

UN ENCUENTRO CON LA MATEMÁTICA APOYADA EN DATOS

Oswaldo Martínez*
ommadail@gmail.com
(UPEL-IPREM)

Recibido: 14/12/07
Aprobado: 17/01/08

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es realizar un compendio de actividades lúdicas diseñadas desde la Matemática con el que se pretende mostrar sus ventajas en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de los contenidos matemáticos. Está basado en una investigación documental y se apoya en información y datos divulgados sobre el tema referido a las Curiosidades Matemáticas. A éstas se les hizo un análisis de contenido que permitió ubicar los objetos matemáticos que subyacen en ellas, los cuales fueron utilizados para construir tanto las actividades como el sustrato teórico-referencial a la luz del concepto de Matemática. Finalmente, con este compendio de actividades se aspira a convertir lo recreativo en un recurso didáctico y novedoso cargado de ludicidad, propicio para producir conocimientos y construir saberes matemáticos dentro y fuera del aula.

Palabras clave: actividades didácticas; educación matemática; ludicidad; matemática.

* **Oswaldo J. Martínez Padrón.** Profesor de Matemática; Magister en Matemática. Dr. en Educación; Profesor Titular del Instituto Pedagógico Rural “El Mácaro” (UPEL-IPREM). PPI-I; Coordinador de la Línea de Investigación “Dominio Afectivo en Educación Matemática” y del Centro de Investigación para la Participación Crítica.

A MEETING WITH THE MATHEMAGICS SUPPORTED ON DICES

ABSTRACT

The main goal of this work is to build a compendium of leisure activities designed from the perspective of the Mathemagics, with the pretension of showing its advantages in the process of teaching, learning and evaluation of the mathematical contents. This article is based on a documentary research and is supported by data revealed about the theme that, in this case, is represented by Mathematical Curiosities. Such curiosities received an analysis of content that allowed to locate the mathematical objects that underlie in them. These were used to build the activities as well as the theoretical-referential framework that supports the concept of Mathemagics. Finally, the main aspiration with this compendium of activities is to turn the recreational aspect into a didactic and recent resource with loads of leisureness, representing an opportunity to the production of knowledge and the building of mathematical knowledge inside and outside the classroom.

Key words: didactic activities; mathematical education; leisureness; mathemagic.

UNE RENCONTRE AVEC LA MATHÉMAGIQUE APPUYÉE EN DÉS

RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est celui de construire un recueil d'activités ludiques conçues depuis la mathémagique, avec quoi l'on prétend montrer les avantages qu'il aurait dans le processus d'enseignement – apprentissage – évaluation des contenus mathématiques. Cet article se fonde dans une recherche documentée et s'appuie des informations et des données diffusés référés aux curiosités mathématiques. À ces curiosités on a fait une analyse de contenu qui a permis de placer les objectifs mathématiques qui sous-jacent en elles, tels objectifs ont été utilisés pour construire tant les activités ainsi que le soustrait théorique – référentiel à la lumière du concept de Mathémagique. Finalement, avec ce recueil d'activités l'on aspire à convertir ce qui est récréatif en un recours didactique et nouveau chargé du ludique, afin de faire propice la production de connaissances et la construction des savoirs mathématiques à l'intérieur et hors la salle de classe.

Mots clé: activités didactiques; éducation mathématique; activités ludiques, mathémagique.

Introducción

El siguiente artículo se corresponde con una investigación documental que permitió compendiar actividades lúdicas diseñadas desde la Matemática. En este caso particular, sólo hace referencia a las que están diseñadas con datos y son presentadas mediante Curiosidades Matemáticas. El estudio se basa en varias experiencias vividas por el autor cuando: (a) facilita cursos sobre Didáctica de la Matemática, donde incluye talleres sobre Matemática, y (b) participa en campamentos recreativos contentivos de juegos didácticos sustentados en Curiosidades Matemáticas. Además, es importante porque presenta un modelo de actividades didácticas diseñadas en función de los contenidos matemáticos que subyacen en las tradicionales y comunes Curiosidades Matemáticas que suelen ser presentadas y divulgadas en medios audiovisuales (radio, televisión, etc.), impresos (prensa, revistas, etc.) y electrónicos (INTERNET). Tales actividades están matizadas de ludicidad con la intención de ser útiles para desarrollar procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación de contenidos matemáticos escolares. En tal sentido, son estructuradas tomando en cuenta elementos del Currículo Básico Nacional vigente (Ministerio de Educación, 1997; 1998) en Venezuela y otros referentes curriculares que perfilan la Educación Matemática en diferentes ámbitos geográficos. Tales elementos permitieron construir un diseño propio que se inspira no sólo en los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales allí previstos, sino en las competencias y ejes transversales que fluyen durante la puesta en escena de las actividades. De igual manera, éstas se acompañan de sus referentes aritméticos ilustrativos que perfilan las correspondientes demostraciones algebraicas que se llevan a cabo para poder explicar los resultados que solicitan estas Curiosidades Matemáticas.

Además de las intenciones instruccionales previamente esbozadas y del carácter recreativo que representa el uso habitual que se le ha venido dando a este tipo de curiosidades a lo largo de la historia, aquí se toman en cuenta ambas intenciones para la organización de las actividades ya descritas.

Para seleccionar las Curiosidades Matemáticas se hizo un análisis de contenido de las diferentes curiosidades en relación con los elementos matemáticos que le dan forma y consistencia. Ello permitió la organización de secuencias concatenadas y consideradas para enseñar, aprender o evaluar conocimientos matemáticos de manera dinámica y activa, valiéndose para ello de situaciones basadas en la ludicidad pero destacando un carácter mágico,

asombroso, sorprendente y maravilloso para ser usado en su presentación. También se realizaron algunas integraciones y organizaciones como vías para representar una serie de factores del dominio afectivo capaces de favorecer la enseñanza, el aprendizaje o la evaluación de contenidos y competencias matemáticas. Todo eso convergió en un diseño de actividades que heredaron las bondades de la ludicidad, lo cual garantiza una participación activa de sus protagonistas. Además de lo anterior, se ponen en escena una serie de referentes contextuales, actuativos, cognitivos y afectivos que son de vital interés para favorecer el aprendizaje, reforzamiento o afianzamiento de contenidos matemáticos, particularmente aquellos de ámbito actitudinal (Martínez Padrón, 1999; 2005; 2007).

La elección de los dados se justifica porque siempre han sido usados como recurso para el establecimiento de una variedad de conceptos matemáticos ligados al mundo de las probabilidades y de una diversidad de actividades lúdicas que suelen ser utilizadas de manera recreativa, instruccional y evaluativa. Es decir, lo que se describe, diseña, analiza y sintetiza, con respecto a los contenidos matemáticos, no se circunscribe sólo a la organización de la dinámica del aula, sino que puede ser utilizado fuera de ésta, sobre todo cuando tales actividades resultan propicias en múltiples escenarios, tanto escolares como extra-escolares.

Antes de mostrar las actividades lúdicas organizadas, se presenta una primera sección que apunta hacia la importancia del uso de la Matemática. Posteriormente, se exhiben algunas caracterizaciones de los dados como objetos útiles para organizar actividades lúdicas, aprovechándose la oportunidad para esbozar, muy sucintamente, algunos señalamientos en relación con su importancia en la concreción de algunos conceptos y procedimientos relacionados tanto con la geometría espacial y plana como con el mundo de la estadística y de las probabilidades, sobre todo con las últimas debido a que suelen ser un factor común para el establecimiento de algunos aspectos teóricos en esa área. Posteriormente, se presentan las actividades organizadas según el número de dados que se utilicen en la experiencia, utilizando, en todos los casos, dados cúbicos y sus caracterizaciones que sirven de apoyo para encontrar, como se dice en el mundo de la Matemática, el efecto que se produce con el desarrollo de esas actividades, las cuales se constituyen en uno de los pilares fundamentales para el proceso de afianzamiento, reforzamiento, producción y construcción de conocimientos y saberes matemáticos en el aula.

La matemática en el aula de clases

Cuando se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática, tanto dentro como fuera del aula, se hace necesario tomar en cuenta una serie de aspectos conceptuales, procedimentales, contextuales, intelectuales, emocionales, actitudinales y actuacionales que tienen que ver con el sistema de creencias, las concepciones, los sentimientos, las acciones y otros factores del dominio afectivo ligados al éxito o al fracaso de los sujetos involucrados y comprometidos en este proceso. Ello obliga a la consideración de variados elementos que repercuten, por ejemplo, en las decisiones que se toman en el aula. Sin embargo, suele ser común que muchas de estas decisiones convergen en la elección de estrategias para saber cómo mejorar, reforzar o afianzar los aprendizajes de los contenidos matemáticos haciendo que ello represente una buena elección. Por fortuna, muchos autores tales como García de Clemente (1994), Martínez Padrón (1997; 1999; 2007), Groenwald (2003) y Groenwald y Martínez Padrón (2007) señalan que existen evidencias donde se indica que, con el uso de la técnica de los juegos didácticos, es posible lograr actitudes favorables hacia la Matemática, así como también establecer una situación motivante, atractiva y placentera capaz de permitir el logro de aprendizajes importantes, eficaces y significativos para el alumno (García de Clemente, 1994).

También señalan que los juegos didácticos brindan la posibilidad de convertir las tradicionales, rutinarias y, muchas veces, aburridas tareas de repetir operaciones matemáticas en actividades llenas de placer y diversión, por lo que no es necesario que los ejercicios que se hacen en clase sean monótonos. Ello puede cambiarse si se usan actividades lúdicas que den pie a una práctica abundante. Esta práctica suele fomentar actitudes positivas hacia la Matemática en función del contexto donde se desarrollen. Si además, se está interesado en que en estas actividades provoquen interés y causen un efecto sustentado en la sorpresa o en adivinanzas que llamen la atención del auditorio, planteando soluciones asombrosas que rompan argumentos, ofrezcan desafíos y mantengan la tensión de los participantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación, entonces ésta se circunscribe al mundo de la Matemática, la cual no es más que un conjunto de actividades lúdicas contentivas de una secuencia de actuaciones, de carácter mágico, que permiten enseñar conocimientos matemáticos de manera dinámica y activa, valiéndose para ello de situaciones de carácter asombroso, sorprendente y maravilloso (Martínez Padrón, 2007).

En todo caso, las actividades se diseñaron con la intencionalidad de provocar el interés de los participantes y esto se obtiene causando un efecto sorpresa o adivinatorio que se plantea sobre la base de los resultados. Este efecto puede surgir de muchas maneras pero se acostumbra usarlo para confundir el sentido común, haciendo que resulte impactante y asombroso, de manera que cuando se quiere generar un alto grado de motivación y autoconfianza durante los encuentros con el mundo de la Matemática es necesario que los mismos sean desafiantes y llenos de significación. Se puede decir, entonces, que la Matemática siempre reside en la imaginación y en la voluntad de quien organiza la actividad de manera que si ésta se sustenta en recursos como los dados, entonces bastaría utilizar sus caracterizaciones debidas a su lanzamiento e, incluso, a su construcción, para generar situaciones creativas, impactantes e innovadoras en función de algunas operaciones matemáticas que se ligan con los resultados obtenidos en sus lanzamientos. De allí que la presentación sistematizada de la actividad debe permitir captar la atención del auditorio involucrado en la experiencia de aprendizaje.

En vista de que la Matemática, presentada en formatos cargados de dinamismo, desafío, significación, interés, acción, ingenio y magia, tiene las mismas potencialidades de las actividades lúdicas, entonces constituye un espacio importante en el proceso enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática puesto que, al igual que los juegos, puede mejorar la atracción hacia la asignatura y provocar el interés y la motivación hacia la realización de actividades matemáticas. En consecuencia, debe ser tomada en cuenta para cuando se hace referencia al desarrollo cognitivo-afectivo y para cuando se quiere eliminar o disminuir el miedo y aversión que suele existir hacia la Matemática que aún continúa siendo una de las asignaturas más impopulares del currículo (Madail, 1998; Martínez 2007).

Lo anteriormente planteado obliga a considerar no sólo los contenidos matemáticos que se ponen en escena cuando se desarrollan actividades en el mundo de la Matemática, sino otros referentes curriculares que se conjugan y deben ser acoplados para obtener resultados favorables en las experiencias de aprendizaje que se llevan a cabo. Tales referentes están conformados por las competencias y los ejes transversales abordables en esas actividades. En este caso, se constituyen desde las pautas establecidas en el Currículo Básico Nacional (Ministerio de Educación, 1997; 1998) que actualmente está vigente en Venezuela donde se concibe que:

- 1. Los Contenidos:** constituyen las metas iniciales que deben alcanzar los estudiantes para luego adquirir las competencias. Tales contenidos deben ser logrados por los estudiantes durante el proceso de instrucción y son tipificados, a su vez, en: (a) *Conceptuales*: comprenden la dimensión del conocer y constituyen la información teórica, conceptos, nombres, características, etc.; (b) *Procedimentales*: comprenden la dimensión de hacer y consisten en la realización de procedimientos y aplicación de técnicas específicas para la consecución de metas; y (c) *Actitudinales*: comprenden la dimensión del ser y tiene que ver con las actitudes que asume y manifiesta el estudiante.
- 2. Las Competencias:** constituyen el principal elemento directriz de los Proyectos Pedagógicos y son las que marcan la meta o pauta central del proceso de instrucción. En este caso, resumen los conocimientos, saberes, habilidades, destrezas, aptitudes, actitudes, hábitos y otras características necesarias para obtener un alto rendimiento escolar y un buen desempeño tanto dentro como fuera del aula de clases.
- 3. La Transversalidad:** vista como un sistema de relaciones que sirve de vínculo entre el contexto sociocultural y el escolar. Viene a ser un recurso didáctico capaz de ayudar la materialización de la integración o la interrelación entre las diferentes áreas del currículo. Como tal, es considerada como fundamento para la práctica pedagógica al integrar las dimensiones del ser, el saber y el hacer sobre la base de los contenidos actitudinales, conceptuales y procedimentales mencionados anteriormente.
- 4. Los Ejes Transversales:** son los generados por la transversalidad y constituyen esos elementos formativos tales como los valores, el lenguaje, el ambiente, el desarrollo del pensamiento y el trabajo que, sin ser considerados como contenidos de aprendizaje, pueden favorecer, complementar, enriquecer y formar parte del proceso educativo.

Los detalles referidos a contenidos y competencias se mostrarán cuando se presenten algunas curiosidades matemáticas particulares mientras que las generalidades que tienen que ver con los ejes transversales abordables con cada actividad Matemática son presentados a continuación.

El eje transversal **Lenguaje**: las actividades lúdicas organizadas desde el mundo de la Matemática brindan la oportunidad de dialogar, discernir, reflexionar, cuestionar y valorar procesos debidos a la resolución de conflictos y a la búsqueda de soluciones que están presentes. Por su naturaleza, con la Matemática se atienden variedades de usos verbales y no

verbales que utilizan los jugadores en situaciones concretas de comunicación cuando, por ejemplo, ellos intercambian ideas, expresan puntos de vista y curiosidad acerca del porqué de las cosas y de la obtención de determinados resultados. Si, además, la información involucra el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), medio por donde suelen seleccionarse abundantes curiosidades matemáticas, el docente puede propiciar interacciones comunicacionales que inviten al estudiante a reflexionar y asumir actitudes críticas ante la información brindada por este tipo de medios. En todo caso, estas actividades son propicias para atender a la formación de sujetos capaces de comprender el intercambio comunicativo fundamentado en valores esenciales, a saber: la tolerancia, la argumentación, la claridad en la expresión de mensajes coherentemente organizados, la adecuación del lenguaje al contexto de uso (Ministerio de Educación, 1997; 1998) y, sobre todo, en la afectividad que contiene factores esenciales que permiten materializar el éxito de los estudiantes en el aula de clases de Matemática (Martínez Padrón, 2007).

El **Desarrollo del Pensamiento**: con estas actividades se prevé contribuir con el desarrollo de habilidades cognitivas y actitudes que propicien el uso adecuado de la información para tomar decisiones e interactuar efectivamente en el medio sociocultural. También se aspira concretar escenarios que cultiven el enseñar a pensar con rigor lógico, creatividad y claros referentes. Con ello se propicia que el estudiante aprecie la relación y utilidad de lo que aprende, reflexione y tenga la oportunidad de desarrollar su imaginación y su capacidad para resolver problemas de ámbito matemático. Igualmente, con la Matemática se puede contribuir a allanar problemas tales como: (a) actitudes pasivas de aceptación sin crítica, y (b) carencia de habilidades necesarias para el procesamiento adecuado de la información, la resolución de problemas, la transferencia de conocimientos y la toma de decisiones.

Con el eje referido a los **Valores**, se aspira que con el desarrollo de estas actividades los estudiantes puedan moverse entre valores como lo son: la tolerancia, la libertad, la solidaridad y la justicia, incluyendo ambientes moralmente satisfactorios que generen espacios tanto para discriminar entre los procesos que son buenos o correctos, como para lograr las metas previstas, bien de manera individual o en trabajo en equipos. En todo caso, deben generar espacios para sistematizar conocimientos, analizar situaciones, meditar sobre sus exigencias, apreciar los valores, formular comparaciones, tomar decisiones y asumir opiniones críticas con responsabilidad.

El **Trabajo**: estas experiencias deben relacionar el hacer pedagógico con la ciencia y la tecnología y con ello explorar habilidades e intereses de los educandos y aplicar los conocimientos científicos adquiridos a situaciones de la vida cotidiana. Como preparación para el trabajo, pueden prever la posibilidad de elevar la capacidad para comprender, absorber y aplicar nuevos conocimientos como condición que podría apuntar hacia la formación de hombres emprendedores, ágiles y polivalentes que promuevan el aprovechamiento de las oportunidades, el cultivo de las fortalezas y la superación de los riesgos resolviendo, creativamente, problemas.

Antes de abordar aspectos puntuales acerca de las actividades matemáticas organizadas con dados se hace necesario establecer algunas caracterizaciones de estos elementos que suelen resultar útiles al momento de obtenerse determinados resultados que solicitan las experiencias.

Los dados y sus caracterizaciones

Un dado es un objeto que tiene forma de poliedro. Normalmente, tiene un diseño que permite mostrar unos resultados cuando es lanzado sobre una superficie horizontal. Estos resultados suelen estar representados por marcas de puntos dibujados en cada una de las caras del poliedro y ocurren de manera aleatoria cuando el dado es lanzado, casi siempre, desde la mano. La elección del resultado puede hacerse de muchas maneras pero se acostumbra elegirlo en función de la posición en la que queda el dado tras el lanzamiento. Tradicionalmente, se toma como resultado del lanzamiento el que está marcado en la cara que queda con la vista hacia arriba, es decir, en la parte horizontal superior, pero eso no siempre es posible debido a que no todos dan esta posibilidad al ser lanzados, como se puede ver en el caso del dado en forma de tetraedro que es mostrado en la Figura 1.

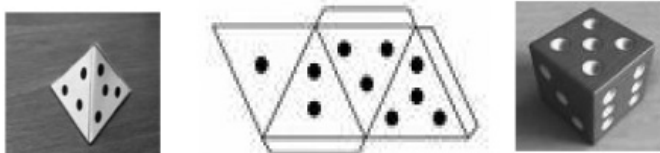


Figura 1. Dados en forma de tetraedro y en forma de cubo¹

¹ Tomada de:

http://mocho.pt/cab/5/?image_url=images/princesa_teresa_05_big.jpg&image_alt='Fotografia%20do%20tetraedro ; http://mocho.pt/cab/5/images/princesa_teresa_04.jpg; y <http://images.google.co.ve/imgres?imgurl>

En vista de que los dados tienen forma poliédrica, entonces son cuerpos geométricos y, en consecuencia, tridimensionales, cuyas superficies están compuestas por una cantidad finita de polígonos planos que configuran sus caras donde suelen colocarse sus marcas distintivas. Eso implica la existencia de variadas familias como las mostradas en la Figura 2 encontrándose, entonces, dados de 4, 6, 8, 10, 12, 20 o más caras. Según la disposición, se pueden encontrar dados en forma de rodillos, trompos o de cuerpos casi esféricos, pero en esta oportunidad sólo se hará referencia a los que tienen forma de cubo, puesto que son los más comunes y utilizados en los juegos.

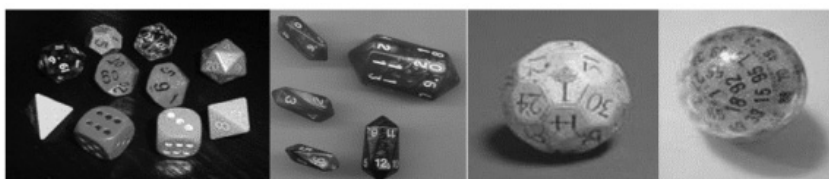


Figura 2. Diferentes formas de dados

Los dados cúbicos

Estos dados con forma de cubo son los más usuales y conocidos por la mayoría de los seres humanos. Debido a esa forma, están conformados por seis (6) caras cuadradas que suelen numerarse, casi siempre, con marcas distinguidas de 1 a 6 puntos (ver figura 3); y el resultado que suele nombrarse al ser lanzados es el que aparece marcado en la cara superior.

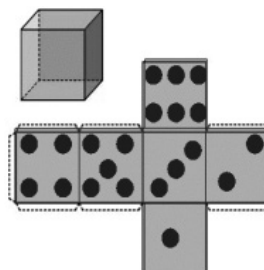


Figura 3. Marcas clásicas de un dado

En algunos casos, estos dados pueden tener puntas redondeadas o ligeramente truncadas, a pesar de su forma cúbica (ver Figura 4), manteniendo caras de formas iguales y generando cuerpos que se aproximan a cubos. Sin

embargo, las referencias que se dan a continuación son válidas para cualquiera de estos dos tipos de dados que, por lo general, se pensarán y se considerarán cúbicos.



Figura 4. Dado con puntas ligeramente truncadas

De acuerdo con DivulgaMAT (2007), si esos dados cúbicos son de fabricación occidental, sus caras opuestas suman 7 puntos, estando los números 1, 2 y 3 que aparecen en sus caras dispuestos en el sentido antihorario. Eso quiere decir que si el 1 está en la cara frontal, el 2 está en la cara derecha y el 3 en la cara superior (ver Figura 5). Cuando son de fabricación china, tales valores en las caras tienen una orientación opuesta.

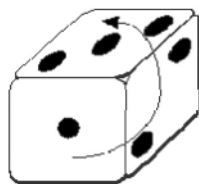


Figura 5. Orientación de los dados occidentales²

Aunque la mayoría de los dados tienen una serie continua de puntos que van del 1 al 6, es posible que sus caras contengan colores, figuras de animales, letras, números arábigos o romanos, operaciones con números, fracciones, palabras o figuras adecuadas a la intencionalidad de su uso (ver Figura 6). Tal particularidad resulta muy útil al momento de ser utilizados como recursos para desarrollar actividades lúdicas en el aula.

² Figura tomada de <http://www.divulgamat.net/weborriak/Cultura/matemagia/dados2/dadosbis.html>

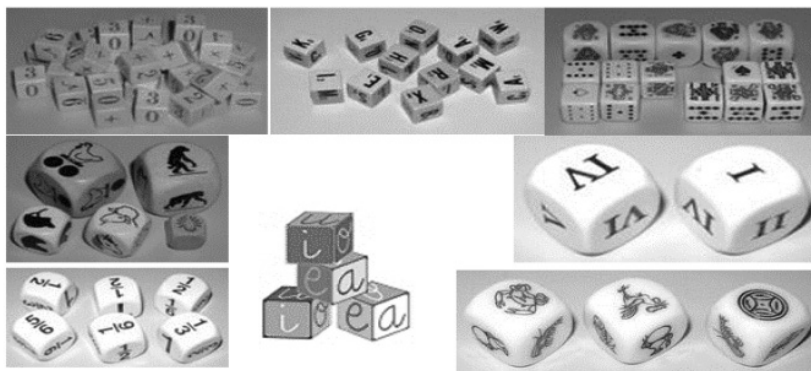


Figura 6. Variedad de dados cúbicos

Los dados como recursos

Con los dados se pueden realizar variadas experiencias que permiten involucrar diferentes conceptos, procesos y actuaciones, por ello en Matemática son muy útiles para abordar temas de ámbito geométrico, estadístico y probabilístico. En este último aspecto, suelen ser el recurso más utilizado para el establecimiento de contenidos conceptuales debido a los espacios muestrales asociados a experimentos aleatorios que exigen su lanzamiento para observar los resultados posibles. Además, constituyen un valioso recurso en el mundo de la didáctica llegando a formar parte del factor común de cuanta propuesta académica se diseñe; pues constituyen recursos casi obligados para materializar las actividades lúdicas que se ponen en marcha para lograr el desarrollo de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales que tiene que ver con la Matemática.

Esta ludicidad determina muchas opciones didácticas que permiten transponer saberes en el aula de Matemática debido a que generan disfrute, goce, tensión, alegría, bienestar, fantasía, imaginación y muchos otros elementos cognitivos, actuativos, contextuales y afectivos que no son fáciles de inventariar (Martínez Padrón, 1997; Groenwald y Martínez Padrón, 2007).

De acuerdo con lo anterior, se plantean varias actividades desarrolladas con dados las cuales están enfocadas desde el mundo de la Matemática. En este sentido, conforman un conjunto de actividades lúdicas sustentadas en procesos que parecen mágicos y que se organizan sobre la base de los

contenidos matemáticos que subyacen en recursos tales como los acertijos o las curiosidades matemáticas (Martínez Padrón, 2007). Siendo así, se abre un mundo de posibilidades para el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática debido a la motivación y al interés que despierta la Matemática en los usuarios.

Matemática con dados

A continuación se presenta un compendio de actividades organizadas con dados que están enfocadas desde el mundo de la Matemática. Como deben ser presentadas de manera asombrosa, misteriosa, adivinatoria, maravillosa y mágica, en razón de la naturaleza y del diseño utilizado para encontrar o descubrir los resultados correspondientes, se declara que lo que se pretende adivinar se le denominará **Efecto** y se corresponde con lo que los espectadores (en este caso los estudiantes) van a ver en el acto adivinatorio o de magia, mientras que lo que se debe hacer para conseguir ese efecto anunciado se le denominará **Realización**. Ambos conceptos fueron acoplados de Álvarez, Fernández y Márquez (2002), quienes los utilizan cuando abordan cuestiones referentes a la magia.

Matemática con un dado

Curiosidad Matemática 1

Como Director de la actividad solicítele a un estudiante, que en este caso será un jugador, lanzar un (1) dado en su ausencia o sin que usted observe el resultado del lanzamiento. Pídale que anote el dato obtenido y, posteriormente, solicítele que ejecute las otras instrucciones que están señaladas en el Cuadro 1 e indíquele que usted le adivinará el resultado de la operación que ejecutará al final. En este caso, se pretende adivinar el valor de la mitad de la suma que se obtiene luego de sumar las caras opuestas de un dado. El **efecto** se manifiesta cuando se obtiene ese resultado en función de una serie de operaciones que se solicitan y la **realización** viene dada por esas operaciones matemáticas que se requieren para poder determinar y/o adivinar ese valor anunciado en relación con los referentes caracterizadores del objeto.

Efecto: Adivinar el resultado de una operación establecida con la suma de las caras opuestas de un dado

Cuadro 1

Instrucciones para obtener el valor de la suma de las caras opuestas de un dado

Instrucción ³	Ejemplo
1. Lance el dado y anote el número obtenido como resultado	4
2. Observe, ahora, el valor de la cara inferior (la que está contra la superficie donde cae el dado al ser lanzado) y anótela	3
3. Sume ambos valores de las caras	7
4. Divida por dos el resultado de esa suma	3,5

Luego de ello, el Director del juego siempre puede “acertar” o “adivinar” el resultado final obtenido debido a que siempre será 3,5 y esto se corresponde con una propiedad de los dados occidentales que indica que la suma de los puntos que aparecen en las caras opuestas de cualquier dado normal será siempre igual a 7. La propiedad en referencia indica, entonces, que la cara opuesta a 1 es la marcada con 6, la opuesta a 2 es la marcada con 5 y la opuesta a 3 es la marcada con 4.

Vale destacar que esta experiencia se puede hacer con cualquier cantidad de dados apoyándose en la suma de las caras opuestas que es constante y utilizando un divisor que permita la obtención de cocientes en el conjunto de los números naturales (N) o en otros tales como los racionales (Q), si interesa, por ejemplo, la obtención de expresiones decimales como en el caso anterior. También se pueden agregar otras operaciones y esa elección dependerá de los contenidos, competencias y ejes transversales que se pretendan abordar con la experiencia.

Según la experiencia mostrada en la curiosidad 1, se abordan los siguientes contenidos: (a) Conceptuales: números naturales “N”, decimales y fraccionarios, adición en N, división en N y en Q, números decimales; (b) Procedimentales: identificación, lectura y escritura de números naturales, ejercitación de adiciones y divisiones usando el algoritmo respectivo; y (c) Actitudinales: valoración de las posibilidades que brinda el lenguaje

³ Instrucciones modificadas de las tomadas en: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/cultura/MateMagia/dados1/divulgados.html>

matemático para, representar situaciones ostensibles, valoración del dominio de las operaciones matemáticas como herramienta que facilita la resolución de problemas cotidianos y escolares; valoración del trabajo individual como una forma de desarrollar la confianza en sí mismo y la autonomía en situaciones lúdicas concretas.

Matemática con dos dados

En los dos casos que se presentan a continuación se adivinarán los resultados que aparecen en las caras superiores de los dados, luego de ser lanzados, sin necesidad de que el Director del juego esté presente en el ambiente al momento del lanzamiento. Esta ausencia en el escenario le dará fuerza a la actividad de “adivinar” los resultados y con ello se refuerza que el Director no tiene necesidad de verlos, pues su obtención se deriva de la explicación matemática que depende de la secuencia de pasos que deben seguirse para construir un valor numérico de referencia. Previo a ello, se declara que para efectos de este artículo será lo mismo lanzar un dado dos veces que lanzar dos dados a la vez. Eso también es válido para cuando se lancen “n” dados.

Curiosidad Matemática 2: Adivinar los resultados que aparecen en las caras superiores de dos dados

Modelo 1:

Efecto: *Adivinar los resultados que aparecen en las caras superiores de dos dados*

Para este caso, los dados a usar deben ser, preferiblemente, de diferentes colores o tamaños. Si usa un mismo dado, puede hablar del primer y del segundo lanzamiento. En el Cuadro 2 son suministradas las instrucciones que permiten adivinar los números que aparecen en las caras de dos dados. Ello constituye una curiosidad matemática que está ilustrada con un ejemplo y con la explicación matemática correspondiente. Se agregan, además, otros elementos curriculares, usando para ello una secuencia de actividades que también fue diseñada por Martínez Padrón y materializada por Céspedes (2006) y Scott (2006) en un formato condensado que se presentará, parcialmente, en

el Modelo 2 de esta curiosidad. Se declara que la estructura de este formato permite organizar la presentación de la curiosidad, los contenidos, el ejemplo, la demostración, la explicación matemática y las posibles variantes que pudieran llevarse a cabo.

Presentación didáctica de la curiosidad

A espaldas de él o en su ausencia, el Director del juego solicita a un estudiante que lance dos dados diferenciados (Dado 1 y Dado 2) frente al público y que luego les muestre los números que salieron en cada cara superior. Solicita, también, que cada miembro de la audiencia anote esos resultados. Luego, el Director del juego le pide a la audiencia que:

1. Multipliquen por 5 el número que apareció en el **Dado 1**
2. Sumen 12 a esa respuesta
3. Dupliquen ese total
4. Sumen ese último resultado al número obtenido en el **Dado 2**
5. Sumen 15 al resultado anterior
6. Le comunique este resultado final

A manera de ejemplo, supóngase que al lanzarse los dos dados se obtienen los siguientes resultados: **Dado 1**: un dos (2) y **Dado 2**: un cinco (5) (ver Figura 6). Las instrucciones detalladas con el ejemplo y la correspondiente demostración que permitirá explicar o dar respuesta a la curiosidad matemática planteada aparecen registradas en el Cuadro 2:

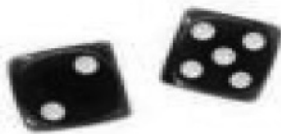


Figura 7. Resultado obtenido al lanzar dos dados⁴

⁴ Figura tomada de <http://images.google.co.ve/imgres?imgurl=http://www.elmasnou.info/jpgs/anima/dados.jpg&imgrefurl=http://www.lamevaweb.info/702&h=169&w=216&sz=13&tbnid=jj0A8J442pwJ:&tbnh=79&tbnw=101&hl=es&start=2&prev=/images%3Fq%3Ddados%26hl%3Des%26lr%3D>

Cuadro 2
Instrucciones, ejemplo y explicación correspondiente a la adivinanza de los resultados que aparecen en la cara superior de dos dados, luego de ser lanzados

Instrucción	Ejemplo	Demostración: Explicación Matemática
1. Lance dos dados y anote el número que salió en cada cara superior	Dado 1: 2 Dado 2: 5	Dado 1: a con $a \in \mathbb{N}$ y $1 \leq a \leq 6$ Dado 2: b con $b \in \mathbb{N}$ y $1 \leq b \leq 6$
2. Multiplique por 5 el número que apareció en el Dado 1	$2 \times 5 = 10$	$a \times 5 = 5 \times a = 5a$
3. Súmele 12 a esa respuesta	$10 + 12 = 22$	$5a + 12$
4. Duplique ese total	$22 \times 2 = 44$	$(5a + 12) \cdot 2$
5. Sume a ese resultado al número que salió en el Dado 2	$44 + 5 = 49$	$(5a + 12) \cdot 2 + b$
6. Sume 15 a esa respuesta	$49 + 15 = 64$	$(5a + 12) \cdot 2 + b + 15$
7. Comunique este resultado al Director del Juego	64	$ab + 39$

La explicación matemática que permite “adivinar” estos resultados es la siguiente: si en el **Dado 1** apareció un resultado **a** con $a \in \mathbb{N}$ y $1 \leq a \leq 6$ y en el **Dado 2** apareció un resultado **b**, con $b \in \mathbb{N}$ y $1 \leq b \leq 6$, se tiene que la secuencia de instrucciones conduce a la expresión:

$$\begin{aligned} (5a + 12) \cdot 2 + b + 15 &= 10a + 24 + b + 15 \\ &= 10a + b + 39 \\ &= ab + 39 \end{aligned}$$

Luego de conocer el resultado final, el Director del Juego estará en capacidad de indicarle a la audiencia cuáles son los números (cantidad de pintas) que salieron en la cara superior de cada dado lanzado. Para ello, basta restar 39 al último resultado comunicado y así obtener los valores deseados, pues la única manera de obtener **ab**, a partir de la expresión $ab + 39$, es restándole 39; es decir: $(ab + 39) - 39 = ab$.

En este caso, el resultado de esta sustracción es 25 y a partir de éste, el Director del juego tiene evidencias para decir a la audiencia que el número que apareció en el **Dado 1** fue el 2 y el que apareció en **Dado 2** fue el 5, pues, el 2 es el valor de la decena correspondiente a 25 y el 5 es el valor de la unidad ¿Por qué?

Según las especificaciones presentadas en la ilustración aritmética del Cuadro 2 y la explicación matemática posterior que se corresponde con una demostración algebraica de la curiosidad es posible concretar los contenidos matemáticos. Tales detalles son presentados en el Cuadro 3 donde se mencionan algunos contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales tomados del Currículo Básico Nacional (Ministerio de Educación, 1997; 1998).

Cuadro 3

Contenidos y explicación correspondiente a la Curiosidad Matemática 2, Modelo 1

Contenidos		
Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
<ul style="list-style-type: none"> • Número Natural: N. • Adición y Multiplicación en N. • Propiedades de la Adición y la Multiplicación en N. • Valor Posicional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de números. • Realización de Adiciones en N. • Realización de Multiplicaciones en N. • Utilización de paréntesis y otros símbolos de agrupación en operaciones combinadas de adición y multiplicación para resolver problemas, según sea su pertinencia. • Descomposición de un número natural usando el principio aditivo del valor posicional. (Ej. $69 = 6 \times 10 + 9 \times 1$). • Ejercitación de adiciones y multiplicaciones usando el algoritmo respectivo. • Comprensión de los algoritmos. • Utilización práctica de las propiedades de la adición y multiplicación de números naturales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aceptación y seguimiento de indicaciones y normas de participación. • Interés por conocer el referente matemático que se encierra en la curiosidad. • Valoración de la curiosidad en situaciones de interrelación social. • Valoración de las operaciones matemáticas para determinar soluciones relacionadas con la curiosidad. • Reconocimiento de la importancia del trabajo individual o en grupo en busca de la solución de la curiosidad.
<p>Explicación: Al multiplicar al valor “a” que sale en el Dado 1 por 5 y luego por 2, ese valor pasa a ocupar el lugar de las decenas, pues “a” es multiplicado por 10, es decir por “5 x 2”. El valor “b” del segundo se mantiene en las unidades y para que todo quede en función de ab basta restar 39 al resultado final.</p>		

Con esta experiencia puede observarse el abordaje de una serie de actividades ejercitativas que involucran conceptos y operaciones matemáticas que resultan muy útiles para aprender, reforzar o afianzar contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales correspondientes a los primeros seis grados de la Escuela Básica venezolana, tales como adición y multiplicación en \mathbb{N} , incluyendo en esto último lo relativo a duplo o doble de un número que sirve para incrementar aspectos que tienen que ver con el lenguaje matemático. Ella también permite el desarrollo de competencias ligadas a esos contenidos y a otros como lo son valores posicionales, descomposición de número naturales usando el principio aditivo del valor posicional, referentes polinomiales para la escritura de la estructura de un número en el sistema de numeración decimal, incluyendo la posibilidad de utilizar operaciones algebraicas, y el desarrollo de demostraciones sencillas que permiten iniciar al educando en este tipo de pensamiento algebraico que ya debe utilizarse a partir del séptimo grado.

Modelo 2:

Efecto: Adivinar los resultados que aparecen en las caras superiores de dos dados

Cuadro 4

Presentación didáctica, referentes procedimentales y contenidos correspondientes a la curiosidad matemática 2, Modelo 2

Curiosidad: Adivinar los resultados que aparecen en las caras superiores de dos dados⁵

Presentación Didáctica:

El Director del juego entrega dos dados a un espectador y le solicita que realice las siguientes actividades, luego de garantizarle que se retirará del escenario o se colocará a espaldas de él para no observar los valores que aparecen al:

- Lanzar uno de los dados
- Multiplicar por 2 el valor obtenido
- Sumar 5 al resultado anterior
- Multiplicar por 5 este nuevo resultado
- Lanzar el segundo dado
- Sumar el valor obtenido al resultado anterior

⁵ Curiosidad tomada de <http://www.divulgamat.net/weborriak/Cultura/MateMagia/dados1/masdados.html> y el nombre dado en esta página es la magia del 5

Dado a conocer este último resultado, el Director del juego puede adivinar los valores que aparecen en cada una de las caras superiores de los dados simplemente restándole 25 al número indicado por el espectador ¿Por qué? Obsérvense los referentes procedimentales (Cuadro 5) que permiten obtener la respuesta a esta curiosidad, derivada de los resultados que salieron en la Figura 8.



Figura 8. Resultados que aparecen en las caras superiores de dos dados lanzados⁶

Cuadro 5
Referentes procedimentales, competencias, explicación y contenidos de la Curiosidad Matemática 2, Modelo 2

Ejemplo	Demostración	Contenidos
<ol style="list-style-type: none"> 1. Se lanza un dado obteniéndose: 6 2. Se multiplica por dos el valor obtenido: $6 \times 2 = 12$ 3. Se suma 5 al resultado anterior: $12 + 5 = 17$ 4. Multiplicar por 5 este nuevo resultado: $17 \times 5 = 85$ 5. Se lanzar el segundo dado obteniéndose: 2 6. Sumar el valor obtenido al resultado anterior: $85 + 2 = 87$ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sea “a” el número que representa la cantidad de pintas que salen en el primer dado. 2. $a \times 2 = 2a$ 3. Se suma 5: $(2a + 5)$ 4. Se multiplica por 5: $(2a + 5) \times 5 = (10a + 25)$ 5. Sea “b” el número que representa la cantidad de pintas que salen en el segundo dado. 6. Suma “b” al último resultado obtenido: $(10a+25) + b = 10a + b + 25$ $= ab + 25$ ¿Cómo obtener ab? Restando 25 a la última expresión: $(ab + 25) - 25 = ab$ Siendo a el valor del primer dado y b el del segundo dado 	<ul style="list-style-type: none"> • Escritura de un Número Natural: N. • Adición en N. • Multiplicación en N. • Propiedades de la Adición en N. • Propiedades de la Multiplicación en N. • Valor Posicional. • Escritura de un Natural en forma Polinómica. • Valor Posicional.

⁶ Figura tomada de <http://images.google.co.ve>

<p>Competencias: (a) Utiliza los números naturales para contar el número de pintas que aparecen en la cara superior del dado; (b) Comprende y maneja las operaciones de adición y multiplicación en N, usando los algoritmos correspondientes o diferentes estrategias de cálculo; (c) Resuelve las operaciones de adición y multiplicación; (d) Utiliza valores de posición; (e) Descompone números naturales usando el principio aditivo del valor posicional; (f) Utiliza las propiedades de la adición y multiplicación de números naturales; (g) Reconoce el trabajo individual y en equipo como fuente de avance personal y social, y (h) Valora la utilidad del aprendizaje de la Matemática.</p>		
<p>Explicación: Al multiplicar por 2 el valor que sale en el primer dado lanzado, sumarle 5 a este resultado y luego multiplicarlo por 5, el valor “a” que aparece en el primer dado pasa a ocupar el lugar de las decenas, pues “a” es multiplicado por $10 = 5 \times 2$. El valor “b” del segundo se mantiene en el lugar de las unidades y para que todo quede en función de “ab” basta restarle 25 a la última expresión obtenida después de seguir los pasos anteriores.</p>		
Contenidos		
Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
<ul style="list-style-type: none"> • Adición y Multiplicación en N. • Escritura de un Número Natural en forma Polinómica. • Valor Posicional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación, lectura y escritura de un número natural usando valor de posición. • Realización de operaciones aritméticas combinadas de adición y multiplicación en N. • Realización de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros. • Observación y aplicación de las propiedades de la multiplicación de números naturales: conmutativa, asociativa, elemento neutro. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interés por conocer el referente matemático que se encierra en la curiosidad. • Aceptación de las indicaciones y normas de participación. • Valoración de la curiosidad en situaciones de interrelación social. • Valoración de las operaciones matemáticas para la comprensión de la curiosidad. • Reconocimiento de la importancia del trabajo individual o en grupo en busca de la solución.

Matemática con tres dados

Para cerrar este bloque de actividades se ha elegido una última curiosidad diseñada con tres dados donde se pretende adivinar, nuevamente, la cantidad de puntos que aparecen en cada una de sus caras superiores.

Los detalles al respecto se incluyen en el cuadro 6 donde se da cuenta de la presentación didáctica y los referentes procedimentales.

Cuadro 6

Instrucciones, ejemplo y procedimiento para obtener los resultados del lanzamiento de tres dados

<p><i>Curiosidad Matemática 3:</i> adivinar la cantidad de puntos que aparecen en cada uno de los tres dados que son lanzados</p>
<p><i>Presentación Didáctica:</i> El Director del juego solicita a un estudiante que lance, en su ausencia, tres dados⁷ de diferentes colores o tamaños y cuente el número de puntos que salieron en cada cara superior de ellos y anote cada uno de estos valores. Esos lanzamientos deben ser vistos por el resto del público (los estudiantes) quienes seguirán las siguientes instrucciones (supóngase que se lanzó un dado rojo, uno azul y uno verde):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Duplique el resultado correspondiente al Dado Rojo. 2. Súmele 5 al resultado anterior. 3. Multiplique por 5 esta última suma. 4. Añada el valor obtenido en el Dado Azul al resultado de la multiplicación anterior. 5. Multiplique por 10 la suma anterior. 6. Al producto obtenido, súmele los puntos que marca el Dado Verde.

Referentes procedimentales que permiten obtener respuesta a la curiosidad: **La Magia del Cinco**

Ejemplo	Demostración	Contenidos
Lance tres dados, cuente el número de puntos que salieron en cada cara superior y anote estos valores. Dado Rojo: 4 Dado Azul: 3 Dado Verde: 2	Dado Rojo: a $con a \in \mathbb{N}$ y $1 \leq a \leq 6$ Dado Azul: b $con b \in \mathbb{N}$ y $1 \leq b \leq 6$ Dado Verde: c $con c \in \mathbb{N}$ y $1 \leq c \leq 6$	<ul style="list-style-type: none"> • Escritura de un número natural. • Contar. • Adición y Multiplicación en \mathbb{N}.
Duplique el resultado correspondiente al dado rojo : $2 \times 4 = 8$	$2 \times a = 2a$ (el doble de a)	<ul style="list-style-type: none"> • Operaciones Combinadas de Adición y Multiplicación en \mathbb{N}.

⁷ Se recomienda que el tamaño de los dados debe ser tal que pueda ser observado por toda la audiencia. Para el caso de un aula tradicional puede usarse un dado construido en anime cuyas caras tengan lados de 25 cm. cada una.

Súmele 5 al resultado anterior: $8 + 5 = 13$	$2a + 5$	<ul style="list-style-type: none"> • Valor Posicional • Principio Aditivo. • Propiedades de la Adición y Multiplicación en \mathbb{N}.
Multiplique por 5 esta última suma: $13 \times 5 = 65$	$(2a + 5) \times 5$	
Añada el valor obtenido en el dado azul al resultado de la multiplicación anterior: $65 + 3 = 68$	$(2a + 5) \times 5 + b$	
Multiplique por 10 a la suma anterior: $68 \times 10 = 680$	$[(2a + 5) \times 5 + b] \times 10$	
Al producto obtenido, sume los puntos que marca el dado verde : $680 + 2 = 682$	$[(2a + 5) \times 5 + b] \times 10 + c$	

Para concretar el efecto que en este caso se corresponde con adivinar los valores que aparecen en la cara superior de cada dado, el Director del juego debe pedir al estudiante/jugador que le dé el último resultado de las operaciones realizadas para luego restarle 250, ¿Por qué? Con este nuevo resultado se podrá decir la cantidad de puntos que aparecen en cada cara superior. Para este caso particular es necesario calcular: $682 - 250 = 432$ de donde se deduce que 4, 3 y 2 fueron, respectivamente, los resultados que aparecieron en el dado rojo, azul y verde ¿Por qué? La explicación de lo anterior proviene de lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 [(2a + 5) \times 5 + b] \times 10 + c &= [10a + 25 + b] \times 10 + c \\
 &= 100a + 250 + 10b + c \\
 &= 100a + 10b + c + 250 \\
 &= \mathbf{abc} + 250
 \end{aligned}$$

Obsérvese que para poder reproducir **abc**, que contiene los valores de los dados, en forma ordenada, se hace necesario restar, a ese último resultado, la cantidad de 250. Nótese que en esta actividad lúdica subyace una serie de contenidos matemáticos, capacidades y ejes transversales análogos a casi todas las actividades que la preceden, pudiéndose destacar que, como en las otras, se dan momentos precisos para ampliar el lenguaje matemático. En estos casos se observa, por ejemplo, la posibilidad de hablar de dobles pudiéndose usar esta

idea para abordar los múltiplos de dos. Análogamente, se abre la posibilidad de concretar otros múltiplos apoyándose, siempre, en las operaciones que sean utilizadas en cada curiosidad. También, el espacio es propicio para ejercitar, entre otros aspectos, lo relacionado con: (a) símbolos de agrupación y sus alcances, (b) unidades, decenas o centenas, y (c) multiplicaciones por la unidad seguida de ceros.

A manera de cierre

A lo largo de todo este documento se puede observar que para poder provocar el interés y causar el efecto sorpresa y adivinatorio que caracteriza las actividades del mundo de la Matemática es necesario magnificar el efecto que se busca. Esto constituye el elemento clave con el que se llama la atención de los participantes y puede materializarse de muchas formas y maneras, pero lo primordial reside en la imaginación y en la voluntad de quien organiza la actividad. Ello requiere forjar un alto grado de motivación y de autoconfianza que depende, en todo caso, de las habilidades, destrezas e incluso de la capacidad histriónica o picaresca del organizador de la actividad, quien debe capturar la atención del auditorio involucrado en la experiencia de aprendizaje.

También resulta importante tomar en cuenta los contenidos matemáticos que subyacen en curiosidades matemáticas, pues representan otro referente clave para concretar otros componentes curriculares tales como las competencias y los ejes transversales ligados al diseño de la actividad. Siendo así, la misma actividad abre espacios para las explicaciones matemáticas que se materializan en demostraciones que trascienden el mundo aritmético y penetran al mundo algebraico, siendo muy útiles para mejorar la atracción hacia la asignatura y para iniciar a los estudiantes en el mundo de las generalidades.

Durante el desarrollo de las actividades relacionadas con la Matemática, también se hace propicio observar lo relacionado con aquellos factores del dominio afectivo que favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática, sobre todo cuando se tienen que tomar en cuenta referentes cognitivos y afectivos ligados tanto con el éxito como con el fracaso de los docentes y de los estudiantes que protagonizan el proceso antes mencionado.

Finalmente, se puede advertir que como la Matemática está diseñada en la ludicidad, hereda, en consecuencia, todas sus potencialidades, las cuales se convierten en una fuente promisoría para el campo de la Educación Matemática. Es evidente que con esta propuesta de actividades lúdicas sustentadas en contenidos matemáticos se pueden transformar algunas maneras de enseñar esta asignatura, siempre que se tomen en cuenta las necesidades, intereses, creencias, concepciones, emociones, motivaciones y actitudes de sus actores participantes (Martínez Padrón, 2005). Con ello se podrían propiciar cambios importantes en lo que acontece tradicionalmente tanto en las aulas de clase como fuera de ellas, pues la posibilidad de producir conocimientos y construir saberes matemáticos puede tornarse más amena, placentera, satisfactoria y exitosa.

Referencias

- Álvarez, V., Fernández, P. y Márquez, M. (2002). *Cartomagia Matemática y cartoteoremas mágicos*. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española [Revista en Línea], 5(3), 1-21. Disponible: http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/magia.pdf [Consulta: 2006, Julio 24].
- Céspedes, G. (2006). *Manual didáctico para la enseñanza de la Matemática mediante el uso de curiosidades matemáticas*. Trabajo de Grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural “El Mácaro”, Turmero, Aragua.
- DivulgaMAT. (2007). *La magia de los dados* [Documento en Línea]. Disponible: <http://www.divulgamat.net/weborriak/Cultura/matemagia/dados2/dadosbis.html> [Consulta: 2007, Marzo 12].
- García de Clemente, C. (1994). *El juego como método de la enseñanza de la Matemática*. Caracas: Ciedma Consultores.
- Groenwald, C. (2003). A importância dos jogos e curiosidades matemáticas no processo ensino-aprendizagem. *Educação Matemática em Revista/RS*, 5(5), 26-28.
- Groenwald, C. y Martínez Padrón, O. (2007). Juegos y curiosidades en el currículo de Matemática. *Entretemas*, 4(7), 17-32.
- Madail, A. (1998). *Actitud hacia la Matemática y rendimiento en Matemática*. Trabajo de Grado de maestría no publicado, Universidad Santa María, Maracay.

- Martínez Padrón, O. (1997). *El juego y su relación con la creatividad, la enseñanza y el aprendizaje*. Trabajo de ascenso no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural “El Mácaro”, Turmero, Aragua.
- Martínez Padrón, O. (1999). El uso de los juegos en la instrucción. *Enfoques*, 1(2), 45-55.
- Martínez Padrón, O. (2005). Dominio afectivo en Educación Matemática. *Paradigma*, 24(2), 7-34.
- Martínez Padrón, O. (2007). Matemática: un mundo de posibilidades. *Educere*, 11(37), 223-232.
- Ministerio de Educación, Dirección General Sectorial de Educación Básica, Media Diversificada y Profesional, Dirección de Educación Básica. (1998). *Currículo Básico Nacional. Programa de estudio de Educación Básica. Segunda etapa. Quinto grado*. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación, Dirección General Sectorial de Educación Básica, Media Diversificada y Profesional, Unidad Coordinadora de Programas con Organismos Multilaterales. (1997). *Currículo Básico Nacional. Programa de estudio de Educación Básica. Primer grado*. Caracas: FEDUPEL.
- Scott, A. (2006). *Manual de juegos didácticos de Matemática dirigido a los docentes de la primera etapa de Educación Básica*. Trabajo de grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural “El Mácaro”, Turmero, Aragua.