

## Dimensionamento Econômico de Sistemas de Distribuição de Água, Considerando Variáveis as Condições de Contorno do Projeto

**Heber Pimentel Gomes**

Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa/PB  
heber@lrh.ct.ufpb.br

**José Gomes da Silva**

Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande/PB  
zecaufpb@uol.com.br

Recebido: 16/03/05 – revisado: 05/08/05 – aceito: 17/10/05

---

### RESUMO

O presente trabalho trata do desenvolvimento de um método de otimização econômica de sistemas de abastecimento de água, composto pela rede de distribuição, mais sua estação de bombeamento. O método leva em consideração a variação das condições de operação do sistema de abastecimento, ao longo do alcance do projeto. Consideram-se as variações das vazões, da rugosidade das paredes internas das tubulações, assim como da tarifa de energia elétrica durante o período de exploração do projeto. O método está baseado no modelo matemático da programação não linear, que tem como objetivo minimizar o custo total do sistema rede/estação de bombeamento, levando-se em conta a variação dos parâmetros de operação ao longo do tempo. Os resultados do dimensionamento ótimo são alcançados através do algoritmo dos gradientes reduzidos generalizados (GRG2).

O método foi aplicado para o dimensionamento ótimo do sistema de abastecimento de água da cidade de Itororó, no estado da Bahia, Brasil. Os resultados do dimensionamento alcançados mostram que todas as restrições hidráulicas foram atendidas. O método demonstrou ser executável, apesar da robustez do modelo de otimização, com as vazões, perdas de carga e custos unitários variáveis ao longo tempo.

**Palavras chaves:** dimensionamento, econômico, sistema de distribuição de água.

---

### INTRODUÇÃO

O dimensionamento das redes de distribuição de água é feito, na grande maioria das vezes, por meio de técnicas de tentativa e erro, que buscam encontrar os diâmetros dos trechos e a altura manométrica da origem do sistema, de maneira que sejam cumpridos os requerimentos de pressões e vazões nos nós e que o sistema seja hidráulicamente equilibrado, para as condições mais desfavoráveis de escoamento permanente e uniforme. O processo de cálculo é hidráulicamente indeterminado, admitindo, inúmeras soluções. Estes métodos, considerados tradicionais, não levam em conta a busca de uma alternativa de projeto que minimize os custos de investimento e operação do sistema de abastecimento.

A partir do final da década de sessenta, quando o uso de microcomputadores tornou-se acessível, foi possível a aplicação de técnicas de oti-

mização matemática no dimensionamento de sistemas de distribuição de água, visando a minimização do custo total do conjunto rede/estação de recalque. Surgiram, então, os métodos de otimização de projetos de redes, baseados em técnicas de busca, ou no emprego da programação linear, não linear e da programação dinâmica (Walski et al., 1987). No dimensionamento econômico de redes de distribuição de água são usadas, atualmente, vários métodos ou modelos de otimização, dentre os principais pode-se destacar: programação linear, programação não linear, programação dinâmica e algoritmo genético. Existem dezenas de trabalhos científicos já desenvolvidos com o objetivo de minimização dos custos de redes de abastecimento. Somente para citar alguns exemplos, dentre os inúmeros existentes, Karmeli et al. (1968) utilizou a *programação linear* para encontrar o menor custo de redes ramificadas; Alperovitz e Shamir (1977), propuseram a utilização dessa técnica na minimização dos custos em redes

malhadas; Gessler e Walski (1985), desenvolveram o método WADISO, baseado na *enumeração exaustiva* das possíveis soluções do dimensionamento. A metodologia GRANADOS, baseada em princípios de programação dinâmica (Granados, 1990), foi aplicada por Gomes e Leal (2000) na otimização das redes malhadas. Savic e Walters (1997) aplicaram técnicas baseadas no Algoritmo Genético na resolução de diversos problemas relacionados à otimização de redes de abastecimento. O método PNL2000, desenvolvido por Gomes e Formiga (2001), utiliza o modelo da programação não linear para o dimensionamento ótimo de redes com suas estações elevatórias. Pode-se destacar, também, os trabalhos desenvolvidos por, Quindry et al. (1981), Santana G. G. (1999) e Lansley & Mays (1989).

Os métodos de otimização já desenvolvidos dimensionam o sistema rede/estação de recalque, considerando que as condições de operação do projeto são fixas ao longo de sua vida útil, principalmente no que diz respeito à vazão demandada pelo sistema e as características das paredes internas das tubulações (rugosidade). Nos projetos de redes a vazão de cálculo adotada é fixa, ou seja, é considerada a demanda necessária para abastecer a população a ser atendida até o final do alcance do projeto (conhecida como vazão nominal). Para se efetuar o dimensionamento da rede (cálculo das tubulações), sem o seu sistema de impulsão, este procedimento é aceitável, pois os diâmetros calculados devem permitir o escoamento da água nas condições mais desfavoráveis do projeto. No entanto, o dimensionamento ótimo do conjunto rede/bombeamento requer a minimização dos custos totais de investimento (rede) e de operação (energia de bombeamento), sendo que este último varia durante a vida útil do projeto em função do aumento da demanda. Este aspecto está evidenciado em um trabalho de Walski (2001), no qual ele afirma que os métodos de otimização econômica de sistemas de distribuição de água, até então desenvolvidos, não são aplicados pelas empresas de saneamento, dentre outros motivos, por não levarem em conta a variação da vazão demandada ao longo da vida útil do projeto.

Além da vazão existem outros parâmetros de projeto que variam ao longo do tempo, e que interferem no custo de operação, tais como: a rugosidade das paredes internas das tubulações, o número de horas de bombeamento, e o custo da tarifa de energia. As variações destes parâmetros influenciam diretamente o cálculo das tubulações e das alturas manométricas requeridas pelo projeto, que por sua vez, irão refletir em mudança na solução ótima do sistema de distribuição de água.

Conclui-se, portanto, que há a necessidade de estudar as variações destes parâmetros durante todo o alcance do projeto e de determinar os seus efeitos no dimensionamento e operação dos sistemas de abastecimento de água. Assim sendo, o objetivo deste trabalho é o de estudar as variações dos parâmetros das condições de contorno do projeto e de estabelecer um método de otimização de sistemas de abastecimento de água considerando-se estes parâmetros variáveis.

## METODOLOGIA

### Variação dos Parâmetros de Projeto ao Longo do Tempo

#### Rugosidade

Colebrook e White (1935), apud Sharp & Walski (1998) sugeriram que a variação da rugosidade ao longo do tempo seria aproximadamente linear. Streeter (1971), efetuou pequenas modificações na equação sugerida por Colebrook e White e apresentou uma expressão para o cálculo da variação linear da rugosidade com o tempo:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \alpha t \quad (1)$$

onde:

$\varepsilon_t$  - altura da rugosidade no tubo após t anos, em mm;

$\varepsilon_0$  - altura da rugosidade no tubo novo, no tempo zero, em mm;

$\alpha$  - taxa de crescimento da rugosidade, em mm/ano.

A rugosidade inicial " $\varepsilon_0$ ", que depende do tipo de material da tubulação, é normalmente fornecida pelo fabricante dos tubos. O coeficiente de crescimento da rugosidade " $\alpha$ " para tubos de ferro fundido pode ser determinado através de várias fórmulas que levam em consideração a qualidade da água a ser conduzida pela tubulação:

- fórmula de Colebrook e White (1937):

$$\langle = 2,54 \exp.(1,9 - 0,5\text{pH}); \quad (2)$$

- fórmula sugerida por projetistas ingleses:

$$\langle = 10^{(3,3 - 0,5\text{pH})}; \quad (3)$$

- fórmula de Lamont:

$$\langle = 3,05 \times 10^{-(2,08+0,28IL)} \quad (4)$$

Para tubos de plástico não há, na literatura disponível, uma referência sobre o valor de “ $\alpha$ ”. Fazendo-se uma analogia entre a equação de Hazen-William com a de Darcy-Weissbach (com o fator de atrito “ $f$ ”, derivado da equação de Swamee & Jain) para o cálculo da perda por atrito em tubulações, nas mesmas condições de velocidade e diâmetro, a relação entre o coeficiente de rugosidade “ $C$ ” e a altura de rugosidade absoluta “ $\varepsilon$ ” pode ser dada pela equação:

$$C = \frac{29,7 \left\{ \left[ \log_{10} \left( 0,27 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{5,74}{R_e^{0,9}} \right) \right]^2 \right\}^{0,54}}{D^{0,0891} V^{0,081}} \quad (5)$$

De acordo com Azevedo Netto et al. (1998), o valor do coeficiente de rugosidade “ $C$ ” de Hazen-William, para tubos de plástico (PVC, polietileno, etc) diminui de 140, tubos novos, para 130, em tubulações com 20 anos de utilização. Com o emprego da equação 5, e considerando os valores de “ $C$ ” antes apontados, o valor do coeficiente “ $\alpha$ ” da equação 1 será igual a 0,0146.

#### Perda de carga

O aumento da rugosidade interfere diretamente na perda de carga por atrito, que por sua vez, condicionará o dimensionamento das tubulações e da altura manométrica do sistema. Para o presente trabalho se utilizará a fórmula de Darcy-Weissbach para a estimativa das perdas de carga por atrito. Quando são considerados variáveis os parâmetros coeficiente de atrito e a vazão, em um determinado trecho “ $i$ ” da rede de distribuição, no tempo “ $t$ ”, a fórmula de Darcy-Weissbach, passa a ter a seguinte forma:

$$h_{fit} = 0,0827 f_{it} \cdot L_i \cdot \frac{Q_{it}^2}{D_i^5} \quad (6)$$

onde:

$h_{fit}$  - perda de carga do trecho  $i$ , no tempo  $t$ , em m;  
 $f_{it}$  - coeficiente de atrito do trecho  $i$ , no tempo “ $t$ ”, adimensional;  
 $D_i$  - diâmetro interno da tubulação do trecho  $i$ , em m;  
 $Q_{it}$  - vazão do trecho “ $i$ ”, no tempo “ $t$ ”, em  $m^3/s$ .

Os coeficientes de atrito “ $f_{it}$ ” serão determinados pela fórmula de Swamee & Jain (1976), em função do diâmetro interno “ $D_i$ ”, do número de Reynolds “ $Re_{it}$ ” e da rugosidade absoluta “ $\varepsilon_i$ ”, estes dois últimos variáveis com o tempo:

$$f_{it} = 0,25 \{ \log [ (0,27 \sum_{it} / D_i) + (5,74 / R_{eit}^{0,9}) ] \}^2 \quad (7)$$

#### Vazão do projeto

A vazão de projeto, quando se considera a variação da população em função do tempo, pode ser calculada pela fórmula:

$$Q = \frac{P_t \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot q}{86400} \quad (8)$$

onde:

$Q$  - vazão média do projeto no tempo  $t$ , em  $m^3/s$ ;  
 $P_t$  - estimativa da população a ser abastecida no ano  $t$ ;  
 $q$  - taxa de consumo per capita, em  $m^3/hab.dia$ ;  
 $k_1$  e  $k_2$  - coeficientes do dia e da hora de maior consumo, respectivamente.

### ASPECTOS ECONÔMICOS

#### Custo unitário da energia (kWh)

O custo da energia consumida na operação da estação de bombeamento deverá variar a cada ano, de acordo com a taxa de aumento anual da energia “ $e$ ”. Quando se considera uma taxa de aumento anual de energia “ $e$ ”, os valores dos custos unitários da energia a serem pagos anualmente serão:

$$p_t = p_1 (1 + e)^{(t-1)} \quad (9)$$

O valor presente do custo do kWh, em um ano “ $t$ ” de operação do projeto, em relação à data zero (início da entrada em operação do projeto), é calculado por:

$$P_t = \frac{p_1 (1 + e)^{(t-1)}}{(1 + i)^t} \quad (10)$$

onde:

$p_t$  - custo do kWh no ano  $t$  de operação do projeto;

$p_t$  - custo do kWh no primeiro ano de operação do projeto;

$p'_t$  - valor presente do custo do kWh de um ano "t", em relação à data do início de operação;

$i$  - taxa de juro anual.

### Custo unitário de operação da estação de bombeamento

O custo anual de operação da estação de bombeamento " $C_{ht}$ ", por altura de impulsão  $H$ , é dado por:

$$C_{ht} = \frac{9,81}{\eta} n_{bt} p_t Q_t \quad (11)$$

Onde  $n_{bt}$  é o número de horas de bombeamento no ano  $t$  e  $\eta$  é o rendimento esperado do conjunto motor-bomba. O número de horas anuais de bombeamento pode ser calculado pela fórmula 12, na qual  $n_{1t}$  é o número de horas diárias de bombeamento no ano  $t$ .

$$n_{bt} = 365 n_{1t} \quad (12)$$

O número de horas diárias de bombeamento " $n_{1t}$ " pode ser considerado como sendo diretamente proporcional à vazão média do dia de maior consumo, no ano  $t$ , ou seja:

$$n_{1t} = K_B Q_t \quad (13)$$

$K_B$  é o coeficiente de bombeamento, em  $h/(m^3/s)$ , e corresponde ao número de horas de bombeamento que seria necessário para impulsionar uma vazão de  $1 m^3/s$ . Assim, a função que representa a variação do número de horas anuais de bombeamento com o tempo será:

$$n_{bt} = 365 K_B Q_t \quad (14)$$

### Custos de investimento e de operação

Nos projetos de redes de abastecimento de água há os custos de investimento (implantação das instalações), que são fixos e incidem no início do projeto, e os de operação (predominantemente a energia de bombeamento), que são variáveis e incidem ao longo do tempo, durante a vida útil do projeto. Os custos fixos e os variáveis podem ser representados pelo diagrama de fluxo de caixa da figura 1, onde "I" representa os custos fixos de investimentos das instalações, realizados na data  $t = 0$ , enquan-

to que  $C_{h1}, C_{h2}, \dots, C_{h(t-1)}, C_{ht}$  são os custos anuais da energia, por altura manométrica de bombeamento ( $H$ ), nos finais dos anos 1, 2, 3, ...,  $(t-1)$  e  $t$ .

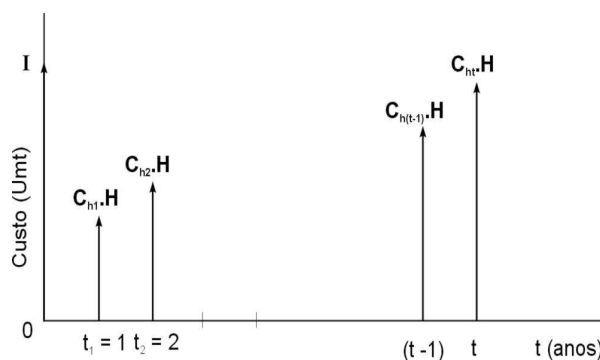


Figura 1 - Custos fixos e variáveis (início na data  $t_1 = 1$ )

### Análise econômica do projeto através do valor presente

Para a obtenção do custo total do sistema de abastecimento de água é necessário somar os custos fixos aos de operação. Como estes custos incidem em tempos diferentes é preciso transformá-los em uma forma de despesa unificada que permita a avaliação conjunta dos mesmos. Neste trabalho optou-se por fazer a análise econômica através do valor presente do projeto.

O valor presente dos custos totais do projeto (investimento mais operação da estação de bombeamento) será, portanto:

$$C'_T = I + \frac{9,81}{\eta} \left[ \sum_{t=1}^n (n_{bt} \cdot Q_t \cdot p'_t) \right] H \quad (15)$$

### DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO

O método de otimização econômica proposto está baseado no *modelo matemático da programação não linear*, cuja função objetivo corresponde à minimização dos custos totais de investimento e operação do sistema de abastecimento de água, composto por uma rede de distribuição (malhada ou ramificada), impulsionada através de uma estação de bombeamento. As variáveis de decisão do modelo são os diâmetros dos trechos e a altura manométrica de bombeamento, enquanto que as vazões, velocidades e perdas de carga nos trechos, assim como as cotas piezométricas nos nós da rede são variáveis de estado. O modelo matemático estará sujeito a um con-

junto de restrições, relativas ao equilíbrio hidráulico da rede, assim como às pressões e velocidades admissíveis no sistema de abastecimento.

O método desenvolvido está dividido em duas etapas. Na primeira é realizado um dimensionamento inicial, onde os diâmetros encontrados são valores contínuos que não coincidem com os calibres comerciais. Diante disto é necessário executar uma segunda etapa para ajustar os valores dos diâmetros encontrados na primeira etapa aos valores comerciais disponíveis no mercado. Na segunda etapa, para cada trecho da rede, o diâmetro ótimo encontrado inicialmente (primeira etapa) será substituído pelos seus adjacentes comerciais (superiores e inferiores). Desta forma, na segunda etapa do método os diâmetros serão fixos e as variáveis de decisão serão os comprimentos dos sub-trechos de cada trechos da rede. Partindo-se dos ajustes nos diâmetros são formuladas nova função objetivo e novas restrições. Os efeitos das variações dos parâmetros são levados em consideração nas duas etapas do método. No desenvolvimento do método considera-se que:

- a) O coeficiente de rugosidade das tubulações varia linearmente com o tempo, conforme estudos de Colebrook e White;
- b) As perdas de carga são calculadas pela fórmula de Darcy-Weisbach;
- c) Os coeficientes de atrito são variáveis, e serão calculados pela fórmula de Swamee & Jain;
- d) A variação da vazão do projeto é calculada em função da variação da população que será abastecida a cada ano, durante todo o alcance do projeto;
- e) A análise econômica do projeto é feita através do valor presente, considerando-se a variação do número de horas de bombeamento, da vazão do projeto e do custo unitário de energia;

Os resultados do processo de otimização, através do modelo da programação não linear, foram obtidos com a utilização do método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG2), desenvolvido por Lasdon et al. (1984). Foi desenvolvido um programa computacional em ambiente de programação Borland Delphi 6, tendo sido utilizada uma função de minimização da ferramenta Solver, do aplicativo Excel, que está implementada em uma DLL (Biblioteca de Vínculo Dinâmico);

## Formulação Matemática do Método

### Primeira Etapa: Dimensionamento Inicial

#### Função Objetivo

$$\begin{aligned}
 [\text{MIN}] C(D_i, Q_{it}, H) &= \\
 &= \sum_{i=1}^m L_i F(P_{D_i}) + \left( \sum_{t=1}^n C'_{ht} \right) H
 \end{aligned} \tag{16}$$

onde:

$C(D_i, Q_{it}, H)$  - valor presente do custo total do sistema de

abastecimento;

$D_i$  - diâmetro do trecho  $i$  da rede, em m;

$Q_{it}$  - vazão do trecho  $i$  da rede no ano  $t$ , em  $m^3/s$ ;

$H$  - altura de bombeamento (altura manométrica), em mca;

$m$  - número de trechos da rede;

$L_i$  - comprimento do trecho  $i$  da rede, em m;

$F(P_{D_i})$  - função da variação do preço unitário da tubulação do trecho  $i$  com o seu diâmetro ( $D_i$ ), em R\$/m;

$n$  - alcance do projeto, em anos;

$C'_{ht}$  - valor presente do custo unitário de operação, em R\$/m.

Tendo em vista que a estimativa da população em um ano  $t$  do alcance do projeto " $P_t$ " depende do tempo, o valor presente do custo unitário total de operação da estação de bombeamento " $\sum_{t=1}^n C'_{ht}$ " também é uma função do tempo " $t$ ".

A função objetivo a ser minimizada também pode ser dada na forma:

$$\begin{aligned}
 C(D_i, Q_{it}, H) &= \\
 &= \sum_{i=1}^m L_i F(P_{D_i}) + \frac{9,81}{\eta} \left[ \sum_{t=1}^n (n_{bt} \cdot Q_{it} \cdot p'_t) \right] H
 \end{aligned} \tag{17}$$

#### Equações de Restrição

A solução ótima a ser obtida deve satisfazer a um conjunto de restrições hidráulicas, que são inerentes ao problema físico de redes malhadas de abastecimento:

**a) Pressões mínimas e máximas nos nós**

As pressões nos nós da rede devem se situar dentro de um intervalo de valores que garanta o bom funcionamento do sistema de abastecimento:

$$Z_{ki} \leq Z - \sum_{c=1}^k (h_{ft})_c \leq Z_{ks} \quad (18)$$

onde:

$Z$  = cota piezométrica de alimentação da rede;  
 $Z_{ki}$  = cota piezométrica mínima requerida no nó “k”;  
 $Z_{ks}$  = cota piezométrica máxima admitida no nó “k”;  
 $\Sigma(h_{ft})_c$  = soma das perdas de carga, no ano “t” nos trechos pertencentes ao percurso (artéria) compreendido entre a alimentação e o nó “k”.

**b) Conservação de energia nos anéis**

Essa restrição impõe que a soma algébrica das perdas de carga dos trechos de um anel seja nula.

$$\sum_{i=1}^{z_k} (h_{ft})_i - \sum_{j=1}^{p_k} E_{pj} = 0 \quad (19)$$

onde:

$(h_{ft})_i$  = perda de carga no trecho i;  
 $z_k$  = número de trechos no anel k em questão;  
 $E_{pj}$  = energia de impulsão aplicada na malha ou anel “i”.  
 Na falta de uma fonte externa dessa energia no interior do anel, o valor de  $\Sigma E_p$  será nulo;  
 $p_k$  = número de fontes de energia de impulsão dentro do anel k.

**c) Continuidade nos nós**

A soma algébrica das vazões nos nós deve ser igual a zero, ou seja, as vazões que entram devem ser iguais às que saem:

$$\sum_{i=1}^{k_n} Q_{entra_i} - \sum_{j=1}^{q_n} Q_{sai_j} - d_n = 0 \quad (20)$$

onde:

$Q_{entra(i)}$  = vazões dos trechos i que chegam ao nó n;  
 $Q_{sai(j)}$  = vazões dos trechos j que deixam o nó n;  
 $d_n$  = demanda concentrada nesse nó;  
 $k_n$  = número de trechos com vazões chegando ao nó n;  
 $q_n$  = número de trechos com vazões saindo do nó n.

**d) Velocidades mínima e máxima nos trechos**

A equação de restrição que estabelece os limites de velocidade nas tubulações das redes é:

$$V_{\min} \leq V_{it} \leq V_{\max} \quad (21)$$

onde:

$V_{it}$  = velocidade média no trecho i, no ano t;  
 $V_{\max}$  = velocidade máxima admissível;  
 $V_{\min}$  = velocidade mínima recomendada.

**e) Diâmetros mínimos e máximos nos trechos**

Os diâmetros da rede  $D_i$  devem ser maiores que um diâmetro mínimo ( $D_{\min}$ ) adotado e menores que um diâmetro máximo estimado ( $D_{\max}$ ).

$$D_{\min} \leq D_i \leq D_{\max} \quad (22)$$

**Segunda Etapa - Dimensionamento Definitivo**

**Função Objetivo**

Como nesta segunda etapa são adotados dois diâmetros comerciais para cada trecho, a função objetivo passa a ser:

$$C(L_{ij}, Q_{it}, H) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^2 L_{ij} P_{D_{ij}} + \left( \sum_{t=1}^n C'_{ht} \right) H \quad (23)$$

onde:

$L_{ij}$  - comprimento ocupado pelo diâmetro  $D_j$ , no trecho i considerado, em m;  
 $P_{D_{ij}}$  - preço unitário do tubo de diâmetro  $D_j$ , no trecho i, em R\$/m;  
 $j$  - número de sub-trechos em cada trecho da rede.

A função objetivo tem como variáveis de decisão os comprimentos dos sub-trechos  $L_{ij}$  e a altura de bombeamento H, sendo que as vazões nos trechos continuam sendo variáveis de estado do processo de otimização.

Para o termo  $(\sum_{t=1}^n C'_{ht})H$  são válidos os comentários feitos referentes à primeira etapa.

**Restrições**

Além das restrições “a”, “b”, “c” & “d” da primeira etapa a solução encontrada deve ainda satisfazer a mais duas:

**f) Comprimento dos sub-trechos:**

$$\sum_{j=1}^2 L_{ij} = L_i \quad (24)$$

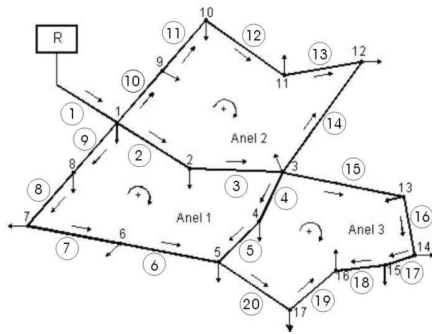
**g) Não negatividade dos comprimentos dos sub-trechos**

$$L_{ij} \geq 0 \quad (25)$$

- velocidade mínima de circulação: 0,2 m/s
- viscosidade cinemática da água a 20°C:  $\nu = 1,007 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- rendimento esperado do conjunto motor-bomba: 75%
- alcance do projeto: 25 anos
- bombeamento diário ao final do alcance: 20 h
- taxa de juro anual: 10 %
- taxa de aumento anual de energia: 6 %
- custo da tarifa de energia: 0,134 R\$/kWh
- rugosidade inicial dos tubos de PVC:  $\epsilon_o = 0,01\text{mm}$
- coeficientes do dia e da hora de maior consumo:  $k_1 = 1,2; k_2 = 1,5$
- consumo per capita:  $q = 0,150 \text{ m}^3/\text{hab.dia}$

**ESTUDO DE CASO**

Pretende-se calcular o custo mínimo, de investimento e operação, do sistema de abastecimento de água da cidade de Itororó, na Bahia, adaptado de Porto (1998). A Figura 2 mostra o esquema da rede de distribuição, os sentidos dos escoamentos admitidos para as vazões e as numerações dos nós e dos trechos.



**Figura 2 - Esquema da rede de distribuição**

A tabela 1 contém as demandas de vazões e as cotas altimétricas do terreno nos nós dos anéis da rede, e na tabela 2 encontram-se os comprimentos dos trechos da rede de distribuição. Os tubos serão de PVC rígido, cujas características e custos são mostrados na tabela 3. Os dados complementares são:

- pressão mínima requerida nos nós: 15 mca
- velocidade máxima de circulação da água: 3,5 m/s

**Tabela 1 - Vazões e cotas dos nós da rede de distribuição**

Nó	Vazão (l/s)	Cota (m)	Nó	Vazão (l/s)	Cota (m)
R	-	222,0	9	3,73	211,5
1	6,17	220,5	10	2,26	213,5
2	2,33	215,6	11	3,49	205,5
3	4,65	210,4	12	7,46	208,8
4	1,71	210,5	13	6,21	215,5
5	5,31	209,5	14	4,96	212,6
6	4,28	213,2	15	9,83	207,5
7	4,20	218,5	16	5,20	219,4
8	3,03	230,7	17	1,48	220,5

**Tabela 2 - Comprimentos dos trechos**

Trecho	Comprimento(m)	Trecho	Comprimento(m)
1	324	11	152
2	124	12	168
3	184	13	177
4	206	14	225
5	103	15	254
6	202	16	263
7	134	17	133
8	227	18	321
9	167	19	105
10	166	20	169

**Tabela 3 - Diâmetros nominais, internos, custos dos tubos e de implantação**

DN	Diâmetro interno (mm)	Custo do tubo (R\$/m)	Custo de Montagem (R\$/m)	Custo de Implantação (R\$/m)
50	53,4	6,07	23,37	29,44
75	75,6	12,24	24,26	36,50
100	108,4	20,30	25,03	45,33
150	156,4	33,80	26,89	60,69
200	204,2	57,62	28,78	86,40
250	252,0	88,50	30,45	118,95
300	299,8	122,24	32,21	154,45
400	432,0	207,05	35,64	242,69
500	535,0	319,44	38,62	358,06

### Dimensionamento do sistema

A função que relaciona o custo de implantação da tubulação,  $F(P_{D_i})$ , com o seu diâmetro,  $D_i$ , é:

$$F(P_{D_i}) = 0,3073 (D_i)^{1,09} \quad (26)$$

### Primeira Etapa: Dimensionamento Inicial Função Objetivo

$$C(D_i, Q_{it}, H) = \sum_{i=1}^{20} L_i F(P_{D_i}) + \frac{9,81}{\eta} \left[ \sum_{t=1}^{25} (n_{bt} \cdot Q_t \cdot p_t') \right] H \quad (27)$$

onde

$$p_t' = \frac{p_1(1+e)^{(t-1)}}{(1+i)^t} = \frac{p_1(1+0,06)^{(t-1)}}{(1+0,10)^t} = \frac{p_1(1,06)^{(t-1)}}{1,10^t} \quad (28)$$

$$n_{bt} = 365 \cdot K_B \cdot Q_t \quad (29)$$

$$Q_t = \frac{P_t^1 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot q}{86400} = 0,313 \times 10^{-5} P_t^1 \quad (30)$$

$p_t^1$  - função de variação da população da cidade de Itororó;

A estimativa da população da cidade de Itororó para um ano "t" do alcance do projeto (a partir do ano de 2000), é dada por:

$$P_t^1 = 19.757 + 186,07 t \quad (31)$$

No final do alcance do projeto, a população da cidade de Itororó ( $t = 25$ ) é de 24.409 hab e a vazão média prevista para abastecer a cidade de Itororó ao final do alcance do projeto será de 0,0763 m<sup>3</sup>/s.

O coeficiente de bombeamento é:

$$K_B = \frac{20}{0,0763} = 262,12 \text{ h}/(\text{m}^3/\text{s})$$

O custo unitário da energia no ano t será:

$$p_t = \frac{0,134(1,06)^{(t-1)}}{(1,10)^t} \quad (32)$$

A função objetivo será:

$$C(D_i, Q_{it}, H) = [L_1 F(P_{D_1}) + L_2 F(P_{D_2}) + \dots + L_{17} F(P_{D_{17}})] + \frac{9,81}{\eta} \left[ \sum_{t=1}^{25} (n_{bt} \cdot Q_t \cdot p_t') \right] H \quad (33)$$

Na equação 33, a última parcela corresponde ao valor do custo total de operação da rede. No caso do projetista desejar calcular os custos de operação considerando como única variável o tempo "t", tem-se:

$$\frac{9,81}{\eta} \left[ \sum_{t=1}^{25} (n_{bt} \cdot Q_t \cdot p_t') \right] H = 1,056 \times 10^{-6} \left[ \sum_{t=1}^{25} (19.757 + 186,07t)^2 \cdot \frac{1,06^{(t-1)}}{1,10^t} \right] H \quad (34)$$

### Restrições

#### a) Pressão mínima nos nós

Para que seja atendida a restrição de pressão mínima nos nós, em qualquer nó da rede a pressão disponível deve ser maior ou igual a 15 mca. Serão 17 inequações de restrição de pressão mínima, do tipo da equação 18, nas quais as perdas de carga são



calculadas para as condições (vazão e rugosidade) de final de projeto (t = 25 anos). Para o nó 3 a equação será:

$$Z - (h_{\pi,25} + h_{f2,25} + h_{f3,25}) \geq 210,4 + 15 \quad (35)$$

Na determinação do custo anual da energia de bombeamento, as perdas de carga variarão com a vazão e com a rugosidade absoluta. Esta variará com o tempo de acordo com a relação, conforme estabelecido na equação 1, com o valor de “α” igual a 0,0145:

$$\epsilon_{it} = 0,01 + 0,0145 \text{ mm/ano} \quad (36)$$

**b) Conservação da energia nos anéis**

$$\text{anel 1: } h_{f2,25} + h_{f3,25} + h_{f4,25} + h_{f5,25} - h_{f6,25} - h_{f7,25} - h_{f8,25} - h_{f9,25} = 0 \quad (37)$$

$$\text{anel 2: } h_{\pi0,25} + h_{\pi1,25} + h_{\pi2,25} + h_{\pi3,25} - h_{\pi4,25} - h_{f3,25} - h_{f2,25} = 0 \quad (38)$$

$$\text{anel 3: } h_{f5,25} + h_{f6,25} + h_{f7,25} + h_{f8,25} - h_{f9,25} - h_{f20,25} - h_{f5,25} - h_{f4,25} = 0 \quad (39)$$

**c) Continuidade nos nós**

Haverá 17 equações, uma para cada nó. Para o nó 3 a equação será:

$$\text{nó 3: } Q_3 - Q_4 - Q_{14} - Q_{15} = 4,65 \quad (40)$$

**d) Velocidades mínima e máxima**

$$v_{1,25} \geq 0,2 \text{ m/s}, \dots, v_{20,25} \geq 0,2 \text{ m/s} \quad (41)$$

$$v_{1,25} \leq 3,5 \text{ m/s}, \dots, v_{20,25} \leq 3,5 \text{ m/s} \quad (42)$$

**e) Restrições de diâmetros**

$$D_1 \geq 53,4 \text{ mm}, \dots, D_{20} \geq 53,4 \text{ mm}. \quad (43)$$

$$D_1 \leq 535,0 \text{ mm}, \dots, D_{20} \leq 535,0 \text{ mm}. \quad (44)$$

**Dimensionamento do sistema**

O processo de otimização foi executado através de um programa informático, que utiliza o algoritmo de busca GRG2. Os dados da tabela 4 mostram os resultados da solução ótima para a primeira etapa do método. A altura manométrica obtida, através do processo de otimização (primeira etapa) foi de 24,93 mca. Observa-se na coluna 2 da tabela 4, que os diâmetros obtidos para os trechos da rede não coincidem com os calibres comerciais, como era de se esperar. Portanto, para o dimensionamento definitivo é necessário um ajuste nesta solução, que será obtido mediante a segunda etapa do método.

**Tabela 4 - Diâmetros, vazões e velocidades dos trechos da rede, correspondentes à solução ótima da primeira etapa do método.**

Trecho	Diâmetro (mm)	D. Internos (mm)	Vazão (l/s)	Velocidade (m3/s)
1	324,69	299,8 – 432,0	76,30	0,92
2	202,90	156,4 – 204,2	45,87	1,42
3	200,42	156,4 – 204,2	43,54	1,38
4	115,55	108,4 – 156,4	12,80	1,22
5	109,46	108,4 – 156,4	11,09	1,18
6	53,40	53,4 - 75,6	0,45	0,20
7	77,82	75,6 – 108,4	4,73	0,99
8	94,00	75,6 – 108,4	8,93	1,29
9	176,10	156,4 – 204,2	11,96	0,49
10	90,89	75,6 – 108,4	12,30	1,90
11	80,91	75,6 – 108,4	8,57	1,67
12	73,27	53,4 – 75,6	6,31	1,50
13	53,40	53,4 – 75,6	2,82	1,26
14	53,40	53,4 – 75,6	4,64	2,07
15	149,26	108,4 - 156,4	21,45	1,23
16	133,27	108,4 – 156,4	15,24	1,09
17	117,87	108,4 – 156,4	10,28	0,94
18	53,40	53,4 - 75,6	0,45	0,20
19	87,60	53,4 – 75,6	4,75	0,79
20	99,36	75,6 – 108,4	6,23	0,80

**Segunda etapa: dimensionamento definitivo**

A segunda etapa é realizada a partir dos valores dos diâmetros, vazões e altura manométrica de bombeamento encontrados na solução otimizada da primeira etapa. Nesta segunda etapa, cada trecho da rede será ocupado pelos dois diâmetros comerciais

adjacentes aos valores ótimos obtidos na 1ª etapa (ver tabela 4). As variáveis de decisão da segunda etapa serão os comprimentos dos sub-trechos da rede, e a altura manométrica de bombeamento. A função objetivo será:

$$C(L_{ij}, Q_{ij}, H) = \sum_{i=1}^{17} \sum_{j=1}^2 L_{ij} P_{D_{ij}} + \frac{9,81}{\eta} \left[ \sum_{t=1}^{25} (n_{bt} \cdot Q_{it} \cdot P_t) \right] H \quad (45)$$

**Tabela 5 – Vazões, diâmetros e os correspondentes comprimentos dos sub-trechos da rede (dimensionamento definitivo)**

Trechos	Vazão (l/s)	Ø (mm)	DN	L (m)	Trechos	Vazão (l/s)	Ø (mm)	DN	L (m)
1	76,3	299,8	300	324	11	5,38	75,6	75	144
	76,3	432,0	400	0		5,38	108,4	100	8
2	50,95	156,4	150	0	12	3,12	53,4	50	105
	50,95	204,2	200	124		3,12	75,6	75	63
3	48,62	156,4	150	0	13	-0,37	53,4	50	162
	48,62	204,2	200	184		-0,37	75,6	75	15
4	15,45	108,4	100	80	14	7,83	53,4	50	13
	15,45	156,4	150	126		7,83	75,6	75	212
5	13,74	108,4	100	55	15	20,68	108,4	100	0
	13,74	156,4	150	48		20,68	156,4	150	254
6	-1,43	53,4	50	166	16	14,47	108,4	100	157
	-1,43	75,6	75	36		14,47	156,4	150	106
7	2,85	75,6	75	134	17	9,51	108,4	100	133
	2,85	108,4	100	0		9,51	156,4	150	0
8	7,05	75,6	75	91	18	-0,32	53,4	50	239
	7,05	108,4	100	136		-0,32	75,6	75	82
9	10,08	156,4	150	165	19	5,52	75,6	75	105
	10,08	204,2	200	2		5,52	108,4	100	0
10	9,11	75,6	75	120	20	7,00	75,6	75	0
	9,11	108,4	100	46		7,00	108,4	100	169

**Resultados do dimensionamento da segunda etapa (definitivo)**

A tabela 5 mostra os resultados do dimensionamento ótimo da segunda etapa do método, que serão os definitivos do projeto do sistema de abastecimento de água. Observa-se que a maioria dos trechos da rede serão subdivididos em dois sub-trechos, cujos comprimentos correspondentes estão mostrados nesta tabela. A altura manométrica ótima do sistema obtida foi de 25,4 mca, correspondendo a uma cota piezométrica de 247,4 mca. O custo mínimo obtido do sistema de abastecimento foi de R\$ 511.207,56, dos quais R\$ 211.594,17 corresponde ao

custo de implantação da rede e R\$ 299.613,39 ao custo atualizado da energia de bombeamento.

**Tabela 6 – Pressões disponíveis nos nós da rede**

Nó	Pressão disponível (mca)	Nó	Pressão disponível (mca)
1	25,56	10	17,63
2	28,75	11	18,45
3	33,78	12	15,00
4	30,16	13	26,32
5	29,4	14	23,78
6	25,8	15	27,07
7	21,61	16	15,00
8	15,00	17	15,00
9	23,89		

**Tabela 7 - Relatório anual da operação do projeto**

Ano	População (hab)	Vazão (l/s)	Horas de bombeamento	Rugosidade absoluta ε (mm)	Potência requerida (kW)	Valor presente do custo de energia (R\$)
2001	19943	62,32	5962,6	0,024	20,71	15.040,17
2002	20129	62,90	6018,2	0,039	20,90	14.764,96
2003	20315	63,49	6073,9	0,053	21,09	14.492,31
2004	20501	64,07	6129,5	0,068	21,29	13.955,04
2005	20687	64,65	6185,1	0,082	21,48	13.690,58
2006	20873	65,23	6240,7	0,097	21,67	13.690,58
2007	21059	65,81	6296,4	0,111	21,87	13.428,99
2008	21246	66,39	6352,0	0,126	22,06	13.170,35
2009	21432	66,97	6407,6	0,140	22,25	12.914,71
2010	21618	67,56	6463,3	0,155	22,45	12.662,12
2011	21804	68,14	6518,9	0,169	22,64	12.412,63
2012	21990	68,72	6574,5	0,184	22,83	12.166,28
2013	22176	69,30	6630,2	0,198	23,02	11.923,12
2014	22362	69,88	6685,8	0,213	23,22	11.683,17
2015	22548	70,46	6741,4	0,227	23,41	11.446,46
2016	22734	71,04	6797,1	0,242	23,60	11.213,02
2017	22920	71,63	6852,7	0,256	23,80	10.982,87
2018	23106	72,21	6908,3	0,271	23,99	10.756,03
2019	23292	72,79	6964,0	0,285	24,18	10.532,51
2020	23478	73,37	7019,6	0,300	24,38	10.312,31
2021	23664	73,95	7075,2	0,314	24,57	10.095,45
2022	23851	74,53	7130,8	0,329	24,76	9.881,93
2023	24037	75,11	7186,5	0,343	24,96	9.671,75
2024	24223	75,70	7242,1	0,358	25,15	9.464,90
2025	24409	76,28	7297,7	0,372	25,34	9.261,39
Total (R\$)						299.613,39

Na tabela 6 estão as pressões disponíveis nos nós da rede, com todos os valores superiores ou iguais 15 mca. Em quatro nós da rede a pressão disponível se iguala a 15 mca, o que mostra que a rede se encontra dimensionada no limite de sua capacidade de atendimento das pressões.

A tabela 7 apresenta um relatório anual dos custos operacionais da energia da estação de bombeamento. Nesta tabela estão os valores anuais da população atendida, vazão do sistema, horas de bombeamento, rugosidade absoluta das paredes internas das tubulações, potência requerida pela estação elevatória e custo atualizado da energia de bombeamento.

## CONCLUSÕES

O método desenvolvido neste trabalho buscou incorporar na sua função objetivo de minimização dos custos do sistema de distribuição de água, a variação das condições de operação do projeto ao longo do tempo: vazão demandada, número de horas de bombeamento, rugosidade das tubulação e tarifa de energia.

O modelo da programação não linear adotado, com a utilização do algoritmo de cálculo GRG2, se mostrou capaz de executar o processo de busca da solução ótima do método proposto, de dimensionamento de sistemas de abastecimento de água (rede/estação de bombeamento), considerando variáveis as condições de operação do projeto ao longo de sua vida útil.

Foram desenvolvidas fórmulas para o cálculo das variações anuais dos custos de energia elétrica com a operação da estação de bombeamento, considerando-se variáveis a vazão e o número de horas anuais de bombeamento, sendo o custo do kWh corrigido através do seu valor presente, calculado para cada ano de operação do projeto.

O método de otimização de redes de abastecimento de água desenvolvido neste trabalho apresentou resultados coerentes quando comparados com os obtidos através de métodos já desenvolvidos (como o PNL2000, Gomes & Formiga 2001), que foi aplicado para o mesmo estudo de caso. A ferramenta computacional auxiliar empregada através de um programa desenvolvido neste trabalho, demonstrou ser exequível, podendo ser sugerido o seu uso na solução de problemas pelo método de otimização proposto.

Os resultados do dimensionamento otimizado dos sistemas de distribuição de água, obtidos

através do método proposto, podem ser considerados mais aceitáveis do que os calculados com base em metodologias que não consideram as variações dos parâmetros das condições de operação do projeto, tendo em vista que estas variações têm influência significativa nos resultados dos dimensionamentos. Portanto, pode-se concluir que, os efeitos das variações dos parâmetros das condições de operação do projeto devem ser considerados nos métodos de dimensionamento econômico de sistemas de abastecimento de água.

## REFERÊNCIAS

- ALPEROVITS, E.; SHAMIR, U. - *Design of optimal water distribution system*. Water Resources Research, Ago. Vol, 13, nº 6, 900. New York, NY, USA, 1977, 885 p.
- AZEVEDO NETTO J. M. A et al. *Manual de hidráulica*. 8. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda. 1998, 669 p.
- GESSLER, J.; WALSKY, T. M. *Technical Report EL-85-11: Water Distribution System Optimization*. U.S. Army Corps Engineers, Washington, DC, USA, 1985.
- GOMES H. P. e LEAL, A. F. *Dimensionamento de redes urbanas de abastecimento de água a partir do método Granados*. In: Congresso Latinoamericano de Hidráulica. 19., Córdoba, 2000.
- GOMES, H. P. e FORMIGA, K. T. - PNL 2000 - *Método Prático de Dimensionamento Econômico de Redes Malhadas de Abastecimento de Água*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Porto Alegre, 2001, vol. 6, nº 4, p. 91 - 108.
- GRANADOS, Alfredo. *Infraestructuras de Regadíos – Redes Colectivas de Riego a Presión*. Servicio de Publicación de E. T. S. I. de Caminos de la Universidad politécnica de Madrid, Espanha, 1990.
- KARMELI, D., GADISH, Y.; MEYERS, S. *Design of Optimal Water Distribution Networks*. Journal of Pipeline Division, ASCE, Vol. 94, Nº 10, p. 1-10., New York, NY USA, New York, NY, USA, 1968.
- LANSEY, K. E.; MAYS, L. W. *Optimization model for water distribution system design*. Journal of the Hydraulic Engineers, v. 115, n. 10, p. 1401-1418, 1989.

- LASDON, L. S.; WARREN, A. D. and RATNER, M. S.. *GRG2 User's Guide*. University of Texas at Austin, Austin Tex, USA, 1984.
- PORTO, R. de M. *Hidráulica Básica*. S. Carlos, Publicação EESC-USP, 1998, 519p.
- QUINDRY, G. E. et al. *Optimization of looped water distribution systems*. Journal of the Environmental Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, v. 107, n. EE4, p. 665-679, 1981.
- SANTANA, G. C. *Otimização da Operação de Sistemas de Distribuição de Água Abastecidos por Bombeamento e Reservatórios de Regularização*, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, UNICAMP, Campinas, 184p, 1999.
- SAVIC, D. A., WALTERS, G. A. *Genetic Algorithms for Least-cost Design of Water Distribution Networks*. Journal of Water Resources Planning and Management, 123(2), p. 67-77, 1997.
- SHARP, W. W. & WALSKI, T. M. *Predicting Roughness in Water Mains*, Journal AWWA-Management and Operations, November / 1988, p. 34-40.
- STREETER, V. L. *Fluid Mechanics*. Mc Graw-Hill, New York, 1971.
- SWAMEE, P. K. & JAIN, A. K. *Explicit Equations for Pipe-Flow Problems*. Journal of Hydraulics Division - ASCE, May, 1976.
- WALSKI, T. M. et al. *Battle of the Network Models Epilogue*. Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, vol. 113, nº 2, 1987, p. 191 - 203.
- WALSKI, T. M. (2001). *The Wrong Paradigm, Why Water Distribution Optimization Doesn't Work*. Journal of Water Resources Planning and Management (Editorial) v. 123, n. 3, p. 203-205.

*and energy unitary cost are considered during the period of project exploitation.*

*The method is based on a non-linear mathematical programming model, in order to obtain the minimum total cost of the pipe network/pumping station, taking into account the operational parameters variation over time. The optimum design solution was obtained by the algorithm of the Generalized Reduced Gradients (GRG2).*

*The method was applied to the optimum water supply system design of the city of Itororó in the state of Bahia, Brazil. The design solutions obtained show that all the hydraulic restrictions had been taken into account. Despite the robustness of the optimisation model, with the variation of flows, head loss and energy unitary cost over time, the method proved to be practicable.*

*Key words: Economic, design, water supply system.*

### ***Economic Design of Water Supply Systems Taking Into Account the Variation of the Project Boundary Conditions***

#### **ABSTRACT**

*The present study deals with the development of an economic optimisation method for water supply systems, formed by the water distribution network together with the pumping station. The method takes into account the variation of project boundary conditions during the time in which it is used. Flow variations, roughness of pipe walls*