

## Um Modelo para Simulação de Escoamentos em Aquíferos Subjacentes a Zonas Urbanas

José Eduardo Alamy Filho\*, Michelle Crescêncio de Miranda\*, Marcio Ricardo Salla\*  
zealamy@yahoo.com.br; michellemiranda\_18@hotmail.com; mrsalla@feciv.ufu.br

Recebido: 16/04/13 - revisado: 02/05/13 - aceito: 16/06/13

---

### RESUMO

O presente trabalho aborda a modelagem e a simulação do escoamento de águas subterrâneas em aquíferos não confinados, submetidos a singularidades como poços e córregos. Utilizou-se um modelo matemático horizontal, baseado na integração vertical da equação diferencial para a carga hidráulica no aquífero. A solução numérica foi construída com o método de diferenças finitas, aplicando condições de contorno internas para o tratamento de poços e córregos. Analisaram-se duas formas de modelar matematicamente o termo sumidouro da equação diferencial governante. Dois esquemas explícitos foram testados para o tratamento da derivada temporal: Euler, de primeira ordem, e Adams-Bashforth, de quarta ordem. Comparações evidenciaram que o segundo esquema apresenta resultados mais próximos da solução analítica, quando aplicado na vizinhança dos poços. Os resultados capturaram padrões de escoamento similares aos verificados em sistemas com múltiplos poços. Neste contexto, destacam-se cones de depressão pronunciados na vizinhança das áreas de maior concentração de poços, bem como a indução de campos de velocidade aproximadamente concêntricos aos pontos de extração de água. O modelo computacional, construído em uma plataforma simples, permite auxiliar futuras diretrizes para a gestão dos aquíferos em cidades que utilizam águas subterrâneas para abastecimento.

**Palavras-chave:** Águas subterrâneas. Modelagem e simulação. Poços tubulares.

---

### INTRODUÇÃO

A proteção de aquíferos contra agentes poluidores, bem como a busca de uma exploração racional que evite o esgotamento localizado desses mananciais, constituem uma das principais preocupações das cidades que utilizam águas subterrâneas como fonte de abastecimento. Nesse sentido, a modelagem e simulação de escoamentos em aquíferos constituem as ferramentas disponíveis para prognósticos sobre os efeitos da implantação de novos poços em um sistema pré-existente, além da estimativa das trajetórias e concentrações de eventuais substâncias carregadas pela água percolante.

Aplicações de pacotes comerciais como o MODFLOW e o uso de programas de SIG constituem, atualmente, as formas mais difundidas para se calcular e mapear os campos hidrodinâmicos (carga hidráulica e velocidade) nos aquíferos. A

despeito disto, esses programas apresentam custos de aquisição/treinamento que constituem fatores limitantes ao seu uso, principalmente por órgãos municipais responsáveis pelo abastecimento de pequenas cidades. Alguns autores, como Karahan & Ayvaz (2008) propuseram o uso de planilhas eletrônicas tipo Excel, para a quantificação de campos hidrodinâmicos horizontais. Todavia, estas soluções podem exigir uma grande quantidade de planilhas, além de cuidadosa vinculação entre as diversas células utilizadas para a discretização dos domínios de cálculo.

O objetivo do presente artigo é apresentar as bases de um modelo numérico/computacional para a simulação de campos hidrodinâmicos em aquíferos livres, codificado em linguagem *Visual Basic* aplicada aos objetos do Excel. Este modelo utiliza esquemas numéricos clássicos, mas fornece um tratamento simples para representar a retirada de água pelos poços. Sistemas de múltiplos poços são comuns em áreas urbanas que utilizam águas subterrâneas para abastecimento. Esta característica torna o modelo propício para aplicação nessas áreas. Além do mais, o uso de planilhas eletrônicas apenas para entrada e saída de dados contribui para tornar o programa mais acessível aos gestores urbanos.

---

\*Faculdade de Engenharia Civil/Universidade Federal de Uberlândia

## MATERIAL E MÉTODOS

### Modelo matemático

A equação governante do escoamento subterrâneo baseia-se na aplicação do princípio de Conservação de Massa de água em um elemento de volume infinitesimal do meio poroso. Na sua forma mais usual, esta equação apresenta a carga hidráulica do aquífero como variável dependente, relacionando-a com parâmetros hidrogeológicos como a condutividade hidráulica, a espessura saturada e o coeficiente de armazenamento. Nessas formulações, comumente são adicionados termos fonte ou sumidouro. No primeiro caso, pode ser modelado o afluxo de água ao aquífero por recarga direta ou indireta, bem como outras formas de injeção pontual ou difusa de água. No segundo caso, modelam-se as retiradas, como nos poços utilizados para abastecimento urbano, por exemplo.

Em geral, as dimensões horizontais (largura e extensão) dos aquíferos são muitas ordens de grandeza superiores à sua dimensão vertical (espessura). Nesse contexto, a equação tridimensional original pode ser simplificada a partir da sua integração ao longo da espessura saturada do meio poroso. O resultado desta operação fornece um modelo bidimensional promediado na vertical, simplesmente conhecido como modelo 2DH.

Para aquíferos livres, a espessura saturada da formação geológica depende da carga hidráulica, valor que varia com o tempo em função da posição da superfície do lençol. Nestes casos, a espessura saturada é calculada pela diferença entre a carga hidráulica (cota piezométrica ou cota do lençol freático) e a cota da base do aquífero. Assim, a equação diferencial 2DH utilizada para aquíferos livres é escrita como:

$$S_y \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left( B' \cdot K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( B' \cdot K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right) - g_1 \cdot \delta + g_2 \quad (1)$$

Na Equação (1),  $h$  é a carga hidráulica do aquífero que, tomando como referência o nível médio dos oceanos, pode ser calculada como a cota altimétrica da superfície do lençol. Os termos  $S_y$ ,  $K_x$  e  $K_y$  são, respectivamente, o rendimento específico e as condutividades hidráulicas do aquífero nas direções horizontais  $x$  e  $y$ . A espessura saturada  $B'$ , é obtida a partir da diferença entre a cota piezométrica local e a cota da base do aquífero ( $h - ba$ ). O termo sumidouro  $g_1$  representa a vazão de

água retirada por unidade de área horizontal do aquífero, enquanto  $g_2$  é o termo fonte que representa o suprimento de água por recarga direta, decorrente da infiltração da água das chuvas.

Além do significado físico distinto, uma diferença importante entre os termos  $g_1$  e  $g_2$  é que o primeiro representa uma extração de água concentrada em um único ponto, portanto, dependente das coordenadas do poço ( $\vec{X}_p$ ). Por isto, o termo  $g_1$  é multiplicado pelo delta de Kronecker ( $\delta$ ). O segundo termo representa recarga que é distribuída em uma área, portanto, trata-se de um suprimento difuso de água. O delta de Kronecker é escrito como:

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{se } \vec{X} = \vec{X}_p \\ 0 & \text{se } \vec{X} \neq \vec{X}_p \end{cases} \quad (2)$$

Com a estimativa das cargas hidráulicas, as velocidades da água subterrânea podem ser obtidas a partir da Lei de Darcy. Em se tratando de aquíferos livres, as velocidades horizontais médias de percolação são obtidas dividindo-se as componentes de velocidades aparentes de Darcy, pela porosidade efetiva do aquífero. Este valor é equivalente ao rendimento específico ( $S_y$ ) da formação.

Para solucionar a Equação governante (1), utilizam-se métodos numéricos convenientemente implementados em linguagens computacionais.

### Aspectos de solução numérica

Para levar em conta as características locais do aquífero, a solução do modelo proposto exige uma etapa preliminar à simulação propriamente dita: a interpolação espacial de dados obtidos pontualmente. A partir disto, é possível estender as características do aquífero, criando uma malha uniforme de valores interpolados e construindo matrizes de dados que podem ser lidas pelo código computacional. Nesse contexto, uma série de trabalhos (VELÁSQUEZ & ROMANO, 2004; OLIVEIRA & CAMPOS, 2004; SOUZA, 2009) apresentaram dados pontuais e primários dos parâmetros hidrogeológicos e das características geométricas do aquífero Bauru, no município de Araguari (MG). Os dados desses estudos constituíram valores amostrais agrupados, georreferenciados e interpolados por Segantini (2010), estabelecendo matrizes de 250 x 250 pontos com a base do mapeamento do aquífero na zona urbana da referida cidade.

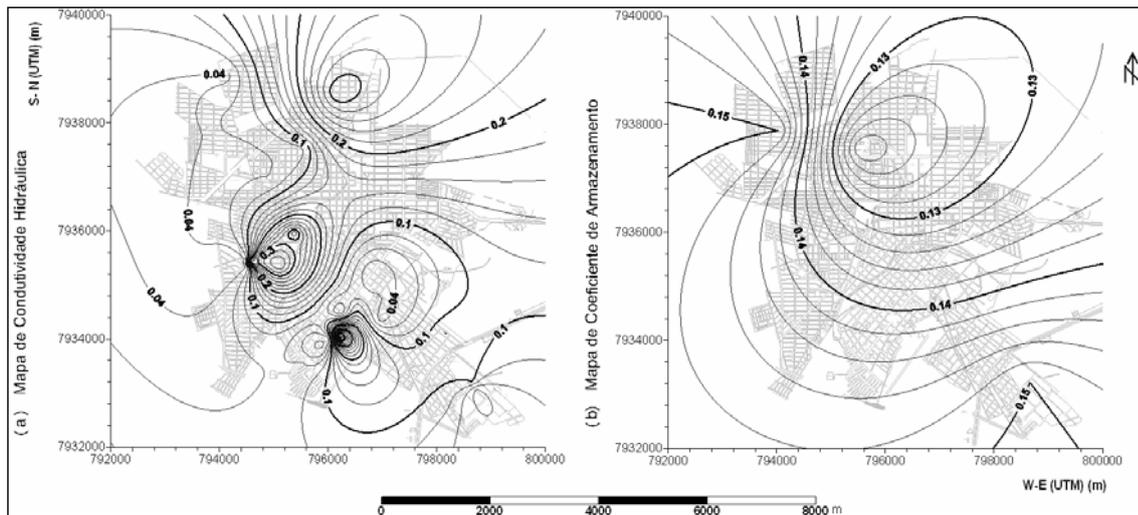


Figura 1 – Distribuição de parâmetros hidrogeológicos: (a) condutividade hidráulica [m/h]; (b) rendimento específico [adimensional]. Fonte: Alamy Filho & Segantini (2010).

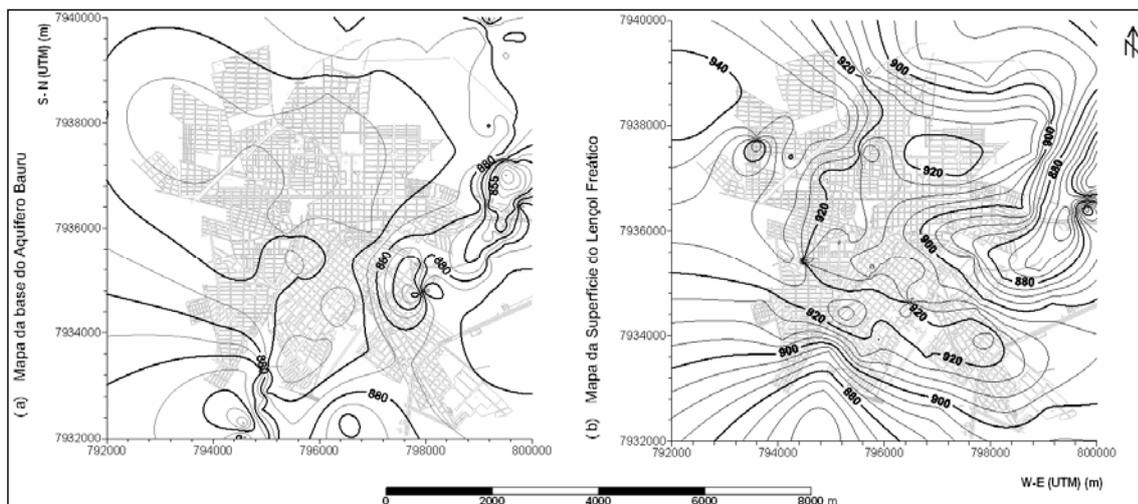


Figura 2 – Distribuição de características geométricas: (a) cota de base do aquífero [m]; (b) cota da superfície piezométrica inicial [m]. Fonte: Alamy Filho & Segantini (2010).

A existência prévia desse mapeamento, ilustrado pelas Figuras 1 e 2, direcionou a aplicação deste estudo para a citada região urbana. Dessa forma, os dados que foram diretamente utilizados para alimentar o presente modelo foram: a matriz de condutividade hidráulica ( $K_{ij}$ ), tomada como isotrópica pela inexistência de informações sobre a anisotropia horizontal do aquífero; além das matrizes de rendimento específico ( $S_{y\ ij}$ ), cota de base do aquífero ( $ba_{ij}$ ) e cota da

superfície piezométrica ( $h_{ij}$ ). Esta última foi utilizada como condição inicial para as simulações.

Neste trabalho, utilizou-se o método de diferenças finitas para tratamento numérico da equação diferencial governante (1). Neste contexto, todas as derivadas espaciais foram discretizadas por diferenças centrais de segunda ordem, enquanto que os esquemas explícitos de Euler (primeira ordem) e de Adams-Bashforth (de quarta ordem) foram aplicados para a derivada temporal. O domínio de cálculo foi fixado em  $64\text{ km}^2$ , representado pelo aquífero Bauru sotoposto à

cidade de Araguari. Esta área foi discretizada por uma malha regular de 250 x 250 nós, utilizando o mesmo refinamento que gerou os mapas das Figuras 1 e 2. A Equação (3) apresenta o esquema de Euler e a Equação (4), o esquema de Adams-Bashforth de 4ª ordem.

$$h|_{i,j}^{n+1} = h|_{i,j}^n + \Delta t \cdot f^n \quad (3)$$

$$h|_{i,j}^{n+1} = h|_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} \cdot \{55 \cdot f^n - 59 \cdot f^{n-1} + 37 \cdot f^{n-2} - 9 \cdot f^{n-3}\} \quad (4)$$

$$f = \frac{\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \cdot B' \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \cdot B' \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{i,j} - g_1|_{i,j} \cdot \delta + g_2|_{i,j} \right\}}{S_y|_{i,j}} \quad (5)$$

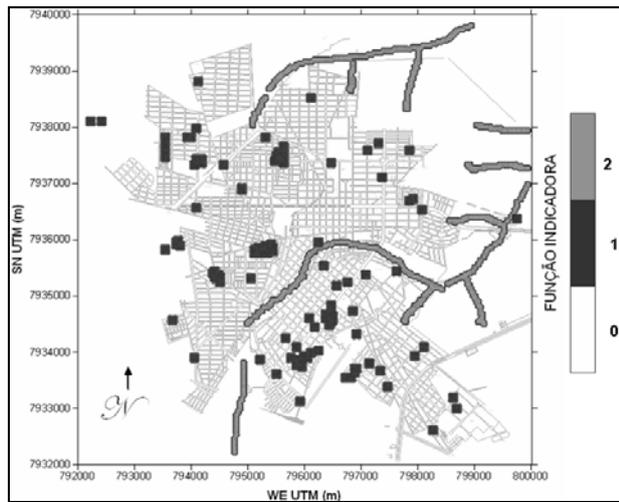
Com o esquema de Euler, a derivada temporal foi discretizada de forma que a solução obtém as cotas piezométricas (cota da superfície freática) em um instante futuro ( $n+1$ ), para cada nó  $i,j$ , a partir de valores conhecidos no instante atual ( $n$ ). Esquemas temporais de ordem superior, como o de Adams-Bashforth, possuem o atributo de conservar parte da história do escoamento. Isto ocorre porque as cargas hidráulicas, calculadas em quatro níveis de tempo anteriores ( $n-3$ ,  $n-2$ ,  $n-1$  e  $n$ ), influenciam nos valores estimados para o instante futuro ( $n+1$ ). Esta capacidade de considerar uma parcela da “memória” do escoamento constitui uma alternativa interessante nos casos em que as velocidades são pequenas, conforme ocorre com fluxos de água que atravessam formações sedimentares como os arenitos.

**Indexação de singularidades internas**

Em aquíferos subjacentes a zonas urbanas, é comum a presença de singularidades que estão conectadas ao manancial de água subterrânea. Dentre estas singularidades, destacam-se poços tubulares que extraem ou injetam água no sistema, além de corpos de água superficiais que podem ser afluentes ou influentes. Em relação aos poços tubulares, a extração de água é a operação mais comum em função das necessidades de abastecimento, irrigação, entre outras. A injeção de água a partir de poços pode ser verificada em situações de recarga artificial ou na remediação de mananciais poluídos. Por outro lado, corpos de água superficiais interconectados ao aquífero podem assumir funções drenantes, atuando

como linhas de descarga, ou funções de suprimento de água, atuando como linhas de recarga. Este item restringe-se à descrição de como o modelo numérico proposto interpretou e absorveu singularidades como poços e córregos.

Na extensão do domínio de cálculo considerado, diante de uma varredura em todos os nós da malha de discretização, verifica-se que há pontos situados próximos de poços e outros na vizinhança de córregos. Por outro lado, a maioria dos nós situa-se distante dessas singularidades, não sofrendo influência direta delas. Neste contexto, o modelo proposto utiliza uma função dita indicadora, cuja finalidade é apontar quais nós estão submetidos ao efeito direto das singularidades. Esta função utiliza números inteiros, de maneira que cada índice possui um significado. Dessa forma, atribui-se um índice a cada nó  $i,j$  da malha. Assim, escreve-se matematicamente a função indicadora como:  $I_{i,j} = 0$  (para nós distantes de poços e de córregos),  $I_{i,j} = 1$  (para nós próximos de poços) e  $I_{i,j} = 2$  (para nós próximos de cursos de água superficiais). A Figura 3 ilustra a distribuição da função indicadora sobre o domínio de cálculo, correspondente à zona urbana de Araguari, MG.



**Figura 3 – Função indicadora de singularidades internas**

O valor da função indicadora é importante para definir se é necessário utilizar o termo sumidouro  $g$ , no caso em que  $I_{i,j} = 1$ , ou se este mesmo termo sumidouro pode ser anulado, nos casos em que  $I_{i,j} = 0$ . Quando  $I_{i,j} = 2$ , é aplicada uma outra condição de contorno interna.

Para as simulações realizadas neste trabalho, não foram consideradas variações do nível de água dentro dos córregos, o que dependeria da aplicação de modelos hidrológicos *chuva/vazão* e do acoplamento destes modelos com equações hidráulicas de propagação de cheias. Aqui, a interação córrego/aquífero foi simplificada e consistiu unicamente na manutenção das cargas hidráulicas para pontos situados a menos de uma célula dos corpos de água superficiais. Assim, as cotas piezométricas de pontos nodais situados na vizinhança dos córregos, aqueles onde  $I_{i,j} = 2$ , foram mantidas as mesmas, desde o instante inicial da simulação. Por conseguinte, a solução para a carga hidráulica nesses pontos foi obtida simplesmente pela adoção de uma condição de contorno interna do tipo:  $h|^{n+1}_{i,j} = h|^{n=0}_{i,j}$ , em que  $n=0$  refere-se à carga hidráulica de inicialização da simulação no ponto  $i,j$ .

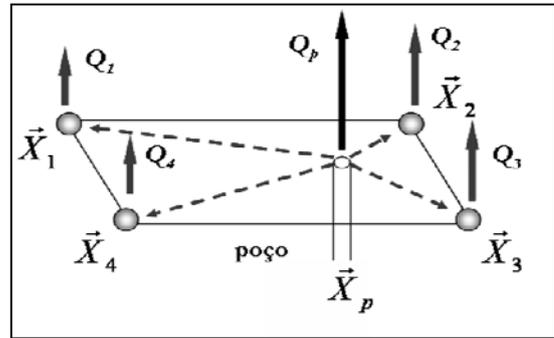
**Espalhamento de vazões**

A rigor, em função do cálculo das cargas hidráulicas apenas nos nós da malha de diferenças finitas, só existiria vazão extraída se a coordenada de determinado nó fosse coincidente com a posição do poço. Em se tratando de uma malha estruturada e cartesiana isto praticamente nunca ocorre, uma vez que as coordenadas dos poços são independentes de qualquer regra de espaçamento. Assim sendo, para eliminar este problema que condicionaria a anulação do efeito dos poços, o modelo proposto utiliza uma função de espalhamento das vazões extraídas. O objetivo desta função é transferir, para os quatro nós mais próximos de um poço, parte da vazão que é extraída do aquífero. Assim, a vazão real, que aparece concentrada no poço, é substituída por quatro vazões, cada uma delas concentrada em um nó. Estes nós são vértices da célula que contém o poço. A Figura 4 ilustra este esquema de espalhamento de vazões. No caso, um poço que extrai uma vazão real  $Q_p$  tem seu efeito substituído pelas vazões  $Q_1, Q_2, Q_3$  e  $Q_4$ , retiradas nos pontos nodais mais próximos.

A função de espalhamento utilizada foi uma distribuição tipo Kernel Triangular. Esta função atua como um peso que distribui as vazões extraídas nas posições  $\vec{X}_p = (x_p, y_p)$  para as posições nodais mais próximas  $\vec{X}_i = (x_i, y_i)$ , levando em conta que os nós da malha são

distanciados por espaçamentos  $\Delta x$  e  $\Delta y$ . A função Kernel Triangular é definida como:

$$Kernel(r) = \begin{cases} 1-|r| & \text{para } |r| \leq 1 \\ 0 & \text{para } |r| > 1 \end{cases} \quad (6)$$



**Figura 4 – Esquema de posicionamento relativo entre um poço e os nós mais próximos, com destaque para o espalhamento da vazão para os pontos nodais**

As distâncias relativas do nó para o poço são representadas por:  $r_x = (x_i - x_p) / \Delta x$  e  $r_y = (y_i - y_p) / \Delta y$ . Enfim, a vazão retirada do poço  $Q(\vec{X}_p)$  é distribuída para o nó, de acordo com:

$$Q(\vec{X}_i) = \sum \left\{ Kernel(r_x) \cdot Kernel(r_y) \cdot Q(\vec{X}_p) \right\} \quad (7)$$

Com a disseminação de vazões a partir dos poços, cria-se uma matriz de vazões extraídas  $Q_{ij} = Q(\vec{X}_i)$ , cujos valores apenas são diferentes de zero em pontos nodais situados a menos de uma célula do poço. Esse comportamento evita que a disseminação de vazões ocorra até pontos muito distantes do poço, o que afastaria o modelo da realidade e aumentaria o custo computacional da solução numérica. Note-se que o somatório presente na Equação (7) também considera que há pontos nodais que podem acumular parcelas de vazão de mais de um poço. Esta situação é bastante comum quando há extrações de água em pontos muito próximos.

Apesar disto, não é exatamente a vazão  $Q_{ij}$  que representa o termo sumidouro  $g_i$  da equação diferencial governante. Isto ocorre porque os termos sumidouro do modelo 2DH devem apresentar unidades correspondentes a uma vazão retirada por unidade de área horizontal ou, dimensionalmente,  $[g_1] = LT^{-1}$ .

Com isto, o modelo desenvolvido neste trabalho considera que a vazão  $Q_{i,j}$  é retirada dentro de um raio de influência do ponto nodal. Neste caso, foram testados dois raios de influência, os quais são descritos pelas Equações (8) e (9):

$$Rinf_1 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (8)$$

$$Rinf_2 = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2} \quad (9)$$

Assim, considerando um raio de influência genericamente escrito como  $Rinf$ , o termo sumidouro das equações discretizadas passa a ser calculado como:

$$g_1 = \frac{Q_{i,j}}{(\pi \cdot Rinf^2)} \quad (10)$$

Salienta-se que esta equação abrange tanto pontos situados a distâncias menores que uma célula em relação a um poço, quanto pontos distantes destas singularidades. Neste último caso, tem-se  $Q_{i,j}=0$ , o que automaticamente elimina o termo sumidouro em pontos distantes dos poços.

## RESULTADOS

Para a simulação do modelo, um código computacional foi implementado dentro do programa Excel, no seu módulo de VBA (*Visual Basic for Applications*). Um aspecto que contribuiu para adoção desta linguagem foi a possibilidade de utilizar diretamente as planilhas como objetos de entrada e de saída de dados, bem como as ferramentas gráficas para visualização dos resultados concomitantemente à execução do programa. É natural que esta linguagem perca, em relação à agilidade de processamento, para outras mais robustas como o Fortran ou o C++. Todavia, a capacidade de realizar desde o pré até o pós-processamento dentro de um programa amigável, atua como um atrativo da linguagem VBA.

As simulações basearam-se em de uma rede de 114 poços, distribuídos na cidade de Araguari (Figura 5). Os instantes de tempo ( $t$ ) utilizados nos modelos foram contados a partir do acionamento simultâneo desses poços.

Nesta seção, os modelos numéricos resultantes da aplicação do esquema temporal de Eu-

ler, com raio de influência  $Rinf_1$  (modelo 1) e do esquema de Adams-Bashforth de 4ª ordem, com raio de influência  $Rinf_2$  (modelo 2), são comparados com um modelo semi analítico (modelo híbrido), apresentado por Alamy Filho & Segantini (2010). Este último é obtido por um acoplamento da solução numérica por diferenças finitas, nos nós cuja distância a qualquer um dos poços supera  $Rinf' = (\Delta x + \Delta y)^{0,5}$ , com a solução analítica de Neuman (1974) (em pontos próximos dos poços).

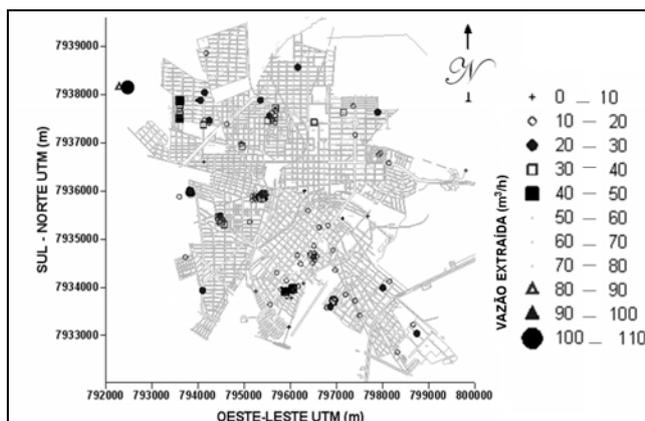


Figura 5 – Distribuição dos poços e vazões exploradas

O modelo híbrido utiliza dois tipos de equações fundamentais para avaliação da superfície piezométrica: a equação diferencial para escoamento em aquífero livre (1), que é aplicada na maior parte do domínio, mas sem o termo fonte/sumidouro; e a solução analítica de Neuman para rebaixamentos em aquíferos não confinados, que é aplicada apenas para a região dentro do raio de influência da solução analítica. Este procedimento alia a capacidade da solução numérica lidar com as variações espaciais dos parâmetros do aquífero, com a capacidade preditora da solução analítica na vizinhança dos poços. Como geralmente as variações nas propriedades da formação seguem pequenos gradientes, as regiões mais próximas dos poços podem ser consideradas como pequenos espaços homogêneos, nos quais pode ser aplicada a solução analítica para os rebaixamentos.

Os resíduos entre as soluções essencialmente numéricas (modelos 1 e 2) e a soluções do modelo híbrido constituíram as variáveis básicas para a análise relativa de erros. O objetivo foi identificar qual dos dois modelos numéricos gerou resultados mais próximos das soluções analíticas. Salienta-se que há uma

Tabela 1 – Normas dos resíduos entre o modelo 1/ híbrido e entre o modelo 2/híbrido

$R_k$ (m)	Euler, Rinf <sub>1</sub>		Adams-Bashforth - 4ª ordem, Rinf <sub>2</sub>	
	$L_2$ (m)	$L_\infty$ (m)	$L_2$ (m)	$L_\infty$ (m)
8000	155,66	19,84	154,75	17,82
1000	148,58	19,84	147,63	17,82
100	100,64	19,84	98,18	17,82
$2\Delta x = 64,26$	93,52	19,84	91,39	17,82
$\Delta x = 32,13$	70,65	19,84	70,17	17,82

ressalva vinculada ao modelo híbrido, tomado como base de comparação. Esta ressalva refere-se ao fato de que o mesmo apenas utiliza soluções analíticas em áreas pequenas, dentro do raio de influência  $R_{inf}$  dos poços, onde a hipótese de homogeneidade do aquífero é aproximadamente válida. Os resíduos analisados neste item podem ser escritos, para cada nó do domínio de cálculo, como  $\phi_{i,j} = |h_{i,j}^{híbrido} - h_{i,j}^{numérico}|$ .

As comparações entre os modelos essencialmente numéricos e o modelo híbrido foram realizadas até o instante de 35 dias, transcorridos após o acionamento simultâneo dos poços. Este instante ficou limitado pelos resultados simulados no modelo híbrido, o qual apresenta um custo computacional, em termos de tempo de processamento, maior do que os modelos essencialmente numéricos. Nesse contexto, realizaram-se análises baseadas nas normas  $L_2$  (euclidiana) e  $L_\infty$  dos resíduos entre as soluções numéricas (modelos 1 e 2) e híbrida. A envoltória de abrangência das comparações foi limitada para nós situados dentro de uma distância máxima de  $R_k$  dos poços. As comparações foram realizadas para diferentes envoltórias, resultando nos valores discriminados na Tabela 1.

Os resultados, quando confrontados, confirmaram que o modelo 2 forneceu resultados mais próximos do modelo híbrido. Quando as envoltórias de comparação abrangeram a maior parte do domínio, o que ocorreu para elevados valores de  $R_k$ , a norma  $L_2$  apresentou valores maiores, uma vez que houve uma maior quantidade de pontos considerados. Com a redução da envoltória, principalmente nos dois últimos casos, quando  $R_k = 2\Delta x$  e  $R_k = \Delta x$ , houve uma comparação mais direta entre os resultados advindos dos modelos essencialmente numéricos e a solução analítica do modelo híbrido. Este confronto é especialmente interessante por

abordar resultados numéricos contra resultados analíticos. Tomando por base a norma  $L_2$ , verifica-se que o modelo 2 apresentou valores menores para estes indicadores. A norma  $L_\infty$ , que corresponde ao valor do máximo resíduo, foi um indicador mais incisivo de que o modelo 2 é o que mais se aproxima da solução híbrida.

A Figura 6 ilustra seções onde é possível visualizar o lençol freático simulado para o modelo numérico 2 e o modelo híbrido. Estas seções foram delineadas para cruzarem preferencialmente setores com maior concentração de poços.

A partir desta breve análise de diferenças relativas, percebe-se que os resultados do modelo 2 apresentam melhor aderência aos do modelo híbrido, inclusive nas regiões onde as comparações foram realizadas com a solução analítica. Diante disto, este modelo foi selecionado para a simulação dos campos de pressão e de velocidade no aquífero.

Nesse sentido, a superfície piezométrica foi simulada com passos de tempo fixos de 0,50 h, desprezando as taxas de recarga e considerando condições de contorno de fluxos nulos nos limites externos do domínio de cálculo. O programa processou os cálculos até que fosse atingida a situação de regime quase permanente, no qual o bombeamento do sistema de poços, não mais trazia variações significativas na carga hidráulica do aquífero. Para isto, as simulações foram realizadas até que a norma  $\|\phi\|_1$  atingisse um valor menor que 1 m. A norma descrita pela Equação (11) utiliza o módulo da diferença entre a carga hidráulica de dois níveis de tempo subsequentes ( $n+1$  e  $n$ ).

$$\|\phi\|_1 = \sum_{i=1}^{i=N_i} \sum_{j=1}^{j=N_j} |h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n| \quad (11)$$

A Figura 7 ilustra a superfície do lençol e os campos de velocidade de percolação da água subterrânea, simulados para a condição de regime quase per-

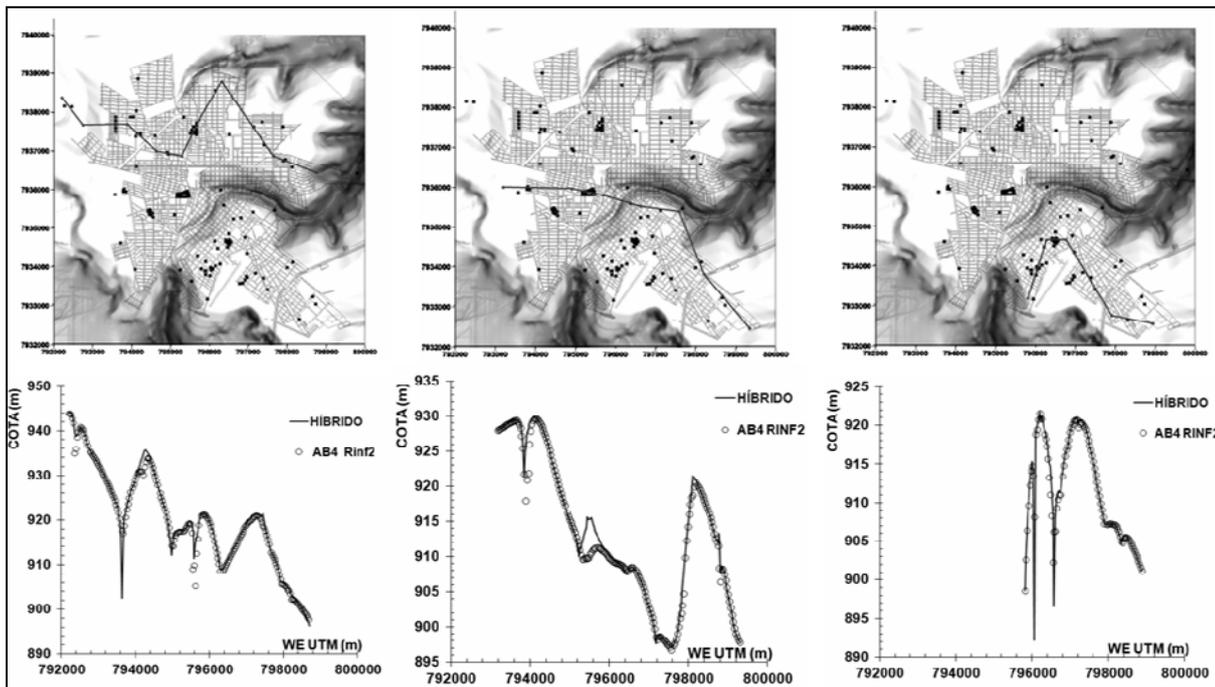


Figura 6 – Traçado de seções e comparações entre as cargas hidráulicas calculadas com o modelo 2 e o modelo híbrido

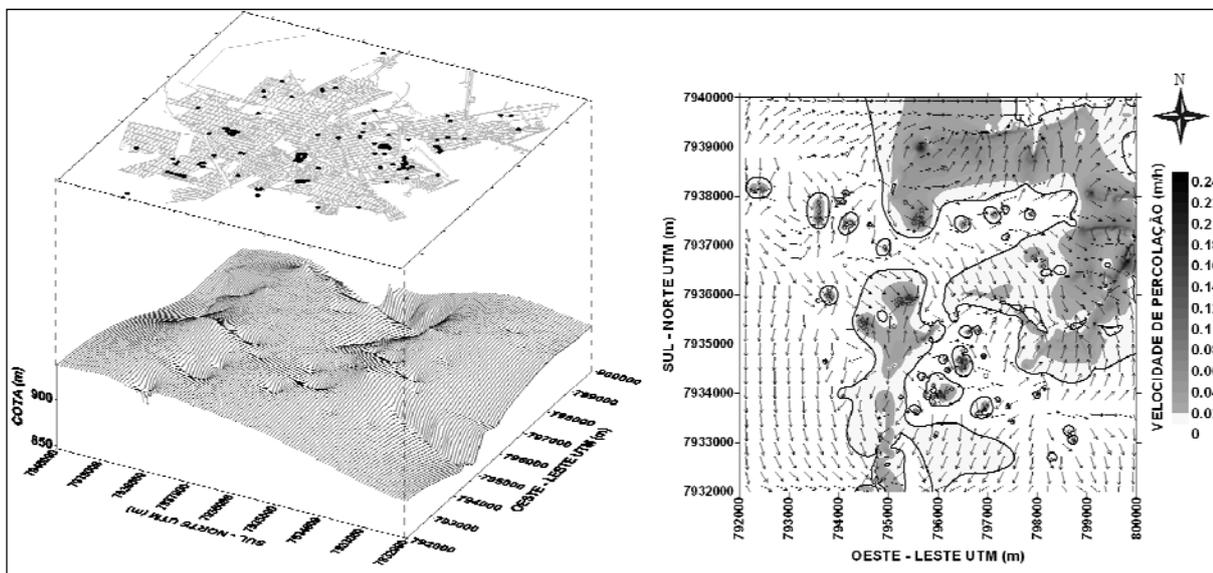


Figura 7– Superfície do lençol freático tomada como referência para regime quase permanente e velocidade média de percolação da água subterrânea no aquífero

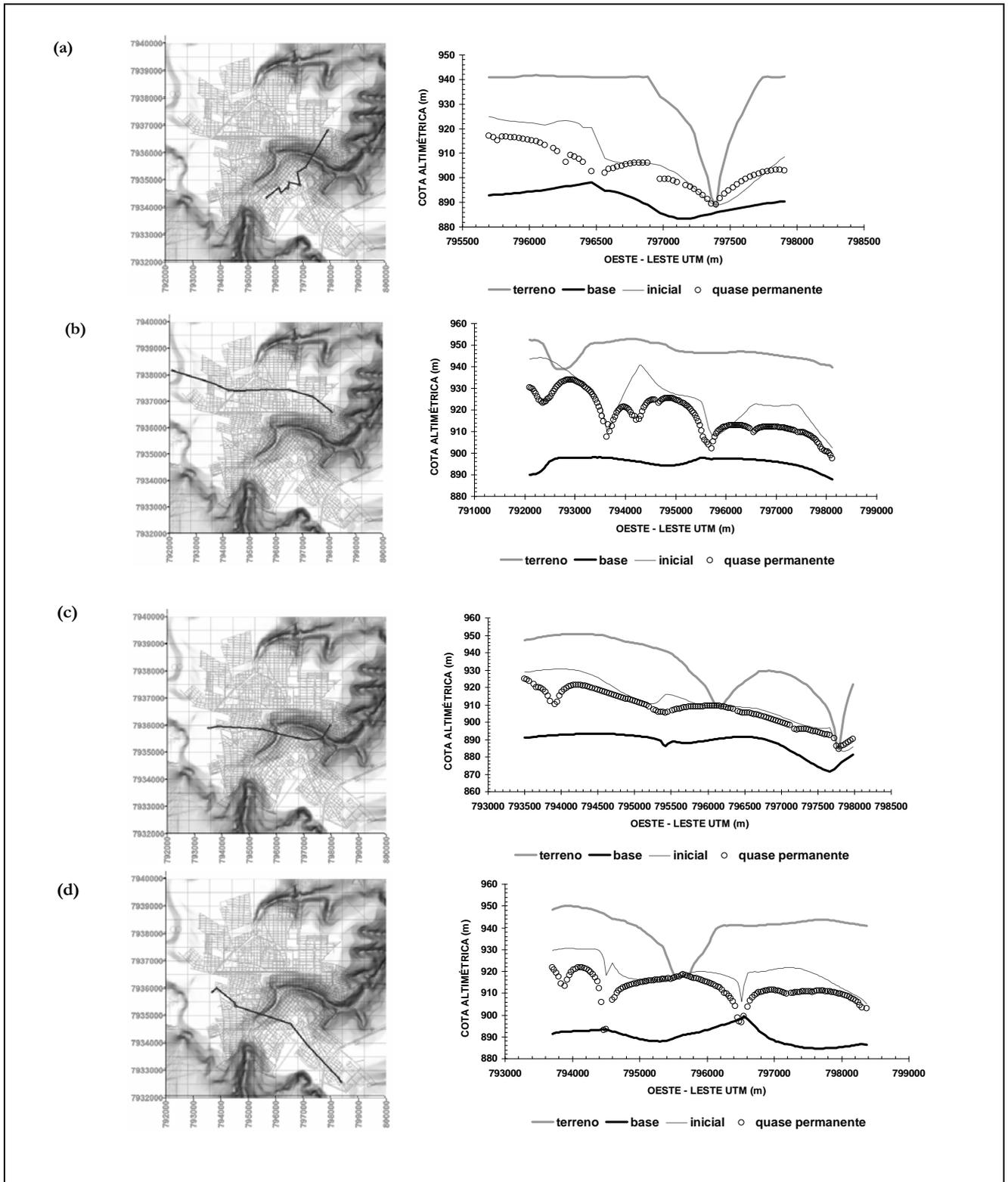


Figura 8– Alterações simuladas para a superfície freática em seções que atravessam conjuntos de poços

manente, atingida 426 dias após o acionamento dos poços. Evidentemente que esta situação pode ser perturbada pela introdução de novos poços no sistema, ou mesmo por interrupções no funcionamento de alguns poços. Como estes fatores são de difícil previsibilidade, eles não foram considerados nesta análise.

Na análise global do comportamento da superfície do lençol freático, verificou-se que há o surgimento e a evolução de cones de depressão evidentes na vizinhança dos poços. Estas perturbações alteram claramente os campos hidrodinâmicos no entorno destas singularidades, trazendo uma tendência de escoamento concêntrico aos poços. Percebe-se que as maiores velocidades tendem a ocorrer em zonas laterais aos talwegues mais periféricos e em pontos isolados, formando “ilhas de velocidade” praticamente concêntricas aos conjuntos de poços e aos poços isolados. Nos talwegues distantes de poços, os elevados gradientes de carga hidráulica são praticamente naturais. No segundo caso, os elevados valores de velocidade de percolação devem-se justamente às interferências induzidas pelos poços. Notam-se velocidades crescentes, indicadoras de que os gradientes da superfície freática são tão maiores quanto mais se aproxima dos poços.

A Figura 8 apresenta a variação sofrida pela superfície do lençol, desde a condição inicial até o estabelecimento do regime quase permanente. Notam-se cones de depressão que indicam a proximidade de poços. Em alguns casos mais extremos, como na Figura 8(d), verifica-se que a operação contínua de alguns poços tende a provocar exaustão localizada, com a redução de nível da superfície do lençol até a base impermeável do aquífero.

## CONCLUSÕES

O modelo apresentado neste trabalho permite a simulação de escoamentos em aquíferos submetidos a singularidades como poços e corpos de água superficiais, cenário comum nas cidades que utilizam águas subterrâneas para abastecimento. Dentre os atributos do modelo numérico estão a utilização de malhas cartesianas e estruturadas, bem como o espalhamento de vazões para os pontos nodais mais próximos dos poços. Este fator evita a necessidade de adaptação da malha na vizinhança dessas singularidades o que, conseqüentemente, mantém o mesmo nú-

mero de nós da malha original, facilitando a indexação dos mesmos na forma de matriz. A implementação do algoritmo dentro de um pacote computacional de uso corrente, como o Excel, contribui para tornar o modelo mais acessível aos gestores urbanos.

Dentre os dois arranjos temporais testados, verificou-se que o esquema de Adams-Bashforth de 4ª ordem, aplicado para um raio de influência equivalente à metade da diagonal de uma célula, forneceu resultados mais próximos dos analíticos. Dois aspectos contribuem para isto: a aplicação de um esquema temporal de ordem superior e o cálculo do termo sumidouro considerando a extração de água a partir de uma área menor. Esta hipótese aproxima-se mais daquelas adotadas por modelos analíticos, nos quais o poço é simplesmente representado por um ponto. Com a aplicação deste modelo, os resultados simulados capturaram padrões de escoamento condizentes com aqueles verificados em sistemas de múltiplos poços. Nesse contexto, destacam-se cones de depressão pronunciados na vizinhança das áreas de maior concentração de poços, bem como a indução de campos de velocidade aproximadamente concêntricos aos pontos de extração de água.

O modelo desenvolvido nesse trabalho pode ser aplicado para qualquer aquífero livre, desde que valores dos parâmetros hidrogeológicos estejam disponíveis na forma de mapas ou que haja valores pontuais passíveis de serem interpolados no espaço. Dentre os parâmetros necessários para a aplicação do modelo citam-se a condutividade hidráulica, o rendimento específico, a espessura saturada inicial do aquífero e o nível inicial da superfície freática.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), pelo apoio dado aos projetos que visam a estudar as águas subterrâneas no Estado de Minas Gerais, Brasil. O apoio da FAPEMIG ao projeto APQ-00878-09 foi determinante para a execução da presente pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ALAMY FILHO, J. E.; SEGANTINI, M.O. Um modelo híbrido para simulação de escoamentos em aquíferos situados em zonas urbanas. In: XXIV CONGRESSO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA. Punta del Este, Uruguay, 2010.

KARAHAN, H.; AYWAZ, M.T. Transient groundwater modeling using spreadsheets. *Advances in Engineering Software*. v.36, p374-384, 2005.

NEUMAN, S.P. Effect of partial penetration on flow in unconfined aquifers considering delayed response of water table. *Water Resources Research*. v.9, n.2, p.303-312, 1974.

OLIVEIRA, L.A.; CAMPOS, J.E.G. Parâmetros hidrogeológicos do sistema aquífero Bauru na região de Araguari/MG: fundamentos para a gestão do sistema de abastecimento de água. *Revista Brasileira de Geociências*, v. 34, n.2, p. 213-218, 2004.

SEGANTINI, M. O. *Mapeamento do aquífero Bauru situado sob a zona urbana de Araguari, MG*. 2010. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2010.

SOUZA, N. A. Vulnerabilidade à poluição das águas subterrâneas: um estudo do aquífero Bauru na zona urbana de Araguari, MG. 2009. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 2009.

VELÁSQUEZ, L.N.M.; ROMANO, A.W. *Relatório Final: caracterização hidrogeológica do município de Araguari, MG*. Departamento de Geologia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2004.

### ***A Model For Simulation Of Flow In Aquifers Underlying Urban Areas***

#### **ABSTRACT**

*This paper addresses the modeling and simulation of groundwater flow in unconfined aquifers, subjected to singularities such as wells and streams. A horizontal mathematical model was used based on vertical integration of the differential equation for the hydraulic head in the aquifer. The numerical solution was built with the finite difference method, using internal boundary conditions for wells and streams. The sink term of differential equation was analyzed in two ways. Two explicit schemes were tested for the treatment of temporal derivative: Euler, first order, and 4<sup>th</sup> order Adams-Bashforth. Comparisons revealed that the 4<sup>th</sup> order Adams-Bashforth scheme shows results closer to the analytical solution when applied in the vicinity of the wells. The*

*results captured flow patterns similar to those seen in systems with multiple wells. In this context, depression lines for aquifer head were found in the vicinity of areas with a high concentration of wells, as well as the induction of velocity fields approximately concentric to water extraction points. The computational model built on a single platform allows helping create future guidelines for the management of aquifers in cities supplied with groundwater.*

**Keywords:** Groundwater. Modeling and simulation. Wells