

Artículo recibido el 11 de octubre de 2015; Aceptado para publicación el 26 de noviembre de 2015

Conocimientos matemáticos involucrados en la producción de bordados de la cultura Hñahñu: un análisis semiótico-didáctico

Mathematics knowledge involved in the production of embroidery of the Hñahñu culture: a semiotic and didactical analysis

Erika Barquera¹
Armando Solares-Rojas²

Resumen

En esta investigación se identifican y estudian conocimientos matemáticos involucrados en la actividad de producción de bordados de la cultura Hñahñu (también llamada Otomí), desde una perspectiva semiótico-cultural (Radford, 2006, 2013, 2014). La motivación que guía esta investigación es poner a prueba la viabilidad de un *Modelo de enseñanza* (Filloy, Rojano & Puig, 2008) que considere los aspectos semióticos y culturales involucrados en esta actividad. En este artículo nos centramos en los resultados correspondientes al análisis de las transformaciones isométricas (Jaime & Gutiérrez, 1995) que pueden ser identificadas en los motivos geométricos de estos bordados.

Palabras claves: Conocimientos matemáticos de los pueblos indígenas; Análisis semiótico-cultural; Bordados de la cultura Otomí.

Abstract

We identified and studied mathematical knowledge involved in embroidery activities from the Hñahñu culture (also known as Otomi), from a semiotic and cultural perspective (Radford, 2006, 2013, 2014). The motivation that leads to this research is to test the viability of a teaching model (Filloy, Rojano & Puig, 2008) which considers the semiotic and cultural issues involved in the embroidery activity. This article is centered in the results of the analysis of isometric transformations (Jamie & Gutiérrez, 1995) that can be identified in the geometric shapes of the embroideries.

Key words: Mathematical knowledge of native people; Semiotical and cultural analysis; Otomi culture embroidery.

¹ Estancia Posdoctoral. Universidad Pedagógica Nacional. México. Email: ecinvestav@gmail.com

² Profesor-investigador del Área 4. Tecnologías de la Información y Modelos Alternativos. Universidad Pedagógica Nacional. México. Email: asolares@g.upn.mx

1. INTRODUCCIÓN

En esta investigación identificamos los conocimientos matemáticos involucrados en la producción de bordados de la cultura Hñahñu (también llamada Otomí) de la región del Valle del Mezquital, estado de Hidalgo, México. La pregunta que guía nuestra investigación es: ¿Qué conocimientos matemáticos se encuentran implícitos en la elaboración de los bordados?

Estamos interesados específicamente en los procesos de adquisición y comunicación de estos conocimientos entre expertos y aprendices. Nuestra principal motivación es recuperar, para la escuela, los conocimientos matemáticos usados por las bordadoras de la población Hñahñu. Interesa saber si estos conocimientos tienen potencial didáctico para ser retomados por la educación escolar formal y en qué forma pueden ser llevados a los salones de clases (Filloy et al, 2008).

Para estudiar los procesos de adquisición de los conocimientos matemáticos de la actividad del bordado, adoptamos un enfoque semiótico-cultural (Radford 2006, 2013, 2014), en el que se considera que el aprendizaje está conformado por procesos activos de adquisición de significados depositados en artefactos culturales y en la interacción social:

Se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura. La adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados. Es lo que llamaremos más adelante un proceso de objetivación. (Radford, 2006, p. 113).

Buscamos responder estas cuestiones esperando que los resultados de la investigación sean útiles para los profesores de matemáticas que trabajan con estudiantes de Educación Indígena, así como a investigadores y formadores de profesores.

2. ANTECEDENTES

En las últimas décadas, han sido desarrolladas diversas aproximaciones teóricas que permiten estudiar las actividades matemáticas considerando las condiciones del contexto en que se desarrollan y destacando la relevancia que los aspectos sociales, culturales e históricos tienen en la construcción y difusión de los conocimientos matemáticos (D'Ambrosio, 2002; Radford, 2006, 2013, 2014; Cantoral, 2013). Entre otros aspectos, estas aproximaciones atienden las demandas de contemplar la interculturalidad como forma

de desarrollo de competencias, conocimientos, valores, creencias y formas matemáticas de pensar, como parte esencial de la cultura de los pueblos (Oliveras, M. L. & Albanese, V., 2012; Aroca, 2008; Silva, 2006).

Específicamente en lo que corresponde a los conocimientos geométricos, se han desarrollado un buen número de investigaciones que abordan el desarrollo de la geometría de diversos grupos humanos (Scandiuzzi & Regina, 2008; Díaz, Escobar & Mosquera, 2009; Urbano, 2010; Micelli & Crespo, 2011; Sufiatti, Dos Santos Bernardi & Duarte, 2013; Fuentes, 2012). Estas investigaciones coinciden en señalar que las matemáticas y la geometría existen al interior de todo grupo humano; y que la geometría surge de las necesidades de sobrevivencia de los pueblos, en las formas de organizar y construir sus viviendas, así como en la obtención de productos que satisfacen sus necesidades, como la cestería, la cerámica y los diseños textiles.

Respecto a los conocimientos matemáticos involucrados en la construcción de motivos geométricos de los bordados, en esta investigación retomamos las investigaciones de Sánchez (2014), Gilsdorf (2012), Gerdes (2012) y Soustelle (1993). De acuerdo con ellas, en la realización de su actividad las bordadoras recurren a diversas formas de la noción de simetría; tienden a combinar dos aspectos “igualmente inspirados por el espíritu decorativo y por la abstracción”. Se trata de una preocupación por el equilibrio entre estos aspectos. Por ejemplo, en el proceso de división en mitades de un motivo geométrico, la *simetría* consiste más que en una duplicación o en un efecto de espejo, en una representación del eje del mundo, una “evocación de sinceridad” que depende de la actitud personal y cultural de la bordadora (Sánchez, 2014).

A pesar de la gran cantidad de investigaciones que abordan el estudio de los conocimientos matemáticos involucrados en las actividades de grupos sociales y culturales específicos, hacen falta, por una parte, estudios que aborden los aspectos semiótico-culturales a tomar en cuenta para un análisis de los procesos de aprendizaje y de enseñanza de estos conocimientos matemáticos (Bulf, 2008). Por otra parte, aún se tiene poca información respecto a la matemática que se desarrolla en los 56 grupos indígenas establecidos en México.

2.1 La cultura Hñahñu y sus bordados

El grupo Hñahñu se encuentra situado en el noroeste del Estado de México, en la parte central de Hidalgo y en pequeñas localidades de Veracruz, Querétaro, Puebla, Michoacán, Tlaxcala, Guanajuato y Morelos. Nuestra investigación se realizó en el Valle del Mezquital (Hidalgo), valle semi-árido con vegetación escasa, donde abunda el mezquite³, del cual la región toma su nombre. La vida de este grupo es hoy en día dura, mas se considera uno de los grupos más antiguos de la región.

Los Hñahñu pertenecen a un grupo cultural más amplio, conocido como Otopames, quienes constituyen parte importante de la población indígena del país y está conformado por subgrupos con raíces lingüísticas comunes; son Otopames los Mazahuas, Pames, Matlazingas o Cuiltecos, Chichimeca- Jonaz y los Otomíes (quienes se llaman a sí mismos Hñahñus).

Se tiene información diversa del origen y significado de la palabra “otomí”. En lengua otomí *otho* significa “no hay” y *mi*, “establecerse”. Estas dos palabras se podrían interpretar como “pueblo errante”. Asimismo, “otomí” puede tener su origen en el náhuatl *totomil*, que significa “flechador de pájaros o aves”. Si tomamos en cuenta estos distintos significados, “otomí” se puede traducir como “cazador que camina cargando flechas”. Los otomíes situados en la región del Valle del Mezquital se autodenominan hñahñus que significa “hablantes de Otomí”, “gente de Otomí”. Finalmente, en la misma lengua Hñahñu, *ñha* significa “hablar”; *ñhu*, “viene de nariz”; Hñahñu significa entonces “hablante con ayuda de las fosas nasales” (Barquera, 2003).

Los bordados Hñahñu

Si bien los orígenes de las actividades de elaboración de textiles de las mujeres hñahñus datan de las primeras poblaciones americanas (Sahagún, XVI), la influencia española afectó y transformó profundamente estas actividades (Buenrostro, 2002; Gómez, 2010). Con la llegada de los españoles, además de los diseños textiles elaborados con el telar de cintura, se agregaron los bordados que se elaboraban con las agujas, las puntadas, técnicas y materiales traídos por los europeos (Pomar, 2002). Así, actualmente "las personas han

³ Mezquite es una planta que se encuentra principalmente en las zonas áridas y semi-áridas de México.

adoptado el bordado y sus técnicas como identidad de su propio grupo, expresando elementos de su cosmogonía" (Pomar, comunicación personal, junio 19, 2002).

Los motivos y figuras de los bordados de la cultura hñahñu del Valle del Mezquital han sido estudiados y clasificados en términos de los elementos histórico-culturales que los componen. Por ejemplo, las grecas del bordado de la figura 1 representan el camino recorrido por el pueblo Hñahñu durante el proceso de expulsión originado por la apropiación española de sus tierras (Cooperativa Artesanal, 1991).



Figura 1. Grecas en un bordado hñahñu representando el camino de la expulsión de sus tierras.

Turok (1988) y Gómez (2010) han clasificado las imágenes que las bordadoras integran en sus diseños. De acuerdo con sus investigaciones, los motivos de los bordados hñahñu pertenecen a distintas categorías: a la realidad del espacio territorial hñahñu (motivos zoomorfos, fitomorfos y astros); al mundo de los signos (motivos de signos, marcas y señales); y al mundo abstracto (motivos puramente geométricos). Esta clasificación no es excluyente; es decir, los bordados pueden pertenecer a varias categorías al mismo tiempo. La tabla 1 muestra algunos ejemplos de esta clasificación.

Categorías	Descripción	Ejemplos de bordados
Zoomorfos y fitomorfos	Figuras con rasgos de animales y plantas de la región del Valle del Mezquital	
Astros	Representaciones de astros. Las estrellas, por ejemplo, tienen ocho puntas ⁴	

⁴ Cabe aclarar que las estrellas tienen siempre ocho puntas. En cambio, las flores tienen ocho, seis o cuatro pétalos y sus terminaciones son redondeadas.

Signos, marcas y señales	Figuras diversas que pueden ser simbologías de la cultura, las marcas cotidianas y las señales que representan sus formas de vida.	
Figuras geométricas	Todas las abstracciones geométricas	

Tabla 1. Ejemplos de las clasificaciones de motivos hñahñu de acuerdo a los criterios del Instituto Nacional de Antropología e Historia (Turok, 1988; Gómez, 2010).

Este tipo de representaciones es usual en la mayoría de los 56 grupos indígenas que se encuentran establecidos en México (Gómez, 2010; Bonilla, 2008), mas cada grupo tiene sus expresiones propias. En el caso de la cultura Hñahñu, los motivos que componen sus bordados forman parte importante de sus valores simbólicos y de su identidad (Barquera, 2003).

3. PERSPECTIVA TEÓRICA

Para la realización de esta investigación, recurrimos a la Teoría de la objetivación (Radford, 2006, 2013, 2014) que, desde una perspectiva semiótico-cultural, nos permite estudiar la actividad y la adquisición de los objetos y saberes matemáticos. De acuerdo con esta teoría, el significado de los objetos matemáticos tiene dos aspectos esenciales: por una parte es una construcción subjetiva, ligada a la historia y las experiencias de cada persona; y, por otra parte, es una construcción cultural, previa a la experiencia subjetiva, en tanto que el objeto está dotado de valores y contenidos culturales propios. Así, para estudiar el proceso de adquisición del significado de los objetos matemáticos es importante tomar en cuenta dos fuentes: los artefactos culturales con los que las personas realizan su actividad y la interacción. Los artefactos son depositarios de la sabiduría histórica de la actividad cognitiva de las generaciones pasadas. Radford señala que “el ser humano es afectado profundamente por el artefacto: al contacto con éste, el ser humano reestructura sus movimientos y forma capacidades motrices e intelectuales nuevas, como la anticipación, la memoria, la percepción” (Radford, 2006, p. 113). Respecto a la interacción, se señala que “los objetos no pueden hacer clara la inteligencia histórica encarnada en ellos. Para esto se

requiere de su uso en actividades y del contacto con otras personas que saben “leer” esa inteligencia y ayudarnos a adquirirla”. (Radford, 2006, p. 113).

En la presente investigación, recurrimos también a las herramientas teóricas de Gutiérrez (1990) y Jaime & Gutiérrez (1995), las cuales nos permiten hacer un primer análisis de los conocimientos geométricos presentes en los bordados hñahñu. Usamos estas herramientas teóricas para identificar las figuras y las transformaciones isométricas que permiten describir (formalmente) los diseños de los bordados y para contrastar dichas transformaciones con algunas de las estrategias que usan las bordadoras en la práctica, con los artefactos de que disponen para realizar sus bordados, recurriendo a sus experiencias personales propias y con sus valores y cultura específicos.

Gutiérrez (1990) y Jaime & Gutiérrez (1995) proponen una técnica interpretativa basada en el análisis de aspectos transformacionales de diseños geométricos elaborados con mosaicos, baldosas y cenefas. Esta técnica comienza con una descripción global de la estructura del enmosaicado, preguntándose qué *motivo mínimo* tiene, es decir, cuál es la figura mínima que permite construir el enmosaicado (Gutiérrez, 1990); después identificando sus isometrías; y, finalmente, cuáles transformaciones se podría usar para reconstruir el diseño. A este conjunto de transformaciones le llaman *sistema generador*.

En la presente investigación retomamos las fases propuestas por Jaime & Gutiérrez (1995) para el análisis de los diseños geométricos:

- *Fase 1. Descripción.* Se describe globalmente el diseño y se identifica la forma geométrica dominante, es decir, las figuras más abundantes en el diseño. Además, se identifica si el diseño es abierto, cuando se puede reproducir de forma continua e infinita por todos o alguno de sus lados; o cerrado, en caso contrario.
- *Fase 2. Análisis de regularidades.* Se consideran todas las figuras que componen el diseño y se reconocen regularidades o relaciones entre las figuras del diseño.
- *Fase 3. Construcción matemática.* se realizará la construcción matemática del enmosaicado, a partir del *motivo mínimo* y el *sistema generador*.

En el proceso de construcción del diseño, se aplican sucesivas transformaciones al motivo mínimo, obteniéndose distintas figuras, llamadas: *motivos mínimos secundarios* (dependiendo del diseño, puede ser uno o varios). Cuando se completa una de las figuras

dominantes, se dice que sea obtenido el *motivo mínimo principal*. Al terminar de aplicarse las transformaciones de un sistema generador, se obtiene el diseño buscado, llamado *motivo final*.

En su aproximación, una vez realizado este análisis, proponen material de enseñanza de las isometrías del plano. Para esto parten de los contextos y problemas de enmosaicados y recurren al uso de hojas de papel transparente, piezas de plástico para hacer cubrimientos (de venta en tienda especializadas) y software educativo que permite hacer simetrías y giros, como Logo o EucSymm (Gutiérrez, 1990, p. 14).

4. METODOLOGÍA

Se realizó un diseño metodológico que consta de dos fases. En la primera identificamos conocimientos geométricos involucrados en los bordados típicos de la cultura Hñahñu de la región del Valle del Mezquital, estado de Hidalgo, México. En la segunda fase realizamos entrevistas para profundizar en los conocimientos matemáticos que movilizan las mujeres durante el proceso de producción de estos bordados; los datos obtenidos de la entrevista se usan también como una forma de validación y contraste con los obtenidos en la primera fase.

En la primera fase nos concentramos en un análisis que buscó identificar los conocimientos matemáticos “formales” presentes en los motivos geométricos de los bordados Hñahñu. Los resultados de este análisis nos permiten identificar los conocimientos matemáticos que potencialmente pueden ser recuperados por los diseños didácticos escolares. Para realizarlo recurrimos a las herramientas teóricas propuestas por Jaime & Gutiérrez (1995). Reunimos cinco “muestrarios”, cada uno de ellos compuesto por entre 57 y 74 bordados (en un total 271). Estos muestrarios contienen motivos que las mujeres usan para la producción de sus bordados, son de uso personal y se reúnen a lo largo de muchos años, en intercambios con otras bordadoras, durante el pastoreo, conversaciones y visitas de amigas. Además, constituyen una ayuda a la memoria práctica que tienen las bordadoras sobre los motivos y su construcción. La figura 2 presenta una parte de uno de los muestrarios conseguidos.



Figura 2. Muestrario con diferentes motivos, se puede observar que es la unión de varios retazos de tela.

En la segunda fase nos concentrarnos en los conocimientos matemáticos puestos en acción por las mujeres bordadoras en la realización de su actividad. Esta parte del estudio está guiada por una metodología de tipo etnográfico, con un guión de observación y una entrevista. Para esta fase, se eligió observar a diez bordadoras expertas, que desde niñas se dedican a esta actividad como medio de sobrevivencia. Todas ellas son mujeres, pues en la cultura Hñahñu la actividad del bordado está reservada únicamente a ellas. Se eligió a ocho bordadoras adultas de entre 55 y 82 años de edad, de la cuales tres no asistieron a la escuela y sólo hablan Hñahñu; cinco asistieron a los primeros grados de la educación primaria y hablan un poco de Español, aunque en su vida diaria se desenvuelven en Hñahñu. Una de estas cinco mujeres es maestra jubilada de educación primaria; habla Español y Hñahñu. Finalmente, se seleccionó a dos mujeres más jóvenes, de entre 20 y 30 años de edad, que tienen estudios al menos hasta bachillerato y hablan español como primera lengua y otomí como segunda. Las bordadoras se contactaron a través de familiares y amigos⁵. Tanto para la observación como para la entrevista se buscó el apoyo de una de las mujeres bordadoras que hablaban tanto español, como Hñahñu.

La observación consistió en acompañar a las bordadoras en su práctica cotidiana, en los lugares y momentos del día dónde realizan su actividad, participando como observadores del proceso. En la observación interesaba identificar cuáles son las formas que tienen las bordadoras para orientarse al hacer las puntadas en el bordado, los nombres en Hñahñu de las figuras que utilizan; interesaba también saber cómo aprendieron a bordar, quién les enseñó, con qué figuras iniciaron, qué mensaje quieren transmitir mediante sus bordados.

⁵ Uno de los autores de este artículo pertenece a la comunidad de las mujeres bordadoras y habla el Hñahñu como segunda lengua.

Se acompañó a las bordadoras durante tres días (al menos por cinco horas por día). En esta parte del estudio, los recursos de registro de datos consistieron en notas de campo tomadas durante el acompañamiento.

Para la entrevista se seleccionó a cuatro bordadoras, tres de las cuales sólo hablan Hñahñu; y la otra, Español y Hñahñu. Estas mujeres fueron quienes mostraron mayor disposición para ser entrevistadas. La entrevista consistió en presentar un bordado de los muestrarios y pedir que lo reprodujeran, considerando que el intercambio de muestrarios es una práctica común entre ellas. El bordado que se eligió pertenece a la categoría de elementos geométricos. Todas las entrevistas se realizaron en las casas de las bordadoras, duraron alrededor de cinco horas y fueron videograbadas. Debido a que en la observación se identificó que las bordadoras tienen distintas estrategias de conteo para producir sus bordados, interesó especialmente indagar cómo y qué cuentan (puntadas o espacios entre puntadas), cómo corrigen cuando se equivocan, cómo construyen la simetría “global” del bordado. El análisis de los datos obtenidos en las observaciones y las entrevistas está todavía en curso.

5. ALGUNOS RESULTADOS Y SU INTERPRETACIÓN

En este artículo presentamos los resultados de la primera fase de la investigación, sobre los conocimientos presentes en los motivos geométricos de los bordados Hñahñu. Estos resultados nos permiten identificar los conocimientos matemáticos que pueden, potencialmente, ser recuperados por los diseños didácticos de la escuela. Al final de este apartado, cerramos con algunos de los resultados de la segunda fase para mostrar cómo se profundiza en los conocimientos matemáticos prácticos que son puestos en acción por las bordadoras, vinculados tanto a su construcción subjetiva, proveniente de la historia y experiencia personal de cada bordadora, como a su construcción cultural vinculada a los usos sociales de los artefactos y las interacciones que tienen lugar en la actividad de bordado.

5.1. Resultados de la FASE 1: Estudio de las transformaciones isométricas de los bordados

Encontramos *sistemas de transformaciones generadores de las figuras* y los motivos mínimos de los 271 bordados de este estudio. Por ejemplo, para el bordado de la figura 3 el análisis que se realiza se describe a continuación.



Figura 3. Bordado con representaciones geométricas de acuerdo a las clasificaciones de Turok, (1988) y Gómez (2010)

Fase 1. Descripción. La forma geométrica dominante en el bordado es el rombo. El tipo de diseño es abierto porque el motivo se puede reproducir de forma continua e infinita hacia alguno de los lados.

Fase 2. Análisis de regularidades. El bordado está compuesto por tres rombos grandes. Cada rombo tiene un rombo en la parte central, con terminaciones en cada uno de sus vértices (*cenefas*). Además, cada uno de los rombos tiene cinco motivos pequeños, también con forma de rombo. El bordado tiene cuatro estrellas, con ocho puntas cada una. Ver Figura 4.

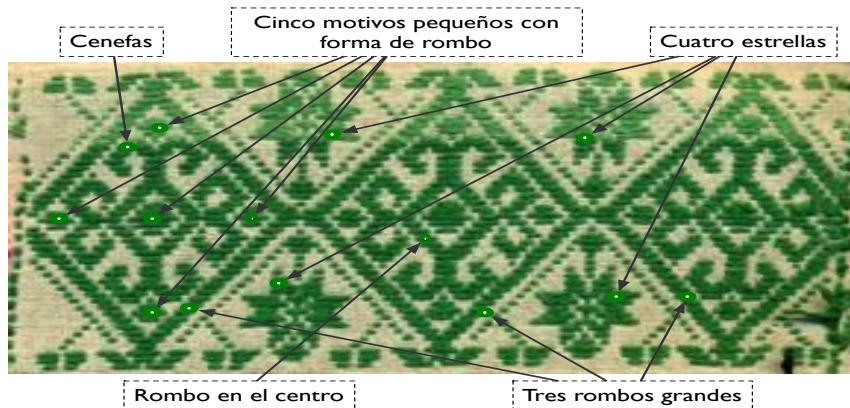


Figura 4. Análisis de regularidades

Fase 3. Construcción matemática. Una vez identificados los componentes globales del bordado (fase 2), buscamos el motivo mínimo (MM) y algún sistema generador (SG) que permita construir el bordado completo (motivo final, MF).

Un sistema generador posible para este bordado consiste en dos reflexiones con respecto a las diagonales del rombo y dos traslaciones horizontales. En la tabla 2 se presenta el MM y los motivos secundarios que corresponden a los pasos de construcción.

Tipo de motivo	Figura	Transformaciones que se aplican a la figura para obtener la figura siguiente
Motivo Mínimo (MM).		Reflexión respecto a la diagonal vertical del rombo
Motivo Mínimo Secundario (MMS)		Reflexión respecto a la diagonal horizontal del rombo
Motivo Mínimo Principal (MMP)		Dos traslaciones horizontales
Motivo Final (MF)		

Tabla 2. Construcción de los motivos de un bordado hñahñu

Las transformaciones del SG pueden aplicarse en distinto orden (por ejemplo, primero la reflexión vertical, luego las dos traslaciones y finalmente la reflexión horizontal); y, de hecho, pueden aplicarse otras transformaciones (tres rotaciones consecutivas de 90° ; y luego dos reflexiones verticales consecutivas respecto a la recta perpendicular a la diagonal horizontal que pasa por el vértice izquierdo de la figura obtenida). Pero, lo que interesa es tanto la diversidad de posibles transformaciones, como la posibilidad concreta de construcción del MF.

Este análisis se llevó a cabo para los 271 bordados de los muestrarios conseguidos. La tabla 3 presenta una síntesis de posibles *sistemas generadores* para los bordados con los que trabajamos.

Categorías	Algunos posibles sistemas generadores ⁶
Zoomorfos	SG ₁ : Reflexión vertical + traslación horizontal
Fitomorfos	SG ₁ : Rotación de 180° + Traslación horizontal SG ₂ : Rotación de 180° + Reflexión vertical + Traslación horizontal
Astros y figuras geométricas	SG ₁ : Reflexión horizontal + traslación paralela al eje de simetría SG ₂ : Rotación de 180° + Reflexión horizontal + Traslación horizontal SG ₃ : Traslaciones horizontal + Reflexión horizontal
Signos, marcas y señales	SG ₁ : Reflexión horizontal + traslación paralela al eje de simetría SG ₂ : Rotación de 180° + Reflexión horizontal + Traslación horizontal

Tabla 3. Posibles *sistemas generadores* de motivos hñahñu en términos las clasificaciones de Turok (1988) y Gómez (2010).

A continuación, se presenta, a manera de ejemplo, la aplicación de los dos posibles sistemas generadores que encontramos para los 23 motivos de la categoría de los Zoomorfos.

Sistema generador 1 de la categoría Zoomorfos (SG₁).

SG₁: Traslación horizontal.

Por ejemplo, si el motivo mínimo principal (MMP), es el dado en la figura 5.



Figura 5. Motivo mínimo principal de la categoría de los Zoomorfos.

Entonces, la aplicación de sucesivas traslaciones horizontales MMP permite construir el motivo final del bordado (MF), como se muestra en la figura 6.



Figura 6. Motivo final de la categoría de los Zoomorfos.

⁶ Los distintos sistemas generadores que se presentan para cada categoría no son equivalentes, sino que permiten construir las distintas figuras de la categoría.

Sistema generador 2 de la categoría Zoomorfos (SG₂).

Otro sistema generador para la categoría de los Zoomorfos es el siguiente.

SG₂: Reflexión vertical + Traslación horizontal

Si el motivo mínimo principal (MMP), es dado en la figura 7.



Figura 7. Motivo mínimo principal de la categoría de los Zoomorfos.

Entonces, la aplicación de una reflexión vertical (con eje en el costado izquierdo del MMP) permite obtener el motivo mínimo secundario (MMS), como se muestra en la figura 8.



Figura 8. Motivo mínimo secundario de la categoría de los Zoomorfos.

Finalmente la aplicación de sucesivas traslaciones horizontales del MMS permite construir el motivo final del bordado (MF), como se muestra en la figura 9.



Figura 9. Motivo mínimo final de la categoría de los Zoomorfos.

Estos dos sistemas generadores no son equivalentes ni permiten construir las mismas figuras, pero usando ambos se puede construir todos los motivos correspondientes a la categoría de Zoomorfos: cinco motivos pueden ser contruidos con el SG₁; los otros 18 motivos, con el SG₂.

El análisis de las transformaciones involucradas en los sistemas generadores de las figuras analizadas (271 en total) nos muestra la riqueza de los conocimientos geométricos involucrados en la producción de los bordados hñahñus.

A continuación, presentamos el análisis de algunos de los datos de la segunda fase de nuestra investigación. Estos datos nos permiten contrastar los conocimientos matemáticos puestos en acción por las bordadoras en la realización de su actividad con los identificados en el análisis “formal” de la fase 1 de la investigación.

5.2. Algunos resultados de la FASE 2: El estudio etnográfico

En este apartado, nos referimos a las entrevistas de Isabel y Sabina, las dos bordadoras de mayor edad de nuestro estudio. Al inicio de las entrevistas, se les presentó el bordado de la figura 4; se escogió este bordado porque es rico en figuras geométricas y con un SG sencillo que involucra transformaciones isométricas variadas: una reflexión y dos traslaciones. Se les pidió que lo reprodujeran en una tela, como lo hacen en los intercambios que comúnmente se dan entre las bordadoras.

Al comenzar, ambas bordadoras indicaron que el conteo de los hilos de la primera línea del bordado determina el éxito o el fracaso de la reproducción. Isabel y Sabina cuentan considerando a la tela como una malla, entre cuyos espacios darán las puntadas que les permitirán reproducir los diseños. El bordado se hace línea por línea de la malla. Tanto Isabel como Sabina comienzan bordando la primera línea de la malla en sentido de derecha a izquierda y, una vez que llegan al extremo izquierdo de la tela, cambian de dirección: ahora de izquierda a derecha; y así sucesivamente. La figura 10 muestra el conteo de los hilos de la primera línea que Sabina hace.



Figura 10. Conteo de los hilos de la primera línea del bordado a reproducirse.

El siguiente episodio muestra lo que Sabina dice respecto a la importancia del conteo de la primera línea:

Entrevistadora: ¿Qué es lo más difícil en el bordado?

Sabina: Empezar, ya una vez que empieza uno, ya es más fácil... empezar es más difícil porque hay que contar. En la segunda vuelta ya se va aumentando para ir formando los petalitos...

Entre los resultados que hemos encontrado, se tiene que la colocación de las telas y el uso de los instrumentos con los que las bordadoras trabajan (hilo, muestrario, tela, aguja) dan forma a las estrategias de conteo de hilos (Solares y Barquera, en proceso). En este apartado nos centraremos en dar algunas evidencias de cómo estas estrategias de conteo permiten construir las regularidades geométricas que encontramos en la fase 1, específicamente, cómo se relacionan con las simetrías del diseño.

Antes de iniciar la presentación de las estrategias, es necesario considerar un análisis de la “estructura” del bordado que tome en cuenta aspectos de conteo y medición de los motivos que lo componen. En la figura 11, se presentan algunos de los aspectos que sobresalen de este análisis. Designamos con la letra “M” a los motivos que componen el bordado. A diferencia del análisis interpretativo de Jaime & Gutiérrez (1995), en este análisis no sólo consideramos las regularidades geométricas globales, sino también características específicas, como la distancia entre los motivos, contada en número de hilos de la tela.

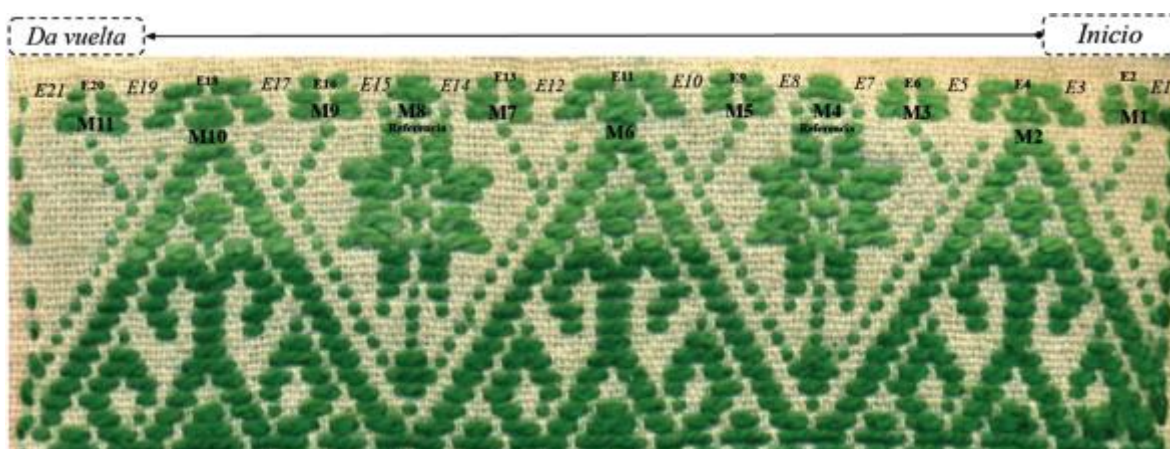


Figura 11. Motivos bordados y distancias entre ellos.

En este caso tenemos 11 motivos, de los cuales M2, M6 y M10 corresponden a las *figuras geométricas dominantes* identificadas en la fase 1; M1, M3, M5, M7, M9 y M11 son motivos que representan “hojas”, usando las palabras de las bordadoras; M4 y M8 son “estrellas”. En esta figura, las distancias que hay entre los motivos se indican con la letra

“E”. Las distancias E1 a E21 se midieron considerando la primera línea del bordado. Hay distancias de dos tipos: las del primer tipo separan partes de un mismo motivo, por ejemplo, al interior de la hoja M1 hay E2 de distancia entre las dos partes de la hoja; el segundo tipo de distancias mide la distancia de un motivo a otro. Para este bordado, las distancias E2, E4, E6, E9, E11, E13, E16, E18, E20 son del primer tipo y cada una mide 2 hilos. Las distancias E1, E3, E5, E7, E8, E10, E12, E14, E15, E17, E19 y E21 son del segundo tipo y cada una mide 10 hilos.

Isabel inicia las puntadas de la primera línea del bordado yendo de derecha a izquierda. Cuenta tanto los hilos que forman los motivos como las distancias que los separan. Cada vez que cuenta los hilos de alguno de los motivos, verifica que los motivos semejantes midan lo mismo; por ejemplo, cuenta los hilos de la tela que se “aplastan” o “cubren” (*tse’mi*, dice Isabel) para bordar la primera línea de la hoja M1 (4 hilos) y luego verifica que sea la misma medida en M3 y M5. Cuenta también la distancia interior E2 que separa las partes dos partes de la hoja M1 (2 hilos) y verifica que sea igual a E4 y E6, las distancias interiores que separan las partes de las hojas M3 y M5.

En la figura 12 se presentan los resultados del conteo que realiza Isabel en la primera línea del bordado. En esta figura, los números con raya (debajo del numeral) representan distancias entre motivos, es decir, el número de hilos de la tela que quedan a la vista; los números que tienen sin raya representan las distancias que miden los motivos, es decir, el número de hilos de la tela que quedan “aplastados” por la puntada. Las distancias del primer tipo (entre las partes de un mismo motivo, internas) se resaltan en verde y las del segundo tipo (entre motivos distintos, externas) en amarillo.

10 4 2 4 10 6 2 6 10 4 2 4 10 6 10 4 2 4 10 6 2 6 10 4 2 4 10 6 10 4 2 4 10 6 2 6 10 4 2 4 10

Figura 12. Secuencia de números obtenida por Isabel en el conteo de hilos de la primera línea del bordado

Isabel muestra gran facilidad para en la realización de bordados, es meticulosa en los conteos y los verifica sistemáticamente. En sus explicaciones sobre las maneras de hacer sus conteos, explicó que ubica los motivos que ya contó y da las puntadas correspondientes en su tela, así no tiene necesidad de contar todos los hilos de los motivos. Además, establece que las “estrellas” (M4 y M8) son motivos de referencia, que le permiten buscar

patrones que se repitan. En la figura 13 se muestran los números de la secuencia que Isabel tomó como referencia y su correspondencia con las “estrellas” del bordado.

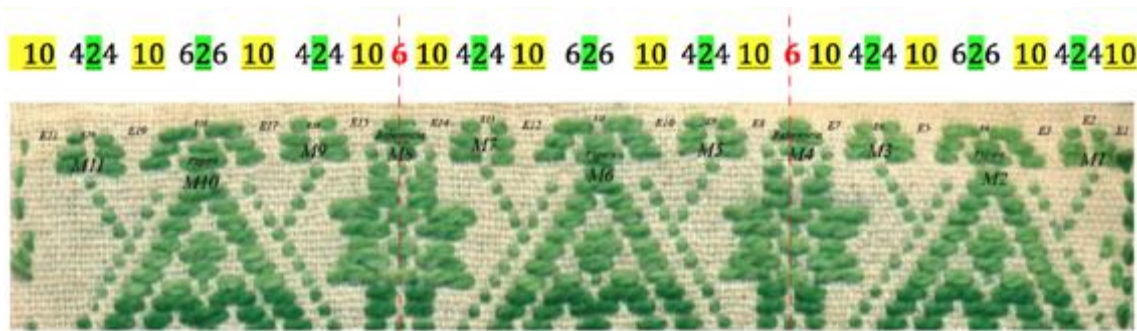


Figura 13. Simetrías del bordado

La identificación que hace Isabel de las simetrías del bordado le permiten reproducirlo sin necesidad de contar los hilos de todos los motivos. Podemos decir que Isabel establece una correspondencia entre la simetrías y regularidades de los motivos geométricos del bordado y las “simetrías” y regularidades de la secuencia numérica de conteo de hilos, línea por línea.

Estas simetrías también le permiten a Isabel corregir errores que puede cometer en el conteo de algunas puntadas. Por ejemplo, al bordar las primeras tres líneas de la parte alta de los motivos M2 y M6 (figuras dominantes con forma de rombo) Isabel contó de la siguiente manera:

6 2 6	6 2 6
4 2 6 2 4	4 3 5 2 4
3 3 10 2 4	4 2 10 2 4
M6	M2

Los números en rojo indican los errores de Isabel al dar una puntada. Para corregir sus errores, Isabel compensa en las puntadas siguientes. Por ejemplo en M2, para corregir la puntada en la que pasó su aguja por debajo de 3 hilos (en lugar de 2), en la siguiente puntada Isabel “aplasta” 5 hilos (en lugar de 6). De esta manera, Isabel controla el tamaño global de los motivos (en ambos motivos, el total de hilos de la segunda línea es 18).

Isabel dio las puntadas que le permitieron reproducir el bordado considerando no sólo la cantidad de hilos, sino también las simetrías y regularidades de los motivos geométricos que fue identificando. La tabla 4 muestra la correspondencia entre las transformaciones

5. REFLEXIONES FINALES

Los resultados de esta investigación se suman a los trabajos que sobre los conocimientos matemáticos presentes en las actividades extraescolares, que se han venido realizando en los últimos años.

El análisis de las transformaciones involucradas en los sistemas generadores de las figuras analizadas (271 en total) da cuenta de la riqueza de los conocimientos geométricos involucrados en la producción de los bordados hñañhus. Desde el punto de vista de los conocimientos “formales”, estos conocimientos incluyen identificación de figuras y sus simetrías, aplicación de reflexiones, traslaciones, rotaciones y composición de transformaciones.

En contraste, los conocimientos prácticos puestos en juego en las entrevistas nos muestran que, mediante el uso de instrumentos como hilos, agujas y telas, las mujeres bordadoras movilizan conocimientos sobre conteo, compensaciones a través de sumas y restas, identificación de simetrías y de patrones numéricos. Las regularidades geométricas de los diseños permiten a las bordadoras reproducir los bordados de manera eficiente, sin necesidad de contar todos los hilos de todos los motivos. Al parecer, las bordadoras establecen una correspondencia entre la simetrías y regularidades de los motivos geométricos del bordado y las “simetrías” y regularidades de la secuencia numérica del conteo de hilos. Además, hemos encontrado criterios provenientes del contexto que las bordadoras aplican en las decisiones y estrategias de bordado que usan, como la decisión de no dejar figuras “cortadas” en las orillas de las telas.

Si bien los conocimientos identificados en ambas fases son de naturaleza distinta, su riqueza y variedad nos muestran el potencial didáctico de las situaciones y los contextos que pueden ser explotados para la enseñanza formal de la geometría en las escuelas de las comunidades Hñañhu (Filloy et al, 2008). Es importante que estas situaciones consideren los conocimientos prácticos que se puede adquirir previamente a la introducción formal de la geometría en la escuela, donde se estudian simetrías y transformaciones isométricas a través del uso de instrumentos escolares, como regla y compás, o software de geometría dinámica. Nuestra investigación nos plantea la posibilidad de caracterizar una “geometría

práctica” usada por las bordadoras, cuyo estudio puede proveer de alternativas didácticas para la enseñanza de la geometría escolar.

Finalmente, es importante señalar que para develar los detalles del proceso de adquisición de los conocimientos matemáticos de las mujeres bordadoras del Valle del Mezquital se hace necesario profundizar en el análisis de los procesos de *subjetivación* y *objetivación* involucrados (Radford, 2014). Este análisis está aún en curso (Solares y Barquera, en proceso).

7. REFERENCIAS

- Aroca, A. (2008). Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas. Comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. *Boletim de Educação Matemática*, 21(30), 163-180. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221878010>
- Barquera, E. (2003). *Numeración y medida en la Cultura Otomí* (Tesis para obtener el grado de maestro en Ciencias). CINVESTAV. Distrito Federal-México.
- Bonilla, P. (2008). *Bordados de Zontecomatlàn. Iconografía Textil Nahua*. Consejo Veracruzano de Arte Popular. Veracruz. Veracruz, México.
- Buenrostro, M. (2002). *Con hilo entreverado, las mujeres tejen toda una historia de identidad*. La jornada Virtual. Recuperado desde: <http://www.jornada.unam.mx/>
- Bulf, C. (2008). *Etude des effets de la symétrie axiale sur la conceptualización des isométries aviones et sur la nature du travail au collège géométrique*. Doctorat, Universidad Paris Diderot, ed. Irem Paris.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.
- Cooperativa artesanal, (1991). *La flor del Valle*. México, DF: Regina de los Ángeles. Ixmiquilpan Hidalgo.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemáticas*. Bolonia: Pitagora.
- Díaz, N., Escobar, S., & Mosquera, S. (2009). Actividades didácticas apoyadas en algunos aspectos históricos de la cultura y matemática Maya. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 4-26. Recuperado de: <http://www.etnomatematica.org/v2-n1-febrero2009/diaz.pdf>
- Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. New York: Springer.
- Fuentes, C. (2012). La Etnomatemática como mediadora en los procesos de la reconstrucción de la historia de los pueblos, el caso de los artesanos del municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. *Revista Latinoamericana de*

- Etnomatemática*, 5(2), 66-79. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274023595004>
- Gerdes, P. (2012). *Etnogeometría. Cultura e o despertar do pensamento geométrico*. Instituto Superior de Tecnologias e de Gestão (ISTEG), Belo Horizonte, Boane, Moçambique.
- Gilsdorf, T. (2012). *Arte Textil Otomí y Mazahua como una Expresión Femenina de las Matemáticas*. Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- Gómez, A. (2010). *Arte Textil Poblano. San Mateo Tlacoxtcalco: Catálogo iconográfico*. Instituto de Artesanías e Industrias Populares del Estado de Puebla. México.
- Gutiérrez, A. (1990): *Los cubrimientos de M.C. Escher como material didáctico en la enseñanza de las isometrías* (texto de la conferencia en el “Congreso de arte y matemáticas. M.C. Escher: Entre la geometría y el arte”. Universidad de Granada. Granada (España), 7-25. Manuscrito.
- Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1995). *Guidelines for Teaching Plane Isometries in Secondary School. The Mathematics Teacher*, 88(7), 591-597.
- Micelli, M. L., & Crespo, C. R. (2011). La geometría entretejida. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(1), 4-20. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274019440001>
- Oliveras, M. L., & Albanese, V. (2012). Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Boletim de Educação Matemática*, 26(44), 1315-1344. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291226280010>
- Pomar, M. (2002). *Con hilo entreverado, las mujeres tejen toda una historia de identidad*. La jornada Virtual. Recuperado desde: <http://www.jornada.unam.mx/>
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870010>
- Radford, L. (2013). Three key Concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44. doi: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2013.19>
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime, Número Especial*, 2006, 103-129. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33509906>.
- Sahagún, B. (2002). *Códice Florentino. Historia general de las cosas de la Nueva España Tomo II, párrafo sexto*. (pp. 960-964). México: Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.
- Sánchez, J. (2014). *Iconología simbólica en los bordados populares toledanos* (Memoria para obtener el grado de Doctor). Facultad de Filología, Universidad Complutense de Madrid, Madrid-España.

Barquera, E. & Solares-Rojas, A. (2016). Conocimientos matemáticos involucrados en la producción de bordados de la cultura Hñahñu: un análisis semiótico-didáctico. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(1), 26-48.

Scandiuizzi, P., & Regina, C. (2008). Simetrias e Assimetrias no Contexto de Povo Kadiwéu. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(2), 4-26. <http://www.etnomatematica.org/v1-n2-julio2008/Scandiuizzi-Regina.pdf>

Silva, A. (2006). Organização Espacial A 'UWe - Xavante. Um olhar qualitativo sobre o espaço. *Boletim de Educação Matemática*, 9(26). Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221866009>

Soustelle, 1993. *La familia otomí – Pame del México Central*. Centro de Estudios Mexicanos y Centroamericanos. Fondo de Cultura Económica. México DF.

Sufiatti, T., Dos Santos Bernardi, L., & Glavam Duarte, C. (2013). Cestaria e a história de vida dos artesãos indígenas da Terra Indígena Xapecó. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(1), 67-98. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274025755004>

Solares, A., & Barquera, E. (artículo en proceso) El papel de los artefactos y las interacciones en la construcción de significados de los conocimientos matemáticos involucrados en la producción de bordados Hñahñu.

Turok, M. (1988). *Como acercarse a la artesanía*. México. DF: Plaza y Valdés Editores; 1 edición.

Urbano, R. A. (2010). Geometría en las Esculturas del Parque Arqueológico de San Agustín. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 3(1), 45-66. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274019748003>