Resumen
En una economía con fines altruistas existen transferencias privadas que redistribuyen el ingreso a través de un mecanismo de mercado. Las transferencias privadas modifican la distribución de la carga fiscal y la habilidad del gobierno de recaudar ingreso público a través de impuestos, por lo que modifican el cálculo del bienestar asociado con la política impositiva óptima de un gobierno. En este contexto es interesante preguntar: ¿Cuál es el nivel óptimo de impuestos para economías con altruismo? La principal contribución de este artículo es la caracterización del impuesto lineal óptimo al ingreso para una economía con altruismo. Además, identificamos una serie de resultados que buscan orientar el diseño de política pública.

Palabras clave: *redistribución, impuestos óptimos, impuesto sobre el ingreso.*

Abstract
In an economy with altruism, households provide inter-family transfers that redistribute income by a market mechanism. Private transfers modify the distribution of tax burdens and the ability of the government to collect tax revenue which in turn affects the welfare calculus of a government that seeks to design optimal tax policy. In this context it is interesting to ask: Which is the optimal level of taxation for an economy with altruism? The main contribution of this article is the characterization of an optimal linear income tax for an economy with altruism. Moreover, we also contribute by identifying a set of results that seek to advice the design of public policy.

Key words: *redistribution, optimal taxation, income taxes.*

Impuestos lineales óptimos para economías con altruismo

Optimal Linear Taxation for Economies with Altruism

*Ikuho Kochi**

*Raúl Alberto Ponce Rodríguez***

*Miriam Saldaña Hernández****

* Nacionalidad:	Japonesa
Grado:	PhD in Economics
Especialización:	Economía ambiental, econometría, economía pública
Adscripción:	Universidad Autónoma de Ciudad Juárez
Correo electrónico:	ikuho.kochi@uacj.mx
** Nacionalidad:	Mexicano
Grado:	Doctor en economía
Especialización:	Doctor en Economía pública, economía política y macroeconomía
Adscripción:	Universidad Autónoma de Ciudad Juárez
Correo electrónico:	rponce@uacj.mx
***Nacionalidad:	Mexicana
Grado:	Estudiante del programa de Maestría en Economía
Especialización:	Economía
Adscripción:	Universidad Autónoma de Ciudad Juárez
Correo electrónico:	msh13_kiki@hotmail.com

Fecha de recepción: 12 de marzo de 2012

Fecha de aceptación: 10 de septiembre de 2012

Introducción

El gobierno tiene tareas fundamentales que realizar en las economías modernas, tales como la provisión de bienes públicos (por ejemplo, la seguridad nacional), la impartición de justicia y la redistribución del ingreso. Además existe un creciente apoyo en la profesión a la provisión pública de servicios educativos y de salud para economías de bajo desarrollo económico. Los hechos estilizados demuestran que, efectivamente, los gobiernos de economías desarrolladas y en desarrollo gastan en los rubros anteriormente mencionados.

El instrumento primordial que permite financiar las tareas fundamentales del gobierno son los impuestos. Esto conduce a la siguiente pregunta: ¿Cómo debería un gobierno que busca maximizar el bienestar de la sociedad establecer el nivel de impuestos que financie su gasto? La teoría de los impuestos óptimos busca dar respuesta a esta pregunta, por ejemplo, Atkinson y Stiglitz (1972) analizan la estructura de impuestos óptima indirecta, Mirrlees (1971) estudia los impuestos óptimos sobre el ingreso, y Atkinson y Stiglitz (1976) estudian la combinación óptima de impuestos directos e indirectos óptimos para economías en las que no hay interdependencias de las funciones de utilidad de las familias (para una revisión de esta literatura vea Auerbach, 1986).

Aplicaciones más recientes de la teoría de impuestos óptimos incluyen el análisis de Saez (2001), quien utiliza elasticidades para derivar tasas óptimas de impuesto, y Jacobs (2010) quien caracteriza los impuestos óptimos al capital físico y humano.

En este artículo contribuimos a la literatura al caracterizar el nivel de impuestos óptimos al ingreso laboral para una economía con altruismo. Este es un tema importante para economías en desarrollo, como México, que dependen de forma significativa de las transferencias entre familias (un ejemplo de este tipo de transferencias lo son las remesas). En presencia de transferencias privadas entre familias es interesante preguntar: ¿Cómo debería diseñar el gobierno una política de impuestos lineales sobre el ingreso para una economía con altruismo?[1] En este artículo contribuimos a la teoría de los impuestos óptimos al dar una respuesta a esta pregunta. Además, se contribuye al proporcionar una serie de hipótesis sobre los determinantes económicos y sociales del impuesto al ingreso.

El resto está estructurado de la siguiente manera: la sección 2 proporciona una revisión breve de la literatura sobre los impuestos lineales óptimos al ingreso. La sección 3 presenta nuestro modelo teórico, la caracterización del impuesto óptimo, y las hipótesis sobre los determinantes de los impuestos lineales al ingreso para economías con altruismo. Finalmente, la sección 4 presenta las conclusiones.

Revisión de la literatura

Uno de los artículos más recientes que analiza la conexión entre altruismo y la política fiscal es el de Garriga y Sánchez-Losada (2009), en el cual consideran una economía donde existen legados que relacionan las generaciones presentes y futuras. Esta vinculación altruista da como resultado un nuevo rol para los impuestos indirectos, lo cual trae importantes consecuencias en el bienestar. Al ser considerados los legados como parte de la restricción de los altruistas, se produce la capacidad del gobierno a utilizar los impuestos indirectos para imitar los impuestos por persona, que no dependen del comportamiento económico de las familias (también llamados en la literatura impuestos "lump-sum") e implementar en el largo plazo el primer mejor resultado.[2]

1 En este artículo nos concentramos en evaluar el diseño de impuestos lineales sobre el ingreso ya que esto nos permite, primero, estudiar simultáneamente el papel de impuestos indirectos los cuáles son utilizados frecuentemente en economías en desarrollo como México. Segundo, comparar nuestro modelo con los resultados de la literatura existente para economías en las que las funciones de utilidad de las familias no son inter-dependientes (es decir, las familias no son altruistas).

2 En la teoría de economía pública, el primer mejor resultado (the first best) define una intervención del gobierno donde las políticas fiscales no producen distorsiones en las decisiones de las familias. Un segundo mejor resultado (the second best) se refiere a las intervenciones del gobierno donde las políticas fiscales si producen costos sociales al distorsionar las decisiones de las familias.

Kleiber, Wälde y Sexauer (2006) también analizan el papel de los legados en el sistema de imposición y su efecto en la distribución del ingreso, encontrando que los legados contribuyen a disminuir la inequidad. Oswald (1983) estudia los impuestos no lineales óptimos bajo un esquema donde existe altruismo y envidia, encontrando que en este tipo de economía algunos postulados de la teoría de impuestos óptimos no se sostienen.

Kochi y Ponce-Rodríguez (2010), analizan el altruismo sobre la política de redistribución del gobierno para una economía donde el altruismo se manifiesta en el envío de remesas.

En un modelo de economía política, los autores identifican condiciones en las que las remesas incrementan las transferencias de los programas de redistribución pública universal, mientras que las transferencias en los programas de redistribución focalizados se reducen. También caracterizan las transferencias públicas Pareto eficientes en una economía con remesas y proporcionan un análisis de estática comparativa que estudia el impacto de cambios en las transferencias privadas destinadas a familias con diferentes posiciones en la distribución del ingreso.

Kranich (2001) plantea un modelo de la regla de la mayoría, donde genera equilibrios que implican una estructura de impuestos progresiva. El autor considera un modelo donde los altruistas tienen preferencias heterogéneas y pueden elegir por medio del voto el impuesto sobre el ingreso. Además incorpora los costos de ineficiencia de la carga tributaria.

Grossmann y Poutvaara (2006) realizan un análisis de Pareto considerando padres altruistas que transfieren recursos a sus hijos por medio de la educación y legados. Al imponer un gravamen sobre el salario se reduce la tasa de retorno que reciben los hijos por la inversión que los padres realizan en educación. Por lo tanto, esto induce a los padres a reducir su inversión en educación y dejar legados en su lugar. Realizan varias combinaciones al modelo donde, aun imponiendo un impuesto sobre los legados, los padres obtienen un mejor resultado al elegir dejar legados, porque el impuesto sobre el legado puede mitigar la distorsión que causan los impuestos al salario.

Varios autores estudian el rol del gobierno en la redistribución del ingreso por medio de un sistema tributario óptimo. Entre ellos está Mirrlees (1976), quien realiza una síntesis de las teorías óptimas de impuestos considerando tres aspectos: 1) cuando los impuestos son lineales, 2) cuando la forma de impuestos no está restringida, y 3) cuando algunos bienes no están sujetos a impuestos no lineales. Boskin y Sheshinski (1978) consideran el ingreso y consumo relativos, maximizando el beneficio de los menos favorecidos.

Nuestro trabajo es más cercano al análisis de Kochi y Ponce-Rodríguez (2010 y 2011), quienes estudian la respuesta de la política del gobierno a cambios en la distribución del ingreso promovidos por remesas. La principal diferencia de nuestro trabajo en relación a dichos autores, es que en su análisis las familias altruistas trabajan en el extranjero y envían remesas y por lo tanto, son excluidas de la función objetivo a maximizar del gobierno, mientras que nosotros generalizamos sus modelos al considerar el problema general del altruismo en una economía. En nuestro trabajo las familias altruistas son consideradas en la función objetivo a maximizar de un planeador social benevolente.

Modelo Teórico

Se considera una economía en la cual existen familias que reciben transferencias privadas donde su función de utilidad indirecta está dada por $v(t,n,D) = Max\,\{\mu^*(x^*,y^*)\ sujeta\ a\ \ x^* = \big(n\ell^* + D(t,\tilde{n},n)\big)(1-t)\}$ donde x^* es un bien privado, $y^* = 1 - \ell^*$ es el ocio, ℓ^* es la oferta laboral y $x^* = \{(n\ell^*) + D(t,\tilde{n},n)\}(1-t)$ es la restricción presupuestaria que enfrentan dichas familias, donde el ingreso completo del individuo depende del ingreso laboral $n\ell$, *n* es la habilidad del individuo (*n* es un salario competitivo), *D (t, ñ, n)* es una transferencia privada de un individuo tipo *ñ* al individuo tipo *n*, y *t* es un impuesto al ingreso.[3] En esta economía, la habilidad para obtener ingre-

3 En la restricción del individuo se normalizó P_x=1. Además, $x^*,\ell^* \in ArgMax\,\{\mu(x,y)\ sujeta\ a\ \ x = \big(n\ell + D(t,\tilde{n},n)\big)(1-t)\}$.

sos n es heterogénea y se diferencia por una distribución dada por $h(n) > 0\,, \forall\, n \in [n_{min,} n_{max}]$: $H(n_{max}) = \int_{n_{min}}^{n_{max}} h(n)dn = 1$.

En nuestra economía existen individuos que son altruistas y establecen transferencias privadas (donaciones). Esto quiere decir que las familias tipo $\tilde{h}(\tilde{n})$ se preocupan por el bienestar de las familias $h(n)$. Un ejemplo de altruismo sería la relación de padre e hijo, donde el bienestar del hijo depende no solo del consumo del bien privado y el ocio, sino también del bienestar de sus padres. Por ello, el hijo podría transferir ingreso a sus padres. Otro ejemplo de altruismo sería un padre que se preocupa por el bienestar del hijo, por lo que el padre le transfiere dinero para incrementar su bienestar.[4]

La utilidad de las familias que efectúan transferencias privadas es $\tilde{v}(t, \tilde{n}, D) = Max\,\{\,\tilde{\mu}^*[\tilde{x}^*, \tilde{y}^*, v(t,n,D)]\ s.a{:}\ x^* + D(t, \tilde{n}, n) = (\tilde{n}\widetilde{\ell}^{*})(1-t)\,\}$, donde $\tilde{\mu}^*[\tilde{x}^*, \tilde{y}^*, v(t,n,D)]$ refleja las preferencias del individuo tipo $\tilde{n}$ sobre el bien privado $\tilde{x}^*$, el ocio $\tilde{y}^* = 1 - \widetilde{\ell}^*$, y la utilidad indirecta de las familias que reciben las transferencias privadas $v(t,n,D)$. La restricción presupuestaria de las familias que hacen donaciones es $x^* + D(t, \tilde{n}, n) = (\tilde{n}\widetilde{\ell}^{*})(1-t)$ donde $\tilde{n}$ es la habilidad (o salario) del individuo. El ingreso laboral neto es $(\tilde{n}\widetilde{\ell}^{*})(1-t)$ donde $\widetilde{\ell}^*$ corresponde a la oferta laboral óptima y t es el impuesto al ingreso. Para esta economía asumimos $\tilde{n}\widetilde{\ell}^{*} > n\ell^*$. Además, la distribución de habilidades de las familias altruistas está dada por $\tilde{h}(\tilde{n}) > 0,\ \forall \tilde{n} \in [\tilde{n}_{min,} \tilde{n}_{max}]$.

El problema del gobierno

Se considera una economía en la cual el gobierno tiene el problema de determinar el impuesto al ingreso total t que maximiza una función de bienestar social ponderada sujeta a una restricción donde el impuesto recauda una cierta cantidad de ingresos tributarios. Los principios que guían el diseño de impuestos óptimos son la equidad en la distribución de cargas impositivas y la eficiencia en la asignación de recursos. Por

4 Sin embargo, las donaciones entre familias no se limitan por motivos de vínculos familiares. Un ejemplo con validez empírica es aquel donde individuos de alto ingreso donan para mejorar el bienestar de ciertos grupos en la sociedad con fragilidad económica (como lo son las familias de bajos ingresos).

equidad, el gobierno tiende a incrementar el nivel de impuestos en el equilibrio si es que las cargas impositivas recaen en individuos que tienen una baja utilidad marginal social del ingreso. Por el contrario, el nivel de impuestos en el equilibrio tiende a ser menor si es que las cargas impositivas recaen en individuos que tienen una alta utilidad marginal social del ingreso.

La eficiencia en la asignación de recursos también es un principio que guía el diseño de impuestos óptimos. Los impuestos distorsionan: primero, las decisiones de la oferta laboral de las familias que reciben donaciones y las altruistas (la cantidad de servicios laborales ofrecidos podría ser menor a medida que el gobierno incrementa los impuestos, ya que la tasa de rendimiento de los servicios laborales después de pagar impuestos es menor). Segundo, los impuestos también pueden distorsionar la decisión de las familias altruistas de transferir ingreso a través de mecanismos de mercado.

En nuestra economía, las familias altruistas establecen transferencias privadas debido a los diferenciales del bienestar asociados con diferencias en el ingreso laboral entre donadores y las familias que reciben las transferencias. Un impuesto al ingreso laboral puede disminuir (o incrementar) las diferencias en el ingreso laboral entre donadores y las familias que reciben las transferencias y por lo tanto, puede modificar el monto agregado de las transferencias privadas entre familias. En esta economía, las distorsiones del impuesto en la oferta laboral y en las transferencias privadas agregadas representan costos de ineficiencia en la asignación de recursos en la economía, lo que a su vez tiende a reducir el nivel del impuesto en el equilibro.

Formalmente, el problema del gobierno es:

$$\max_{\{t\}} \Psi = \int_{\forall n} h(n)w(n)v(t,n,D)\,dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{v}(t,\tilde{n},D)\,d\tilde{n}$$

$$s.a:$$

$$\beta = \int_{\forall n} h(n)\,t\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})t\left\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\right\}d\tilde{n} \quad (1)$$

Donde Ψ es una función de bienestar social ponderada, $w(n) > 0,\ \forall n \in [n_{min}, n_{max}]$ es el cambio en el bienestar de la sociedad debido a un cambio en el bienestar de la familia tipo *n*. Una interpretación similar se le da a$\tilde{w}(\tilde{n}) > 0\ \forall \tilde{n} \in [\tilde{n}_{min}, \tilde{n}_{max}]$. Además, el ingreso fiscal del gobierno β, depende del ingreso de las familias, entonces $\beta = \int_{\forall n} h(n)\, t\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})t\,\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}$, donde $\ell^*(t,n)$ y $\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})$ corresponden, respectivamente, a la oferta laboral óptima de las familias receptoras de transferencias y de las familias donadoras (altruistas). El término $D^*(t,\tilde{n},n)$ son las transferencias privadas óptimas que emiten las familias altruistas. Una familia tipo *n* paga un impuesto *t* sobre su ingreso total $n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)$ que contempla el ingreso laboral $n\ell^*(t,n)$ y las transferencias privadas recibidas $D^*(t,\tilde{n},n)$. Una familia tipo *ñ* paga un impuesto *t* sobre su ingreso laboral $\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})$.

El equilibrio económico está conformado por la interacción entre el gobierno, las familias receptoras de las transferencias y las familias altruistas que realizan transferencias privadas. Por su parte, el gobierno busca maximizar el bienestar de las familias en la sociedad por medio de una política de impuestos *t* considerando que las familias eligen su consumo y la oferta laboral que maximiza sus preferencias sujetas a sus restricciones presupuestarias. Además, las familias altruistas buscan maximizar su bienestar eligiendo su oferta laboral, el consumo del bien privado y el tamaño de las transferencias privadas, tomando en cuenta sus preferencias y restricciones presupuestarias, así como las preferencias y restricciones presupuestarias de las familias que reciben las transferencias. Formalmente:

Definición. El equilibrio de esta economía es:

$$t^* \underset{\{t\}}{argmax}\, \Psi = \int_{\forall n} h(n)w(n)v(t,n,D)\, dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{v}(t,\tilde{n},D)\, d\tilde{n}$$

$$s.a{:}\ \ \beta = \int_{\forall n} h(n)\, t\{n\square^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\, t\{\tilde{n}\tilde{\square}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n} \tag{2}$$

Las familias tipo $n \in [n_{min,} n_{max}]$ que reciben transferencias privadas seleccionan sus opciones de consumo $x^*(t,n)$ y trabajo $\ell^*(t,n)$ tal que:

$$x^*(t,n), \ell^*(t,n) \in argmax \begin{Bmatrix} Max \;\; \mu\big(x,(1-\ell)\big) \\ s.a\!: \; x = \big(n\ell + D(t,\tilde{n},n)\big)(1-t) \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Las familias altruistas tipo $\tilde{n} \in [\tilde{n}_{min,} \tilde{n}_{max}]$ eligen su consumo, $\tilde{x}^*(t,\tilde{n})$, oferta laboral, $\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})$, y el tamaño de transferencias privadas hacia las familias tipo n $D^*(t,\tilde{n},n)$ que maximiza la utilidad de las altruistas tal que:

$$\tilde{x}^*(t,\tilde{n}), \tilde{\ell}^*(t,\tilde{n}), D^*(t,\tilde{n},n) \in argmax \begin{Bmatrix} \tilde{\mu}[\,\tilde{x},(1-\tilde{\ell}), v(t,n,D)\,] \\ s.a\!: \; x + D = (\tilde{n}\tilde{\ell})(1-t) \end{Bmatrix} \tag{4}$$

En el equilibrio económico las familias altruistas tipo $\tilde{n}$ deciden el tamaño de la transferencia privada $D^*(t, \tilde{n}, n)$ que realizan a las familias tipo n, tomando en cuenta el efecto que tiene el impuesto al ingreso que impone el gobierno. La función de mejor respuesta de las transferencias privadas efectuadas por las familias tipo $\tilde{n}$ respecto al impuesto se caracteriza en la Proposición 1.

Proposición 1. La función de mejor respuesta de las transferencias privadas realizadas por familias tipo $\tilde{n}$ está dada por $D^*(t, \tilde{n}, n)$ satisfaciendo $\frac{\partial D^*}{\partial t} \gtreqless 0$.

Demostración. La utilidad indirecta de las familias altruistas está dada por:

$$\tilde{v}(t,\tilde{n},D) \in argmax \begin{Bmatrix} \max \quad \tilde{\mu}^*\,[\tilde{x}^*, \tilde{y}^*, v(t,n,D)] \\ s.a\!: \tilde{x}^*(t,\tilde{n}) + D^*(t,\tilde{n},n) = \big(n\tilde{\ell}^*\big)(1-t) \end{Bmatrix} \tag{5}$$

El problema de decisión de las familias altruistas se puede expresar de la siguiente manera:

$$\underbrace{\tilde{\mathcal{L}}}_{\{\tilde{\ell},D\}} = \tilde{\mu}\left\{ \left(\tilde{n}\tilde{\ell}\right)(1-t) - D, \left(1-\tilde{\ell}\right), v(t,n,D) \right\} \tag{6}$$

Obtenemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial \tilde{\ell}} = \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}} \tilde{n}(1-t) - \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{y}} = 0 \qquad \rightarrow \tilde{\ell}^{*} = \tilde{\ell}^{*}(t,n,D) \tag{7}$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial D} = \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial D} - \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}} = 0 \qquad \rightarrow D^{*} = D^{*}(t,\tilde{n},n) \tag{8}$$

Diferenciamos las condiciones de primer orden (7) y (8) con respecto a $d\tilde{\ell}^{*}$, dD^{*} y dt para mostrar:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 \tilde{\ell}} & \dfrac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial \tilde{\ell} \partial D} \\ \dfrac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial D \partial \tilde{\ell}} & \dfrac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tilde{\ell}^{*} \\ dD^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ \dfrac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}} \tilde{n} + \tilde{n}(1-t) \dfrac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}} \left(\tilde{n}\tilde{\ell}\right) \right\} dt \\ - \left\{ \dfrac{\partial \gamma}{\partial t} + \dfrac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}} \left(\tilde{n}\tilde{\ell}\right) \right\} dt \end{bmatrix} \tag{9}$$

Donde $\gamma = \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial D}$ y $\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial \left(\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial D} \right)}{\partial t}$. Al calcular el determinante de (9) obtenemos $|H| = \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 \tilde{\ell}} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 D} - \left(\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial \tilde{\ell} \partial D} \right)^2 > 0$. Por lo tanto la mejor respuesta de las transferencias privadas ante un impuesto está dada por:

$$\frac{\partial D^*}{\partial t} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 \tilde{\ell}} & \left\{\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}}\tilde{n} + \tilde{n}(1-t)\frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} \\ \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial D \partial \tilde{\ell}} & -\left\{\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} \end{bmatrix}}{|H|}$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial t} = \frac{-\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 \tilde{\ell}}\left\{\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} - \left\{\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial D \partial \tilde{\ell}}\right\}\left\{\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}}\tilde{n} + \tilde{n}(1-t)\frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\}}{|H|} \gtreqless 0 \tag{10}$$

Donde $-\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial^2 \tilde{\ell}}\left\{\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} \gtreqless 0$ en medida que $\left\{\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} \gtreqless 0$ y $\left\{\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial D \partial \tilde{\ell}}\right\}\left\{\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}}\tilde{n} + \tilde{n}(1-t)\frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} \gtreqless 0$ ya que $\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{L}}}{\partial \ell \partial D} \gtreqless 0$ y $\left\{\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial \tilde{x}}\tilde{n} + \tilde{n}(1-t)\frac{\partial^2 \tilde{\mu}}{\partial^2 \tilde{x}}(\tilde{n}\tilde{\ell})\right\} \gtreqless 0$. Si $\frac{\partial D^*}{\partial t} < 0$ entonces, un aumento en el impuesto sobre el ingreso laboral reduce las transferencias privadas. Si $\frac{\partial D^*}{\partial t} < 0$ entonces, un aumento del impuesto induce a las familias altruistas a incrementar las transferencias privadas.

La proposición 1 representa un análisis de estática comparativa de cambios en el impuesto sobre el ingreso y el nivel óptimo de donaciones y caracteriza dos efectos de un incremento en el impuesto en el nivel de transferencias privadas: El primer efecto se refiere al hecho de que un incremento del impuesto reduce el ingreso disponible de las familias altruistas e incrementa el costo marginal de donar. Este efecto crea el incentivo a las familias altruistas a reducir sus transferencias privadas (es decir este efecto tiende a producir el siguiente resultado $\partial D^*/\partial t < 0$). El segundo efecto, el cual actúa simultáneamente al primer efecto, se refiere al hecho de que un incremento del impuesto reduce el ingreso disponible y el consumo de las familias que reciben las donaciones e incrementa el beneficio marginal de una transferencia monetaria. Este efecto crea el incentivo a los altruistas a incrementar sus transferencias privadas (es decir, ceteris paribus, este efecto tiende a producir el siguiente resultado $\partial D^*/\partial t > 0$). Por lo tanto, el impacto final de un impuesto sobre las donaciones es, en general, ambiguo $\partial D^*/\partial t \gtreqless 0$.

Política impositiva óptima
El equilibrio en el problema del gobierno será seleccionar el impuesto sobre el ingreso laboral que satisfaga la restricción de obtener un ingreso tributario β y maximize el bienestar de la sociedad al considerar la equidad en la asignación de recursos y minimize los costos de ineficiencia del impuesto sobre la oferta laboral de todos los agentes en la economía y las transferencias privadas de las familias altruistas. En la proposición 2 caracterizamos el nivel óptimo del impuesto.

Proposición 2. El nivel de impuestos óptimo sobre el ingreso t^* está dado por:

$$t^* = -\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)\,\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\,\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\}$$
$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn\right\}$$
$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\} \quad (11)$$

Donde:

$$\Theta = \xi_{\ell^*(t,n)-t} + \xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t} + \xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} \quad (12)$$

Y la elasticidad agregada de la oferta laboral con respecto al ingreso de la familia tipo n está definida por $\xi_{\ell^*(t,n)-t} = \int_{\forall n} h(n)\left\{\frac{\partial \ell^*(t,n)}{\partial t}\frac{1}{\ell^*(t,n)}\right\} n\ell^*(t,n)dn < 0$, la elasticidad agregada de la oferta laboral con respecto al ingreso de la familia tipo $\tilde{n}$ es $\xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t} = \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\left\{\frac{\partial \tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})}{\partial t}\frac{1}{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})}\right\}\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})d\tilde{n} < 0$ y, finalmente, la elasticidad agregada de las transferencias privadas con respecto al impuesto es $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} = \int_{\forall n} h(n) \left\{\frac{\partial D^*(t,\tilde{n},n)}{\partial t} \frac{1}{D^*(t,\tilde{n},n)}\right\} D^*(t,\tilde{n},n) dn \ \substack{\geq \\ <} 0$.

Demostración. Definimos el Lagrangiano δ del problema de diseño de política de impuestos como:

$$\delta = \int_{\forall n} h(n) w(n) v(t,n,D)\, dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n}) \tilde{w}(\tilde{n}) \tilde{v}(t,\tilde{n},D)\, d\tilde{n}$$

$$+\lambda \left[\beta - \int_{\forall n} h(n)\, t\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\} dn - \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\, t\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\} d\tilde{n}\right] \quad (13)$$

A partir de (13) obtenemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = \int_{\forall n} h(n) w(n) \frac{\partial v}{\partial t} dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n}) \tilde{w}(\tilde{n}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} d\tilde{n}$$

$$-\lambda^* \left[\int_{\forall n} h(n) \{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\} dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n}) \{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\} d\tilde{n}\right]$$

$$-\lambda^* \left[t^* \int_{\forall n} h(n) \left\{n \frac{\partial \ell^*(t,n)}{\partial t} + \frac{\partial D^*(t,\tilde{n},n)}{\partial t}\right\} dn\right]$$

$$-\lambda^* \left[t^* \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n}) \left\{\tilde{n} \frac{\partial \tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})}{\partial t}\right\} d\tilde{n}\right] = 0 \qquad \forall\, t^* > 0 \quad (14)$$

Y

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \beta - \int_{\forall n} h(n)\, t\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\} dn$$

$$- \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\, t^*\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\} d\tilde{n} = 0 \qquad \forall\ \lambda^* \neq 0 \quad (15)$$

De la ecuación (14) obtenemos:

$$t^* = \left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)w(n)\frac{\partial v}{\partial t}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t}d\tilde{n}\right\}$$

$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)\left\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\right\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\left\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\right\}d\tilde{n}\right\} \quad (16)$$

Donde $\partial\delta/\partial\beta = \lambda^* < 0$, es decir, λ^* es el costo marginal social de tener que financiar un incremento en el ingreso tributario a través de impuestos al ingreso, y:

$$\Theta = \left\{\int_{\forall n} h(n)\left\{n\frac{\partial \ell^*(t,n)}{\partial t} + \frac{\partial D^*(t,\tilde{n},n)}{\partial t}\right\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\left\{\tilde{n}\frac{\partial \tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})}{\partial t}\right\}d\tilde{n}\right\} \quad (17)$$

Del Teorema de Shephard se satisface que:

$$\int_{\forall n} h(n)w(n)\frac{\partial v}{\partial t}dn = -\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn \quad (18)$$

$$\int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t}d\tilde{n} = -\int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n} \quad (19)$$

Además, definimos las elasticidades agregadas de la oferta laboral con respecto al ingreso de las familias tipo *n* y *ñ* como $\xi_{\ell^*(t,n)-t}$ y $\xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t}$ y la elasticidad agregada de las transferencias privadas con respecto al impuesto como $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}$ de la siguiente manera:[5]

$$\xi_{n\ell^*(t,n)-t} = \int_{\forall n} h(n)\left\{\frac{\partial \ell^*(t,n)}{\partial t}\frac{1}{\ell^*(t,n)}\right\}n\ell^*(t,n)dn < 0 \quad (20)$$

$$\xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t} = \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\left\{\frac{\partial \tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})}{\partial t}\frac{1}{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})}\right\}\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})d\tilde{n} < 0 \quad (21)$$

$$\xi_{D(t,\tilde{n},n)-t} = \int_{\forall n} h(n)\left\{\frac{\partial D^*(t,\tilde{n},n)}{\partial t}\frac{1}{D^*(t,\tilde{n},n)}\right\}D^*(t,\tilde{n},n)dn \;\substack{>\\<}\; 0 \quad (22)$$

5 Las elasticidades que se muestran en (17), (18) y (19) son evaluadas cuando $t = 0$.

Utilizando las ecuaciones (18) a (22) obtenemos:

$$t^* = -\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)\,\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\,\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\}$$

$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn\right\}$$

$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\} \qquad (23)$$

Donde

$$\Theta = \xi_{\ell^*(t,n)-t} + \xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t} + \xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} \qquad (24)$$

Para el análisis que sigue definimos $E^{\tilde{w}}[\tilde{n}\tilde{\ell}^*]$como el ingreso laboral ponderado de las familias altruistas donde $E^{\tilde{w}}[\tilde{n}\tilde{\ell}^*] = \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}$ y el ingreso laboral ponderado de las familias que reciben transferencias privadas es $E^{w}[n\ell^*] = \int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^*(t,n)\}dn$. Además, las transferencias privadas ponderadas de los altruistas son $E^{w}[D^*] = \int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{D^*(t,\tilde{n},n)\}dn$. También será de utilidad definir el ingreso laboral promedio de las familias altruistas como $E[\tilde{n}\tilde{\ell}^*] = \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}$ y el ingreso laboral promedio de las familias que reciben transferencias privadas a través de $E[n\ell^*] = \int_{\forall n} h(n)\{n\ell^*(t,n)\}dn$. Finalmente, definimos las transferencias privadas promedio de los altruistas a través de $E[D^*] = \int_{\forall n} h(n)\{D^*(t,\tilde{n},n)\}dn$.

A continuación, en la proposición 3, desarrollamos un análisis de estática comparativa en relación a t^*.

Proposición 3. Suponga que $\Theta < 0$ *y* $t^* > 0$ en el equilibrio. Entonces el impuesto:

3.1) Está negativamente asociado con incrementos en el ingreso laboral ponderado de las familias altruistas y con el ingreso laboral ponderado de las familias que reciben transferencias privadas. Además, t^* está negativamente asociado con incrementos en las transferencias privadas ponderadas de los altruistas.

3.2) Está positivamente asociado con incrementos en el ingreso laboral promedio de las familias altruistas y con el ingreso laboral promedio de las familias que reciben transferencias privadas. Además, t^* está positivamente asociado con incrementos en las transferencias privadas promedio de los altruistas.

3.3) Está negativamente asociado con reducciones en las elasticidades agregadas de la oferta laboral con respecto al ingreso de las familias tipo n y $\tilde{n}$, $\xi_{\ell^*(t,n)-t}$ y $\xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t}$.

Demostración. De la proposición 2, t^* está dado por:

$$t^* = -\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\left\{\int_{\forall n} h(n)\,\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn + \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\,\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\}\right\}$$
$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^*(t,n) + D^*(t,\tilde{n},n)\}dn\right\}$$
$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\left\{\int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\} \qquad (25)$$

El ingreso laboral ponderado de las familias altruistas es:

$$E^{\tilde{w}}\left[\tilde{n}\tilde{\ell}^*\right] = \int_{\forall \tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\left\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\right\}d\tilde{n} \qquad (26)$$

El ingreso laboral ponderado de las familias que reciben transferencias privadas se define como:

$$E^{w}[n\ell^*] = \int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^*(t,n)\}dn \qquad (27)$$

Y las transferencias privadas ponderadas de los altruistas son:

$$E^{w}[D^*] = \int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{D^*(t,\tilde{n},n)\}dn \qquad (28)$$

Es importante recordar que $\partial\delta/\partial\beta = \lambda^* < 0$. De las condiciones (25), (26), (27) y (28) es simple verificar que se satisface:

$$\frac{\partial t^*}{\partial E^{\tilde{w}}[\tilde{n}\tilde{\ell}^*]} = \frac{\partial t^*}{\partial E^{w}[n\ell^*]} = \frac{\partial t^*}{\partial E^{w}[D^*]} = -\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\} < 0 \qquad (29)$$

Lo cual demuestra la proposición (3.1). Para demostrar la proposición (3.2) debemos considerar de nuevo la ecuación (25), además definimos el ingreso laboral promedio de las familias altruistas de la siguiente manera:

$$E[\tilde{n}\tilde{\ell}^*] = \int_{\forall\tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\{\tilde{n}\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})\}d\tilde{n} \qquad (30)$$

El ingreso laboral promedio de las familias que reciben transferencias privadas es:

$$E[n\ell^*] = \int_{\forall n} h(n)\{n\ell^*(t,n)\}dn \qquad (31)$$

Y definimos las transferencias privadas promedio de los altruistas a través de:

$$E[D^*] = \int_{\forall n} h(n)\{D^*(t,\tilde{n},n)\}dn \qquad (32)$$

De las condiciones (25) y (26) es simple verificar que se satisface:

$$\frac{\partial t^*}{\partial E[\tilde{n}\tilde{\ell}^*]} = \frac{\partial t^*}{\partial E[n\ell^*]} = \frac{\partial t^*}{\partial E[D^*]} = -\left\{\frac{1}{\Theta}\right\} > 0 \qquad (33)$$

Finalmente, la proposición (3.3) sugiere que las elasticidades agregadas de la oferta laboral de las familias tipo n y $\tilde{n}$ con respecto al impuesto, están relacionadas negativamente con t^*. Para ver esto se considera de nuevo las ecuaciones (11) y (12) de las cuales es fácil verificar que $\forall\left\{-\xi^0{}_{\ell^*(t,n)-t}\right\}, \left\{-\xi^1{}_{\ell^*(t,n)-t}\right\} \in \mathbb{R}_+$ y $t^* = t^*(-\xi_{\ell^*(t,n)-t})$ se satisface que:

$$\forall\left\{-\xi^0{}_{\ell^*(t,n)-t}\right\} > \left\{-\xi^1{}_{\ell^*(t,n)-t}\right\} \Rightarrow t^*\left(-\xi^0{}_{\ell^*(t,n)-t}\right) < t^*\left(-\xi^1{}_{\ell^*(t,n)-t}\right) \quad (34)$$

Esta misma relación se satisface para la elasticidad de la oferta laboral-impuesto de las familias altruistas. Es decir, $\forall\left\{-\xi^0{}_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t}\right\} > \left\{-\xi^1{}_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t}\right\} \in \mathbb{R}_+ \Rightarrow t^*\left(-\xi^0{}_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t}\right) < t^*\left(-\xi^1{}_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t}\right)$ lo cual demuestra la proposición (3.3).

Proposición 4. Suponga que $\Theta < 0$ *y* $t^* > 0$ en el equilibrio. Si $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} > 0$, entonces incrementos en la elasticidad de las transferencias privadas-impuesto se traducen en incrementos en t^*. Si $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} < 0$, entonces reducciones en la elasticidad de las transferencias privadas-impuesto se traducen en reducciones en t^*.[6]

Demostración. El resultado de esta proposición es una consecuencia directa de la ecuación (11) en la proposición 2. Observe que:

$$-\Theta = \xi_{n\ell^*(t,n)-t} + \xi_{\tilde{\ell}^*(t,\tilde{n})-t} + \xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} \in \mathbb{R}_+ \quad \text{y} \quad t^* = t^*(-\Theta).$$

Para facilitar la notación expresamos $\Theta = \Theta\left(\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)$. De tal forma que para todo $\Theta\left(\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right), \Theta\left(\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)$ que satisface $\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}, \xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} \in \mathbb{R}_+$: $\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} > \xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}$ entonces, $\left\{-\Theta\left(\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right\} < \left\{-\Theta\left(\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right\}$ lo que implica $t^*\left(-\Theta\left(\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right) > t^*\left(-\Theta\left(\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right)$.

Además, para todo $-\Theta\left(\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right), -\Theta\left(\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right) \in \mathbb{R}_+$ y $\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}, \xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} \in \mathbb{R}_-$ tal que $\left|\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right| > \left|\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right|$ entonces, $\left\{-\Theta\left(\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right\} > \left\{-\Theta\left(\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right\}$ lo que implica $t^*\left(\Theta\left(\xi^0{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right) < t^*\left(\Theta\left(\xi^1{}_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}\right)\right)$.

6 Cuando mencionamos la frase reducciones en la elasticidad de la transferencia privada-impuesto nos referimos al caso en el que $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t}$ es más elástica. Es relevante recordar que si $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} < 0$, entonces una reducción de la elasticidad implica que la elasticidad de la transferencia privada-impuesto es más elástica.

En la proposición 4 se consideran dos posibles resultados del impuesto sobre las donaciones de las familias altruistas. Primero, un incremento en el impuesto reduce el ingreso disponible y bienestar de individuos de alto ingreso, lo cual incrementa el costo marginal de los altruistas de establecer transferencias privadas. Este efecto tiende a reducir las donaciones de los altruistas. Segundo, un incremento en t^* reduce ambos; el ingreso disponible de los individuos que reciben transferencias privadas y su bienestar. Este efecto incrementa la utilidad marginal de las familias altruistas de hacer transferencias privadas.[7] Si el primer efecto domina al segundo entonces la elasticidad de las transferencias privadas con respecto al impuesto es negativa ($\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} < 0$), mientras que si el segundo efecto domina al primero entonces la elasticidad de las transferencias con respecto al impuesto es positiva, es decir, $\xi_{D^*(t,\tilde{n},n)-t} > 0$.

En términos de la eficiencia en la asignación de recursos, la proposición 4 caracteriza condiciones en las que si la elasticidad de las transferencias privadas en relación al impuesto es positiva, entonces entre *mayor* sea la elasticidad de las transferencias privadas en relación al impuesto, mayor es el nivel de impuestos al ingreso. Si la elasticidad de las transferencias privadas-impuesto es negativa, entonces entre mayor sea esta elasticidad, *menor* es el nivel de impuestos al ingreso en el equilibrio.

Proposición 5. Suponga que $\Theta < 0$ *y* $t^* > 0$ en el equilibrio. Si:

$$\int_{\forall n} h(n)\{D^*(t,\tilde{n},n)\}dn > \left\{\frac{-1}{\lambda^*}\right\}\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{D^*(t,\tilde{n},n)\}dn \quad (35)$$

Entonces incrementos en la inequidad anterior incrementan el nivel de t^*.

Demostración. La condición (11) de la proposición 2 puede expresarse de la siguiente manera:

7 Reducciones en el bienestar de las familias que reciben transferencias, incrementa la utilidad marginal de las donaciones de los altruistas.

$$t^{*} = -\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\left\{\int_{\forall n} h(n)\,\{n\ell^{*}(t,n)\}dn + \int_{\forall\tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\,\{\tilde{n}\tilde{\ell}^{*}(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\}\right\}$$

$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{\lambda^{*}}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{n\ell^{*}(t,n)\}dn + \int_{\forall\tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}\{\tilde{n}\tilde{\ell}^{*}(t,\tilde{n})\}d\tilde{n}\right\} \quad (36)$$

$$-\left\{\frac{1}{\Theta}\right\}\left\{\int_{\forall n} h(n)\,D^{*}(t,\tilde{n},n)dn + \left\{\frac{1}{\lambda^{*}}\right\}\left\{\int_{\forall\tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}D^{*}(t,\tilde{n},n)d\tilde{n}\right\}\right\}$$

Recuerde que $\left\{\frac{1}{\lambda^{*}}\right\}\{\int_{\forall\tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}D^{*}(t,\tilde{n},n)d\tilde{n}\} < 0$ porque $\lambda^{*} < 0$ y $\int_{\forall\tilde{n}} \tilde{h}(\tilde{n})\tilde{w}(\tilde{n})\tilde{\alpha}D^{*}(t,\tilde{n},n)d\tilde{n} > 0$. Mientras que $\int_{\forall n} h(n)D^{*}(t,\tilde{n},n)dn > 0$. En el equilibrio nos interesa el caso en el que se s atisface $\Theta < 0$ y $t^{*} > 0$. Si se incrementa la diferencia

$$\left\{\int_{\forall n} h(n)D^{*}(t,\tilde{n},n)dn + \left\{\frac{1}{\lambda^{*}}\right\}\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha D^{*}(t,\tilde{n},n)dn\right\} > 0 \quad (37)$$

Entonces el nivel de t^{*} se incrementa en el equilibrio.

La proposición 5 muestra el papel de las transferencias privadas y el principio de equidad en la determinación de la tasa de impuesto óptimo. Si $\int_{\forall n} h(n)D^{*}(t,\tilde{n},n)dn < \left\{\frac{-1}{\lambda^{*}}\right\}\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha\{D^{*}(t,\tilde{n},n)\}dn$, entonces las familias que reciben transferencias privadas son familias con una alta utilidad marginal social del ingreso. Por ejemplo, si la utilidad marginal social del ingreso está inversamente relacionada con el ingreso total de las familias, es decir, el gobierno considera una redistribución en favor de familias de bajo ingreso como un resultado económico deseable, entonces incrementos en la diferencia en la inequidad $\left\{\frac{-1}{\lambda^{*}}\right\}\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha D^{*}(t,\tilde{n},n)dn > \int_{\forall n} h(n)D^{*}(t,\tilde{n},n)dn$ tienden a incrementar la pérdida de bienestar asociada con el pago de impuestos de los individuos de bajo ingreso y reducir la pérdida de bienestar asociada con el pago de impuestos de los individuos de alto ingreso. Sin embargo, el primer efecto domina y el bienestar total de la sociedad se reduce para cada posible valor de t^{*}. Por ello, el nivel óptimo de t^{*} debe ser menor en el equilibrio.

Otra posibilidad de interés en países con una elevada concentración del ingreso es que las transferencias privadas incrementen la inequidad en la distribución del ingreso. Un ejemplo de este caso es una economía donde la utilidad marginal social del ingreso está inversamente relacionada con el ingreso total de las familias, y la distribución de las transferencias privadas refleja a individuos de alto ingreso transfiriendo ingreso a familias que tienen un ingreso superior al ingreso promedio de la economía. En este caso, $\int_{\forall n} h(n)D^*(t,\tilde{n},n)dn > \left\{\frac{-1}{\lambda^*}\right\}\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha D^*(t,\tilde{n},n)dn$ lo cual significa que las transferencias privadas incrementan la inequidad en la distribución del ingreso y reducen los costos de bienestar asociados con los impuestos. En este caso, entre más grande sea la inequidad dada por $\left\{\int_{\forall n} h(n)D^*(t,\tilde{n},n)dn + \left\{\frac{1}{\lambda^*}\right\}\int_{\forall n} h(n)w(n)\alpha D^*(t,\tilde{n},n)dn,\right\} > 0$, mayor será t^* en el equilibrio.

Conclusiones

En este artículo analizamos los impuestos óptimos para una economía en la que existen transferencias privadas entre familias. Estas transferencias privadas redistribuyen el ingreso a través de un mecanismo de mercado y se explican debido a la presencia del altruismo. Las transferencias privadas modifican la distribución de la carga fiscal y la habilidad del gobierno de recaudar ingreso público a través de impuestos, por lo que las transferencias privadas modifican el cálculo del bienestar asociado con la política impositiva de un gobierno que busca maximizar el bienestar de la sociedad.

En este contexto es interesante preguntar: ¿Cuál es el nivel óptimo de los impuestos para economías con altruismo? La principal contribución de este artículo es la caracterización del impuesto óptimo lineal al ingreso para una economía con transferencias privadas entre familias motivadas por el altruismo. Además, en este artículo identificamos una serie de resultados que buscan orientar el diseño de política pública. Por ello, nuestro análisis de estática comparativa establece un conjunto de hipótesis que pueden ser verificadas empíricamente.

En particular, nuestro análisis enfatiza el papel del intercambio entre eficiencia y equidad en el diseño de la política impositiva del gobierno. En términos de la eficiencia en la asignación de recursos, caracterizamos condiciones en las que si la elasticidad de las transferencias privadas en relación al impuesto es positiva, entonces entre mayor sea la elasticidad de las transferencias privadas en relación al impuesto, *mayor* es el nivel de impuestos al ingreso. Si la elasticidad de las transferencias privadas-impuesto es negativa, entonces entre mayor sea esta elasticidad *menor* es el nivel de impuestos al ingreso en el equilibrio.

En términos de la equidad en la asignación de recursos, las transferencias privadas pueden reducir la inequidad en la distribución del ingreso, si individuos con un ingreso laboral superior al ingreso promedio transfieren ingreso a familias con un ingreso laboral menor al ingreso promedio. En este caso, las transferencias privadas también afectan la distribución de costos sociales asociados con el impuesto. Nuestro trabajo caracteriza condiciones en las cuales el impuesto óptimo sobre el ingreso laboral se incrementa o reduce.

Bibliografía

Atkinson, Anthony B. y Stiglitz, Joseph E. (1976). "The Design of Tax Structure: Direct Versus Indirect Taxation and Economic Efficiency". *Journal of Public Economics*, 6 (1-2), pp. 55-75.

Atkinson, Anthony B. y Stiglitz, Joseph E. (1972). "The Structure of Indirect Taxation and Economic Efficiency". *Journal of Public Economics*, 1 (1), pp. 97-119.

Auerbach, Alan J. (1986). "The Theory of Excess Burden and Optimal Taxation". *NBER Working Papers 1025*: National Bureau of Economic Research.

Boskin, Michale J. y Sheshinski, Eytan. (Noviembre, 1978). "Optimal Redistributive Taxation When Individual Welfare Depends Upon Relative Income". *The Quarterly Journal of Economics*, 92 (4), pp. 589-601.

Garriga, Carlos y Sánchez-Losada, Fernando. (2009). "Indirect Taxation and the Welfare Effects of Altruism on the Optimal Fiscal Policy". Federal Reserve Bank of St. Louis, *Working Paper*, 2009-047A, pp. 1-21.

Grossmann, Volker y Poutvaara, Panu. (agosto, 2006). “Pareto-Improving Bequest Taxation”. *Discussion Paper Series*, 2277, pp. 1-35.
Jacobs, Bas. (Octubre, 2010). “Human Capital and Optimal Positive Taxation of Capital Income”. *International Tax and Public Finance*, Springer, 17 (5), pp. 451-478.
Kleiber, Christian, Wälde, Klaus y Sexauer, Martin. (Mayo, 2006). “Bequests, taxation and the distribution of wealth in a general equilibrium model”. CESIFO, *Working Paper*, 1723, pp. 2-29.
Kochi, Ikuho y Ponce-Rodríguez, Raúl A. (diciembre, 2010). “Do Remittances Crowd out the Government´s Redistributive Policy?”. *Journal of Economic Development*, 35 (4), pp. 45-72.
Kochi, Ikuho y Ponce-Rodríguez, Raúl A. (Segundo semestre, 2011). “Private and Pareto Efficient Public Transfers”. *Economía Mexicana Nueva Época*, XX (2), pp. 379-405.
Kranich, Laurence. (Octubre, 2001). “Altruism and the Political Economy of Income Taxation”. *Journal of Public Economic Theory*, 3 (4), pp. 455-469.
Mirrlees, James A. (Abril, 1971). “An Exploration in the Theory of Optimal Income Taxation”. *Review of Economic Studies,* 38 (2), pp. 175-208.
Mirrlees, James A. (Junio, 1976). “Optimal Tax Theory: A Synthesis”. *Journal of Public Economics:* North-Holland Publishing Company, pp. 327-358.
Oswald, Andrew J. (Febrero, 1983). “Altruism, jealousy and the theory of optimal non-linear taxation”. *Journal of Public Economics*, 20 (1), pp. 77-87.
Saez, Emmanuel. (2001). “Using Elasticities to Derive Optimal Income Tax Rates”. *Review of Economic Studies*, 68, pp. 205-229.