

## Comparação de Modelos Matemáticos para o Traçado de Curvas Granulométricas de Sedimentos do Leito de Rios

Jorge Enoch Furquim Werneck Lima, Euzébio Medrado da Silva

Embrapa Cerrados - Planaltina, DF  
jorge@cpac.embrapa.br, euzebio@cpac.embrapa.br

Newton de Oliveira Carvalho

Consultor – newtonoc@openlink.com.br

Recebido: 28/05/04 revisão: 04/08/05 aceito: 07/02/06

---

---

### RESUMO

O conhecimento sobre a distribuição granulométrica de sedimentos do leito de rios é fundamental para o uso de métodos indiretos de cálculo da descarga sólida total em uma seção transversal de determinado curso d'água, bem como para outros estudos hidrossedimentológicos. Em geral, as técnicas utilizadas para a avaliação da distribuição granulométrica de amostras resultam em valores pontuais, dependendo de posterior interpolação para o traçado da curva granulométrica e a obtenção de valores correspondentes a diâmetros característicos específicos. A transformação de valores pontuais em funções contínuas pode ser realizada por meio de modelos matemáticos. Assim, o objetivo deste trabalho foi avaliar e recomendar o melhor modelo ou conjunto de modelos para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos do leito de rios. Utilizando 30 amostras de dados granulométricos de sedimentos do leito de rios, 14 diferentes modelos foram avaliados. O parâmetro de comparação entre os modelos foi a soma do quadrado dos erros entre os valores observados e calculados, obtidos no ajuste de cada modelo. O trabalho conclui que o modelo Lima & Silva 3P é o mais recomendado para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos do leito de rios.

**Palavras-chave:** hidrossedimentologia; hidrossedimentometria; curvas de crescimento.

---

---

### INTRODUÇÃO

A hidrossedimentologia pode ser apresentada como a ciência que estuda os processos de desprendimento, transporte e deposição de partículas sólidas (sedimentos) em rios, lagos, estuários, reservatórios, entre outros ambientes hídricos. Os sedimentos presentes nos cursos d'água são, geralmente, provenientes dos processos erosivos que ocorrem nas vertentes de suas bacias de drenagem, nas suas margens, ou em seus leitos. É importante salientar que apenas uma parte de todo o material erodido dentro de uma bacia hidrográfica chega aos cursos d'água.

O transporte ou a deposição de sedimentos ao longo de um rio depende fundamentalmente das características físico-químicas do material carreado e da capacidade (energia) do fluxo de água para transportá-lo. Partículas mais finas e leves, como as argilas, têm maior facilidade de serem transportadas, enquanto para o carreamento dos materiais maiores e mais pesados, como as areias, a energia

dos cursos d'água tem que ser maior. O mesmo raciocínio pode ser utilizado para o entendimento do processo de deposição de sedimentos, em que as partículas mais pesadas são as primeiras a serem depositadas.

O termo “carga de sedimentos” é utilizado para descrever a mistura de partículas de diferentes densidades, tamanhos e formas, que estão presentes em um curso d'água (Christofoletti, 1981). Já os termos “descarga sólida”, “descarga de sedimentos” ou “fluxo de sedimentos” são definidos como a massa total de partículas que passa em uma seção transversal de um rio por unidade de tempo (Vanoni, 1977).

A descarga sólida total em uma seção transversal de um rio é obtida pela soma da descarga sólida de sedimentos em suspensão e da descarga sólida de sedimentos do leito. A descarga em suspensão representa, geralmente, a maior parte da descarga sólida total, sendo responsável pelo transporte de partículas mais finas (Carvalho, 1994). Pela menor dificuldade de amostragem no campo, a

disponibilidade de dados referentes aos sedimentos em suspensão nos rios é maior que a de sedimentos de leito. Assim, o fluxo de sedimentos de leito, muitas vezes, precisa ser estimado por meio de métodos indiretos.

A determinação da descarga de sólidos suspensos é realizada por meio da medição simultânea da concentração média de sedimentos em suspensão e da vazão medida numa seção transversal do rio.

Para o cálculo da descarga sólida do material de leito, vários métodos têm sido propostos (Carvalho *et al.*, 2000; Paiva, 2001). Entre os métodos mais conhecidos estão os de Ackers & White (1973), Colby (1964), Einstein (1950), Meyer-Peter & Muller (1948), Schoklitsch (1934), Toffaleti (1968), Yang (1973), entre outros testados e comparados por Stevens & Yang (1989). Segundo Santos *et al.* (2001), as equações mais utilizadas para este fim têm sido as desenvolvidas por Colby, Einstein e Meyer-Peter & Muller. Para a utilização do método de Einstein modificado por Colby & Hembree (1955), segundo Carvalho (1994), o mais preciso para o cálculo do fluxo total de sedimentos em seções transversais de rios, são necessárias informações sobre a concentração e a granulometria do material em suspensão, a granulometria do material do leito, além de dados relativos às condições de escoamento na seção de medição. Coiado *et al.* (2001) ressaltam a importância da amostragem de material do fundo dos rios para a execução de sua análise granulométrica com o objetivo de determinar diâmetros característicos como o  $D_{35}$ , o  $D_{50}$ , o  $D_{65}$ , o  $D_{84}$ , o  $D_{90}$  e o  $D_{\text{médio}}$ , necessários à aplicação dos diferentes métodos de estimativa indireta da descarga de material do leito.

O conhecimento sobre a distribuição granulométrica de partículas sólidas é essencial não apenas para a hidrossedimentologia, mas também para as áreas de material de construção, mecânica e física dos solos, entre outras.

Em geral, as técnicas utilizadas para a avaliação da distribuição granulométrica de amostras resultam em valores pontuais, dependendo de posterior interpolação para o traçado da curva granulométrica e a obtenção de diâmetros característicos específicos. A interpolação dos pontos para o traçado da curva e a extração dos pontos correspondentes aos diâmetros característicos é muitas vezes feita de forma gráfica, o que pode ser mais uma fonte de erro amostral nas etapas de desenho da curva e de leitura da medida. Esse procedimento possibilita a obtenção de diferentes respostas a partir de uma mesma base de dados, ou seja, se os mesmos dados forem distribuídos para duas pessoas diferentes traçarem a curva granulométrica e extraírem delas

certos diâmetros característicos, há chance dos resultados não coincidirem. Uma forma de minimizar esses problemas está na utilização de modelos matemáticos para a efetuação desses procedimentos.

A transformação de valores pontuais em funções contínuas pode ser realizada por meio de modelos matemáticos, entretanto, poucos estudos têm sido desenvolvidos com a finalidade de se determinar o melhor modelo para o ajuste de curvas granulométricas. Em revisão recente, Hwang *et al.* (2002) destacaram as funções log-normais e as do tipo curvas de crescimento como as freqüentemente utilizadas para representar curvas granulométricas de partículas de solo. Cabe ressaltar que os modelos mais adequados à representação da curva granulométrica devem ser capazes de traçar uma função contínua em forma de "S", a exemplo dos modelos de curvas de crescimento descritos por Naime *et al.* (2001), Fredlund *et al.* (2000), Haverkamp & Parlange (1986), Lima & Silva (2002), entre outros.

Hwang *et al.* (2002) realizaram estudo comparando 7 modelos: 5 log-normais, com 1, 2 e 3 parâmetros (Buchan *et al.*, 1993); Gompertz, com 4 parâmetros (Nemes *et al.*, 1999); e Fredlund, com 4 parâmetros (Fredlund *et al.*, 2000), utilizando 1387 amostras de solos coreanos. Esses autores concluíram que o modelo de Fredlund apresentou o melhor desempenho na maioria dos solos estudados, aumentando sua performance com o incremento no teor de argila e que o modelo de Gompertz, mesmo com quatro parâmetros, foi apenas um pouco melhor do que os demais, com 2 e 3 parâmetros. Observaram, ainda, variações no desempenho de ajuste dos modelos em função da classe de solo analisada.

O trabalho realizado por Hwang *et al.* (2002) representa importante contribuição na comparação de modelos para o traçado da curva granulométrica. No entanto, seu estudo é relativamente incompleto, pois outros modelos potencialmente adaptáveis a essa finalidade não foram contemplados. Além disso, a comparação direta de modelos com diferentes números de parâmetros pode favorecer àqueles que os têm em maior quantidade, tornando duvidosas suas conclusões em relação à performance dos modelos testados.

Silva *et al.* (2004), trabalhando com uma base de dados granulométricos de 130 solos, com apenas quatro pontos medidos, avaliaram quatorze diferentes modelos para o ajuste de suas curvas. Eles concluíram que apesar de ter obtido a melhor classificação, o modelo de Skaggs *et al.* (2001) com dois parâmetros e modificações propostas por Silva *et al.* (2004), em alguns casos, falhou em reproduzir o traçado sigmoidal normalmente encontrado, sendo

Tabela 1 - Modelos de dois (2P) e três (3P) parâmetros para o traçado da curva granulométrica.

Nome	Modelo <sup>(1)</sup>	Restrições impostas aos parâmetros de ajuste <sup>(2)</sup>
Gompertz 2P (1825) Adaptado de Nemes <i>et al.</i> (1999)	$P_d = 100 e^{-c} e^{-k(d-u)}$	$k > 0; u > 0$
Weibull 2P (1951)	$P_d = 100 - (100 - d_{\min}) e^{-(k d)^n}$	$k > 0; n > 0$
Weibull 3P (1951)	$P_d = 100 - (100 - P_o) e^{-(k d)^n}$	$P_o > 0; k > 0; n > 0$
Richards 3P (1959)	$P_d = 100 \left( 1 + (n-1) \left( e^{-k(d-u)} \right) \right)^{\left( \frac{1}{1-n} \right)}$	$n > 0; n \neq 1; k > 0; u > 0$
Morgan <i>et al.</i> 2P (1975)	$P_d = 100 - \left( \frac{100 - d_{\min}}{1 + (k d)^n} \right)$	$k > 0; n > 0$
Morgan <i>et al.</i> 3P (1975)	$P_d = 100 - \left( \frac{100 - P_o}{1 + (k d)^n} \right)$	$P_o > 0; k > 0; n > 0$
Haverkamp & Parlange 2P (1986)	$P_d = \frac{100}{\left( 1 + \left( \frac{d_g}{d} \right)^n \right)^{\left( \frac{1}{1-n} \right)}}$	$d_g > 0; n > 0$
Haverkamp & Parlange 3P (1986)	$P_d = \frac{100}{\left( 1 + \left( \frac{d_g}{d} \right)^n \right)^m}$	$d_g > 0; n > 0; m > 0$
Fredlund <i>et al.</i> 3P (2000)	$P_d = \left( \frac{100}{\text{LN} \left( e^1 + \left( \left( \frac{g_a}{d} \right)^{g_n} \right)^{g_m} \right)} \right) \left( 1 - \left( \frac{\text{LN} \left( 1 + \frac{d_{\min}}{d} \right)}{\text{LN} \left( 1 + \frac{d_{\min}}{0,00001} \right)} \right)^7 \right)$	$g_a > 0; g_n > 0; g_m > 0$
Skaggs <i>et al.</i> 2P (2001)	$P_d = \frac{100}{1 + \left( \frac{100}{d_{\min}} - 1 \right) e^{-k d^n}}$	$k > 0; n > 0$
Skaggs <i>et al.</i> 3P (2001)	$P_d = \frac{100}{1 + \left( \frac{100}{P_o} - 1 \right) e^{-k d^n}}$	$P_o > 0; k > 0; n > 0$
Lima & Silva 2P (2002)	$P_d = d_{\min} + \frac{100 - d_{\min}}{\left( 1 + \left( \frac{\delta}{d} \right)^n \right)^{\left( \frac{1}{1-n} \right)}}$	$\delta > 0, n > 0$
Lima & Silva 3P (2002)	$P_d = d_{\min} + \frac{100 - d_{\min}}{\left( 1 + \left( \frac{\delta}{d} \right)^n \right)^m}$	$\delta > 0; n > 0; m > 0$
Skaggs <i>et al.</i> 2P (mod) Adaptado de Silva <i>et al.</i> (2004)	$P_d = \frac{100}{1 + \left( \frac{100}{P_o} - 1 \right) e^{-k(d-d_{\min})^n}}$	$P_o > 0; k > 0; n > 0$

<sup>(1)</sup> d = diâmetro de partícula (mm); P<sub>d</sub> = percentual de partículas com diâmetro menor ou igual a d (mm); d<sub>min</sub> = menor diâmetro de partícula (mm).

<sup>(2)</sup> k, u, n, m, d<sub>g</sub>, g<sub>a</sub>, g<sub>n</sub>, g<sub>m</sub>, δ, P<sub>o</sub> = parâmetros de ajuste dos modelos.

seu emprego recomendado com ressalvas. Sendo assim, foram indicados como os mais recomendados para tal fim os seguintes modelos: Skaggs *et al.* (2001), Lima & Silva (2002), Weibull (1951) e Morgan *et al.* (1975), todos com três parâmetros.

Cabe ressaltar que Silva *et al.* (2004) utilizaram uma base de solos com apenas quatro frações granulométricas medidas e, normalmente, nos trabalhos laboratoriais com dados de sedimentos de rios, obtêm-se um maior número de pontos da cur-

va. Esta diferença no número de pontos utilizados para o traçado da curva pode resultar numa nova classificação dos melhores modelos para tal finalidade.

Visando contribuir com o uso desses modelos em estudos hidrossedimentológicos, este trabalho objetivou avaliar e recomendar o melhor modelo ou conjunto de modelos para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos do leito de rios.

## MATERIAL E MÉTODOS

Neste trabalho, utilizaram-se resultados de análises granulométricas de 30 amostras de sedimento de leito coletadas na Bacia Araguaia-Tocantins e analisadas pela empresa Hidroesb, a serviço da Engevix. O método utilizado para a determinação da distribuição granulométrica dessas amostras foi o do peneiramento. A variabilidade granulométrica das amostras utilizadas pode ser observada na Figura 1.

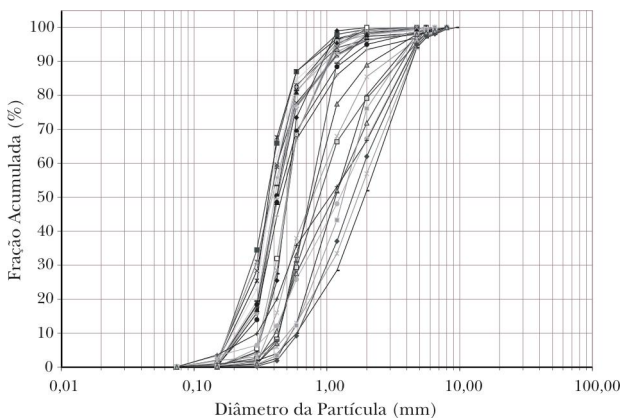


Figura 1 - Base de dados granulométricos utilizados.

Esses dados foram utilizados para o ajuste de 14 modelos matemáticos do tipo curva de crescimento, selecionados em diversas fontes (Tabela 1), com potencial para descrição do traçado da curva granulométrica. A comparação entre os modelos foi baseada na diferença entre a soma de quadrado dos erros verificados entre os valores observados e ajustados. O número máximo de parâmetros para o ajuste dos modelos foi restrito a três, o que permite a utilização de bases de dados compostas de apenas quatro frações granulométricas. As amostras utilizadas neste estudo têm de 7 a 12 frações granulométricas, ou seja, os ajustes das curvas foram efetuados a partir de 7 a 12 pontos observados.

A determinação dos parâmetros de ajuste dos modelos aos pontos conhecidos da curva foi

efetuada por meio da rotina “Solver” do programa Microsoft Excel. A função-objetivo do processo de otimização foi descrita de forma a minimizar o valor da soma de quadrados dos erros ( $SQ_{\text{crítico}}$ ) entre os valores observados e calculados das frações acumuladas. Tratando-se de uma otimização de modelos não lineares, a escolha dos valores iniciais dos parâmetros a serem ajustados foi fundamental para a convergência do processo de otimização para o mínimo global. Assim, os valores iniciais dos parâmetros para a otimização foram estimados com o auxílio gráfico, observando a proximidade entre a curva gerada e os pontos medidos. Para garantir que o resultado obtido era realmente o mínimo global, o procedimento de otimização foi repetido até a estabilização do resultado da  $SQ_{\text{crítico}}$ . Nos casos em que a curva ajustada divergia substancialmente dos pontos observados, a otimização foi refeita com outras estimativas iniciais na expectativa de melhoria do resultado.

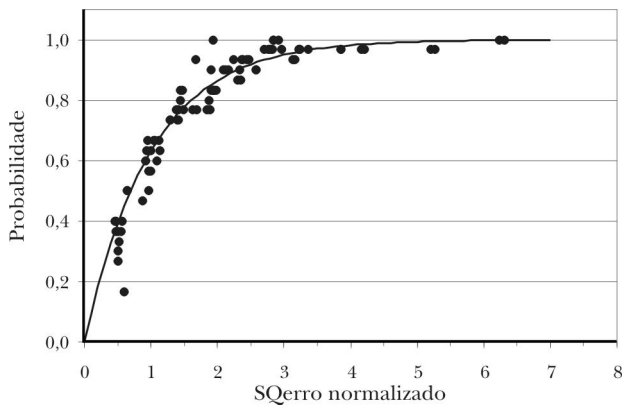
Os valores de  $SQ_{\text{crítico}}$  obtidos com o ajuste dos modelos aos trinta dados observados foram utilizados para a comparação entre eles. Primeiramente, buscou-se definir o tipo de distribuição estatística que melhor representasse a freqüência dos valores de  $SQ_{\text{crítico}}$  resultantes da otimização de cada modelo. Para isso, foram elaborados histogramas de freqüência dos valores de  $SQ_{\text{crítico}}$  obtidos, divididos em seis classes, segundo método descrito por Iman & Conover (1983). Analisando a forma dos histogramas, verificou-se que a distribuição que melhor os representava foi a exponencial, fato estatisticamente comprovado por meio da medida de correlação entre os valores observados da freqüência acumulada e os calculados pelo modelo de distribuição. O grau de aderência dessa correlação foi determinado por meio do teste  $r$  de Pearson (Levin, 1987). Cabe destacar que esse tipo de distribuição é próprio para estabelecer o valor de uma variável randômica que, nesse caso, é a  $SQ_{\text{crítico}}$ , a partir da qual o modelo ajustado é considerado falho em determinado nível de probabilidade.

Uma vez definido o parâmetro estatístico  $\lambda$ , que representa o inverso da média dos  $SQ_{\text{crítico}}$  (Iman & Conover, 1983), a distribuição exponencial correspondente a cada modelo ficou então estabelecida. Assim, para cada modelo, foi determinado o valor de  $SQ_{\text{crítico}}$  correspondente ao nível crítico de 5% de probabilidade ( $SQ_{\text{crítico}}$  crítico), possibilitando a comparação entre eles sob a mesma base. Por esse critério, quanto menor o  $SQ_{\text{crítico}}$  crítico, melhor o modelo. Além disso, verificou-se, para cada modelo, o número de casos em que os valores de  $SQ_{\text{crítico}}$  foram inferiores ao  $SQ_{\text{crítico}}$  crítico, o que corresponde

ao número de vezes em que o modelo representou adequadamente os pontos observados com uma probabilidade de erro menor do que a do nível crítico estabelecido.

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

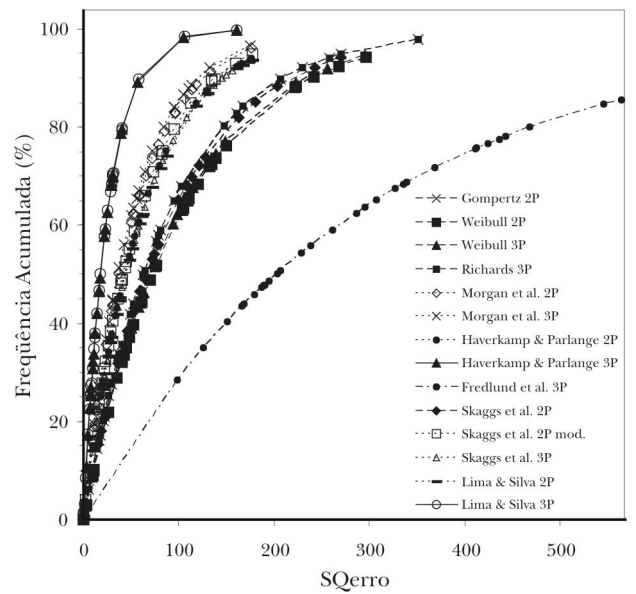
Na Figura 2, está representada a distribuição dos pontos relativos às freqüências dos valores dos SQ<sub>erro</sub> resultantes da otimização de cada modelo.



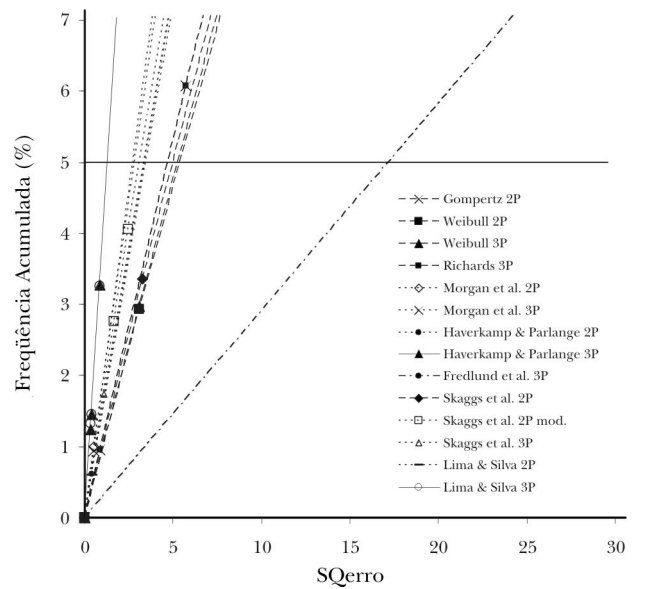
**Figura 2 - Distribuição da probabilidade de ocorrência dos valores dos SQ<sub>erro</sub> obtidos na otimização dos modelos.**

Analisando a forma do histograma apresentado na Figura 2, verificou-se que a distribuição exponencial é a que melhor o representa. Isto pode ser comprovado estatisticamente por meio da medida da correlação entre os valores observados e calculados da freqüência acumulada, que foi de 97%. O teste r de Pearson comprovou a significância dessa correlação ao nível crítico de 1%, pois a probabilidade correspondente ao T calculado (7,97) foi igual a 0,07%. Isto é o mesmo que dizer que em 100 repetições existe a probabilidade de apenas 0,07% de ser encontrado um conjunto de freqüências observadas que resulte em uma correlação menor do que 97%.

As freqüências acumuladas dos valores de SQ<sub>erro</sub> obtidos no ajuste dos 14 modelos analisados encontram-se ilustradas na Figura 3a. Os pontos ao longo de cada curva representam os valores calculados pela distribuição exponencial dos 30 resultados de SQ<sub>erro</sub>. Nessa representação, quanto mais a curva gerada se aproxima do eixo das ordenadas, tanto melhor o modelo. Para destacar a diferença entre os modelos, ao o nível crítico de 5% de probabilidade, é apresentada na Figura 3b, respectiva ampliação da Figuras 3a.



**Figura 3a - Família de curvas de distribuição estatística exponencial, construídas a partir dos valores de SQ<sub>erro</sub> obtidos do ajuste de cada modelo.**



**Figura 3b - Ampliação das curvas de distribuição estatística exponencial construídas a partir dos valores de SQ<sub>erro</sub> obtidos do ajuste de cada modelo até o nível crítico de 5%.**

Nas Figuras 3a e 3b, pode-se observar a existência de 4 grupos de modelos, diferenciados em função da qualidade ajustes auferidos. O primeiro grupo é composto pelos modelos Lima & Silva 3P e

Havarkamp & Parlange 3P, sendo os que apresentaram os melhores resultados, ou seja, os menores valores de  $SQ_{\text{erro}}$ . O segundo conjunto é composto pelos modelos Morgan *et al.* 3P, Morgan *et al.* 2P, Skaggs *et al.* 2P (mod), Havarkamp & Parlange 2P, Skaggs *et al.* 3P e Lima & Silva 2P. O terceiro grupo é formado por Gompertz 2P, Richards 3P, Skaggs *et al.* 2P, Weibull 3P e Weibull 2P. O modelo Fredlund *et al.* 3P ficou isolado, formando o último grupo. Essa classificação diverge dos resultados do trabalho de Hwang *et al.* (2002), no qual o modelo de Fredlund *et al.* (2000) foi considerado o melhor quando comparado a cinco modelos log-normais, propostos por Buchan *et al.* (1993) e a dois modelos (log-linear e Gompertz) usados por Nemes *et al.* (1999), utilizando a base de dados granulométricos de solos coreanos. É provável que a escolha do conjunto de modelos testados por Hwang *et al.* (2002) não tenha sido adequada, deixando de considerar modelos potencialmente melhores. Além disso, ao comparar modelos com diferentes números de parâmetros de ajuste, Hwang *et al.* (2002) beneficiou os modelos que os têm em maior quantidade.

Na Tabela 2, apresenta-se, em ordem crescente, a média das  $SQ_{\text{erro}}$  e o valor correspondente ao “ $SQ_{\text{erro}}$  crítico” obtidos de cada modelo. A “média  $SQ_{\text{erro}}$ ” representa o inverso do parâmetro estatístico determinante da distribuição exponencial de cada modelo, servindo também de critério para comparação entre eles. O item “casos aceitos” indica o número de vezes em que o valor de  $SQ_{\text{erro}}$  das 30 amostras foi menor do que o “ $SQ_{\text{erro}}$  crítico”.

**Tabela 2 - Indicadores estatísticos correspondentes aos 30 valores individuais de  $SQ_{\text{erro}}$  calculados com base em cada modelo.**

Modelo	média $SQ_{\text{erro}}$	$SQ_{\text{erro}}$ crítico
Lima & Silva 3P	25,54	1,31
Havarkamp & Parlange 3P	25,70	1,32
Morgan <i>et al.</i> 3P	52,27	2,68
Morgan <i>et al.</i> 2P	54,36	2,79
Skaggs <i>et al.</i> 2P (mod)	59,98	3,08
Havarkamp & Parlange 2P	62,52	3,21
Skaggs <i>et al.</i> 3P	63,44	3,25
Lima & Silva 2P	64,29	3,30
Gompertz 2P	90,93	4,66
Richards 3P	90,93	4,66
Skaggs <i>et al.</i> 2P	95,08	4,88
Weibull 3P	101,47	5,20
Weibull 2P	104,17	5,34
Fredlund <i>et al.</i> 3P	291,85	14,97

Esperava-se que os modelos com 3 parâmetros (3P) apresentassem melhor desempenho do que aqueles com apenas 2 parâmetros (2P). Entretanto, como se pode observar na Tabela 2, nem sempre essa premissa foi comprovada. Apesar de os 2 melhores modelos terem 3 parâmetros de ajuste, a partir da terceira colocação há uma alternância entre os modelos de 2 e 3 parâmetros. Cabe destacar que o pior resultado foi obtido por um modelo de 3 parâmetros de ajuste (Fredlund *et al.* 3P). Essa constatação corrobora com os resultados de Hwang *et al.* (2002), que também verificaram que o maior número de parâmetros do modelo não é garantia de sucesso no ajuste de curvas granulométricas. Esses autores concluíram que o modelo de Gompertz, utilizado com 4 parâmetros naquele trabalho, apresentou desempenho inferior a outros com 2 e 3 parâmetros.

No trabalho de Silva *et al.* (2004), concluiu-se que, trabalhando com apenas quatro pontos medidos da curva, o modelo Skaggs *et al.* 2P (mod) foi o que apresentou maior flexibilidade no ajuste das curvas, entretanto o seu emprego só foi recomendado com ressalvas, pois em alguns dos casos analisados o modelo gerou curvas com formato diferente do sigmoidal. Os modelos recomendados por Silva *et al.* (2004) para o traçado de curvas granulométricas a partir de quatro pontos medidos foram o Skaggs *et al.* 3P, Lima & Silva 3P, Weibull 3P e Morgan *et al.* 3P. Ainda segundo esta fonte, o modelo Gompertz 2P foi o que apresentou o pior desempenho, não sendo recomendado o seu uso para o ajuste de curvas granulométricas partindo de apenas quatro pontos.

Analisando conjuntamente os resultados obtidos neste trabalho e por Silva *et al.* (2004), tem-se que o modelo Lima & Silva 3P é o mais recomendado para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos de leito. Essa afirmativa está baseada nos resultados obtidos neste trabalho, em que este modelo foi o que apresentou a menor média da  $SQ_{\text{erro}}$  e o menor  $SQ_{\text{erro}}$  crítico, e nos resultados obtidos por Silva *et al.* (2004), em que, utilizando apenas 4 pontos medidos da curva, este modelo esteve entre os que obtiveram os melhores ajustes. Apesar de o modelo Havarkamp & Parlange 3P também ter apresentado excelente resultado neste trabalho, Silva *et al.* (2004) demonstraram que com menor número de pontos medidos o seu ajuste não é tão bom, o que o deixou de fora da lista dos modelos recomendáveis sob aquelas circunstâncias.

Assim, como forma de minimizar a possibilidade de erros no ajuste de curvas granulométricas de sedimentos do leito de rios, o modelo Lima &

Silva 3P é o mais recomendado para a execução desta tarefa. A Figura 4 ilustra alguns exemplos de aplicação desse modelo para o traçado de curvas granulométricas.

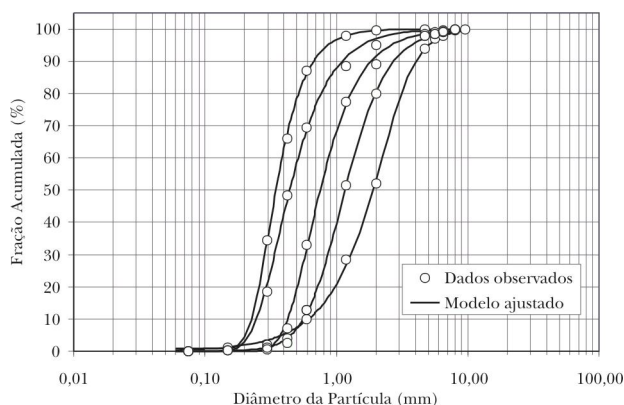


Figura 4 - Exemplos de curvas granulométricas de cinco amostras de sedimentos de leito ajustadas pelo modelo Lima & Silva 3P.

O alto grau de aderência entre os pontos medidos e as curvas ajustadas pelo modelo Lima & Silva 3P, já comprovado com os resultados de correlação apresentados pode ser visualizado na Figura 4. Ainda nesta figura, pode-se verificar a flexibilidade e a adequação do referido modelo em descrever diferentes traçados de curvas granulométricas de sedimentos de leito de rios, demonstrando o seu potencial de aplicação em amostras de ambientes distintos.

## CONCLUSÕES

1. O modelo Lima & Silva 3P é o mais recomendado para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos do leito de rios.
2. O modelo Fredlund *et al.* 3P não é recomendado para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos do leito de rios.

## AGRADECIMENTOS

À empresa Engevix pela disponibilização da base de dados granulométricos utilizada na confecção deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- BUCHAN, G.D.; GREWAL, K.S.; ROBSON, A.B. (1993) Improved models of particle-size distribution: An illustration of model comparison techniques. *Soil Science Society of America Journal*. vol.57: p.901-908.
- CARVALHO, N.O. (1994). *Hidrossedimentologia prática*. Rio de Janeiro: CPRM.
- CARVALHO, N.O.; FILIZOLA JR., N.P.; SANTOS, P.M.C.; LIMA, J.E.F.W. (2000). *Guia de práticas sedimentométricas*. Brasília: ANEEL.
- CHRISTOFOLETTI, A. (1981). *Geomorfologia fluvial*. São Paulo: E. Blucher.
- COIADO, E.M.; PAIVA, J.B.D.; SIMÕES, S.J.C. (2001). Monitoramento da erosão e do transporte de sedimentos. In: Paiva, J.B.D.; Paiva, E.M.C.D. (org.). *Hidrologia aplicada à gestão de pequenas bacias hidrográficas*. Porto Alegre: ABRH, p.587-625.
- FREDLUND, M.D.; FREDLUND, D.G.; WILSON, G.W. (2000). An equation to represent grain-size distribution. *Canadian Geotechnical Journal*. vol.37, p. 817-827.
- GOMPERTZ, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of Royal Society*, vol. 182, p.513-585.
- HAVERKAMP, R.; PARLANGE, J.Y. (1986). Predicting the water-retention curve from particle-size distribution: I. Sandy soils without organic matter. *Madison: Soil Science Society of America Journal*, vol. 142, n.6, p.325-339.
- HWANG, S. II; LEE, K.P; LEE, D.S.; POWERS, S.E. (2002). Models for estimating soil particle-size distributions. *Madison: Soil Science Society of America Journal*, vol.66, p.1143-1150.
- IMAN, R.L.; CONOVER, W.J. (1983) *A modern approach to statistics*, New York: John Wiley & Sons.
- LEVIN, J. (1987). *Estatística aplicada a ciências humanas*. 2 ed. São Paulo: Harbra.
- LIMA, J.E.F.W.; SILVA, E.M. (2002). Utilização do modelo modificado de Genuchten para o traçado da curva granulométrica. In: *Anais do 5º Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos – ENES*. São Paulo: ABRH. p.121-125.
- MORGAN, P.H.; MERCER, L.P.; FLODIN, N.W. (1975). General Model for Nutritional Responses of Higher Organisms. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. vol.72, p.4327-1975.
- NAIME, J.M.; VAZ, C.M.P; MACEDO, A. (2001). Automated soil particle size analyzer based on gamma-ray attenuation. *Amsterdam: Computer and electronics in agriculture*, vol.31, p.295-304.
- NEMES, A.; WÖSTEN, J.H.M.; LILLY, A.; OUDE VOUSHAAR, J.H. (1999). Evaluation of different procedures to interpolate particle-size distributions to achieve compatibility within soil databases. *Amsterdam: Geoderma*, vol.90, p.187-202.
- PAIVA, J.B.D. (2001). Métodos de cálculo do transporte de sedimentos em rios. In: Paiva, J.B.D.; Paiva, E.M.C.D. (org.). *Hidro-*

*logia aplicada à gestão de pequenas bacias hidrográficas.*  
Porto Alegre: ABRH, p.313-364.

- RICHARDS, F.J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, vol.10, p.290-300.
- SANTOS, I.; FILL, H.D.; SUGAI, M.R.v.B.; BUBA, H.; KISHI, R.T.; MARONE, E. LAUTERT, L.F. (2001) *Hidrometria aplicada*. Curitiba: Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento.
- SILVA, E.M.; LIMA, J.E.F.W.; RODRIGUES, L.N.; AZEVEDO, J.A. (2004). Comparação de modelos matemáticos para o traçado de curvas granulométricas. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, vol.39, n.4, p.363-370.
- SKAGGS, T.H.; ARYA, L.M.; SHOUSE, P.J.; MOHANTY, B.P. (2001). Estimating particle-size distribution from limited soil texture data. *Madison: Soil Science Society of America Journal*, vol. 65, p.1038-1044.
- STEVENS, H.H.; YANG, C.T. (1989). *Summary and use of selected fluvial sediment discharge formulas*. Denver: U.S. Geological Survey.
- VANONI, V.A. (1977). *Sedimentation engineering*. New York: ASCE.
- WEIBULL, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *ASME Journal of applied mechanics*. p.293-297.

### **Comparison of Mathematical Models for Fitting Particle-size Distribution Curves of Riverbed Sediments**

#### **ABSTRACT**

*Knowledge about particle-size distribution of riverbed sediments is essential to use indirect methods for calculating the total fluvial sediment discharge in a river cross-section, as well as for other hydro-sedimentological studies. In general, the techniques used to determine the particle-size distribution of a sample result in point values, requiring subsequent interpolation to fit the complete particle-size distribution curve and to obtain specific characteristic diameter values. The transformation of discrete points into continuous functions can be performed by mathematical models. Thus, the objective of this paper was to evaluate and recommend the best model or group of models for fitting particle-size distribution curves of riverbed sediments. Using the particle-size distribution results of 30 riverbed sediment samples, 14 different models were tested. The parameter used to compare the models was the sum of the square errors between the measured and calculated values, obtained in the adjustment of each model. The results showed that the Lima & Silva 3P model is best for fitting particle-size distribution curves of riverbed sediments.*

*Key words: hydro-sedimentology; hydro-sedimentometry; growth curves.*