*Mundo Siglo XXI*, revista del CIECAS-IPN
ISSN 1870-2872, Núm. 27, Vol. VII, 2012, pp. 89-97

# Modelo alternativo para caracterizar la producción del sector eléctrico en México

Alexander Galicia Palacios*/Miguel Flores Ortega**

**Fecha de recepción:** 03/12/2011; **Fecha de aprobación:** 30/03/2012

**Resumen:** En este trabajo se presenta un modelo de la función de producción translogarítmica para el sector eléctrico en México; el procedimiento para estimar esta función parte de un análisis estructural de las principales características de la función de producción neoclásica, se realiza la comparación con la función Cobb-Douglas y se evalúa de forma empírica la sensibilidad de los parámetros de la función y su relación con los factores de la producción. Se examinan los métodos para estimar la función de producción translogarítmica y se propone un modelo general, basado en una función inversa de demanda que adiciona la tecnología de producción. La función de producción describe la relación que existe entre los niveles de los factores productivos de entrada y los niveles de producción de los productos de salida. Los resultados caracterizados muestran, que si un análisis estadístico presenta resultados negativos las pruebas de especificación paramétrica han sido estimadas erróneamente.

**Palabras clave:**
- función de producción
- función translogarítmica
- factores de la producción
- función de costos
- función Cobb-Douglas

**Clasificación JEL:** C1, C2, C14, E13, E23

# Alternative production model to characterize the electrical sector in Mexico

**Abstract:** This paper presents a model of the production function translog for the electricity sector in Mexico; the procedure to estimate this function is based on a structural analysis of the main features of the neoclassical production function, performs the comparison with the Cobb-Douglas function and assesses empirically the sensitivity of parameters of the function and its relationship with the factors of production. Discusses methods for estimating the translog production function and proposes a general model, based on an inverse function of demand that adds production technology. The production function describes the relationship that exists between the factors of production input levels and output products production levels. Characterized results show that if a statistical analysis presented negative results parametric specification tests have been estimated wrongly.

**Keywords:**
- production function
- translog function
- factors of production
- cost function
- Cobb-Douglas

**JEL Classification:** C1, C2, C14, E13, E23.

* Doctorante en Ciencias Económicas, Escuela Superior de Economía del Instituto Politécnico Nacional.
** Profesor Investigador de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, de la Escuela Superior de Economía del Instituto Politécnico Nacional.

## 1. Introducción

En el estudio de la ciencia económica el análisis de la producción se efectúa con modelos de carácter dinámico y resulta relevante analizar la conformación de las dotaciones de factores productivos que repercuten en los costos y precios, tanto en términos absolutos como relativos. En este en este contexto es deseable obtener una función de producción que represente la combinación óptima de factores de la producción que permitan obtener de forma eficiente la cantidad de un producto al mínimo costo que representa la condición del nivel máximo de producción.

Cuando se utiliza un modelo reducido, donde las variables de la función de producción se expresan en unidades de trabajo se está frente a un modelo de crecimiento neoclásico; la función de producción sirve de base para determinar qué parte del aumento de la producción se debe al crecimiento de un factor en particular y qué parte corresponde al progreso tecnológico, tanto endógeno como exógeno. En este sentido, la función de producción se utiliza como base para estimar la producción potencial y la estructural del uso de los factores de la producción; para lograr esto se utiliza un modelo que es una generalización del que utilizaron Christensen, Jorgenson y Lau,[1] y se mantiene el supuesto teórico de la dualidad que introdujoDiewert.[2]

El trabajo se estructura en siete apartados, se inicia con una introducción, al que sigue un segundo apartado donde se presentan los conceptos principales de la teoría sobre la función de producción neoclásica; en el tercer apartado se resumen los aspectos de la función de producción Cobb-Douglas y se deja en la cuarta sección el desarrollo de la función translogarítmica; en el quinto se analizan los argumentos teóricos de la función translogarítmica de producción y la transformación para obtener los costos de producción; en la sección seis se presenta la metodología para caracterizar de forma empírica el modelo de la función translogarítmica de producción y los costos de producción para el sector eléctrico Mexicano, por último se presentan las conclusiones de la investigación.

[1] Christensen Laurits R., Dale W. Jorgenson, Lawrence J. Lau, "AssociationTranscendental Logarithmic Utility Functions", en *The American Economic Review*, Vol. 65, No. 3, 1975, pp. 367-383.

[2] W. Diewert, "An Application of The Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", en *Journal of Political Economy*, 79, 1971, pp. 481-507.

## 2. Fundamentos de la función de producción neoclásica

Una función de producción se define por la relación de tecnológica que hay entre los insumos utilizados y los bienes producidos a partir de los insumos; representa la cantidad máxima de producción que se puede obtener empleando eficientemente una cantidad dada de los factores de la producción. En una economía donde la oferta $Y_t$ se encuentra determinada por tres factores productivos que son el trabajo $L_t$ la suma total invertida en el proceso productivo, el capital $K_t$ que es la suma de todos los bienes físicos que se utilizan en la producción, y la tecnología $A_t$ que es un factor no tangible en el proceso de producción, la combinación óptima de los tres factores se relacionan mediante la expresión matemática que se conoce como función de producción neoclásica:

$$Y_t = F(K_t, L_t, A_t) \quad (2)$$

La función de producción de la expresión 2 cumple con las siguientes propiedades:

- **Homogeneidad de grado uno,** se conoce como rendimientos constantes a escala sí se incrementan en las mismas proporciones el capital $K_t$ y el trabajo $L_t$ se duplica la producción; esta propiedad se expresa de forma matemática como:

$$F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda F(K, L, A) = \lambda F(K, L, A) \quad (2.1)$$

Se debe señalar que el factor tecnológico es el conocimiento que lleva a la mezcla óptima de los factores: capital $K_t$ y trabajo $L_t$, por esta razón, para obtener el doble del producto no es necesario duplicar el uso de los factores, sólo utilizarlos en la proporción adecuada.

- **La productividad marginal de los factores es positiva pero decreciente**: la tecnología presenta rendimientos decrecientes del capital y del trabajo cuando se incrementa la producción. Un incremento del factor trabajo sin cambiar el monto del capital, incrementa la producción en una proporción que no cambia con el tiempo. Por otro lado, si se incrementa el monto del capital se incrementa la producción pero lo hace invariante a lo largo del tiempo. Esto significa que la productividad marginal del capital y del trabajo son positivos pero diferentes.

  Esto significa que la productividad marginal de un factor se obtiene de la derivada parcial de la producción con respecto al factor en cuestión y se expresa de la forma siguiente:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0\right] \quad (2.2)$$

La segunda derivada presenta resultados negativos; por lo tanto existen rendimientos decrecientes y se expresa por:

$$\left[\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0\right] \quad (2.3)$$

- **Condiciones de Inada**[3]: implica que la productividad marginal del capital se aproxima a cero cuando el capital tiende a infinito y tiende a infinito cuando el capital se aproxima a cero:

$$\frac{lim_{k\to\infty}\partial F}{K} = 0, \frac{lim_{k\to 0}\partial F}{\partial k} = \infty \quad (2.4)$$

De forma análoga cuando la función representa al factor trabajo se escribe como:

$$\frac{lim_{L\to 0}\partial F}{\partial L} = 0 \; y \frac{lim_{L\to 0}\partial F}{\partial L} = \infty \quad (2.5)$$

## 3. Aspectos generales de la función de producción Cobb-Douglas

La función Cobb-Douglas satisface las propiedades de una función de producción neoclásica ($0 < \alpha < 1$), que se escribe como:

$$y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \quad (3)$$

La función presenta las siguientes propiedades:

- Rendimiento de capital = (Producto marginal del Capital)
- Rendimiento del trabajo=(Producto marginal del trabajo)

Donde:

$\alpha$ = *constante que mide el rendimineto del capital*

Y toma la forma:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}(3.1) \quad (3.1)$$

Donde:

$\alpha$ = *producto marginal del capital*

La función Cobb-Douglas presenta las características siguientes:

- Rendimientos de escala constantes:

$$A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda AK^{\alpha}L^{1-\alpha} = \lambda Y \quad (3.2)$$

- La producción marginal del capital y del trabajo es positiva:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} > 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} > 0 \quad (3.4)$$

- La producción marginal es decreciente:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \alpha(\alpha-1)AK^{\alpha-2}L^{1-\alpha} < 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = (1-\alpha)(-\alpha)AK^{2}L^{-\alpha-1} < 0 \quad (3.6)$$

Cumple con los requisitos de Inada:

$$\lim_{K\to\infty}\frac{\partial AK}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = 0, \lim_{K\to 0}\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = \infty \quad (3.7)$$

$$\lim_{L\to\infty}\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} = 0, \lim_{L\to 0}\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha} = \infty \quad (3.8)$$

[3] Conjunto de hipótesis que hacen referencia sobre la forma que presenta una función de producción y que garantizan la ruta de estabilidad de un crecimiento económico en el modelo de crecimiento neoclásico; fueron propuestas por el economista japonés Ken-Ichi Inada y son seis: 1) el valor de la función en 0 es = 0, 2) la función es continuamente diferenciable, 3) la función es estrictamente creciente en X, 4) la derivada de la función es decreciente, por lo tanto; la función es cóncava, 5) el límite de la derivada cercana a 0 es infinito positivo, y 6) el límite de la derivada hacia el infinito positivo es 0.

## 4. Función translogarítmica

Al realizar el análisis del grado de sustitución entre los factores de la producción, mediante la estimación de las formas funcionales tradicionales de Cobb-Douglas y la Función de Producción Sustitución de Elasticidad Constante (CES), se encontró que en particular la última resulta ser muy restrictiva para las elasticidades de sustitución analizadas, para la función Cobb-Douglas las elasticidades de sustitución son iguales a uno, mientras que la función de elasticidad de sustitución constante (CES) admite la posibilidad de elasticidades de sustitución diferentes a uno, pero no permite que existan elasticidades de sustitución negativas que corresponde a la condición de complementos entre insumos.

Algunas de las características del modelo estructural de la función translogarítmica se describen como sigue:

$$\frac{\partial C}{\partial_i} = X_i \quad (4)$$

El resultado es interpretado con el Lema de Shephard[4] y en términos de la función translogarítmica se expresa de la forma:

$$\frac{\partial lnC_i}{\partial lnPi} = \frac{P_i X_i}{C_i} = S_i \quad (4.1)$$

Donde:

$P_i$ Producción
$C_i$ Consumo
$S_i$ Proporción del factor de entrada

Por otro lado, se formula la función translogarítmica de factores compartidos y se expresa de la forma siguiente:

$$S_i = \alpha_0 + \alpha_i + \gamma_{yi} lnY + C_{ci} lnC + \sum_j \gamma ij \ln P_j C_j \quad (4.2)$$

Con estos argumentos un modelo generalizado de una función translogarítmica se escribe como:

$$\begin{aligned} lnS_i = {} & \alpha_0 + \alpha_i + \alpha_I lnI + \alpha_C \ln C + \alpha_K lnK + \beta_L lnL + \alpha_A lnA + \alpha_{Ci} lnC + \gamma_{yi} lnY + \\ & \tfrac{1}{2}\gamma_{YY}(lnY)^2 + \textstyle\sum_i \alpha_i lnP_i + \tfrac{1}{2}\sum_{i'} \sum_j \gamma_{ij} ln\, P_i lnP_j lnC_i lnC_j + \sum_i \gamma_{Yi} lnY_i lnP_i lnC_i \end{aligned} \quad (4.3)$$

La forma funcional de la ecuación logarítmica que propuso Christensen, Jorgenson y Lau,[5] permite estimar el grado de sustitución de los factores productivos de forma flexible y se expresa de forma matemática como:

$$\begin{aligned} lnF = {} & \alpha_0 + \alpha_I lnI + \alpha_C \ln C + B_K lnK + \beta_L lnL + \alpha_A lnA + \frac{\gamma_{AA}}{2}(lnA)^2 + \frac{\gamma_{II}}{2}(lnI)^2 \\ & + \frac{\gamma_{CC}}{2}(lnC)^2 + \gamma_{IC} lnC + \gamma_{IA} ln\, I\, lnA + \gamma_{CA} ln\, C\, ln\, A + \frac{\varepsilon_{KK}}{2}(lnK)^2 \\ & + \frac{\varepsilon_{LL}}{2}(lnL)^2 + \varepsilon_{KL} \ln K \ln L + \varepsilon_{KA} \ln K \ln A + \varepsilon_{LA} \ln L\, \ln A \\ & + \delta_{IK} ln\, I\, ln\, K + \delta_{IL} ln\, I\, ln\, L + \delta_{CK} ln\, C\, ln\, K + \delta_{CL}\, ln\, C\, ln\, L = 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

[4] R. Shephard, *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1953, p. 104.

[5] L. Christensen, Dale J. Jorgenson and Lawrence Lau, "Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function", en *Econometrica*, 39, 1971, pp. 255 256.

Donde:

*I*- cantidad de la investigación
*C*- cantidad de consumo
*K*- cantidad de capital
*L*- cantidad de trabajo
*A*- índice de productividad

La función propuesta por Christensen, Jorgenson y Lau,[6] asume que la maximización de los beneficios conduce a la productividad marginal condicional del tipo:

$$\frac{piI}{pkK} = \frac{\partial lnF}{\frac{\partial lnI}{\frac{-\partial lnF}{\partial lnK}}}$$
$$= \frac{\alpha_I + \gamma_{II}lnI + \gamma_{IC}lnC + \delta_{IK}lnK + \delta_{IL}lnL + \gamma_{IA}lnA}{-(\beta_K + \delta_{IK}lnI + \delta_{CK}lnC + \varepsilon_{KK}lnK + \varepsilon_{KL}lnL + \varepsilon_{KA}lnA} \qquad (4.5)$$

Por lo tantouna función de utilidad translogarítmica se expresar como:

$$\begin{aligned} \ln(\pi + 1) = {} & \alpha_0 + \alpha_I lnp_I + \alpha_C lnp_C + \beta_K lnp_k + \beta_L lnp_L + \alpha_A lnA + \frac{1}{2}\gamma_{AA}(lnA)^2 + (lnA)^2 \\ & + \frac{\gamma_{II}}{2}(lnp_I)^2 + \frac{\gamma_{CC}}{2}(lnp_I)^2 + \gamma_{IC}lnp_I lnp_c + \gamma_{IA}lnp_I lnA + \gamma_{CA}lnp_C lnA \\ & + \frac{\varepsilon_{KK}}{2}(lnp_K)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2}(lnp_L)^2 + \varepsilon_{KL}lnp_K lnp_L + \varepsilon_{KA}lnp_K lnA \\ & + \varepsilon_{LA}lnp_L lnA + \delta_{IK}lnp_I lnp_K + \delta_{IL}lnp_I lnp_L + \delta_{CK}lnp_C lnp_K \\ & + \delta_{CL}lnp_C lnp_L = 0 \end{aligned} \qquad (4.6)$$

Donde:

$p_I$ – precio de la investigación
$p_C$ – precio del consumo
$p_K$ – precio de capital
$p_L$ – precio de la fuerza de trabajo

La función de producción óptima utiliza la dotación de factores que describe la ecuación:

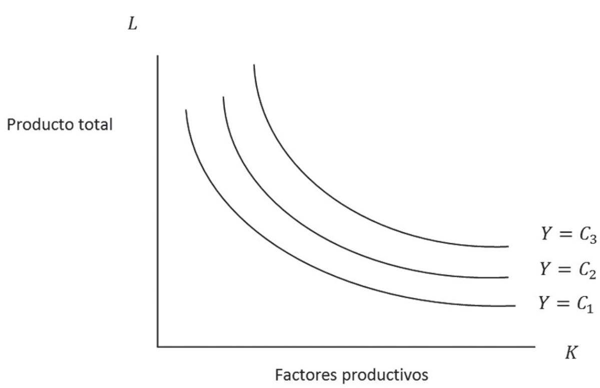
$$\frac{piI}{pkK} = \frac{\partial ln\pi}{\frac{\partial lnp_I}{\frac{-\partial ln\pi}{\partial lnp_K}}}$$
$$= \frac{\alpha_I + \gamma_{II}lnp_I + \gamma_{IC}lnp_C + \delta_{IK}lnP_K + \delta_{IL}lnp_L + \gamma_{IA}lnA}{-(\beta_K + \delta_{IK}lnp_I + \delta_{CK}lnp_C + \varepsilon_{KK}lnp_K + \varepsilon_{KL}lnp_L + \varepsilon_{KA}lnA} \qquad (4.7)$$

[6] *Op. cit.*

## 5. Argumentos teóricos para el planteamiento de la función translogarítmica de producción y costos

En el análisis clásico de isocuantas se observa que en los procesos de producción cuando se utilizan proporciones diferentes de los factores, se sustituye un factor por otro de forma tal que se produce la misma cantidad del producto de manera eficiente. El argumento teórico que sustenta esta relación es el concepto de Tasa Marginal de Sustitución (TMS), el cual mide la relación de intercambio entre factores de la producción, al aumentar la utilización de un factor se disminuye el uso de otro siempre que la producción permanezca constante.

**Grafica 5.1**
**Curvas de las Isocuantas de una función de producción**




**Fuente:** elaboración propia.

La relación de cambio de la productividad marginal mediante la combinación óptima de los factores productivos se expresa de la forma siguiente:

$$TMS_{L,K} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMg_L}{PMg_K} \qquad (5)$$

Con base en el grado de sustitución de los factores productivos, la función de producción asume una de las siguientes estructuras:

- **Coeficientes fijos:** no se permite la sustitución de los factores en términos de la relación capital-trabajo ($\frac{K}{L}$), pero se acepta que alguno de estos factores se utilicen en un mayor grado, sí se mantiene el nivel de producción constante la función de producción se expresa como:

$$Q = \min(\beta_K K, \beta_L L) \qquad (5.1)$$

Donde:

$\beta i$ = coeficiente técnico del factor $i$,
$i = K, L$

dado que:

$$Q = \beta_K * K = \beta_L * L \qquad (5.2)$$

Por lo tanto:

$$\frac{K}{L} = \frac{\beta_L}{\beta_K} \qquad (5.3)$$

**Coeficientes variables o continuos:** cuando se admite la sustitución capital-trabajo ($\frac{K}{L}$), en el proceso de producción. La cualidad más importante de una función de producción es el grado de homogeneidad. Desde el punto de vista matemático se dice que una función de producción es homogénea de grado  si cada factor se multiplica por un número, y la producción corresponde a  veces el producto inicial:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n F(K, L) = \lambda^n Q \qquad (5.4)$$

Donde:

$n$ = es constante y denota el grado de homogeneidad
$l$ = es cualquier número real positivo

Es importante identificar cuando un factor se trata como fijo o variable por lo que se emplean categorías para determinar el nivel de utilización; un factor se asume fijo cuando no se modifica la cantidad que se utiliza en el proceso de producción. Por lo tanto, se afirma que en el corto plazo existen factores que se utilizan de forma fija, pero en el largo plazo todos los factores de la producción son variables.

## 6. Caracterización del modelo de la función translogarítmica de producción y de costos para el sector eléctrico en México

Cuando un factor de la producción es fijo y otro variable se aplica la ley de rendimientos decrecientes, la cual dice que a partir de un nivel de producción dado cuando se agrega una cantidad adicional del factor variable al factor fijo, la unidad marginal del incremento de la producción cada vez es menos, se debe aclarar quela ley sólo es válida en el corto plazo.

La caracterización del modelo de producción translogarítmico para el sector eléctrico se expresa por la ecuación:

$$lnF = \frac{\alpha_0 + \alpha_{II}lnI + \alpha_{IK}lnK + \alpha_{IL}lnL + \alpha_C lnC + \alpha_{FC}lnFC + \alpha_y lnY}{-(\beta_K + \delta_{IK}lnI + \delta_{CK}lnC + \varepsilon_{KK}lnK + \varepsilon_{KL}lnL + \varepsilon_{FC}lnFC + \varepsilon_{KY}lnY} \quad (6)$$

Por lo tanto:

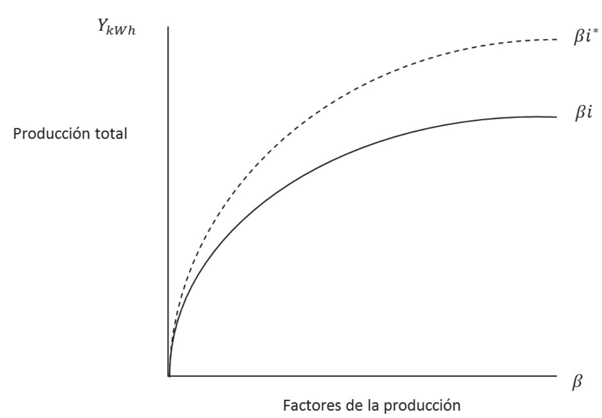
$$\begin{aligned} F = {} & \alpha_0 + \alpha_I lnI + \alpha_C lnC + \beta_K lnK + \beta_L lnL + \alpha_{FC}lnFC + \alpha_Y lnY + \frac{\alpha_{II}}{2}(lnI)^2 \\ & + \frac{\alpha_{CC}}{2}(lnC)^2 + \frac{\alpha_{FC}}{2}(lnFC)^2 + \frac{\alpha_{YY}}{2}(lnY)^2 + \alpha_{IC}lnIlnC + \alpha_{FC}lnIlnFC \\ & + \frac{\varepsilon_{KK}}{2}(lnK)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2}(lnL)^2 + \frac{\varepsilon_{FC}}{2}(lnFC)^2 + \varepsilon_{KL}lnKlnL + \varepsilon_{KA}lnKlnI \\ & + \alpha_{IY}lnIlnY + \alpha_{CY}lnClnY + \frac{\varepsilon_{KK}}{2}(lnK)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2}(lnL)^2 + \varepsilon_{KL}lnKlnL \\ & + \varepsilon_{IFC}lnIlnFC + \varepsilon_{CY}lnClnY + \varepsilon_{LY}lnLlnY + \delta_{IK}lnIlnK + \delta_{IL}lnIlnL \\ & + \delta_{CK}lnClnK + \delta_{CL}lnClnL + \delta_{CY}lnClnY = 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Donde:

*I* - cantidad de la investigación (tecnología)
*K* - cantidad de capital
*L* - cantidad de trabajo
*C* - cantidad de consumo (número de clientes/ longitud de las líneas de distribución *Km*)
*Fc* - factor de carga (mide el nivel del uso de la planta)
*Y* -Producción (salida total *kWh*)

En el modelo la producción mide por el número total de *kWh* entregados, por lo tanto *C* y *Fc*, son variables de salida y las variables de entrada son *K* y *L* .La característica principal que presenta esta función es que es homogénea en el precio de los factores de la producción y no decreciente en los precios de los factores de entrada y de salida.

**Grafica 6.1**
**Curva de cambio en un factor de la producción**




**Fuente:** elaboración propia.

Un cambio tecnológico desplaza la función de producción en sentido ascendente y esto significa que con los mismos insumos se logra mayor producción; la curva de trazo continuo representa la cantidad máxima de producción que puede obtenerse con los factores de la producción, con la mejora en la tecnología y de las prácticas de gestión la función de producción se desplaza en sentido ascendente.

Para caracterizar el modelo de la función translogarítmica de producción para el sector eléctrico es necesario utilizar el concepto de dualidad introducido por Diewert,[7]que es necesario para el estudio de la relación producción y costos; que asume que existen condiciones donde se observa una dualidad entre una y otra.

Por lo tanto, para un planteamiento de la estructura empírica de la función de producción se aplica por cualquiera de ellas, ya que por un lado la función de producción resulta atractiva cuando el nivel de producto es endógeno y por otro cuando el nivel de salida es exógeno; la estimación de una función de costos es más atractiva ya que plantea como argumentos un nivel de salida y un factor precio que permite la estimación de forma directa. Como lo plantea Laurist y Green,[8] las utilidades de la industria eléctrica no se puede determinar en función del nivel de producción para maximizar las ganancias, porque se tiene la obligación de suministrar la energía eléctrica a precios regulados y las decisiones para determinar el nivel de los factores para producirla no es una opción, la especificación de los niveles de los factores es una decisión endógena y la producción la rige una variable exógena.

La función de costos implica derivar un conjunto de ecuaciones de demanda y no se han desarrollado funciones de costo con características atractivas como: linealidad en sus parámetros y estructuras de producción generales. Una función de costos que se propone para el sector eléctrico en México se expresa de la forma:

$$lnF = \frac{\alpha_I + \gamma_{II} lnp_I + \gamma_{IK} lnp_K + \delta_{IL} lnP_L + \delta_{IC} lnp_C + \delta_{IFC} lnp_{FC} + \gamma_{IA} lnA}{-(\beta_K + \delta_{IK} lnp_I + \delta_{CK} lnp_C + \mathcal{E}_{KK} lnp_K + \mathcal{E}_{KL} lnp_L + \mathcal{E}_{FC} lnFC + \mathcal{E}_{KY} ln\alpha} \quad (6.2)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \ln(\pi + 1) = {} & \alpha_0 + \alpha_I lnp_I + \alpha_C lnp_C + \beta_K lnp_k + \beta_L lnp_L + \alpha_{FC} lnp_{FC} + \alpha_A lnA \\ & + \frac{1}{2}\gamma_{AA}(lnA)^2 + \frac{\gamma_{II}}{2}(lnp_I)^2 + \frac{\gamma_{CC}}{2}(lnp_I)^2 + \gamma_{IC} lnp_I lnp_c + \gamma_{FC} lnp_I lnp_{FC} \\ & + \gamma_{IA} lnp_I lnA + \gamma_{CA} lnp_C lnA + \frac{\mathcal{E}_{KK}}{2}(lnp_K)^2 + \frac{\mathcal{E}_{LL}}{2}(lnp_L)^2 + \frac{\mathcal{E}_{FC}}{2}(lnp_{FC})^2 \\ & + \mathcal{E}_{KL} lnpKlnpL + \mathcal{E}_{KA} lnpKlnpI + \alpha_{IY} lnIlnY + \alpha_{CY} lnClnY + \frac{\mathcal{E}_{KK}}{2}(lnK)^2 \quad (6.3) \\ & + \frac{\mathcal{E}_{LL}}{2}(lnL)^2 + \mathcal{E}_{KL} lnpKlnpL + \mathcal{E}_{IFC} lnIlnFC + \mathcal{E}_{CY} lnpClnpY \\ & + \mathcal{E}_{LY} lnpLlnpY + \delta_{IK} lnp_I lnp_K + \delta_{IL} lnpIlnpL + \delta_{CK} lnpClnpK \\ & + \delta_{CL} lnpClnpL + \delta_{CY} lnpClnpY = 0 \ (6.3) \end{aligned}$$

Donde:

$p_I$ – precio de la investigación
$p_C$ – precio del consumo
$p_K$ – precio de capital
$p_L$ – precio de la fuerza de trabajo
$p_{FC}$ – precio del factor de carga
$p_C$ – precio del consumo (número de clientes / número de clientes *km*)
Y – Índice de costos

[7] W. Diewert, *op. cit*.

[8] R. Laurits, Christensen and William H. Greene (1976). "Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation", en *The Journal of Political Economy*, Vol. 84, No. 4, Part 1, pp. 655-676.

Es posible estimar los parámetros de la función translogarítmica para la industria eléctrica, usando distintas técnicas econométricas y aplicando la información adecuada para cada unidad productiva, dado que las ecuaciones planteadas son fácilmente estimables para los factores de la producción considerados.

## Conclusión

En este trabajo se analizaron las funciones de producción de Cobb-Duglas y translogarítmica y su aplicación, para representar la producción de electricidad. Con base en la revisión de la literatura sobre el tema se establece la viabilidad para caracterizar el modelo del sector eléctrico en México; se establece el procedimiento para obtener resultados numéricos mediante la generalización de las propuestas de Christensen, Jorgenson y Lau, donde se admite la premisa de la dualidad teórica sobre las funciones de producción y costo, que permiten determinar cuál es la máxima producción que se espera al mínimo costo, se encontró que las funciones de producción presentan características no lineales, mientras que las funciones de costos presentan características lineales que facilitan la estimación.

En un pronóstico de series de tiempo los valores agregados de los precios, cantidad de producto y factores productivos influyen entre sí, por lo tanto es conveniente especificar un modelo econométrico para obtener estimaciones consistentes al plantear hipótesis económicas de simetría y homogeneidad, indispensables para emplear la función translogarítmica.

Queda pendiente la aplicación para obtener resultados numéricos, ya que todavía es materia de estudio para presentar detalladamente un modelo que optimice la producción del sector eléctrico en México, por lo que la próxima generalización consistirá en proporcionar un modelo con datos reales del sector.

## Bibliografía

♦ Christensen, L., D. Jorgenson and L. Lau, "Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function", en *Econometrica,* 39, 1971.
♦ Christensen, L, D. Jorgenson and L. Lau, "Transcendental Logarithmic Production Frontiers", en *The Review of Economics and Statistics*, February, 1973.
♦ Christensen, L. and W. Greene, "Economies of Scales in US Electronic Power Generation", en *Journal of Political Economy*, 84,1976.
♦ Cobb, C. and P. Douglas, "A Theory of Production", en *The American Economic Review*, 18, Supplement, 1982.
♦ Diewert, W., "An Application of The Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", en *Journal of Political Economy,* 79, 1971.
♦ Douglas, P. H., "Are There Laws of Production?", en *American Economic Review*, 38, 1948.
♦ Georgina, Azofeifa y Marlene Villanueva, "Estimación de una función de producción: Caso Costa Rica", en *Banco Central de Costa Rica, Departamento de Investigaciones Económicas*, 1996.
♦ Greene, W., "Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions", en *Journal of Econometrics*, 13, 1980.
♦ Christensen, Laurits R., Dale W. Jorgenson, Lawrence J. Lau, "Association Transcendental Logarithmic Utility Functions", en *The American Economic Review*, Vol. 65, No. 3, 1975.
♦ Wooldridge, J. M., "A test for functional form against nonparametric alternatives", en *Econometric Theory*, No 8, 1992.
♦ Shephard, R., *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1953, p. 104.
♦ -----------, *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1970.