banda. Este sistema pode ser facilmente resolvido por um algoritmo de solução de sistemas de equações, como a eliminação de Gauss.

No caso de redes de canais interligados por confluências, a matriz dos coeficientes resultante da aplicação das equações é esparsa, e algoritmos específicos devem ser utilizados para resolver o problema sem comprometer o desempenho computacional. Neste sentido destacam-se pelo menos duas abordagens: (1) Tucci (1978) desenvolveu um algoritmo que utiliza uma variação do método de eliminação de Gauss, utilizando o método *Skyline*, que visa minimizar o armazenamento das informações da matriz dos coeficientes; (2) Abbott e Ionescu (1967) resolvem o sistema de equações pelo método da dupla varredura, onde são resolvidos, separadamente, um sistema de equações para cada trecho de rio e um sistema de equações para as conexões entre trechos de rio (confluências).

### MODELO HIDRODINÂMICO 1D COM ESQUEMA DE MACCORMACK

O esquema de MacCormack é baseado em dois passos de cálculo: o primeiro é chamado de passo preditor, e o segundo é chamado de passo corretor. O esquema numérico utilizado no passo preditor é um pouco diferente que o utilizado no passo corretor, conforme apresentado adiante no texto. O método gera duas soluções (uma em cada passo) para cada instante de tempo e para cada variável, sendo adotado como valor final da variável o valor médio das soluções (Julien, 2008).

Na modelagem do escoamento unidimensional em trechos de rios, duas alternativas do esquema de MacCormack podem ser utilizadas: (1) diferenças finitas regressivas no passo preditor e diferenças finitas progressivas no passo corretor para estimar as derivadas parciais no espaço; (2) diferenças finitas progressivas no passo preditor e diferenças finitas regressivas no passo corretor. É possível alternar a direção da diferenciação de um instante de tempo para o seguinte. Melhores resultados são obtidos em alguns casos quando a direção da diferenciação no passo preditor é a mesma do movimento da onda (Julien, 2008).

O modelo desenvolvido utiliza a alternativa 1 do esquema de MacCormack. Assim, no passo preditor, as derivadas parciais de uma variável qualquer Z são definidas como apresentado a seguir

(Figura 1), sendo i e j a seção de cálculo e o instante de tempo atual, respectivamente:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_i^* - Z_i^j}{\Delta t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_i^j - Z_{i-1}^j}{\Delta x} \quad (4)$$

onde  $\Delta t$  é o tamanho do intervalo de tempo e  $\Delta x$  é a distância entre duas seções de cálculo e o asterisco indica as variáveis que são estimadas no passo preditor.

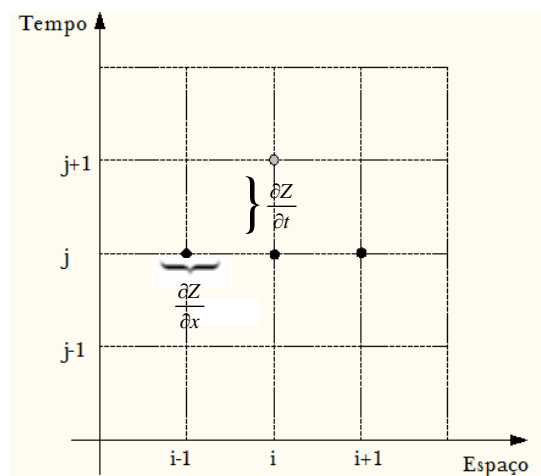


Figura 1 - Discretização espaço-temporal de derivadas parciais da função Z no passo preditor, pontos pretos indicam valores conhecidos das variáveis, ponto cinza corresponde ao valor a ser estimado.

Substituindo as aproximações em diferenças finitas nas equações de Saint Venant, as seguintes expressões são utilizadas para estimar os valores das variáveis no passo preditor:

$$A_i^* = A_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_i^j - Q_{i-1}^j) \quad (5)$$

sendo conhecido o valor de  $A_i^*$  pode ser estimado  $h_i^*$  através de uma função do tipo  $A=f(h)$ . Da equação de quantidade de movimento é obtido  $Q_i^*$  conforme apresentado na equação 6, onde a declividade da linha de energia  $S_f$  foi estimada pela equação de Manning:

$$Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\beta \cdot Q_i^{j2}}{A_i^j} \right) - \left( \frac{\beta \cdot Q_{i-1}^{j2}}{A_{i-1}^j} \right) \right] - \Delta t \cdot g \cdot A_i^j \left[ \left( \frac{h_i^j - h_{i-1}^j}{\Delta x} \right) + \frac{\eta^2}{A_i^{j2}} \cdot \frac{|Q_i^j| \cdot Q_i^j}{Rh_i^{j4/3}} \right] \quad (6)$$

onde Rh é o raio hidráulico e η é o coeficiente de rugosidade de Manning.

No passo corretor, as derivadas parciais são definidas pelas seguintes expressões (Figura 2):

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_i^{**} - Z_i^j}{\Delta t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1}^* - Z_i^*}{\Delta x} \quad (8)$$

onde os dois asteriscos indicam as variáveis que são estimadas no passo corretor.

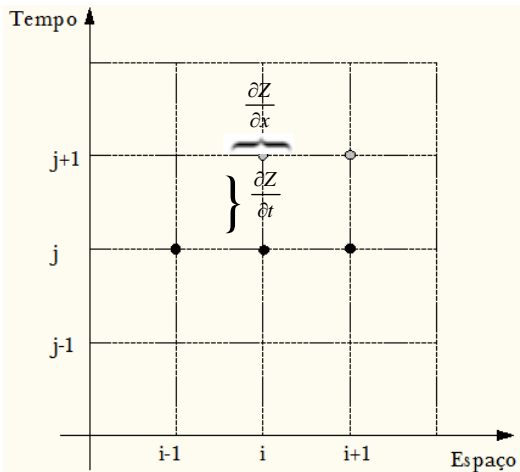


Figura 2 - Discretização espaço-temporal de derivadas parciais da função Z no passo corretor, pontos pretos indicam valores conhecidos das variáveis, pontos cinza correspondem a valores sendo estimados.

Substituindo as aproximações em diferenças finitas nas equações de Saint Venant, as seguintes expressões são utilizadas para estimar os valores das variáveis no passo corretor:

$$A_i^{**} = A_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) \quad (9)$$

sendo conhecido o valor de  $A_i^{**}$  pode ser estimado o valor de  $h_i^{**}$ . Da equação de quantidade de movimento é obtido  $Q_i^{**}$  conforme apresentado na equação 10.

$$Q_i^{**} = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\beta \cdot Q_{i+1}^{*2}}{A_{i+1}^*} \right) - \left( \frac{\beta \cdot Q_i^{*2}}{A_i^*} \right) \right] - \Delta t \cdot g \cdot A_i^j \left[ \left( \frac{h_{i+1}^* - h_i^*}{\Delta x} \right) + \frac{\eta^2}{A_i^{j2}} \cdot \frac{|Q_i^j| \cdot Q_i^j}{Rh_i^{j4/3}} \right] \quad (10)$$

Os valores das variáveis dependentes no instante de tempo posterior (j+1) são obtidos como os valores médios das duas soluções encontradas:

$$Q_i^{j+1} = \frac{Q_i^* + Q_i^{**}}{2} \quad (11)$$

$$h_i^{j+1} = \frac{h_i^* + h_i^{**}}{2} \quad (12)$$

$$A_i^{j+1} = \frac{A_i^* + A_i^{**}}{2} \quad (13)$$

Em um trecho de rio dividido em n seções, o esquema de MacCormack pode ser utilizado para obter os valores das variáveis nas seções 2 a n-1. Entretanto, o método não pode ser aplicado na seção 1 nem na seção n de um trecho, que como extremidades de montante e jusante, terão um tratamento especial. Dessa forma, é importante ressaltar que o esquema de MacCormack não pode ser aplicado nas seções de confluências de trechos nem nas seções extremas destes. Nestas seções extremas uma informação adicional é necessária para poder estimar os valores das variáveis. Essa informação é definida por um equacionamento ou relação entre as variáveis e denominado condição de contorno.

Nas condições de contorno pode ser adotada a solução proposta por Jin e Fread (1997). Utiliza-se a equação da continuidade na forma integral entre a seção da extremidade do trecho e a seção imediatamente a montante (condição de contorno de jusante) ou jusante (condição de contorno de montante) no mesmo trecho de rio.

$$\int_j^{j+1} \int_i^{i+1} \left[ \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} \right] dx dt = 0 \quad (14)$$

onde  $j$  e  $j+1$  indicam o instante atual e instante posterior, respectivamente, e  $i$  e  $i+1$  indicam a seção de cálculo atual e subsequente.

Considerando um intervalo de tempo finito ( $\Delta t$ ) e um comprimento de trecho também finito ( $\Delta x$ ), esta equação discretizada resulta igual a:

$$\Delta t(\bar{Q}_{i+1} - \bar{Q}_i) + \Delta x(\bar{A}^{j+1} - \bar{A}^j) = 0 \quad (15)$$

ou:

$$\Delta t(Q_{i+1}^{j+1} + Q_{i+1}^j - Q_i^{j+1} - Q_i^j) + \Delta x(A_{i+1}^{j+1} + A_{i+1}^j - A_i^{j+1} - A_i^j) = 0 \quad (16)$$

onde  $\bar{Q}$  é a vazão média entre os instantes de tempo  $j$  e  $j+1$  e  $\bar{A}$  é a área molhada média entre as seções de cálculo  $i$  e  $i+1$ .

No caso de condições de contorno de vazão em uma extremidade de montante, denotado por  $Q_{cc}$ , os níveis são estimados por:

$$h_{cc}^{j+1} = f^{-1}(A_{cc}^{j+1}) \quad (17)$$

$$A_{cc}^{j+1} = -\Delta t(Q_{i+1}^{j+1} + Q_{i+1}^j - Q_{cc}^{j+1} - Q_{cc}^j) - \Delta x(A_{i+1}^{j+1} - A_{i+1}^j - A_{cc}^j) \quad (18)$$

onde o índice  $cc$  denota vazão  $Q$ , nível d'água  $h$  ou área molhada  $A$  na seção localizada na extremidade de montante. No caso de condições de contorno de níveis d'água em uma extremidade de jusante, denotado por  $h_{cc}$ , as vazões são estimadas por:

$$Q_{cc}^{j+1} = -\Delta t(Q_{cc}^j - Q_i^{j+1} - Q_i^j) - \Delta x(A_{cc}^{j+1} + A_i^{j+1} - A_{cc}^j - A_i^j) = 0 \quad (19)$$

$$A_{cc}^{j+1} = f(h_{cc}^{j+1}) \quad (20)$$

onde o índice  $cc$  denota vazão  $Q$ , nível d'água  $h$  ou área molhada  $A$  na seção localizada na extremidade de jusante.

No caso das seções de confluências, foi também proposto nesse trabalho um procedimento baseado no tratamento dado por Jin e Fread (1997) às condições de contorno.

A Figura 3 mostra um exemplo hipotético de uma malha computacional de modelo hidrodinâmico 1D. Neste exemplo têm-se três trechos de rio conectados por uma confluência.

Uma confluência convergente é definida a partir de três seções de cálculo, sendo estas as seções das extremidades de jusante dos trechos de rio a montante da confluência (trechos a e b) e a seção localizada na extremidade de montante do trecho de rio a jusante da confluência, conforme apresentado na Figura 3.

As vazões e níveis d'água nas seções de cálculo (pontos na cor branca) são computados pelas equações de Saint Venant resolvidas com o esquema explícito predictor-corretor de MacCormack. Nas seções representadas pelos pontos pretos são utilizadas condições de contorno tratadas conforme Jin e Fread (1997).

As seções representadas pelos pontos cinza definem a confluência e os respectivos níveis d'água e vazões são definidos por  $h_a, h_b, h_c, Q_a, Q_b$  e  $Q_c$ .

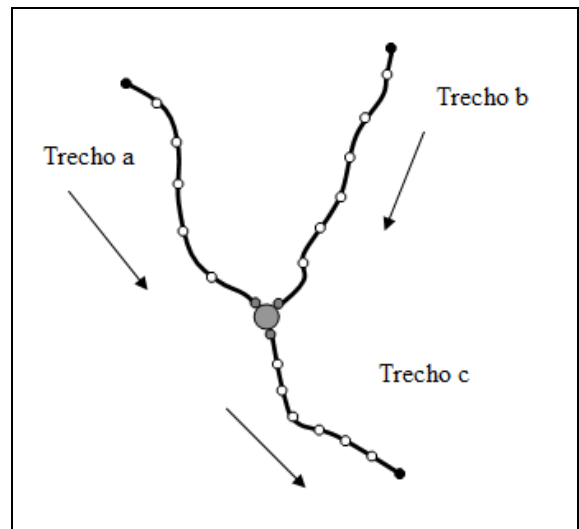


Figura 3 - Representação esquemática de um sistema com três trechos de rios e uma confluência.

As confluências são simuladas através de seis equações:

- Três equações da continuidade para os três subtrechos definidos por cada seção da confluência e seção imediatamente a montante ou jusante no mesmo trecho de rio.
- Uma equação da continuidade para as seções da confluência.
- Duas equações de energia para as seções da confluência.

A equação da continuidade para os subtrechos é dada pela equação 14 e é utilizada na forma discretizada conforme a equação 16.

A área molhada no instante de tempo t+1 na seção da confluência é estimada pela série de Taylor com aproximação de primeira ordem:

$$A_{i+1}^{j+1} \cong A_{i+1}^j + \frac{\partial A}{\partial h} \Big|_{x=x_{i+1}}^{t=t_j} (h_{i+1}^{j+1} - h_{i+1}^j) \quad (21)$$

$$\cong A_{i+1}^j + b_{i+1}^j (h_{i+1}^{j+1} - h_{i+1}^j)$$

sendo b a largura superficial da seção transversal. Desta forma, as incógnitas desta equação são a vazão e o nível d'água na seção da confluência. As equações dos subtrechos ficam:

Para os trechos a e b:

$$A \cdot Q_{i+1}^{j+1} + B \cdot h_{i+1}^{j+1} = C \quad (22)$$

sendo os coeficientes A, B e C definidos por:

$$A = -\Delta t \quad (23)$$

$$B = -\Delta x \cdot b_{i+1}^j \quad (24)$$

$$C = \Delta t (Q_{i+1}^j - Q_i^{j+1} - Q_i^t) + \Delta x (A_i^{j+1} - A_i^j - b_{i+1}^j h_{i+1}^j) \quad (25)$$

Para o trecho c:

$$A \cdot Q_i^{j+1} + B \cdot h_i^{j+1} = C \quad (26)$$

sendo os coeficientes A, B e C definidos por:

$$A = \Delta t \quad (27)$$

$$B = -\Delta x \cdot b_i^j \quad (28)$$

$$C = \Delta t (Q_{i+1}^{j+1} + Q_{i+1}^j - Q_i^j) + \Delta x (A_{i+1}^{j+1} - A_{i+1}^j - b_i^j h_i^j) \quad (29)$$

A equação da continuidade no volume de controle definido entre as seções da confluência é dada por:

$$Q_a + Q_b - Q_c = \frac{dS}{dt} \quad (30)$$

sendo S o volume d'água armazenado no volume de controle.

Considerando a variação do volume d'água armazenado no volume de controle dS/dt desprezível, tem-se:

$$Q_a^{j+1} + Q_b^{j+1} - Q_c^{j+1} = 0 \quad (31)$$

A equação da energia no regime permanente entre as seções da confluência, desconsiderando os termos de energia cinética e atrito é:

$$h_a^{j+1} - h_c^{j+1} = 0 \quad (32)$$

$$h_b^{j+1} - h_c^{j+1} = 0 \quad (33)$$

Assim, o sistema de equações resultante para a confluência é:

$$\begin{bmatrix} A_a & 0 & 0 & B_a & 0 & 0 \\ 0 & A_b & 0 & 0 & B_b & 0 \\ 0 & 0 & A_c & 0 & 0 & B_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ Q_c \\ h_a \\ h_b \\ h_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

A solução do sistema de equações é dada por:

$$h_a^{j+1} = h_b^{j+1} = h_c^{j+1} = \frac{\left( \frac{C_a}{A_a} + \frac{C_b}{A_b} - \frac{C_c}{A_c} \right)}{\left( \frac{B_a}{A_a} + \frac{B_b}{A_b} - \frac{B_c}{A_c} \right)} \quad (35)$$

$$Q_c^{j+1} = \frac{C_c - B_c \cdot h_c^{j+1}}{A_c} \quad (36)$$

$$Q_b^{j+1} = \frac{C_b - B_b \cdot h_b^{j+1}}{A_b} \quad (37)$$

$$Q_a^{j+1} = \frac{C_a - B_a \cdot h_a^{j+1}}{A_a} \quad (38)$$

Por ser um esquema explícito, o esquema de MacCormack é estável se a condição Courant-Friedrichs-Levy é satisfeita. Isto significa que o intervalo de tempo de cálculo deve satisfazer a expressão que segue:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\max(|V| \pm c)} \quad (39)$$

sendo

$$c = \sqrt{g \frac{A}{b}} \quad (40)$$

onde  $b$  é a largura do rio,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $V$  é a velocidade,  $A$  é a área molhada,  $c$  é a celeridade,  $\Delta t$  é o tamanho do intervalo de tempo e  $\Delta x$  é a distância entre duas seções de cálculo.

## METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO

O modelo desenvolvido foi utilizado em um conjunto de testes práticos com objetivo de verificar seu desempenho. Resultados de simulações com o modelo aqui descrito foram comparados aos resultados obtidos com um modelo já consagrado na literatura, tendo sido escolhido o modelo HEC-RAS (USACE, 2002).

São comparadas as séries de níveis da água e vazões calculados por ambos os modelos, em diferentes locais dos sistemas modelados.

## ESTUDOS DE CASO

Foram idealizados dois cenários considerando sistemas fictícios com o objetivo de avaliar o funcionamento do modelo desenvolvido em diferentes situações hidráulicas. Essas situações, entretanto, existem comumente nos sistemas reais.

O primeiro cenário considera o sistema (S1) que possui um único trecho de rio com seção transversal trapezoidal de 5m de base e talude 1V:1,5H. O trecho possui 50 km de extensão, sendo a cota de fundo no início igual a 106m e no final do trecho igual a 101m, resultando a declividade igual a 0,1 m.km<sup>-1</sup>. A distância entre seções foi adotada igual a 1351m e o intervalo de tempo de cálculo igual a 60 segundos. A distância entre as seções foi definida considerando um número de Courant igual a 0,3 (Cr<1) quando a profundidade d'água é igual a 1m e a velocidade é nula. Foi adotado um valor de coeficiente de Manning igual a 0,03 s.m<sup>-1/3</sup>.

A condição de contorno de montante é um hidrograma, apresentado na Figura 4, enquanto que a condição de contorno de jusante é uma série de

níveis d'água que permanece constante ao longo de todo o período de simulação, no valor de 106,1m. O período de simulação é de 500 horas. A condição inicial adotada considera o nível da água horizontal com cota em 106,1m e vazão nula.

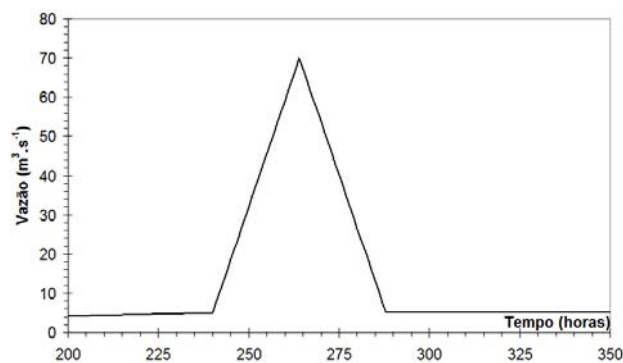


Figura 4 - Hidrograma na condição de contorno de montante no cenário 1.

O segundo cenário considera o sistema (S2) que possui três trechos formando uma confluência convergente, conforme apresentado na Figura 3. Todos os trechos possuem uma seção transversal trapezoidal com 20m de base e talude 1V:1,5H. Os dois trechos a montante da confluência possuem as mesmas características, sendo o comprimento igual a 50km, a cota de fundo no extremo de montante igual a 103,5m, e no extremo de jusante igual a 102,5m resultando a declividade igual a 0,02 m.km<sup>-1</sup>. O trecho a jusante da confluência possui 50 km de comprimento, sendo a cota de fundo no extremo de montante igual a 102,5 m e no extremo de jusante igual a 102 m, e declividade igual a 0,01 m.km<sup>-1</sup>. A distância entre seções foi adotada igual a 602,4m nos trechos de montante e 588,2m no trecho de jusante e o intervalo de tempo de cálculo igual a 60 segundos. A distância entre as seções foi definida considerando um número de Courant igual a 0,3 (Cr<1) quando a profundidade d'água é igual a 1m e a velocidade é nula. Foi adotado um valor de coeficiente de Manning igual a 0,03 s.m<sup>-1/3</sup>. As condições de contorno de montante são vazões constantes iguais a 2 e 5 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> em cada um dos trechos de montante. A condição de contorno de jusante é uma série de níveis d'água (Figura 5) que oscila ciclicamente entre 106m e 103m, fazendo uma analogia com um efeito de maré. Como condição inicial, considera-se a vazão nula e o nível d'água horizontal e igual a 104 m.

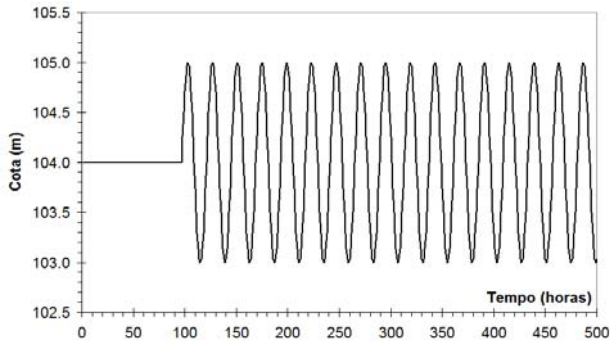


Figura 5 - Condição de contorno de jusante no cenário 2.

## RESULTADOS

A seguir são apresentados os resultados obtidos nos diferentes cenários simulados.

Os resultados são apresentados através de uma série de figuras onde a sigla “McM” identifica os resultados obtidos com o modelo de MacCormack, enquanto que a sigla “HecRas” identifica os resultados obtidos com esse modelo. Além disso, o número entre parêntese identifica a seção no trecho, sendo a seção (1), aquela localizada no extremo de montante do trecho e a seção (n), aquela localizada no extremo de jusante do trecho.

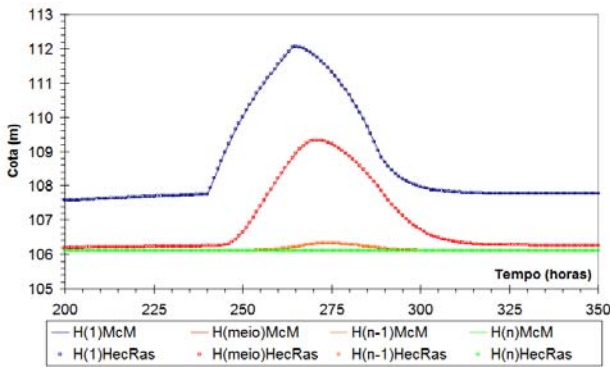


Figura 6 - Cotas em diferentes seções simuladas no cenário 1.

As Figuras 6 e 7 apresentam os resultados obtidos durante a simulação no cenário 1. Observam-se nessas figuras os resultados em termos de níveis e vazões calculados durante a propagação de um hidrograma ao longo de um único trecho de rio utilizando tanto o modelo baseado no esquema de MacCormack (McM) como o modelo HEC-RAS.

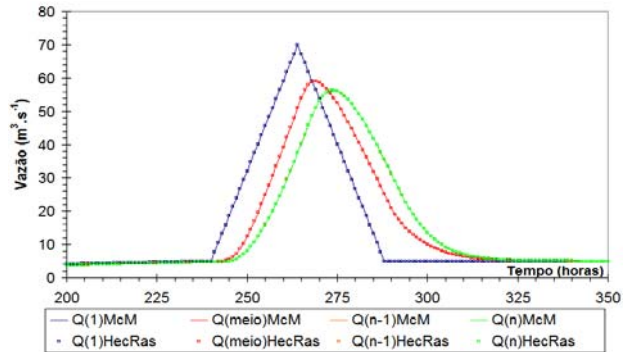


Figura 7 - Hidrogramas em diferentes seções simulados no cenário 1.

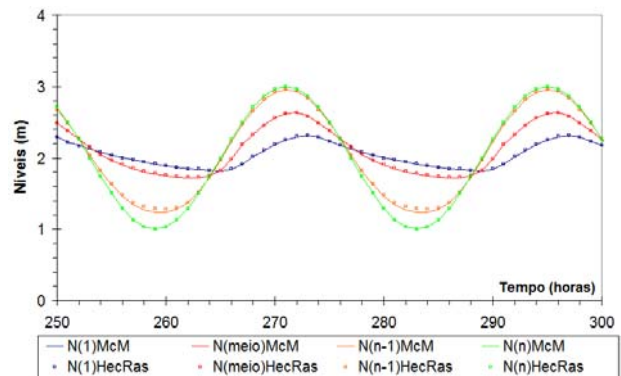


Figura 8 - Níveis da água em diferentes seções do trecho de jusante da confluência, durante a simulação do cenário 2.

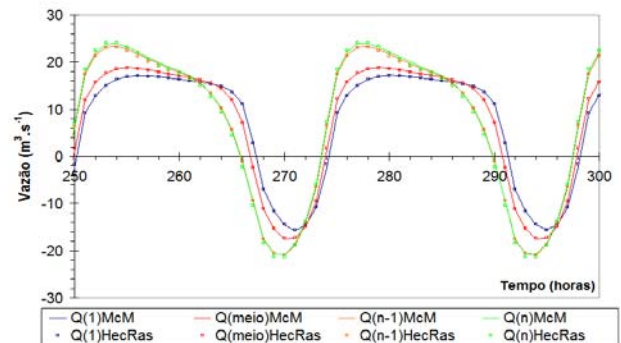


Figura 9 - Hidrogramas calculados em diferentes seções do trecho de jusante da confluência, durante a simulação do cenário 2.

As Figuras 8 a 13 mostram os resultados do cenário 2. As Figuras 8 e 9 mostram a propagação da onda de maré no trecho a jusante da confluência em termos de profundidades d’água e vazões, ocorrendo inclusive inversão do fluxo. As Figuras 10 a 13 apresentam a propagação da onda de maré nos



trechos a montante da confluência, mostrando que no sistema analisado, a influência da maré chega até estes trechos.

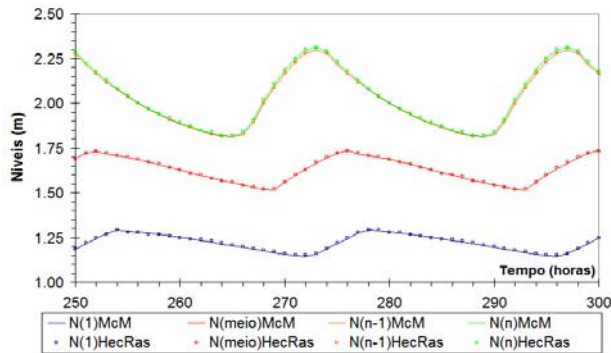


Figura 10 - Níveis da água em diferentes seções do trecho de montante da confluência, durante a simulação do cenário 2.

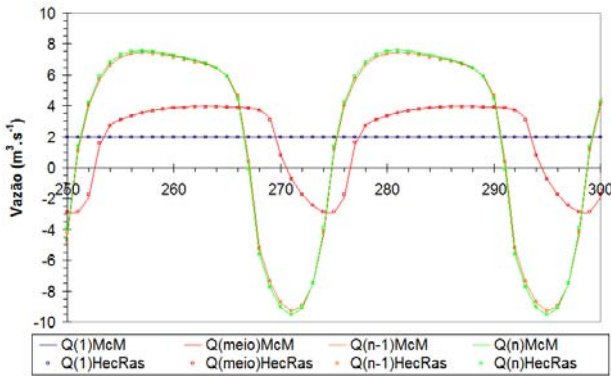


Figura 11 - Hidrogramas calculados em diferentes seções do trecho de montante da confluência, durante a simulação do cenário 2.

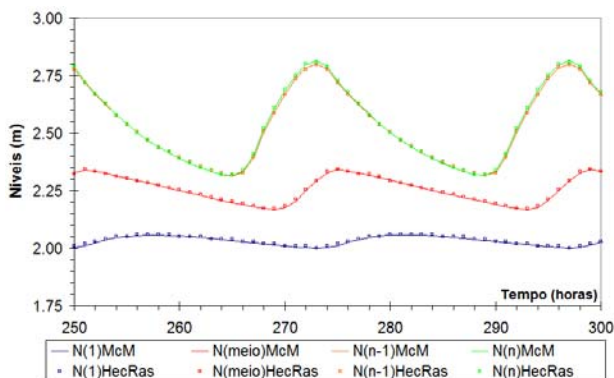


Figura 12 - Níveis da água em diferentes seções do trecho do afluente à confluência, durante a simulação do cenário 2.

Pode-se observar que em todos os cenários analisados, os resultados de simulação com modelo proposto, baseado no esquema de MacCormack foram praticamente idênticos aos obtidos pelo HEC-RAS, não apresentando diferenças numéricas significativas.

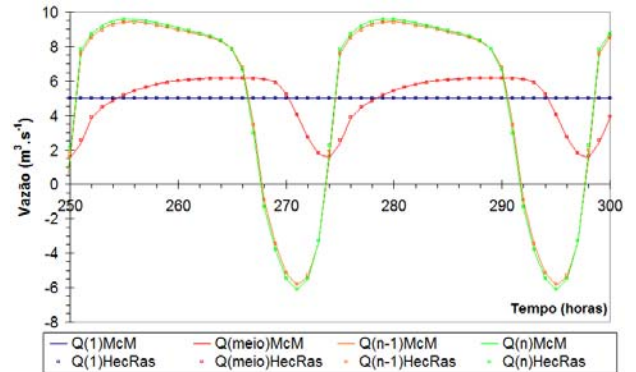


Figura 13 - Hidrogramas calculados em diferentes seções do trecho do afluente à confluência, durante a simulação do cenário 2.

## CONCLUSÕES

Apresenta-se o desenvolvimento de um modelo hidrodinâmico para simulação de redes de rios e canais baseado no esquema numérico explícito de MacCormack. Testes foram realizados em dois sistemas hipotéticos simplificados. Os resultados mostram que o modelo proposto gera resultados idênticos aos obtidos com o modelo HEC-RAS.

Uma das vantagens do modelo baseado no esquema explícito de MacCormack é a possibilidade de paralelizar o código, para a aplicação em computadores com múltiplos processadores. Isto pode ser feito de forma relativamente rápida utilizando OpenMP e as linguagens C ou Fortran.

Outra vantagem do modelo baseado no esquema explícito de MacCormack é a simplicidade do algoritmo, que não necessita de técnicas de soluções de matrizes complexas. Em função disso, o código do programa é simples e fácil de compreender, o que permite que este modelo sirva como um interessante exemplo em cursos de hidráulica fluvial.

A maior desvantagem do modelo baseado no esquema de MacCormack é a necessidade de utilizar um intervalo de tempo relativamente curto devido a questões relacionadas à estabilidade numérica. Entretanto, esta restrição pode vir a ser irrele-

vante, dependendo do aumento de eficiência que pode vir a ser obtido com o processamento paralelo.

As vantagens e desvantagens do método ainda devem ser mais bem exploradas. É necessário, por exemplo, avaliar os seguintes itens: estabilidade numérica em função da discretização temporal; comparação do esforço computacional em relação a outro esquema numérico consagrado; comparação do esforço computacional com processamento paralelo em relação a outro esquema numérico consagrado. As comparações poderiam ser realizadas em sistemas hipotéticos simplificados como os apresentados neste trabalho e sistemas complexos com vários trechos de rios e confluências.

## REFERÊNCIAS

- ABBOTT, M. B.; IONESCU, F. 1967. *On the numerical computation of nearly – Horizontal Flow*. Journal of Hydraulic Research., 5(2), 98-117 pp.
- AMEIN, M.; FANG, C. S. 1970. *Implicit flood routing in natural channels*. Journal of Hydraulic Engineering, 96(HY12), pp. 2481-2500.
- BAUME, J.-P.; MALATERRE, P.-O.; GUILLES, B.; LE GUENEC, B. 2005. *SIC: A 1D Hydrodynamic Model for River and Irrigation Canal Modeling and Regulation*. In. Métodos Numéricos em Recursos Hídricos 7. Baume, J.-P. et al. Porto Alegre: ABRH. 128 pp.
- BAUTISTA, E.; CLEMMENS, A. J.; STRAND, R. J. 2006. *Salt River Project Canal Automation Pilot Project: Simulation Tests*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 132(2), pp. 143–152.
- CHAPMAN, B.; JOST, G.; PAS, R. 2008. *Using OpenMP: portable shared memory parallel programming*. MIT Press, Massachusetts, 353p.
- CHEN, Y.H. 1973. *Mathematical modeling of water and sediment routing in natural channels*. PhD dissertation, Colorado State University, USA.
- CLEMMENS, A. J., BAUTISTA, E., WAHLIN, B. T., AND STRAND, R. J. 2005. *Simulation of automatic canal control systems*. J. Irrig. Drain. Eng., 131(4), pp. 324–335.
- COLLISCHONN, W.; MEIRELLES, F S. C.; ENDRES, L. A. M. 2001. *Simulação de escoamento em canais de irrigação controlados por comportas automáticas*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 6(1).
- COLLISCHONN, W.; TUCCI, C. E. M. 1997 *Análise do rompimento hipotético da barragem de Ernestina*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, 2(2).
- CUNGE, J.A.; HOLLY, F.M.; VERNEY, A. 1980. *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Pitman Advanced Publishing Program.
- FREAD, D.L. 1973. *Technique for Implicit Dynamic Routing in Rivers with Tributaries*. Water Resour. Res., 9(4), pp 918-926.
- GARCÍA-NAVARRO, P.; ALCRUDO, F.; SAVIRON, J. M. 1992. *1-D open-channel flow simulation using TVD-McCormack scheme*. Journal of Hydraulic Engineering, 118(1), pp. 1359-1352.
- GARCIA-NAVARRO, P.; SAVIRON, J. M. 1992. *McCormack's method for the numerical simulation of one-dimensional discontinuous unsteady open channel flow*. Hydr. Res., 30(1), pp 95-105.
- HERMANN, M. 2002. *Parallel programming in Fortran 95 using OpenMP*, Universidad Politécnica de Madrid, 71 pp.
- JIN, M.; FREAD, D.L. 1997 *Dinamic flood routing with explicit and implicit numerical solutions schemes*. Journal of Hydraulic Engineering, 123(3), pp. 166-173, 1997.
- JULIEN, P.Y. 2008. *River mechanics*. Cambridge University press, 456 pp.
- LIAN, Y.; CHAN, I.-C.; SINGH, J.; DEMISSIE, M.; KNAPP, V.; XIE, H. 2007 *Coupling of hydrologic and hydraulic models for the Illinois River Basin*. Journal of Hydrology, 344, pp. 210– 222.
- LIANG, D.; LIN, B.; FALCONER, R.A. 2007. *Simulation of rapidly varying flow using an efficient TVD–McCormack scheme*. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 53, pp. 811–826.
- PAIVA, R.C.D. 2009. *Modelagem hidrológica e hidrodinâmica de grandes bacias. Estudo de caso: bacia do rio Solimões*. Dissertação de Mestrado, IPH-UFRGS. 182 pp.
- PAZ, A.R. 2010. *Simulação hidrológica de rios com grandes planícies de inundação*. Tese de Doutorado, IPH-UFRGS. 242 pp.
- REMO, J. W. F., AND PINTER, N. 2007. *Retro-modeling the Middle Mississippi River*. J. Hydrol., 337, pp. 421–435.
- TUCCI, C.E.M. 1978. *Hydraulic and Water Quality Model for a River Network*. PhD dissertation, Colorado State University, Fort Collins, USA.
- TUCCI, C. E. M. 1998. *Modelos Hidrológicos*. Porto Alegre: ABRH, 669 pp.
- USACE. 2002. *HEC-RAS River Analysis System: Hydraulic Reference Manual, Version 3.1*. U.S. Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center.
- VIEIRA da SILVA, R. C.; MASCARENHAS, F. C. B.; MIGUEZ, M. G. 2003. *Hidráulica Fluvial*, Volume I. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, 304 pp.

**1D Hydrodynamic Model of Canals Based on the MacCormack Numerical Scheme**

**ABSTRACT**

*Hydrodynamic models based on explicit numerical schemes are becoming attractive because it is easy to parallel their programming code. This article presents the proposal of a one-dimensional hydrodynamic model for river or canal networks based on the predictor-corrector numerical scheme. A treatment is used for confluences based on continuity equations in the integral form applied in the sub-reaches defined by each section of the confluence and the section immediately upstream or downstream in the same river reach, and simplified continuity and energy equations in the sections of the confluence. Model application tests are also presented comparing the results of the new methodological proposal to the results of the HEC-RAS model. The methodological proposal is advantageous because of its simplicity and potential for applications in parallel processing, which may be beneficial in terms of computational efficiency to simulate complex systems.*

*Keywords: hydrodynamic model, MacCormack scheme.*