

Artículo recibido el 24 de febrero de 2013; Aceptado para publicación el 10 de septiembre de 2013

De la lecture de connaissances mathématiques dans le milieu socioculturel aux conditions de transmission de ces connaissances

From the reading of mathematical knowledge in cultural background to the conditions of the transmission of these knowledge

Alexandre Mopondi-Bendeko¹
Fiancée-Gernavey Bantaba²

Résumé

Les travaux sur l'enseignement des mathématiques continues à intéresser les chercheurs en éducation mathématique, qui sont aujourd'hui à la recherche des solutions efficaces pour les différentes communautés humaines. C'est un pari qui demande, entre autre, un travail de recherche d'articulation entre plusieurs théories, pour arriver à un nouveau domaine, mieux adapté.

Nous avons parlé de l'articulation entre la théorie des situations didactiques en mathématiques et l'ethnomathématique, qui donne des éléments d'un domaine nouveau où la transposition didactique d'une situation mathématique en une situation didactique en mathématiques trouve dans l'ingénierie didactique le moteur de transformation et d'adaptation de la situation. C'est avec le jeu de Ngola que nous avons tenté d'illustrer ce processus de transformation et d'adaptation.

Mots clés : ethno mathématique ; éducation mathématique ; ingénierie didactique; milieu socioculturel ; jeu de calcul africain.

Abstract

Works on the teaching of mathematics continue to be of interest to researchers in mathematical education, which today are the effective solutions to the different human communities. It is a bet which seeks, among other things, research of articulation between several theories to a new domain, better adapted.

We will talk about the relationship between the theory of didactical situations in mathematics and ethnomathematics, which provides elements of a new area where the didactic transposition of a mathematical situation in a teaching situation in mathematics found in didactic engineering engine of transformation and adaptation of the situation. It is with the game of Ngola that we tried to illustrate this process of transformation and adaptation.

Key words: ethnomathematics; mathematics teaching; didactic engineering; cultural background; calculus African games.

¹ GREMA, IREM, Université Paris 7. Email: bendekomopondi@yahoo.fr

² GREMA, IREM, Université Paris 7. Email: fbantaba@ac-orleans-tours.fr

INTRODUCTION

Les connaissances que nous dénommons mathématiques sont pour l'essentiel le produit des activités culturelles des Communautés humaines. Selon le type d'activité et en fonction d'un milieu donné, ces connaissances fonctionnent et s'expriment d'une certaine manière. L'expression de ces connaissances et leur fonctionnement posent de problèmes surtout dans le passage d'un milieu à un autre. Ces problèmes sont ceux de la prise de conscience de l'existence de ces connaissances, de leur utilité et de leurs modalités de transmission. Les solutions apportées à ces différents problèmes varient selon les communautés humaines, et surtout selon le type de fonctionnement de ce que nous appelons « école », c'est-à-dire un projet de société pour répondre aux besoins de la communauté.

L'histoire de la société africaine, particulièrement au sud du Sahara, conduit au constat que les sociétés africaines continuent à assurer la formation des agents et des cadres nécessaires à un certain nombre d'activités qui n'ont pas été prises en charge par l'école telle que nous la connaissons aujourd'hui.

Les structures dans lesquelles les formations sont proposées et la conception de ces formations sont différentes d'une communauté à une autre ou d'un pays à un autre. Ces structures et la conception de ces formations sont différentes de celles de l'école telle qu'elle est présentée aujourd'hui.

Le problème est de trouver l'articulation entre les deux modalités de fonctionnement pour l'efficacité de la formation proposée. Pour arriver à cette articulation, il nous semble important, voire nécessaire, de parler de ces formations qui ne sont pas prises en charge par l'école d'aujourd'hui.

La définition de l'école comme « projet de société » nous conduit à distinguer dans ces sociétés africaines deux écoles : l'école au sens traditionnel et l'école au sens moderne. Nous classons alors toutes les formations qui ne sont pas prises en charge par l'école telle que nous la connaissons aujourd'hui dans l'école au sens traditionnel.

ECOLE AU SENS TRADITIONNEL

Nous ne pouvons pas parler de cette école traditionnelle sans parler des pratiques ou des activités « au quotidien » dans les sociétés africaines au sud du Sahara.

Alors quelles sont ces pratiques ou ces activités au quotidien dans les sociétés africaines au sud du Sahara ? Ces pratiques ou ces activités peuvent être regroupées en trois secteurs :

- (1) les activités qui caractérisent une communauté : on parle alors par exemple de communauté de pêcheurs, d'agriculteurs, d'éleveurs ;
- (2) les activités qui ne sont transmises qu'aux descendants d'un clan : ce sont des activités professionnelles, comme la forge, la poterie ;
- (3) les pratiques liées aux événements circonstanciés : l'événement doit se produire ou les conditions doivent être réunies pour que la pratique soit effective. Ainsi une femme qui devient maman pour la première fois bénéficie d'un encadrement approprié ; de même l'initiation à divers travaux d'adulte se fait à l'âge approprié pour leur réalisation.

Ces pratiques ou ces activités dans les sociétés africaines subsahariennes sont transmises :

- De façon formelle ou programmée dans le cas des activités ou pratiques (2) et (3),
- De façon informelle et/ou spontanée dans le cas des activités (1).

L'articulation recherchée soulève, nous semble-t-il, trois questions :

- La question de « *l'utilisation* » de ces activités dans l'enseignement : quelles activités traditionnelles travaillées pour réaliser un enseignement donné ?
- La question « *d'adaptation* » (de transfert ou de transposition) d'une activité traditionnelle dans une filière professionnelle : quelle présentation donnée à une activité traditionnelle pour qu'elle soit utilisable aujourd'hui dans une classe ?
- La question de « *création* » de filière d'enseignement : quelle filière mettre en place pour rentabiliser certaines activités traditionnelles ?

ETHNOMATEMATIQUE ET DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Dans la recherche de cette articulation, deux théories se sont imposées : Théorie des situations didactiques en mathématiques (TSDM) et l'Ethnomathématique. Selon Guy Brousseau, ce sont les deux premières grandes approches théoriques et expérimentales des questions d'enseignement des mathématiques distinguées à ce jour par l'ICMI.

Il nous semble nécessaire d'établir aujourd'hui le rapport entre les deux théories pour mettre en évidence des éléments qui permettent de les articuler, cela pour dessiner un domaine nouveau qui peut être « *l'Ethnodidactique* » ou « *l'Ethnodidactique des mathématiques* ». Nous pensons que c'est dans ce nouveau domaine que l'articulation entre les deux écoles va se concrétiser.

Dans sa conférence à Sao Paolo, en octobre 2006, intitulé « Didactique et Ethnomathématiques », Guy Brousseau parle justement de rapport et d'articulation entre les deux approches.

Selon lui, la TSDM étudie les conditions spécifiques de la diffusion des connaissances et des activités mathématiques. L'ethnomathématique étudie des concepts et des pratiques qui sont les produits d'une invention mathématique propre à des groupes ethniques ; mais elle ne s'intéresse pas directement, a priori, aux moyens ni aux conditions de transmission de ces connaissances.

L'ethnomathématique se préoccupe des rapports entre les cultures des concepts identifiés, tandis que la TSDM se préoccupe des rapports entre les différents partenaires scolaires.

En conclusion, Guy Brousseau considère, en parlant de rapport, que la TSDM pourrait s'élargir à l'ethnomathématique, qui y trouverait elle-même un outil théorique et expérimental adéquat. La TSDM relèverait donc de la micro-didactique et l'ethnomathématique de la macro-didactique. L'articulation entre la TSDM et l'ethnomathématique passerait par l'ingénierie didactique. C'est cette dernière qui transformerait les situations mathématiques en situations didactiques en mathématiques.

ETUDE DE CAS : JEU DE NGOLA EN AFRIQUE CENTRALE

Depuis quelques années, à partir de 1992, les programmes de l'école au sens moderne recourent aux activités traditionnelles pour illustrer l'enseignement des mathématiques. On trouve par exemple les jeux de tradition africaine comme le « jeu d'Awalé », appelé « jeu de Ngola » en République Démocratique du Congo (RDC) et en République du Congo, dans les manuels CIAM (Collection Inter-Africaine de Mathématiques).

Nous allons revenir sur cette situation pour essayer de montrer comment l'ingénierie peut faire d'elle une situation didactique en mathématiques.

I. Description du jeu de Ngola en Afrique Centrale



Matériel

Le jeu initial est composé de :

- Un plateau de 24 trous disposés en 4 rangées de 6 trous.
- Le plateau est rigide ou pliable en deux parties superposables dans le sens des rangées de 6 trous ; chaque partie de 2 rangées de 6 trous est à la disposition d'un joueur. Il faut donc deux personnes pour jouer.
- 48 pions en raison de 2 pions par trou (RDC).

Avant de commencer

S'assurer que chaque trou contient 2 pions ;

Choisir une stratégie de jeu pour éviter de se faire manger les pions.

Règle du jeu

- On ne peut jouer que lorsqu'il y a au moins deux pions dans le trou.
- On ne mange les pions de l'adversaire que lorsqu'en jouant il y a au moins un pion dans son trou de la première rangée ; des pions dans les deux trous alignés de l'autre joueur, en face de son trou où on dépose le dernier pion qu'on a en main.
- On recommence à jouer avec les pions gagnés à partir de là où le jeu a commencé.
- On peut encore manger les pions lorsqu'on se trouve dans les conditions décrites ci-dessus.

- Sinon on continue à jouer jusqu'à ce qu'il n'y ait rien au dernier trou pour arrêter. On dépose alors le dernier pion au trou qui suit le dernier trou.
- On gagne lorsque l'adversaire est dans la situation où il ne peut plus jouer ou
- Manger les pions.

II. Travail d'ethnomathématique

Le jeu de Ngola connaît plusieurs variantes qu'on rencontre essentiellement en Afrique de l'ouest sous des appellations différentes : Awalé, Wari, etc. Il y a beaucoup de travaux sur ces variantes et très peu sur le jeu de Ngola.

Messieurs A. Deledicq et P. Deshayes ont fait un travail, que nous qualifions d'ethnomathématique, d'une variante appelée « Wari », publié dans les Cahiers d'études africaines (1976) 467-488, sous le titre de « Exploitation didactique du Wari ». Ils ont à l'occasion montré qu'on pouvait « lire » les mathématiques dans ce jeu ; ils parlent d'ailleurs « d'illustration » de notions mathématiques.

Ils ont ainsi illustré :

« ...

- L'analyse combinatoire et ses dénombrements ;
- La réduction d'un graphe relationnel (cela équivaut à la recherche du moyen de représentation le plus clair possible ; pour se faire, on ne conserve que les caractéristiques les plus « significatives » de la situation, c'est-à-dire celles qui permettent un traitement opératif porteur d'information) ;
- La détermination, par récurrence, de la stratégie gagnante (qui nécessite une analyse logique, menée pas à pas et fondée sur l'idée qu'une synthétisation partielle des informations permet d'avancer d'un cran vers une nouvelle synthétisation) ;
- Le calcul des probabilités... »

III. Travail de didactique des mathématiques

A. Analyse a priori du jeu de Ngola en Afrique Centrale

1° Jeu initial

Pour jouer, le joueur est supposé être à mesure de dénombrer une collection d'objets qui sont ici des pions, et de faire mentalement la distribution de ces pions, dans les trous. Il peut nommer la collection ou énumérer les pions. Tout cela dans la tête pour éviter que l'adversaire fasse obstacle à sa stratégie. Et pour aller vite dans la recherche de sa stratégie, en fonction du nombre de trous à sa disposition (12), il est censé utiliser les 4 opérations fondamentales (+ ; - ; x ; :). Cela est encore vrai pour l'addition lorsqu'il doit dans sa stratégie inclure les pions à manger. En définitive le travail du joueur est essentiellement mental et se fait dans une discrétion qui ne rend pas facile la gestion des stratégies pour un apprentissage donné. Le jeu est par contre bien indiqué pour le réinvestissement des quatre opérations fondamentales, des tables de multiplication, des diviseurs, des multiples. Le problème de gestion de ce réinvestissement, comme celui de gestion de l'apprentissage, se pose pour l'enseignant.

Le problème permanent du joueur est d'identifier la stratégie de l'adversaire qui met en danger ses pions. Il est aussi important de trouver en même temps une stratégie qui permet à la fois de manger les pions de l'adversaire et de protéger ses pions.

Que faut-il prendre en compte dans ce jeu pour atteindre un objectif d'apprentissage scolaire donné ?

Les éléments qui ressortent en premier sont :

- le nombre de pions ;
- le nombre de trous ;
- le nombre de rangées ;
- le temps de réflexion pour déterminer la stratégie à prendre.

Tous ces éléments semblent être plus indiqués pour un travail de réinvestissement que d'apprentissage. Car par sa conception, le jeu n'offre pas d'occasions de faire évoluer les stratégies. Le joueur est obligé de cacher ses stratégies de peur de se faire prendre par son adversaire. Il y a un vrai problème de « contrôle » et de « gestion » des variables du jeu tel qu'il est joué.

2° Jeu modifié

Comme nous venons de le signaler, il ne semble pas évident d'utiliser le jeu tel qu'il est joué dans la société pour faire un apprentissage scolaire. Le jeu suppose par contre la mobilisation des connaissances mathématiques qui trouvent dans le jeu un réinvestissement non évident à gérer.

La modification du jeu peut porter sur la règle du jeu ; elle peut être formulée autrement. La modification peut aussi porter sur l'utilisation du jeu. Nous allons nous occuper de l'aspect production du matériel du jeu pour voir ce qu'on peut enseigner comme notions mathématiques. Il faut dire que l'ingénierie vise en premier le sens de la notion ; l'algorithme de résolution vient dans la suite de la progression.

Notion de la division euclidienne

Pour enseigner la notion de division euclidienne, par exemple, il semble pertinent, surtout si on veut travailler le « sens » de la notion, d'envisager les activités dans lesquelles les apprenants ont à fabriquer (ou à faire le choix) différents modèles du jeu.

Les apprenants vont travailler la notion de partage, notamment de partage équitable avec reste où les conditions sur le reste seront au centre des activités. Le débat qui conduira à ces notions va être axé, au niveau du jeu, sur le nombre de rangées par joueur (pair ou impair), le nombre de trous et le nombre de pions par trou.

B. Schéma d'une progression type

A partir de l'analyse a priori proposée, nous allons proposer une série de séances à réaliser. Il est évident que la progression proposée est sujet de modification ou d'adaptation en

fonction de la progression d'une classe réelle donnée. Le premier travail est de se fixer sur les variables à gérer. Ce qui est du jeu de Ngola, nous pouvons considérer ces variables :

nombre de trous ;

nombre de rangés des trous ;

nombre de pions par trou ;

nombre de pions disponibles.

Nous pouvons, à partir de là, proposer la progression des séances suivantes :

Séances de familiarisation (au moins 2)

L'objectif est de maîtriser la règle du jeu de ngola, de connaître la composition du jeu et la disposition du jeu.

0. Séances de fabrication du jeu de ngola (au moins 2)

L'objectif est d'explorer toutes les possibilités de présentation du jeu qu'on peut proposer.

L'enseignant insistera sur le nombre maximum et nombre minimum du jeu de Ngola qu'on peut proposer.

1. Séances sur les procédures de fabrication du jeu de ngola (au moins 3)

Ces séances sont la suite logique des séances de fabrication des jeux de ngola. L'enseignant organise un débat sur les procédures de fabrication du jeu de ngola. L'accent sera mis sur le reste des pions.

C'est dans ces séances que le sens de partage équitable de la division euclidienne va être travaillé. Et l'institutionnalisation de la division euclidienne comme un type de partage équitable s'en suivra.

2. Séances sur l'algorithme de la division

Le moment est venu maintenant de structurer les données de façon à retrouver la façon classique de travailler la division euclidienne. La disposition des données et la façon de faire les calculs vont être au centre de l'apprentissage. Le vocabulaire de dividende, diviseur, quotient et reste va être introduit.

3. Séances de réinvestissement de la division euclidienne

Le sens de la division euclidienne étant en place, l'enseignant peut sortir du jeu de ngola pour proposer d'autres situations qui vont nécessiter la mobilisation de la division

euclidienne par les élèves. Le débat va être sur la nécessité d'utiliser la division euclidienne pour résoudre le problème.

C. Illustration de travail de sens donné à la division euclidienne

Nous allons gérer 4 variables que nous supposons pertinentes dans le processus qui conduit à donner du sens à la notion de la division euclidienne :

Nombre de pions disponibles ;

Nombre de pions par trou (cellule) ;

Nombre de rangées par joueur ;

Nombre de trous par matériel du jeu.

Pour simuler une progression d'un niveau et d'une classe donnée, nous partons d'un jeu où un « commerçant » fait la commande d'un nombre de matériels du jeu de Ngola chez un « fabricant ».

Nous commençons par nous « **familiariser** » au jeu de Ngola. Nous partons de l'idée que la « **description** » du jeu facilite les échanges entre le commerçant et le fabricant. La description portera sur :

Nombre de trous au total par matériel du jeu de Ngola (pair ou impair)

Nombre minimum (maximum) de pions par trou ;

Nombre minimum de trous par matériel ;

Nombre minimum (maximum) de rangées par joueur.

Les échanges porteront sur :

- a. Un manque d'information pour avoir un matériel ;
- b. Les raisons de satisfaire ou de non satisfaire une commande ;
- c. Les possibilités d'aller au-delà de la commande.

Les échanges sur les points b et c portent essentiellement sur le reste de pions, après avoir honoré une commande. C'est dans ces échanges que va être travaillé le sens donné à la division euclidienne comme « **partage équitable** »

Trois sortes de reste nous intéressent :

Reste de pions qui ne permet pas de fabriquer un matériel du jeu de Ngola ;

Reste de pions qui permet de fabriquer un matériel du jeu en plus de la commande ;

Reste de zéro pion.

Trois exemples pour illustrer :

Exemple1

Commerçant: Fabriquant :

Dispose de **720 pions**« fait ses calculs » qui donnent

Commande **15 matériels** de exactement le nombre de

24 trous/matériel/matériels commandés

4 rangées/matériel(15 matériels)

2 pions/trou

Exemple2

Commerçant: Fabriquant :

Dispose de **465 pions**« fait ses calculs » qui donnent

Commande 100 matériels de- 9 matériels

24 trous/matériel- **il reste 33 pions.**

4 rangées/matériel

2 pions/trou

Exemple3

Commerçant: Fabriquant :

Dispose de **538 pions**« fait ses calculs » qui donnent

Commande **10 matériels** de- 10 matériels commandés ;

24 trous/matériel- **il reste 58 pions qui permettent**

4 rangées/matériel**d'avoir un matériel en plus.**

2 pions/trou

CONCLUSION

Nous pouvons en conclusion dire que de la lecture à l'apprentissage des mathématiques, l'enseignant (ou le chercheur en didactique ou en ethnomathématique) se met dans deux contextes différents. Dans le premier, il se met dans la position de mathématicien et lit les

mathématiques qui sont accessibles dans la situation. Dans le deuxième contexte, l'enseignant se met dans la position de l'apprenant et du didacticien ; il simule une classe en cherchant à identifier les variables à gérer, en imaginant la meilleure des façons de négocier pour faire dévoluer l'apprentissage.

L'ingénierie nous semble être, dans ce deuxième contexte, le moteur de la transposition, que nous pouvons considérer comme didactique, de la situation mathématique à la situation didactique en mathématiques. C'est elle qui crée les conditions favorables à l'apprentissage.

En définitif, l'ethnomathématique joue un double rôle en didactique des mathématiques : 1° fournir les éléments de base d'une situation didactique en mathématiques ; c'est-à-dire les éléments pour une transposition didactique. 2° Fournir les situations de réinvestissement (d'illustration) des notions mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

- Brousseau, G. (2006). Didactique et Ethnomathématiques. Conférence présentée dans *VII Reunión de Didáctica de la Matemática del Cono Sur*. Sao Paulo, Brasil.
- Deledicq, A. & Deshayes, P. (1976). Exploitation didactique du Wari. *Cahiers d'études africaines*, 16(63-64), 467-488.
- Deledicq, A. & Popova, A. (1977). *Waei et Solo. Le jeu de calcul africain*. Paris: Cedic.
- Gajardo, A. & Dasen, P. (2006). Des ethnomathématiques à l'écoles? Entrer enjeux Politiques et propositions pédagogiques. *Formation et pratiques d'enseignement en question*. (4) 121-138.
- Gerdes, P. (1996). On ethnomathematics and the transmission of mathematical Knowledge in and outside schools in Africa south of the Sahara. En: M. Barrere (Edit.). *Sciences et Développement*. Les sciences hors d'occident au XXè siècle. (págs. 229-246). París: Orstom Éditions. Volumen 5.
- Popova, A. (1976). Les Mankala africains. *Cahiers d'études africaines*, 16(63-64), 433-458.